Álgebra de Baldor

Francisco Treviño zerofrancisco@gmail.com

20 de enero de 2016

Ejercicio 89

Factorar o descomponer en dos factores.
Para comprobar que la respuesta es correcta, multiplica los factores del resultado, reacomoda y verifica que tienes la expresión dada en el ejercicio.

Ejercicio 1:

$$a^2 + ab$$

El elemento común a ambos monomios es a, y lo utilizamos como factor común lo cual nos da:

$$a(a + b)$$

Ejercicio 2:

$$b + b^2$$

El elemento común a ambos monomios es b, y lo utilizamos como factor común:

$$b(1 + b)$$

Ejercicio 3:

$$x^2 + x$$

El elemento común a ambos monomios es x, lo utilizamos como factor común, lo cual nos da:

$$x(x + 1)$$

Ejercicio 4:

$$3a^3 - a^2$$

El elemento común a ambos monomios es a^2, al factorizarlo obtenemos:

$$a^2(3a - 1)$$

Ejercicio 5:

$$x^3 - 4x^4$$

El elemento común a ambos monomios es x^3 el cual factorizamos obteniendo:

$$x^3(1 - 4x)$$

Ejercicio 6:

$$5m^2 + 15m^3$$

Factorizamos 5 como máximo común divisor y m^2 también como factor común:

$$5m^2(1 + 3m)$$

Ejercicio 7:

$$ab - bc$$

El elemento común en ambos monomios es b, factorizando tenemos:

$$b(a - c)$$

Ejercicio 8:

$$x^2y + x^2z$$

El elemento común a ambos monomios es x^2, lo factorizamos para obtener:

$$x^2(y + z)$$

Ejercicio 9:

$$2a^2x + 6ax^2$$

El máximo común divisor de ambos monomios es 2 y factorizamos ax porque pertenece a ambos monomios también:

$$2ax(a + 3x)$$

Ejercicio 10:

$$8m^2 - 12mn$$

Factorizamos 4 como máximo común divisor de ambos monomios y tomamos m como factor común también:

$$4m(2m - 3n)$$

Ejercicio 11:

$$9a^3x^2 - 18ax^2$$

El máximo común divisor de ambos monomios es 9, además ax^2 es el monomio presente en ambos, así que lo factorizamos:

$$9ax^2(a^2 - 2)$$

Ejercicio 12:

$$15c^3d^2 + 60c^2d^3$$

El máximo común divisor es 15 y el monomio presente en ambos monomios es c^2d^2, así que factorizando:

$$15c^2d^2(c + 4d)$$

Ejercicio 13:

$$35m^2n^3 - 70m^3$$

El máximo común divisor es 35 y el monomio presente en ambos es m^2, así que tenemos:

$$35m^2(n^3 - 2m)$$

Ejercicio 14:

$$abc + abc^2$$

El monomio que podemos factorizar de ambos monomios originales es abc dado que está presente en ambos:

$$abc(1 + c)$$

Ejercicio 15:

$$24a^2xy^2 - 36x^2y^4$$

El máximo común divisor es 6 y podemos extraer como monomio común xy^2 y obtenemos:

$$6xy^2(4a^2 - 6xy^2)$$

Ejercicio 16:

$$a^3 + a^2 + a$$

Podemos factorizar a de todos los monomios obteniendo:

$$a(a^2 + a + 1)$$

Ejercicio 17:

$$4x^2 - 8x + 2$$

El único factor común entre los tres monomios es 2, factorizando obtenemos:

$$2(2x^2 - 4x + 1)$$

Ejercicio 18:

$$15y^3 + 20y^2 - 5y$$

Tenemos como factor común en los tres monomios a $5y$, factorizando obtenemos:

$$5y(3y^2 + 4y - 1)$$

Ejercicio 19:

$$a^3 - a^2x + ax^2$$

El único factor común entre los tres monomios es a, factorizando obtenemos:

$$a(a^2 - ax + x^2)$$

Ejercicio 20:

