Excerpt of the proof of Theorem 5.8

Franco Barbanera and Mariangiola Dezani-Ciancaglini

We recall the definition of $\mathcal{G}(\mathcal{D}, \mathsf{G}_1, \mathsf{G}_2, \mathsf{G}_3)$ as given in Theorem 5.8 of [1] by cases: first on the last applied rule in the compliance derivation $\mathcal{D}$ and then on the shapes of the global types G_1, G_2 and G_3.

Note that the h, v and w in the definition below are the names of the participants acting as interfaces in the composition dealt with in the proof of Theorem 5.8. Such names have to be explicitely provided as extra arguments in any actual implementation of the function $\mathcal{G}$.

$$\mathit{Case}\ \mathcal{D} = \ [\textsc{comp-}\mathbf{0}]\ \frac{\cdots}{\cdots}$$

$$\mathcal{G}(\mathcal{D}, \mathsf{G}_1, \mathsf{G}_2, \mathsf{G}_3) = \mathsf{G}_1$$

$$\mathit{Case}\ \mathcal{D} = \ [\textsc{comp-o/i-L}]\ \frac{\mathcal{D}_i \quad \forall i \in I}{\cdots}$$

$$\mathcal{G}(\mathcal{D}, \mathsf{G}_1, \mathsf{G}_2, \mathsf{G}_3) = \begin{cases} \mathsf{q} \to \mathsf{v} : \{\lambda_i.\widehat{\mathsf{G}}_i\}_{i \in I'} & \text{if } \mathsf{G}_1 = \mathsf{h} \to \mathsf{p} : \{\lambda_j.\mathsf{G}'_j\}_{j \in J} \quad I \subseteq J \\ & \quad \mathsf{G}_2 = \mathsf{q} \to \mathsf{v} : \{\lambda_i.\mathsf{G}''_i\}_{i \in I'} \quad I' \subseteq I \\ & \text{where } \widehat{\mathsf{G}}_i = \mathsf{v} \to \mathsf{h} : \lambda_i.\mathsf{h} \to \mathsf{p} : \lambda_i.\mathcal{G}(\mathcal{D}_i, \mathsf{G}'_i, \mathsf{G}''_i, \mathsf{G}_3) \\ \mathsf{t} \to \mathsf{u} : \{\lambda_l.\mathcal{G}(\mathcal{D}, \mathsf{G}'_l, \mathsf{G}_2, \mathsf{G}_3)\}_{l \in L} & \text{if } \mathsf{G}_1 = \mathsf{t} \to \mathsf{u} : \{\lambda_l.\mathsf{G}'_l\}_{l \in L} \quad \mathsf{h} \notin \{\mathsf{t}, \mathsf{u}\} \\ \mathsf{t} \to \mathsf{u} : \{\lambda_l.\mathcal{G}(\mathcal{D}, \mathsf{G}_1, \mathsf{G}''_l, \mathsf{G}_3)\}_{l \in L} & \text{if } \mathsf{G}_1 = \mathsf{h} \to \mathsf{p} : \{\lambda_j.\mathsf{G}'_j\}_{j \in J} \\ & \mathsf{G}_2 = \mathsf{t} \to \mathsf{u} : \{\lambda_l.\mathsf{G}''_l\}_{l \in L} \quad \mathsf{v} \notin \{\mathsf{t}, \mathsf{u}\} \end{cases}$$

$$\mathit{Case}\ \mathcal{D} = \ [\textsc{comp-i/o-L}]\ \frac{\mathcal{D}_i \quad \forall i \in I}{\cdots}$$

