RADIOATIVIDADE

RADIOATIVIDADE

1) Velocidade de Desintegração ou Atividade Radioativa
2) Constante Radioativa
3) Vida Média
4) Meia-Vida
5) Fórmula para calcular o número ou átomos não desintegrados

PROFESSOR: THÉ

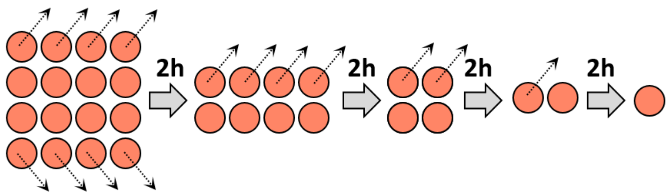
LIÇÃO: 149

VELOCIDADE DE DESINTEGRAÇÃO OU ATIVIDADE RADIOATIVA

$$\underbrace{\mathbf{A}}_{\text{Átomos pai}} \xrightarrow{\ \ \ } \underbrace{\mathbf{B}}_{\text{Átomos filhos}} \qquad \alpha$$

Quando um átomo (A) emite uma partícula (α) ele sofre um decaimento ou uma desintegração.
O novo átomo (B) pode também ser estável ou instável, mas para facilitar os cálculos considera-se que o átomo (A) "morreu" após sua desintegração.
É como se o átomo “desaparecesse".

Considere o exemplo de 16 átomos:



1) Atividade (v) nas 2 primeiras horas.

$$\boxed{v = -\frac{\Delta n}{\Delta t}}$$

$$v_1 = \frac{-(8-16)}{2} = -\frac{(-8)}{2} = \boxed{4 \text{ átomos / hora}}$$

2) Atividade (v) no segundo intervalo de 2 horas.

$$\boxed{v_2 = -\frac{\Delta n}{\Delta t}} = -\frac{(4-8)}{2} = \frac{4}{2} = \boxed{2 \text{ átomos / hora}}$$

3) Atividade (v) no terceiro intervalo de 2 horas

$$\boxed{v_2 = -\frac{\Delta n}{\Delta t}} = -\frac{(2-4)}{2} = \frac{2}{2} = \boxed{1 \text{ átomo / hora}}$$

A atividade radioativa diminui com o tempo.

Em outras palavras...

A velocidade de desintegração é diretamente proporcional aos átomos (não-desintegrados).

$$\boxed{v = k \cdot n}$$

UNIDADE DA ATIVIDADE

Desintegrações/segundo ou minuto (dps) ou (dpm).
Átomos/segundo = (dps)

$$\boxed{1 \text{ Becquerel } (1 \text{ Bq}) = 1 \text{ dps}}$$

$$\boxed{1 \text{ Curie } (1 \text{Ci}) = 3{,}7.10^{10} \text{ dps} = 3{,}7.10^{10} \text{ Bq}}$$

$$\boxed{1 \text{ Ci} = \text{Atividade de } 1{,}0\text{g de Ra} - 226}$$

Calculando (k), a constante radioativa

$$\boxed{v = k \cdot n} \therefore \frac{v}{n} = k \therefore \frac{v_1}{n_1} = \frac{v_2}{n_2} = \frac{v_3}{n_3} \ldots k$$

$$k = \frac{v_1}{n_1} = \frac{4 \text{ átomos/h}}{16 \text{ átomos}} = 0{,}25\text{h}^{-1}$$

$$k = \frac{v_2}{n_2} = \frac{2}{8} = 0{,}25\text{h}^{-1}$$

$$k = \frac{v_3}{n_3} = \frac{1}{4} = 0{,}25\text{ h}^{-1}$$

a) Significado de k

$$k = 0{,}25\text{h}^{-1} \rightarrow \frac{0{,}25 \text{ átomo/h}}{1 \text{ átomo}} = 25\% \text{ do total/hora}$$

É a fração de átomos que se desintegra por unidade de tempo.