$$2a^2x + 2ax^2 - 3ax$$

El monomio que podemos extraer como elemento común a los originales 3 monomios es ax:

$$ax(2a + 2x - 3)$$

Ejercicio 21:

$$x^3 + x^5 - x^7$$

Podemos extraer x^3 como factor común obteniendo (recuerda que al multiplicar monomios con la misma base, los exponentes se suman):

$$x^3(1 + x^2 - x^4)$$

Ejercicio 22:

$$14x^2y^2 - 28x^3 + 56x^4$$

Factorizamos 14 como máximo común divisor y tomamos x^2 como factor común:

$$14x^2(y^2 - 2x + 4x^2)$$

Ejercicio 23:

$$34ax^2 + 51a^2y - 68ay^2$$

No encontramos común divisor y el único factor común entre los monomios originales es a:

$$a(34x^2 + 51ay - 68y^2)$$

Ejercicio 24:

$$96 - 48mn^2 + 144n^3$$

No tenemos factor común, pero podemos factorizar el máximo común divisor:

$$4(24 - 12mn^2 + 36n^3)$$

Ejercicio 25:

$$a^2b^2c^2 - a^2c^2x^2 + a^2c^2y^2$$

Podemos abstraer como factor común a^2c^2 dado que se encuentra en los tres monomios originales:

$$a^2c^2(b^2 - x^2 + y^2)$$

Ejercicio 26:

$$55m^2n^3x + 110m^2n^3x^2 - 220m^2y^3$$

Tomamos 55 como máximo común divisor, y m^2 como factor común entre los monomios originales:

$$55m^2(n^3x + 2n^3x^2 - 4y^3)$$

Ejercicio 27:

$$93a^3x^2y - 62a^2x^3y^2 - 124a^2x$$

Tomamos 31 como máximo común divisor, luego podemos ver que el factor común entre los monomios originales es a^2x, factorizando estos dos tenemos:

$$31a^2x(3axy - 2x^2y^2 - 4)$$

Ejercicio 28:

$$x - x^2 + x^3 - x^4$$

El único factor común entre los monomios originales es x:

$$x(1 - x + x^2 - x^3)$$

Ejercicio 29:

$$a^6 - 3a^4 + 8a^3 - 4a^2$$

El único factor común entre los monomios originales es a^2:

$$a^2(a^4 - 3a^2 + 8a - 4)$$

Ejercicio 30:

$$25x^7 - 10x^5 + 15x^3 - 5x^2$$

El máximo común divisor es 5 y encontramos x^2 en todos los monomios, factorizando:

$$5x^2(5x^5 - 2x^3 + 3x - 1)$$

Ejercicio 31:

$$x^{15} - x^{12} + 2x^9 - 3x^6$$

El término común a los monomios es x^6, factorizamos recordando que al multiplicar monomios de la misma base los exponentes se suman:

$$x^6(x^9 - x^6 + 2x^3 - 3)$$

Ejercicio 32:

$$9a^2 - 12ab + 15a^3b^2 - 24ab^3$$

El máximo común divisor es 3 y el término común a los monomios es a, factorizamos:

$$3a(3a - 4b + 5a^2b^2 - 8b^3)$$

Ejercicio 33:

$$16x^3y^2 - 8x^2y - 24x^4y^2 - 40x^2y^3$$

El máximo común divisor es 8 y el término común a los monomios originales es x^2y, factorizamos:

$$8x^2y(2xy - 1 - 3x^2y - 5y^2)$$

Ejercicio 34:

$$12m^2n + 24m^3n^2 - 36m^4n^3 + 48m^5n^4$$

El máximo común divisor es 12 y el término común es m^2n, factorizamos:

$$12m^2n(1 + 2mn - 3m^2n^2 + 4m^3n^3)$$

Ejercicio 35:

$$100a^2b^3c - 150ab^2c^2 + 50ab^3c^3 - 200abc^2$$

El máximo común divisor entre los monomios es 50 y el término común es abc, factorizamos:

