

① Define los sig. conceptos:

- a) Tiempo de supervivencia: Es el tiempo que transcurre del estado inicial hasta que ocurra el evento esperado.
- b) Función de supervivencia: Función que indica la probabilidad de sobrevivir posterior al tiempo de supervivencia.
- c) Función de riesgo: Función que determina la probabilidad de que ocurra el evento determinado en cierto curso del tiempo.
- d) Evento/falla: Hecho o resultado que ocurre durante la vida de una persona/cosa.
- e) Censura: Ocorre cuando no observamos el evento, no conocemos el tiempo de supervivencia.

② Suponga que la función de riesgo es 0 en el tiempo  $t=0$  y se incrementa en  $\lambda$  por cada unidad de tiempo que transcurre ( $\lambda > 0$ ).

a) Plantee la función de riesgo  $h(t)$ .

$$h(t) = \lambda t$$

b) Encuentre la función de supervivencia.

$$s(t) = e^{-\int_0^t h(u) du} \Rightarrow e^{-\int_0^t \lambda u du}$$

$$= e^{-\lambda \int_0^t u du} \Rightarrow e^{-\lambda (u^2/2) \Big|_0^t}$$

$$= e^{-\lambda \frac{t^2}{2}}$$

$\therefore s(t) = e^{-\frac{\lambda t^2}{2}}$

③ Si la función de supervivencia de los minions es  $s(t) = 1 - 0.002t - 0.00002t^2$ .

a) Encuentre la función de riesgo  $h(t)$ .

$$h(t) = - \frac{d \ln s(t)}{dt}$$

$$= - \frac{d}{dt} \ln (1 - 0.002t - 0.00002t^2)$$

$$h(t) = \frac{0.002 + 0.00004t}{1 - 0.002t - 0.00002t^2}$$

b) Encuentre  $F(t)$ .

$$F(t) = P(T \leq t) = 1 - P(T > t) = 1 - s(t)$$

$$= 1 - (1 - 0.002t - 0.00002t^2)$$

$$= \cancel{1} - \cancel{1} + 0.002t + 0.00002t^2$$

$$F(t) = 0.002t + 0.00002t^2$$

c) Encuentre  $f(t)$ .

$$f(t) = - \frac{d s(t)}{dt}$$

$$= - \frac{d (1 - 0.002t - 0.00002t^2)}{dt}$$

$$f(t) = 0.002 + 0.00004t$$

d) Encuentre la probabilidad de que un minion muera a los 2 años edad dado que acaba de cumplir 2 años.

$$h(t=2) = \frac{0.002 + 0.00004(2)}{1 - 0.002(2) - 0.00002(2)^2} \Rightarrow \frac{0.002 + 0.00008}{1 - 0.004 - 0.00008}$$

$$h(2) = 0.002088521166 \quad \text{ó} \quad 0.209\%$$



④ Suponga que la función de supervivencia de los mandalorianos es  $S(t) = \sqrt{\frac{50-t}{50}}$

a) ¿Cuál es la probabilidad de que un mandaloriano muera después de los 7 años de edad?

$$S(7) = \sqrt{\frac{50-7}{50}} = \sqrt{\frac{43}{50}} = 0.927361849 \approx 92.74\%$$

b) ¿Cuál es la probabilidad de que un mandaloriano muera exactamente a los 10 años de edad?

$$f(t=10) = ?$$

$$f(t) = -\frac{dS(t)}{dt} = -\frac{d}{dt} \left( \sqrt{\frac{50-t}{50}} \right)$$

$$= (-1) \left[ \frac{1}{\sqrt{50}} \cdot \left( \frac{1}{2} \sqrt{50-t}^{-1/2} \right) \right] = \frac{1}{\sqrt{200} \sqrt{50-t}} \Rightarrow f(t)$$

Entonces  $f(t) \Rightarrow f(t=10)$ .

$$\Rightarrow f(10) = \frac{1}{\sqrt{200} \sqrt{50-10}} = \frac{1}{\sqrt{200} \sqrt{40}} = 0.011180339 \approx 1.118\%$$

c) ¿Cuál es la probabilidad de que un mandaloriano muera antes de los 5 años de edad?

$$F(t) = 1 - S(t)$$

$$F(t) = 1 - \sqrt{\frac{50-t}{50}}$$

$$= 1 - \sqrt{\frac{50-5}{50}}$$

$$= 1 - \sqrt{\frac{45}{50}}$$

$$= 0.051316701 \approx 5.1317\%$$

d) ¿Cuál es la probabilidad de que un mandaloriano de 13 años de edad muera a esa edad?

$$h(t) = \frac{f(t)}{s(t)} = \frac{1}{\frac{\sqrt{200} \sqrt{50-t}}{\sqrt{50-t} \sqrt{50}}} = \frac{1}{\frac{\sqrt{200} \sqrt{50-t}}{\sqrt{50-t} \sqrt{50}}} = \frac{1 \cdot \sqrt{50}}{\sqrt{200} \sqrt{50-t}} \Rightarrow \frac{1 \cdot \sqrt{50}}{\sqrt{200} \sqrt{50-t} \sqrt{50-t}} = \frac{1 \cdot \sqrt{50}}{(50-t) \sqrt{200}} \Rightarrow \frac{1 \cdot \sqrt{50}}{(50-t) \cdot 2\sqrt{50}} \Rightarrow h(t) = \frac{1}{2(50-t)} \Rightarrow h(t) = \frac{1}{100-2t}$$

$$h(13) = \frac{1}{100-26} = \boxed{0.013513513 \quad 1.35\% \quad 1.35\%}$$

e) ¿Cuál es la probabilidad de que un mandaloriano llegue con vida a los 15 años de edad?

$$s(t) = \sqrt{\frac{50-t}{50}}$$

$$s(15) = \sqrt{\frac{50-15}{50}} = \sqrt{\frac{35}{50}} = \boxed{0.836660026 \quad 83.67\%}$$

f) ¿Cuál es la probabilidad de que un mandatoriano de 10 años de edad viva por lo menos a los 30 años?

$$\frac{S(t_f)}{S(t_i)} = \frac{\sqrt{\frac{50-t_f}{50}}}{\sqrt{\frac{50-t_i}{50}}} = \frac{\sqrt{\frac{50-30}{50}}}{\sqrt{\frac{50-10}{50}}} = \frac{\sqrt{\frac{20}{50}}}{\sqrt{\frac{40}{50}}} = 0.707106781 \approx 70.71\%$$

g) ¿Cuál es la probabilidad de que un mandatoriano de 10 años muera antes de los 30 años?

$$= 1 - \frac{S(t_f)}{S(t_i)} = 1 - 0.707106781 = 0.292893218 \approx 29.29\%$$

h) ¿Cuál es la probabilidad de que un mandatoriano de 10 años muera entre los 20 y 30 años de edad?

$$= S(x) - S(y) = S(20) - S(30)$$

$$= \left( \sqrt{\frac{50-20}{50}} - \sqrt{\frac{50-30}{50}} \right)$$

$$= \sqrt{\frac{30}{50}} - \sqrt{\frac{20}{50}} = 0.142141132$$

$\approx 14.21\%$