Então quanto tempo leva para desintegrar 1 átomo?

$$k \rightarrow 0{,}25 \text{ átomo} \text{ ——— } 1\text{h}$$

$$1 \text{ átomo} \text{ ——— } V_m$$

$$V_m = \frac{1}{0{,}25} = 4\text{h}$$

Vida média (V_M)
É o tempo (em média) que um "átomo vive"

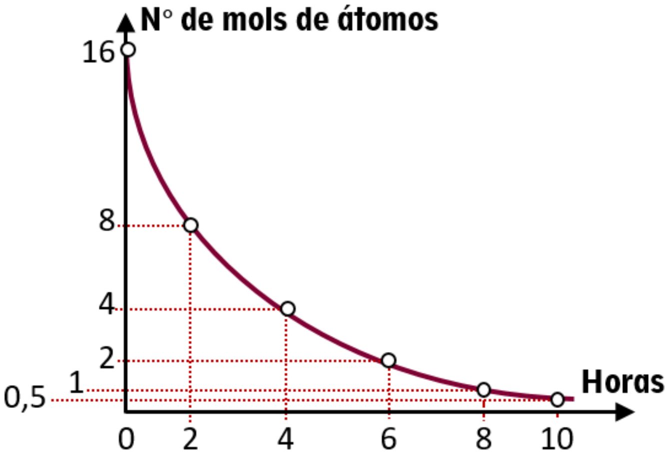
Nesse exemplo é de 4 horas...

a) Relação entre a constante radioativa e a vida média

$$\left.\begin{array}{lcl} \mathbf{k} & \text{———} & \mathbf{1h} \\ 1\ \mathbf{átomo} & \text{———} & \mathbf{V_m} \end{array}\right\} \quad \mathbf{V_m} = \frac{1}{\mathbf{k}}$$

Vida média igual a 4 hora não significa que todos os átomos radioativos desaparecerão após esse tempo, mas sim teoricamente.

b) Gráfico = n° de átomos não-desintegrados (n) com o tempo



Meia-Vida $\left(t_{1/2}\right)$

É o tempo necessário para que metade dos átomos sofra desintegração

No exemplo, $\mathbf{t_{\frac{1}{2}}} = 2\ \mathbf{horas}$.

Isto é, a cada 2 horas decorridas metade dos átomos se desintegram.

Esse tempo **não muda** com a quantidade de átomos.

a) Relação entre $\mathbf{k}$, $\mathbf{V_m}$, $\mathbf{t_{1/2}}$.

$$\left.\begin{array}{l} \mathbf{k} = \dfrac{0{,}69}{\mathbf{t_{1/2}}} \\[2ex] \mathbf{k} = \dfrac{1}{\mathbf{V_m}} \end{array}\right\} \frac{0{,}69}{\mathbf{t_{1/2}}} = \frac{1}{\mathbf{V_m}} \therefore \boxed{\mathbf{V_m} = \frac{\mathbf{t_{1/2}}}{0{,}69}}$$

Fórmula para calcular quantidade de átomos radioativos restantes (n) após certo tempo (t)

Usando o exemplo dado:

$$\underbrace{16}_{\mathbf{n_0}} \xrightarrow{\times\left(\frac{1}{2}\right)} 8 \xrightarrow{\times\left(\frac{1}{2}\right)} 4 \xrightarrow{\times\left(\frac{1}{2}\right)} \underbrace{2}_{\mathbf{n}}$$

tempo (t)

$$\mathbf{n} = \mathbf{n_0}\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$\mathbf{n} = \mathbf{n_0}\left(\frac{1}{2}\right)^3$$

$$\mathbf{n} = 16\left(\frac{1}{8}\right) = \boxed{2}$$

Generalizando

$$\boxed{\mathbf{k\ .\ t_{1/2}} = 0{,}69} \qquad \boxed{\mathbf{k\ .\ V_m} = 1}$$

$$\boxed{\mathbf{n} = \frac{\mathbf{n_0}}{2^{\mathbf{x}}}} \quad \mathbf{ou} \quad \boxed{2^{\mathbf{x}} = \frac{\mathbf{n_0}}{\mathbf{n}}} \quad \left\{\begin{array}{l} \mathbf{n_0} = \mathbf{n^\circ\ de\ átomos\ inicial} \\ \mathbf{n} = \mathbf{n^\circ\ de\ átomos\ final} \\ \mathbf{x} = \mathbf{n^\circ\ de\ meias-vidas\ decorridas} \end{array}\right.$$

EXEMPLO – 1

O tório-227 possui meia-vida de 19 dias, então quanto tempo levará para que 800 mg de tório se reduza a 50 mg.