$$50abc(2ab^2 - 3bc + b^2c^2 - 4c)$$

Ejercicio 36:

$$x^5 - x^4 + x^3 - x^2 + x$$

El único factor común entre los monomios originales es x, factorizando:

$$x(x^4 - x^3 + x^2 - x + 1)$$

Ejercicio 37:

$$a^2 - 2a^3 + 3a^4 - 4a^5 + 6a^6$$

El único factor común entre los monomios es a^2, factorizamos:

$$a^2(1 - 2a + 3a^2 - 4a^3 + 6a^4)$$

Ejercicio 38:

$$3a^2b + 6ab - 5a^3b^2 + 8a^2bx + 4ab^2m$$

El máximo común divisor es 1 y el término común a todos los monomios es ab, factorizamos:

$$ab(3a + 6 - 5a^2b + 8ax + 4bm)$$

Ejercicio 39:

$$a^{20} - a^{16} + a^{12} - a^8 + a^4 - a^2$$

El término común a todos los monomios es a^2, factorizamos:

$$a^2(a^{18} - a^{14} + a^{10} - a^6 + a^2 - 1)$$

Ejercicio 136

Simplificar:

Ejercicio 1:

$$\frac{3x}{4y} \times \frac{8y}{9x} \div \frac{z^2}{3x^2}$$

Primero cambiamos la división en multiplicación intercambiando el numerador por denominador y viceversa, luego reducimos factores multiplicando respectivamente:

$$= \frac{3x}{4y} \times \frac{8y}{9x} \times \frac{3x^2}{z^2} = \frac{72x^3y}{36xyz^2}$$

Luego reducimos factores numéricos y factores comunes:

$$= \frac{2x^2}{z^2}$$

Ejercicio 2:

$$\frac{5a}{b} \div \left(\frac{2a}{b^2} \times \frac{5x}{4a^2} \right)$$

Primero efectuamos la multiplicación indicada y luego cambiamos la operación de división por una multiplicación intercambiando numerador por denominador y viceversa. Luego efectuamos las multiplicaciones y reducimos:

$$= \frac{5a}{b} \times \frac{4a^2b^2}{10ax} = \frac{2a^2b}{x}$$

Ejercicio 3:

$$\frac{a+1}{a-1} \times \frac{3a-3}{2a+2} \div \frac{a^2+a}{a^2+a-2}$$

Primero intercambiamos la división por una multiplicación y factorizamos el trinomio y los demás binomios que nos sea posible:

$$= \frac{a+1}{a-1} \times \frac{3a-3}{2a+2} \times \frac{a^2+a-2}{a^2+a}$$

$$= \frac{a+1}{a-1} \times \frac{3(a-1)}{2(a+1)} \times \frac{(a+2)(a-1)}{a(a+1)}$$

Reduciendo términos semejantes:

$$= \frac{3(a+2)(a-1)}{2a(a+1)} = \frac{3a^2+3a-6}{2a^2+2a}$$

Ejercicio 4:

$$\frac{64a^2-81b^2}{x^2-81} \times \frac{(x-9)^2}{8a-9b} \div \frac{8a^2+9ab}{(x+9)^2}$$

Primero convertimos la división en multiplicación invirtiendo numerador y denominador y expandimos las operaciones indicadas y restas de binomios al cuadrado condensados:

$$= \frac{64a^2-81b^2}{x^2-81} \times \frac{(x-9)^2}{8a-9b} \times \frac{(x+9)^2}{8a^2+9ab} = \frac{(8a+9b)(8a-9b)}{(x+9)(x-9)} \times \frac{(x-9)^2}{8a-9b} \times \frac{(x+9)^2}{a(8a+9b)}$$

Reducimos términos semejantes:

$$= \frac{1}{1} \times \frac{(x-9)}{1} \times \frac{(x+9)}{a}$$

Finalmente tenemos, reduciendo la resta de cuadrados:

$$= \frac{(x^2-81)}{a}$$

Ejercicio 5:

$$\frac{x^2-x-12}{x^2-49} \times \frac{x^2-x-56}{x^2+x-20} \div \frac{x^2-5x-24}{x+5}$$

