Rapport de laboratoire 2

Transmission des ondes électromagnétiques

présenté à

M. Dominique Grenier

matricule	*nom*
910 055 897	Daniel Thibodeau
910 097 879	Francis Valois

Université Laval
16 octobre 2012

Chapitre 1

Laboratoire 2

1.1 Projet 1

L'objectif fondamental de ce laboratoire est de réaliser un programme informatique qui aura pour fonction de calculer numériquement les paramètres d'une ligne microruban. Le premier paramètre à trouver est l'impédance caractéristique de ligne : $\bar{Z}_0$. Le second paramètre à déterminer est la vitesse de propagation v_p.

On cherche à identifier les concepts de base théoriques utiles à ce laboratoire, soit :
- la version numérique de l'intégrale de Gauss nécessaire pour obtenir les capacitances $\mathcal{C}$ et $\mathcal{C}_0$;
- l'obtention de Z_0 et v_p en mode quasi-TEM.

1.1.1 Passage de l'analytique au numérique

Les équations de Maxwell permettent, à partir d'une distribution de potentiel qui possède une géométrie simple et d'une distribution d'un champ électrique associé ($\bar{E}$), de déterminer la charge emmagasinée dans une distribution donnée. On observe que le champ électrique d'une distribution est lié au potentiel électrique de la manière suivante :

$$\vec{E}(x,y) = -\nabla V(x,y) \tag{1.1}$$

Aussi, on sait que la charge électrique dans un milieu donné s'exprime comme :

$$Q = \oint_S \epsilon \vec{E} \, \mathrm{d}S \tag{1.2}$$

En combiant les deux expression précédentes, on obtient :

$$Q = \oint_S -\epsilon \nabla V(x,y) \, \mathrm{d}S \tag{1.3}$$

On note tout de suite que tout dépendant de l'orientation des surgaces respectives, l'intégrale deviendra rapidement infaisible à la main, dumoins dans un laps de temps court. Il va de soit qu'il est possible d'exprimer ce calcul sous la forme de somme discrète (ce qui est en fait une intégrale) et qu'en minimisant les distances successives d'évaluation, on obtiendra une évaluation de plus en plus précise. On peut penser à une somme de Riemann classique, dans laquelle si on diminuait le pas entre chaque rectangle, on convergerait vers la définition de l'intégrale. En reportant ce résultat dans le cas étudié, on obtient une version discrète de l'équation 1.3.

1.1.2 Détermination de C

Afin de déterminer la capacité $\mathcal{C}$, on utilise le résultat qui nous donne une version discrète de la charge électrique de Q en chaque point. Sachant la charge électrique, il suffit de diviser par le potentiel en chaque point. Par la suite, on divise par le pas utilisé (il est intéressant de remarquer que dans le cas où il est uniforme et égal à 1, soit dans notre cas, cette étape n'affecte pas le résultat) et on obtient la capacité totale dans la géométrie étudiée.

1.1.3 Détermination de $\epsilon_{r_{interface}}$

Pour les points placés aux interfaces entre les deux diélectriques, on peut approximer la permittivité à l'interface ($\epsilon_{r_{interface}}$) par :

$$\epsilon_{r_{interface}} \approx \frac{(\epsilon_{r1} + \epsilon_{r2})}{2} \tag{1.4}$$

1.1.4 Dètermination de la permittivité effective $\epsilon_{r_{eff}}$

Dans ce laboratoire, la détermination de la capacité C est faite dans la section précédente. Ce faisant, on peut utiliser le résultat précédent et la relation suivante :

$$\epsilon_{r_{eff}} = \frac{\mathcal{C}}{\mathcal{C}_0} \tag{1.5}$$

Connaissant $\mathcal{C}$ et $\mathcal{C}_0$, trouver $\epsilon_{r_{eff}}$ devient trivial.

