MODELLERING EN SIMULATIE
Practicum II: Monte Carlo
Opgave Januari zittijd academiejaar 2013-2014

Praktische informatie

Dit practicum los je individueel op. Het verslag moet ten laatste afgegeven worden op 10 december 2013. Je kan het in de studentenbrievenbus in gebouw 200A leggen ofwel afgeven tijdens de oefenzitting. Je verslag bevat de oplossingen van de opgaven met bijhorende figuren en een afdruk van je MATLAB-bestanden. De MATLAB-bestanden en het verslag moeten ook opgestuurd worden naar `nico.achtsis@cs.kuleuven.be`.

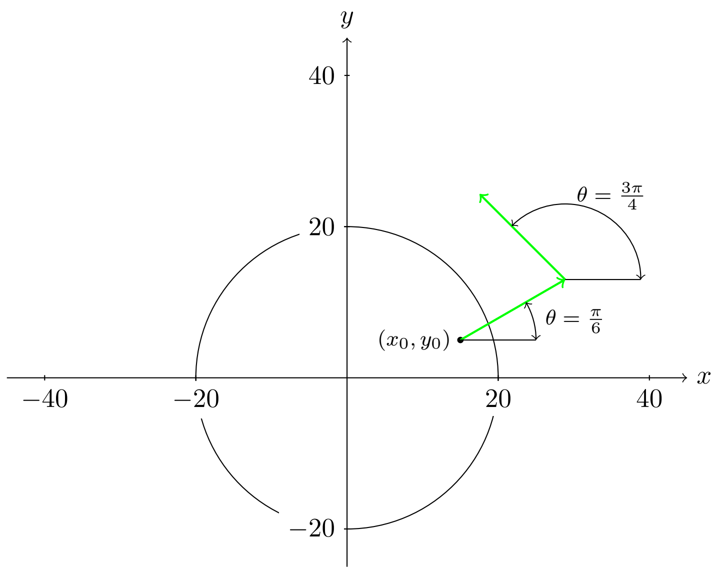
Vermeld in je verslag hoe lang je aan het practicum gewerkt hebt. Maak je verslag kort en bondig; vermijd overbodige informatie. De vorm van het verslag telt mee in de telling van je resultaat.

Veel succes!

Nico Achtsis en Dirk Nuyens.

Opgave

Het is jachtseizoen, en een jager die zich verschanst heeft in het riet ziet een beetje verderop een eend zitten. We nemen aan dat de jager zich bevindt op de positie $(0, 0)$ in het reële vlak, en de eend op positie (x_0, y_0). De jager lost een schot, maar mist flagrant, waarop de eend in alle verwarring door de luide knal een dronkemanswandeling begint. Deze dronkemanswandeling bestaat uit n stappen, waarbij de staplengte telkens 6m is, en de hoek willekeurig gekozen wordt door de eend: $\theta_k \sim U(0, 2\pi)$, $k = 1, \dots, n$. Na n stappen heeft de jager zijn karabijn herladen, waarna hij altijd raak schiet. Jammer genoeg voor de jager (maar gelukkig voor de eend) is de karabijn maar effectief tot op een afstand van 20m, dat wil zeggen dat als de eend zich na n stappen in de cirkel met radius 20m bevindt, de jager een lekker avondmaal heeft. We illustreren dit grafisch op de volgende figuur.



We stellen $n = 2$. De eend start aanvankelijk in het punt (x_0, y_0), in de figuur komt dit overeen met $(15, 5)$. Na het schot van de jager vertrekt de eend onder een hoek van 30° ten opzichte van de x-as, en vliegt een afstand van 6m. Daarna kiest de eend een hoek van 135°, en vliegt deze weer een afstand van 6m. Op dit moment heeft de jager zijn karabijn herladen, maar jammer voor hem bevindt de eend zich buiten de effectieve radius van zijn geweer, en de eend ontsnapt.

Opgave 1 *Implementeer in MATLAB een routine die, gegeven n en N, als output de afstanden geeft van de eend ten opzichte van de jager, voor alle N gesimuleerde dronkemanswandelingen. De beginpositie van de eend bepaal je aan de hand van het programma* `InitialPosition.m`*, dat als input de cijfers van je studentennummer heeft. Je noemt deze routine* `Opgave1a.m`*. Implementeer een tweede routine die een convergentiegrafiek toont van de afstand van de eend ten opzichte van de jager, gegeven dat de eend ontsnapt in de n-de stap: $||(x_n, y_n)|| > 20$. Je doet dit op een* log-log*–plot. Bepaal hiermee voor $n = 1, 2, 3, 4$ een N_n zodat de geschatte afstand nauwkeurig is tot op* 1cm*. Daarnaast toon je histograms van deze afstanden. Je maakt ook vier plots van de eindposities van de eend (nog steeds gegeven dat deze ontsnapt in de n-de stap) samen met de schietradius van de jager. Je noemt deze routine* `Opgave1b.m`*.*

Opgave 2 *Bepaal de volgende twee regios.*

1. *De regio waaruit de eend niet meer kan ontsnappen in de laatste stap.*
2. *De regio waaruit de eend nooit meer in de schietradius van de jager kan geraken in de laatste stap.*

Je weet dan dat er twee regios bestaan waarin het lot van de eend vastligt. Er is echter ook een derde regio, waarin de eend ofwel kan ontsnappen, ofwel kan eindigen op het bord van de jager. Je kan door de snijpunten te bepalen van twee cirkels een deelinterval $[\theta_1, \theta_2] \in [0, 2\pi]$ vinden zodat de eend kan ontsnappen vanuit deze derde regio. Je past je routine `Opgave1b.m` *uit de vorige opgave aan zodat de eend, als deze zich in stap n in de derde regio bevindt, een hoek kiest uit dit interval. De jager kan de eend dan enkel snappen als deze zich in de eerste regio bevindt. Je noemt deze routine* `Opgave2.m`*. Wat verwacht je van de variantie van deze schatter ten opzichte van die van de vorige opgave? Toon opnieuw de convergentiegrafieken en plots voor $n = 1, 2, 3, 4$.*