Intercambiamos la división por una multiplicación intercambiando el numerador por denominador y viceversa y expandimos resta de cuadrados y expandimos trinomios:

$$= \frac{x^2-x-12}{x^2-49} \times \frac{x^2-x-56}{x^2+x-20} \times \frac{x+5}{x^2-5x-24}$$

$$= \frac{(x-4)(x+3)}{(x+7)(x-7)} \times \frac{(x-8)(x+7)}{(x+5)(x-4)} \times \frac{x+5}{(x-8)(x+3)}$$

Reducimos términos semejantes en numerador y denominador:

$$= \frac{1}{x-7} \times \frac{1}{1} \times \frac{1}{1} = \frac{1}{x-7}$$

Ejercicio 6:

$$\frac{a^2-8a+7}{a^2-11a+30}\times\frac{a^2-36}{a^2-1}\div\frac{a^2-a-42}{a^2-4a-5}$$

Primero intercambiamos la división por una multiplicación y factorizamos los trinomios que nos sea posible, también expandimos las sumas de cuadrados por su par de binomios:

$$=\frac{a^2-8a+7}{a^2-11a+30}\times\frac{a^2-36}{a^2-1}\times\frac{a^2-4a-5}{a^2-a-42}$$

$$=\frac{(a-7)(a-1)}{(a-6)(a-5)}\times\frac{(a+6)(a-6)}{(a+1)(a-1)}\times\frac{(a-5)(a+1)}{(a-7)(a+6)}$$

Finalmente reducimos términos semejantes en el numerador y denominador:

$$=\frac{1}{1}\times\frac{1}{1}\times\frac{1}{1}=1$$

Ejercicio 7:

$$\frac{x^4-27x}{x^2+7x-30}\times\frac{x^2+20x+100}{x^3+3x^2+9x}\div\frac{x^2-100}{x-3}$$

Expresamos la división como una división intercambiando el numerador y denominador:

$$=\frac{x^4-27x}{x^2+7x-30}\times\frac{x^2+20x+100}{x^3+3x^2+9x}\times\frac{x-3}{x^2-100}$$

Expandimos la resta de cubos, si no la recuerdas es un buen momento para repasarla:

$$=\frac{x(x^3-27)}{x^2+7x-30}\times\frac{x^2+20x+100}{x^3+3x^2+9x}\times\frac{x-3}{x^2-100}$$

$$=\frac{x(x-3)(x^2+3x+9)}{x^2+7x-30}\times\frac{x^2+20x+100}{x^3+3x^2+9x}\times\frac{x-3}{x^2-100}$$

Factorizamos los trinomios y expandimos la resta de cuadrados:

$$=\frac{x(x-3)(x^2+3x+9)}{(x+10)(x-3)}\times\frac{(x+10)^2}{x(x^2+3x+9)}\times\frac{x-3}{(x+10)(x-10)}$$

Reducimos términos semejantes en el numerador y denominador:

$$=\frac{1}{1}\times\frac{1}{1}\times\frac{x-3}{(x-10)}=\frac{x-3}{x-10}$$

Ejercicio 8:

$$\frac{(a^2+1)}{3a-6} \div \left(\frac{a^3+a}{6a-12} \times \frac{4x+8}{x-3}\right)$$

Primero realizamos la multiplicación indicada y después cambiamos la división por una multiplicación intercambiando el numerador y denominador:

$$= \frac{(a^2+1)}{3a-6} \div \left(\frac{(a^3+a)(4x+8)}{(6a-12)(x-3)}\right)$$

$$= \frac{(a^2+1)}{3a-6} \times \frac{(6a-12)(x-3)}{(a^3+a)(4x+8)}$$

Hacemos un poco de factorización:

$$= \frac{(a^2+1)}{3a-6} \times \frac{2(3a-6)(x-3)}{a(a^2+1)4(x+2)}$$

Reducimos términos semejantes:

$$= \frac{1}{1} \times \frac{(x-3)}{2a(x+2)} = \frac{(x-3)}{2a(x+2)} = \frac{x-3}{2ax+4a}$$