RESOLUÇÃO

Número de meias-vidas (x)

$$\boxed{2^{\mathbf{x}} = \frac{\mathbf{n_0}}{\mathbf{n}}} \quad \therefore\ 2^{\mathbf{x}} = \frac{80\cancel{0}}{5\cancel{0}}$$

$$2^{\mathbf{x}} = 16$$

$$2^{\mathbf{x}} = 2^4 \rightarrow \boxed{\mathbf{x} = 4}$$

Tempo total

$$1\ \mathbf{t_{1/2}} \text{ ——— } 19\ \mathbf{dias}$$

$$4\ \mathbf{t_{1/2}} \text{ ——— } \mathbf{y} \therefore \boxed{\mathbf{y} = 76\ \mathbf{dias}}$$

COMPLEMENTO

Determinação de A

	A →	B
I	n_0	0
R	x	x
F	n	x

$v = -\frac{dn}{dt} \rightarrow \boxed{v = k\,n}$

$-\frac{dn}{dt} = kn$

$\frac{dn}{n} = -k\,dt$

$\int_{n_0}^{n} \frac{dn}{n} = -k\int_{t_0}^{t} dt$

$\ln n\Big|_{n_0}^{n} = -kt\Big|_{t_0}^{t}$

$\ln\frac{n}{n_0} = -k(t - t_0) \quad (t_0 = 0)$

$\ln\frac{n}{n_0} = -k(t = 0)$

$\frac{n}{n_0} = e^{-kt} \rightarrow \boxed{n = n_0 . e^{-kt}}$

Determinação de B obtido.

	A →	B
I	n_0	0
R	x	x
F	n	x

$n_0 - x = n \rightarrow \; x = n_0 - n \qquad (n = n_0 . e^{-kt})$

$x = n_0 - n_0 . e^{-kt}$

$\boxed{x = n_0\left(1 - e^{-kt}\right)}$

Determinação de B por integração

$A \xrightarrow{k} B \begin{cases} \frac{dA}{dt} = -k(n) & \frac{dB}{dt} = k(n) \end{cases}$

1) $\frac{dB}{dt} = k(n)$

2) $\frac{dB}{dt} = k(n_0)(e^{-kt})$

3) $dB = k\,.\,(n_0)(e^{-kt})\,dt$

4) $\int_0^B dB = k.n_0\int_0^t e^{-kt}dt$

5) $B\Big|_0^B = k\,.\,n_0\left(\frac{e^{-kt}}{\ln e^{-k}}\,.\,\Big|_0^t\right)$

$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a}$

$\int e^{-kt}\,dt = \frac{(e^{-k})^t}{\ln(e^{-k})} = \frac{e^{-kt}}{-k}$

6) $B - 0 = k\,.\,n_0\left(\frac{e^{-k(t)}}{-k} - \frac{e^{-k(0)}}{-k}\right)$

7) $B = k\,.\,n_0\left(\frac{e^{-k(t)}}{-k} - \frac{e^{-k(0)}}{-k}\right)$

8) $B = n_0\left(\frac{e^{-kt} - 1}{-1}\right)$

$e^{-k(0)} = \frac{1}{e^{k(0)}} = \frac{1}{e^0} = \frac{1}{1} = 1$

9) $B = n_0\left[(-1)(e^{-kt} - 1)\right]$

10) $\boxed{B = n_0\left(1 - e^{-kt}\right)}$

Cálculo da Vida-Média (V_m)

Considere a comparação:

$$\left\{\begin{array}{lcl} 1\ \text{homem} & — & 90\ \text{anos} \\ 1\ \text{homem} & — & 90\ \text{anos} \\ 1\ \text{homem} & — & 80\ \text{anos} \\ 1\ \text{homem} & — & 60\ \text{anos} \\ 1\ \text{homem} & — & 20\ \text{anos} \end{array}\right\}$$

$$\begin{array}{lcl} 5\ \text{homens} & & 340\ \text{anos} \end{array}$$

$V_m = \frac{340\ \text{anos}}{\text{homens}} = \boxed{68\ \text{anos / homem}}$

Teoricamente, ao completar 68 anos cada homem tinha que morrer.