1.1.5 Détermination de Z_0 et de v_p

Comme on connait $\mathcal{C}$ et $\mathcal{C}_0$ des étapes précédentes, il suffit d'appliquer les relations suivantes pour trouver les deux paramètres demandés :

$$V_p \approx c\sqrt{\frac{\mathcal{C}_0}{\mathcal{C}}} \tag{1.6}$$

$$Z_0 \approx \frac{1}{c\sqrt{\mathcal{C}_0\mathcal{C}}} \tag{1.7}$$

1.2 Projet 2

Afin d'alléger la présentation du rapport, l'algorithme en Matlab de la fonction MDF ne sera pas présenté.

1.2.1 Algorithme

1.2.1.1 Fonction IGauss

```
function C = IGauss(V, er1, er2, d, w)
    %Largeur et hauteur de la matrice avec correction
    [n,m] = size(V);
    n = n-1;
    m = m-1;

    %Milieu du systeme pour le calcul de Vab
    if mod(m+1,2) == 0
        halfM = (m+1)/2;
    else
        halfM = floor((m+1)/2);
    end

    %Definition des constantes
    e0 = 8.854*(10^(-12));
    Vab = V(n+1-d,halfM);

    %Remplissage des permitivites pour simplifier les boucles
    permitivityMatrix = zeros(n+1, m+1);
    if d == 0;
        permitivityMatrix(2:n, 2:m) = er2;
    else
        permitivityMatrix(2:n-d, 2:m) = er2;
        permitivityMatrix(n+1-d, 2:m) = (er1+er2)/2;
        permitivityMatrix(n+2-d:n, 2:m) = er1;
    end

    %Calcul du potentiel pour le pourtour du systeme
    tourPotential = 0;

    %Nord et Sud
    for i=2:m
        tourPotential = tourPotential + permitivityMatrix(n,i)*V(n,i);
        tourPotential = tourPotential + permitivityMatrix(2,i)*V(2,i);
    end

    %Est et Ouest
    for i=2:n
        tourPotential = tourPotential + permitivityMatrix(i,2)*V(i,2);
        tourPotential = tourPotential + permitivityMatrix(i,m)*V(i,m);
```

```
    end

    %Calcul de la capacite
    C = e0/Vab*tourPotential;
end
```

1.2.1.2 Fonction MicroPar

```
    function [Z_o, v_p] = MicroPar(m, n , er1, er2, d, w, tol)
        %Declaration des constantes
        c = 3*(10^8);

        %Creation des deux matrices de potentiel. La premiere avec une
        %permitivite dans le vide et l'autre avec les permitivites ...
            originales
        V_vide = mdf(m,n,1,1,d,w,tol);
        Vp_orig = mdf(m,n,er1,er2,d,w,tol);

        %Calcul des deux differentes capacites
        C0 = IGauss(V_vide,1,1,d,w);
        C = IGauss(Vp_orig,er1,er2,d,w);


        %Calcul des valeurs demandees selon les equation 1.6 et 1.7 ...
            dans le
        %rapport
        Z_o = 1/(c*sqrt(C0*C));
        v_p = c*sqrt(C0/C);
    end
```

1.2.2 Guide d'utilisation

Les fichiers nommés mdf.m, IGauss.m et MicroPar.m sont disponibles dans le répertoire remis sur pixel.

1. Copier les fichiers dans un répertoire connu du logiciel Matlab ;
2. Dans l'interpréteur, fixer les paramètres d'appel de la fonction selon la même nomenclature qu'utilisée dans l'énoncé de laboratoire. Pour se faire, utiliser une syntaxe du genre : m=10 ; n =6 ; d=2 ; w=4 etc.
   – *Exemple d'appel de la fonction MicroPar :* [Z0, vp] = MicroPar(10,10, 1.10,4,3,$1 * 10^{(-9)}$) ;
3. Interpréter la ligne (appuyer sur entrer) ;
4. Le "workspace" de Matlab devrait contenir les deux réponses voulues.

1.3 Projet 3 : Reproduction des exemples

Sachant que dans le précédent rapport, les deux matrices obtenues étaient en tout point semblables à celles fournies, il ne sert a rien de réeffectuer la comparaison.