Ejercicio 9:

$$\frac{8x^2-10x-3}{6x^2+13x+6} \times \frac{4x^2-9}{3x^2+2x} \div \frac{8x^2+14x+3}{9x^2+12x+4}$$

Comenzamos por invertir el numerador y denominador para convertir la división en multiplicación:

$$= \frac{8x^2-10x-3}{6x^2+13x+6} \times \frac{4x^2-9}{3x^2+2x} \times \frac{9x^2+12x+4}{8x^2+14x+3}$$

Ahora factorizamos los trinomios cuadrados multiplicando y dividiendo por el coeficiente del término cuadrado:

$$8x^2-10x-3 = (64x^2-10(8)x-24)(1/8) = (8x-12)(8x+2)(1/8)$$

$$= \frac{8x-12}{4} \times \frac{8x+2}{2} = (2x-3)(4x+1)$$

El siguiente trinomio tiene solución si aplicamos la fórmula general de la ecuación cuadrática:

$$6x^2+13x+6 \tag{1}$$

por lo tanto el trinomio puede factorizarse; aplicamos la fórmula general cuadrática:

$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a} = \frac{-13 \pm \sqrt{13^2-4(6)(6)}}{2(6)} = \frac{-13 \pm \sqrt{169-144}}{12}$$
$$= \frac{-13 \pm 5}{12}$$

lo cual nos arroja como resultados $-3/2$ y $-2/3$, esto es:

$$(x+3/2)(x+2/3)$$

los cuales multiplicamos por 2 y por 3 respectivamente para quitar coeficientes fraccionarios y tenemos como resultado final:

$$(2x+3)(3x+2)$$

el cual podemos verificar multiplicando que nos da el trinomio inicial 1. Tomando otro trinomio del tercer factor para factorizarlo:

$$9x^2+12x+4 = (81x^2+12(9)x+36)(1/9) = (9x+6)(9x+6)(1/9)$$
$$\frac{9x+6}{3} \times \frac{9x+6}{3} = (3x+2)^2$$

Tomando el último trinomio del tercer factor tenemos, multiplicando y dividiendo por el coeficiente del término cuadrado:

$$8x^2+14x+3 = (64x^2+14(8)x+24)(1/8)$$
$$= (8x+12)(8x+2)(1/8) = \frac{8x+12}{4} \times \frac{8x+2}{2}$$
$$= (2x+3)(4x+1)$$

Retomando la expresión original sustituyendo los nuevos términos que obtuvimos al factorizar los trinomios tenemos:

$$= \frac{(2x-3)(4x+1)}{(2x+3)(3x+2)} \times \frac{4x^2-9}{3x^2+2x} \times \frac{(3x+2)^2}{(2x+3)(4x+1)}$$

Ahora expandimos la resta de cuadrados y usamos factor común:

$$= \frac{(2x-3)(4x+1)}{(2x+3)(3x+2)} \times \frac{(2x+3)(2x-3)}{x(3x+2)} \times \frac{(3x+2)^2}{(2x+3)(4x+1)}$$

Finalmente estamos listos para reducir términos semejantes:

$$= \frac{(2x-3)}{1} \times \frac{(2x-3)}{x} \times \frac{1}{(2x+3)} = \frac{4x^2-12x+9}{2x^2+3x}$$

Ejercicio 10:

$$\frac{(a+b)^2-c^2}{(a-b)^2-c^2}\times\frac{(a+c)^2-b^2}{a^2+ab-ac}\div\frac{a+b+c}{a^2}$$

Comenzamos por cambiar la división por una multiplicación intercambiando numerador y denominador:

$$=\frac{(a+b)^2-c^2}{(a-b)^2-c^2}\times\frac{(a+c)^2-b^2}{a^2+ab-ac}\times\frac{a^2}{a+b+c}$$