Isso não é verdade para um indivíduo, mas na média é!

Determinando a vida média por integração

Examine o cálculo realizado:

$\frac{340\ \text{anos}}{5\ \text{homens}} = 68\ \text{anos / homem}$

Tempo total $= 340$ anos

N° de homens total $= 5$ homens

Vida média $= 68$ anos / homem

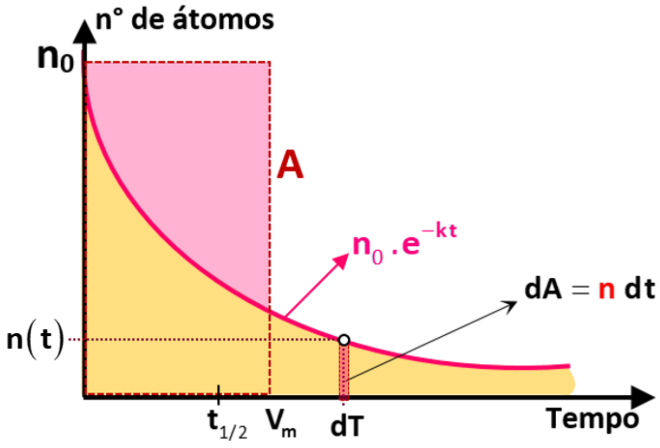
$\boxed{340\ \text{anos} = \frac{68\ \text{anos}}{\cancel{\text{homem}}}\,.\,5\ \cancel{\text{homem}}}$

Então:

$$(68)\,.\quad(5)\quad=\quad(340)$$

$$V_m\,.\,\begin{pmatrix}\text{n° total de}\\ \text{homens}\end{pmatrix}=(\text{tempo total})$$

Agora passando para a radioatividade:



1) A área (**A**) do retângulo é o igual ao produto (n_0) (V_m).

$$\underbrace{A}_{\text{Representa o tempo total para desintegrar todos os átomos}}=\underbrace{(n_0)}_{\text{n° total de átomos}}\,.\,\underbrace{(V_m)}_{\text{vida média}}$$

2) Podemos também calcular a área infinitesimal (dA).

$$\boxed{dA\ =n(t)dt}$$

Daí, o cálculo da área total (sob a curva) representa o tempo total para desintegrar todos os átomos, que é dada pela integral.

1) $dA\ =n(t)\ d\ t$

2) $dA=\left(n_0\,.\,e^{-kt}\right)dt$

3) $\int_0^A dA\ =\int_0^\infty n_0\,.\,e^{-kt}\,.\,dt$

O fim dessa curva é no infinito.

4) $A\Big|_0^A=(n_0)\left(\dfrac{e^{-kt}}{-k}\Big|_0^\infty\right)$

5) $A-0=(n_0)\left(\dfrac{e^{-k(\infty)}}{-k}-\dfrac{e^{-k(0)}}{-k}\right)$

6) $A=(n_0)\left(\dfrac{e^{-k(\infty)}-e^{-k(0)}}{-k}\right)$

$$\boxed{\begin{array}{l}e^{-k(\infty)}=\dfrac{1}{e^{k(\infty)}}=\dfrac{1}{e^{\infty}}=0\\[2ex] e^{-k(0)}=\dfrac{1}{e^{k(0)}}=\dfrac{1}{e^{0}}=\dfrac{1}{1}=1\end{array}}$$

7) $A=\dfrac{n_0}{-k}(0-1)$

8) $A=\dfrac{n_0}{-k}(-1)\ \rightarrow\ A=\dfrac{n_0}{k}$

Igualando as duas áreas (já que elas significam a mesma coisa)

$$\left.\begin{array}{l}A=(n_0)(V_m)\\[1ex] A=\dfrac{n_0}{k}\end{array}\right\}\ n_0\,.\,V_m=\dfrac{n_0}{k}\ \therefore\ \boxed{V_m=\dfrac{1}{k}}$$

"A vida média é o inverso de k"