1.3.1 Exemple 7.5

La matrice obtenu par la fonction mdf avec un seuil de tolérence de 10^{-9} par notre programme est la suivante :

$$V_0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.07043930 & 0.12599118 & 0.14570741 & 0.12599118 & 0.07043930 & 0 \\ 0 & 0.15576603 & 0.28781803 & 0.33084727 & 0.28781803 & 0.15576603 & 0 \\ 0 & 0.26480681 & 0.53866761 & 0.60204562 & 0.53866761 & 0.26480681 & 0 \\ 0 & 0.36479358 & 1 & 1 & 1 & 0.36479358 & 0 \\ 0 & 0.19436750 & 0.41267643 & 0.45633821 & 0.41267643 & 0.19436750 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

En utilisant cette matrice dans la fonction IGauss ainsi que les paramètres suivants :
- $\epsilon_{r1} = \epsilon_{r2} = 1$;
- $\omega = 2$;
- d = 2.

On obtient la capacité suivante :

$$C_0 \approx 38.1549044906185[pF/m] \tag{1.8}$$

Cette valeur est proche de la valeur fournie qui est la suivante :

$$C_{0_{prof}} \approx 38.15571464671[pF/m] \tag{1.9}$$

La différence entre les deux valeurs est de moins de 0.002% et correspond à un taux d'erreur relatif faible.

1.3.2 Exemple 7.6

La matrice obtenu avec un seuil de tolérence de 10^{-9} par notre programme est la suivante :

$$V = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.06983505 & 0.12534299 & 0.14509465 & 0.12534299 & 0.06983505 & 0 \\ 0 & 0.15399721 & 0.28644227 & 0.32969262 & 0.28644227 & 0.15399721 & 0 \\ 0 & 0.25971150 & 0.53673627 & 0.60079129 & 0.53673627 & 0.25971150 & 0 \\ 0 & 0.34811255 & 1 & 1 & 1 & 0.34811255 & 0 \\ 0 & 0.18987646 & 0.41139327 & 0.45569664 & 0.41139327 & 0.18987646 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

En utilisant cette matrice dans la fonction IGauss ainsi que les paramètres suivants :
- $\epsilon_{r1} = 10$
- $\epsilon_{r2} = 1$;
- $\omega = 2$;
- d = 2.

On obtient la capacité suivante :

$$C_0 \approx 227.651093653445[pF/m] \tag{1.10}$$

Cette valeur est proche de la valeur fournie qui est la suivante :

$$C_{0_{prof}} \approx 227.6559274467[pF/m] \tag{1.11}$$

Encore une fois, la différence entre les deux valeurs est de moins de 0.002% ce qui prouve que la fonction produit les résultats escomptés dans une marge de tolérance de 0.002%.

1.4 Projet 4 : Résultats obtenus selon la géométrie et les diélectriques

Les figures obtenues pour les exemples demandés sont présentées à la figure 1.1.Les figures obtenues pour l'exemple supplémentaire demandé sont présentées à la figure 1.2.

On remarque que dans le second exemple, la courbe de l'impédance intrinsèque (Z_0) est similaire à celle du premier, mais que la courbe de vitesse de propagation (v_p) a sa croissance inversée. Pour s'en convaincre on procède à un example limite où les deux permittivités sont égales. Cet exemple additionnel est présenté à la figure 1.3

On note alors que dans cet exemple limite, la vitesse de propagation v_p est constante et que que Z_0 possède la même forme de courbe que les exemples précédents.

En ce qui concerne $\epsilon_{r_{eff}}$, on constate que plus la différence entre ϵ_{r1} et ϵ_{r2} est élevée, plus la pente de $\frac{C_0}{C}$ en fonction du ratio $\frac{w}{d}$ est faible. La valeur de la pente de $\epsilon_{r_{eff}}$ atteint son maximum lorsque ϵ_{r1} et ϵ_{r2} sont égaux.