Ahora expandimos las sumas de cuadrados y factorizamos términos comunes:

$$=\frac{[(a+b)+c][(a+b)-c]}{[(a-b)+c][(a-b)-c]}\times\frac{[(a+c)+b][(a+c)-b]}{a(a+b-c)}\times\frac{a^2}{a+b+c}$$

Reducimos términos semejantes:

$$=\frac{1}{[(a-b)-c]}\times\frac{[(a+c)+b]}{1}\times\frac{a}{1}$$

Finalmente tenemos:

$$=\frac{a(a+c+b)}{a-b-c}=\frac{a^2+ac+ab}{a-b-c}$$

Ejercicio 11:

$$\frac{a^2-5a}{b+b^2}\div\left(\frac{a^2+6a-55}{b^2-1}\times\frac{ax+3a}{ab^2+11b^2}\right)$$

Empezamos por factorizar el trinomio, expandir la resta de cuadrados y factorizar términos comunes en los dos factores del divisor:

$$=\frac{a^2-5a}{b+b^2}\div\left(\frac{(a+11)(a-5)}{(b+1)(b-1)}\times\frac{a(x+3)}{b^2(a+11)}\right)$$

ahora podemos cambiar numerador y denominador y hacerlo una multiplicación:

$$=\frac{a^2-5a}{b+b^2}\times\left(\frac{(b+1)(b-1)}{(a+11)(a-5)}\times\frac{b^2(a+11)}{a(x+3)}\right)$$

Factorizamos términos comunes en el primer factor:

$$= \frac{a(a-5)}{b(1+b)} \times \left(\frac{(b+1)(b-1)}{(a+11)(a-5)} \times \frac{b^2(a+11)}{a(x+3)} \right)$$

Reducimos términos semejantes:

$$= \frac{1}{1} \times \left(\frac{(b-1)}{1} \times \frac{b}{(x+3)} \right) = \frac{b^2-b}{x+3}$$

Ejercicio 12:

$$\frac{m^3+6m^2n+9mn^2}{2m^2n+7mn^2+3n^3} \times \frac{4m^2-n^2}{8m^2-2mn-n^2} \div \frac{m^3+27n^3}{16m^2+8mn+n^2}$$

Iniciamos cambiando numerador por denominador para hacer la división una multiplicación

$$= \frac{m^3+6m^2n+9mn^2}{2m^2n+7mn^2+3n^3} \times \frac{4m^2-n^2}{8m^2-2mn-n^2} \times \frac{16m^2+8mn+n^2}{m^3+27n^3}$$

Continuamos factorizando términos comunes y expandiendo la resta de cuadrados y también la suma de cubos:

$$= \frac{m(m^2+6mn+9n^2)}{n(2m^2+7mn+3n^2)} \times \frac{(2m+n)(2m-n)}{8m^2-2mn-n^2} \times \frac{16m^2+8mn+n^2}{(m+3n)(m^2-3mn+9n^2)}$$

Factorizando trinomios cuadrados perfectos:

$$= \frac{m(m+3n)^2}{n(2m^2+7mn+3n^2)} \times \frac{(2m+n)(2m-n)}{8m^2-2mn-n^2} \times \frac{(4m+n)^2}{(m+3n)(m^2-3mn+9n^2)}$$

Ahora factorizamos los trinomios cuadrados que involucran más álgebra:

$$2m^2+7mn+3n^2$$

Multiplicamos y dividimos por el coeficiente del factor del término cuadrático:

$$= (4m^2+7(2)mn+6n^2)(1/2) = (2m+6n)(2m+n)(1/2)$$

$$= (m+3n)(2m+n)$$

Ahora hacemos el mismo procedimiento con el siguiente trinomio cuadrado:

$$8m^2 - 2mn - n^2$$

Comenzamos por multiplicar y dividir por el coeficiente del factor del término cuadrático:

$$64m^2 - 2(8)mn - 8n^2 = (8m - 4n)(8m + 2n)(1/8)$$

$$\frac{(8m - 4n)}{4}\frac{(8m + 2n)}{2} = (2m - n)(4m + n)$$

Sustituyendo los trinomios factorizados en la expresión original:

$$= \frac{m(m+3n)^2}{n(m+3n)(2m+n)} \times \frac{(2m+n)(2m-n)}{(2m-n)(4m+n)} \times \frac{(4m+n)^2}{(m+3n)(m^2-3mn+9n^2)}$$