$$\mathcal{G}(\mathcal{D}, \mathsf{G}_1, \mathsf{G}_2, \mathsf{G}_3) = \begin{cases} \mathsf{p} \to \mathsf{h} : \{\lambda_i.\widehat{\mathsf{G}}_i\}_{i \in I'} & \text{if } \mathsf{G}_1 = \mathsf{p} \to \mathsf{h} : \{\lambda_j.\mathsf{G}'_j\}_{j \in J} \quad I \subseteq J \\ & \quad \mathsf{G}_2 = \mathsf{v} \to \mathsf{q} : \{\lambda_i.\mathsf{G}''_i\}_{i \in I'} \quad I' \subseteq I \\ & \text{where } \widehat{\mathsf{G}}_i = \mathsf{h} \to \mathsf{v} : \lambda_i.\mathsf{v} \to \mathsf{q} : \lambda_i.\mathcal{G}(\mathcal{D}_i, \mathsf{G}'_i, \mathsf{G}''_i, \mathsf{G}_3) \\ \mathsf{t} \to \mathsf{u} : \{\lambda_l.\mathcal{G}(\mathcal{D}, \mathsf{G}'_l, \mathsf{G}_2, \mathsf{G}_3)\}_{l \in L} & \text{if } \mathsf{G}_1 = \mathsf{t} \to \mathsf{u} : \{\lambda_l.\mathsf{G}'_l\}_{l \in L} \quad \mathsf{h} \notin \{\mathsf{t}, \mathsf{u}\} \\ \mathsf{t} \to \mathsf{u} : \{\lambda_l.\mathcal{G}(\mathcal{D}, \mathsf{G}_1, \mathsf{G}''_l, \mathsf{G}_3)\}_{l \in L} & \text{if } \mathsf{G}_1 = \mathsf{h} \to \mathsf{p} : \{\lambda_j.\mathsf{G}'_j\}_{j \in J} \\ & \mathsf{G}_2 = \mathsf{t} \to \mathsf{u} : \{\lambda_l.\mathsf{G}''_l\}_{l \in L} \quad \mathsf{v} \notin \{\mathsf{t}, \mathsf{u}\} \end{cases}$$

$$\mathit{Case}\ \mathcal{D} = \ [\textsc{comp-o/i-R}]\ \frac{\mathcal{D}_i \quad \forall i \in I}{\cdots}$$

$$\mathcal{G}(\mathcal{D},\mathsf{G}_1,\mathsf{G}_2,\mathsf{G}_3)=\begin{cases}\mathsf{q}\to\mathsf{w}:\{\lambda_i.\widehat{\mathsf{G}}_i\}_{i\in I'} & \text{if } \mathsf{G}_1=\mathsf{h}\to\mathsf{p}:\{\lambda_j.\mathsf{G}'_j\}_{j\in J}\quad I\subseteq J\\ & \quad \mathsf{G}_3=\mathsf{q}\to\mathsf{v}:\{\lambda_i.\mathsf{G}'''_i\}_{i\in I'}\quad I'\subseteq I\\ & \text{where } \widehat{\mathsf{G}}_i=\mathsf{w}\to\mathsf{h}:\lambda_i.\mathsf{h}\to\mathsf{p}:\lambda_i.\mathcal{G}(\mathcal{D}_i,\mathsf{G}'_i,\mathsf{G}''_i,\mathsf{G}_3)\\ \mathsf{t}\to\mathsf{u}:\{\lambda_l.\mathcal{G}(\mathcal{D},\mathsf{G}'_l,\mathsf{G}_2,\mathsf{G}_3)\}_{l\in L} & \text{if } \mathsf{G}_1=\mathsf{t}\to\mathsf{u}:\{\lambda_l.\mathsf{G}'_l\}_{l\in L}\quad \mathsf{h}\notin\{\mathsf{t},\mathsf{u}\}\\ \mathsf{t}\to\mathsf{u}:\{\lambda_l.\mathcal{G}(\mathcal{D},\mathsf{G}_1,\mathsf{G}''_l,\mathsf{G}_3)\}_{l\in L} & \text{if } \mathsf{G}_1=\mathsf{h}\to\mathsf{p}:\{\lambda_j.\mathsf{G}'_j\}_{j\in J}\\ & \mathsf{G}_2=\mathsf{t}\to\mathsf{u}:\{\lambda_l.\mathsf{G}''_l\}_{l\in L}\quad \mathsf{v}\notin\{\mathsf{t},\mathsf{u}\}\end{cases}$$