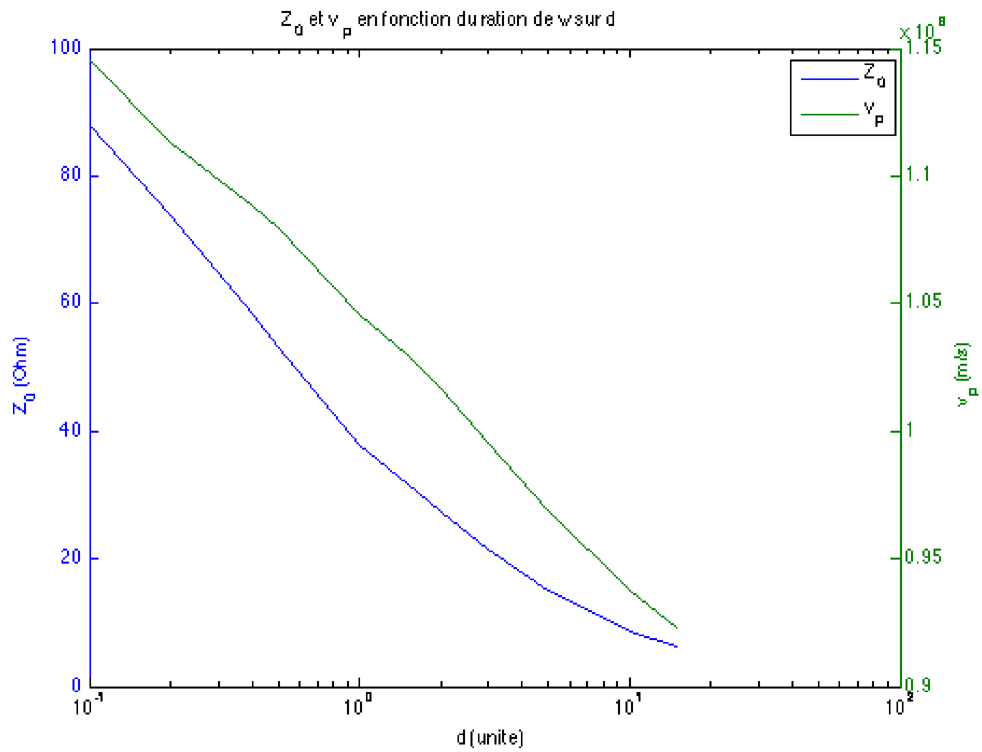

Figure 1.1 – Figures représentant les propriétés intrinsèques de la géométrie du microruban ($Z_0(\frac{w}{d})$ et $v_p(\frac{w}{d})$) pour les caractéristiques données dans l'énoncé du projet IV