Reducimos términos semejantes:

$$= \frac{m}{n} \times \frac{1}{1} \times \frac{(4m+n)}{(m^2-3mn+9n^2)} = \frac{m(4m+n)}{n(m^2-3mn+9n^2)}$$

Finalmente:

$$= \frac{4m^2+mn}{m^2n-3mn^2+9n^3}$$

Ejercicio 13:

$$\frac{(a^2-ax)^2}{a^2+x^2} \times \frac{1}{a^3+a^2x} \div \left(\frac{a^3-a^2x}{a^2+2ax+x^2} \times \frac{a^2-x^2}{a^3+ax^2}\right)$$

Comenzamos por cambiar la división por una multiplicación invirtiendo el numerador y denominadores:

$$= \frac{(a^2-ax)^2}{a^2+x^2} \times \frac{1}{a^3+a^2x} \times \left(\frac{a^2+2ax+x^2}{a^3-a^2x} \times \frac{a^3+ax^2}{a^2-x^2}\right)$$

Continuamos por factorizar el trinomio cuadrado perfecto y expandir la resta de cuadrados, también factorizamos términos comumes:

$$= \frac{(a^2-ax)^2}{a^2+x^2} \times \frac{1}{a^2(a+x)} \times \frac{(a+x)^2}{a(a^2-ax)} \times \frac{a(a^2+x^2)}{(a+x)(a-x)}$$

Reducimos términos semejantes:

$$= \frac{(a^2-ax)}{1} \times \frac{1}{a^2} \times \frac{1}{1} \times \frac{1}{(a-x)}$$

Seguimos factorizando:

$$= \frac{a(a-x)}{1} \times \frac{1}{a^2} \times \frac{1}{1} \times \frac{1}{(a-x)}$$

Reducimos términos semejantes finalmente:

$$= \frac{1}{1} \times \frac{1}{a} \times \frac{1}{1} \times \frac{1}{1} = \frac{1}{a}$$

Ejercicio 14:

$$\frac{(a^2-3a)^2}{9-a^2} \times \frac{27-a^3}{(a+3)^2-3a} \div \frac{a^4-9a^2}{(a^2+3a)^2}$$

Iniciamos por cambiar la división en multiplicación intercambiando el numerador y denominador de este factor:

$$= \frac{(a^2-3a)^2}{9-a^2} \times \frac{27-a^3}{(a+3)^2-3a} \times \frac{(a^2+3a)^2}{a^4-9a^2}$$

Continuamos expandiendo las restas de cuadrados y la resta de cubos:

$$= \frac{(a^2-3a)^2}{(3+a)(3-a)} \times \frac{(3-a)(9+3a+a^2)}{(a+3)^2-3a} \times \frac{(a^2+3a)^2}{(a^2+3a)(a^2-3a)}$$

Reducimos términos semejantes y expandimos el binomio cuadrado perfecto reduciéndolo con el término independiente:

$$= \frac{a^2-3a}{(3+a)} \times \frac{(9+3a+a^2)}{(a^2+6a+9)-3a} \times \frac{(a^2+3a)}{1}$$

Efectuamos operaciones pendientes y factorizamos términos comunes:

$$= \frac{a(a-3)}{(3+a)} \times \frac{1}{1} \times \frac{a(a+3)}{1}$$

Reducimos términos semejantes:

$$= \frac{a(a-3)}{1} \times \frac{a}{1} = a^3 - 3a^2$$