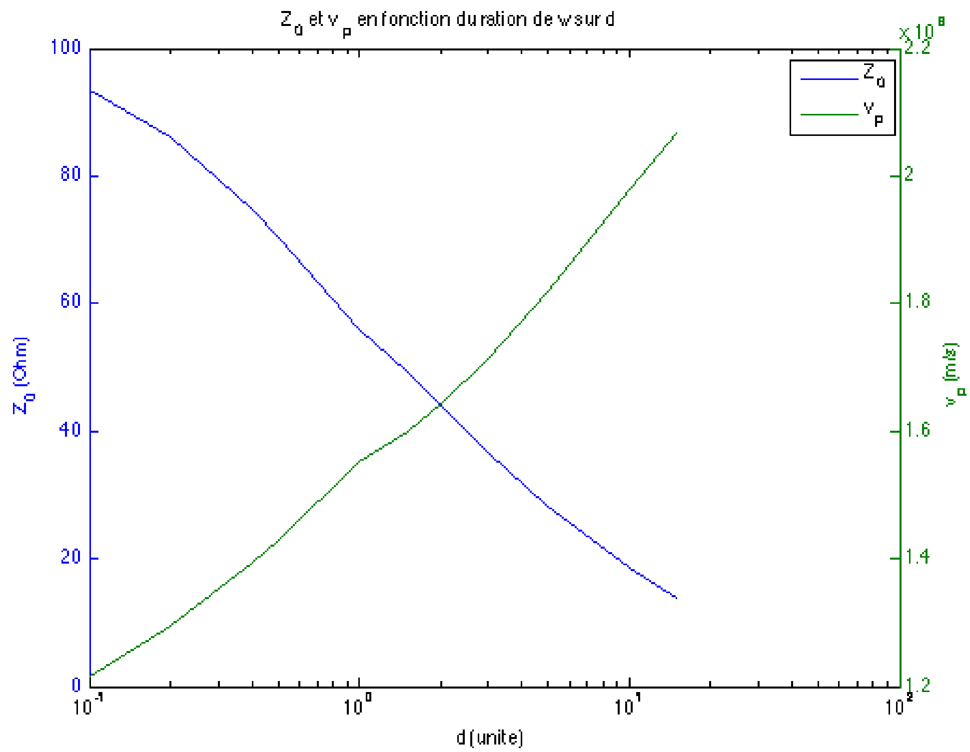

Figure 1.2 – Figures représentant les propriétés intrinsèques de la géométrie du microruban ($Z_0(\frac{w}{d})$ et $v_p(\frac{w}{d})$) pour les caractéristiques données dans l'énoncé du projet IV, mais avec les permittivités ϵ_{r1} et ϵ_{r2} inversées

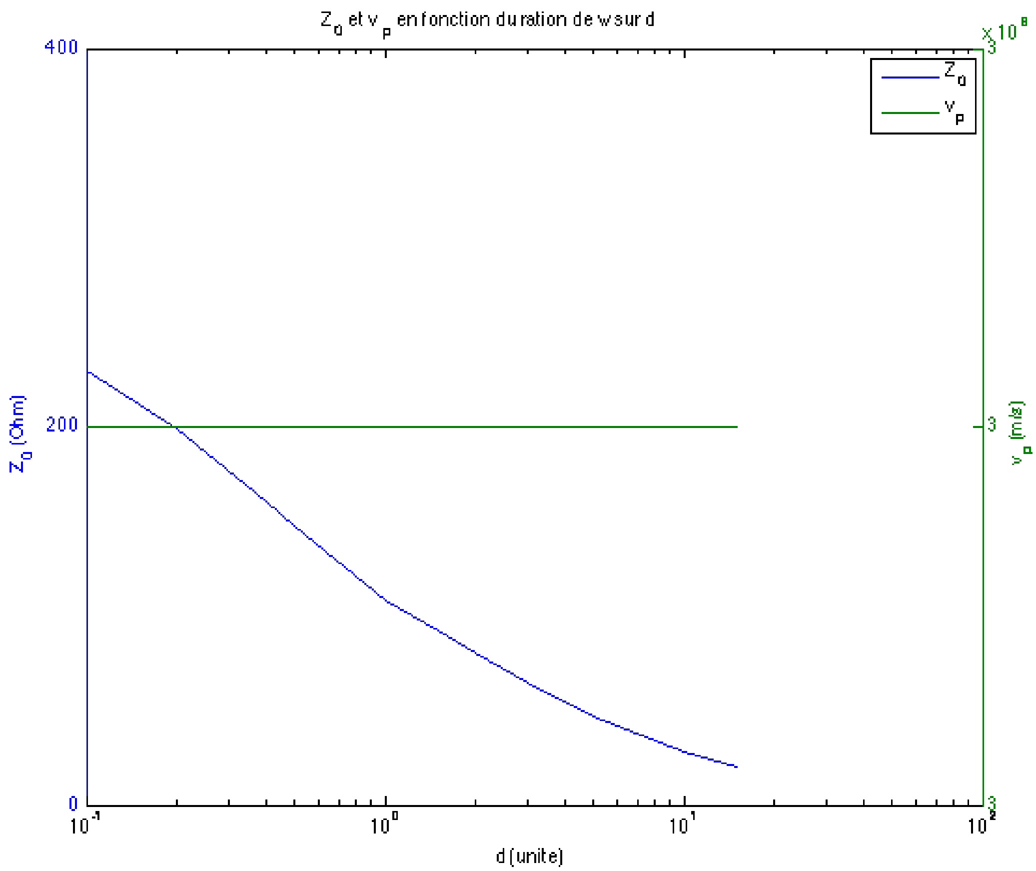

Figure 1.3 – Figures représentant les propriétés intrinsèques de la géométrie du microruban ($Z_0(\frac{w}{d})$ et $v_p(\frac{w}{d})$) pour les caractéristiques données dans l'énoncé du projet IV, mais avec les permittivités ϵ_{r1} et ϵ_{r2} égales à 1