$$\textit{Case } \mathcal{D} = \text{[COMP-I/O-R]}\ \dfrac{\mathcal{D}_i \quad \forall i\in I}{\cdots}$$

$$\mathcal{G}(\mathcal{D},\mathsf{G}_1,\mathsf{G}_2,\mathsf{G}_3)=\begin{cases}\mathsf{p}\to\mathsf{h}:\{\lambda_i.\widehat{\mathsf{G}}_i\}_{i\in I'} & \text{if } \mathsf{G}_1=\mathsf{p}\to\mathsf{h}:\{\lambda_j.\mathsf{G}'_j\}_{j\in J}\quad I\subseteq J\\ & \quad \mathsf{G}_3=\mathsf{v}\to\mathsf{q}:\{\lambda_i.\mathsf{G}'''_i\}_{i\in I'}\quad I'\subseteq I\\ & \text{where } \widehat{\mathsf{G}}_i=\mathsf{h}\to\mathsf{v}:\lambda_i.\mathsf{v}\to\mathsf{q}:\lambda_i.\mathcal{G}(\mathcal{D}_i,\mathsf{G}'_i,\mathsf{G}_2,\mathsf{G}''')\\ \mathsf{t}\to\mathsf{u}:\{\lambda_l.\mathcal{G}(\mathcal{D},\mathsf{G}'_l,\mathsf{G}_2,\mathsf{G}_3)\}_{l\in L} & \text{if } \mathsf{G}_1=\mathsf{t}\to\mathsf{u}:\{\lambda_l.\mathsf{G}'_l\}_{l\in L}\quad \mathsf{h}\notin\{\mathsf{t},\mathsf{u}\}\\ \mathsf{t}\to\mathsf{u}:\{\lambda_l.\mathcal{G}(\mathcal{D},\mathsf{G}_1,\mathsf{G}_2,\mathsf{G}''')\}_{l\in L} & \text{if } \mathsf{G}_1=\mathsf{h}\to\mathsf{p}:\{\lambda_j.\mathsf{G}'_j\}_{j\in J}\\ & \mathsf{G}_3=\mathsf{t}\to\mathsf{u}:\{\lambda_l.\mathsf{G}'''_l\}_{l\in L}\quad \mathsf{w}\notin\{\mathsf{t},\mathsf{u}\}\end{cases}$$

$$\textit{Case } \mathcal{D} = \text{[COMP-O-A]}\ \dfrac{\mathcal{D}_i \quad \forall i\in I}{\cdots}$$

$$\mathcal{G}(\mathcal{D},\mathsf{G}_1,\mathsf{G}_2,\mathsf{G}_3)=\begin{cases}\mathsf{h}\to\mathsf{p}:\{\lambda_i.\mathcal{G}(\mathcal{D}_i,\mathsf{G}'_i,\mathsf{G}_2,\mathsf{G}_3)\}_{i\in I} & \text{if } \mathsf{G}_1=\mathsf{h}\to\mathsf{p}:\{\lambda_i.\mathsf{G}'_i\}_{i\in I}\\ \mathsf{t}\to\mathsf{u}:\{\lambda_j.\mathcal{G}(\mathcal{D},\mathsf{G}'_j,\mathsf{G}_2,\mathsf{G}_3)\}_{j\in J} & \text{if } \mathsf{G}_1=\mathsf{t}\to\mathsf{u}:\{\lambda_j.\mathsf{G}'_j\}_{j\in J}\quad \mathsf{h}\notin\{\mathsf{t},\mathsf{u}\}\end{cases}$$

$$\textit{Case } \mathcal{D} = \text{[COMP-O-A]}\ \dfrac{\mathcal{D}_i \quad \forall i\in I}{\cdots}$$

$$\mathcal{G}(\mathcal{D},\mathsf{G}_1,\mathsf{G}_2,\mathsf{G}_3)=\begin{cases}\mathsf{p}\to\mathsf{h}:\{\lambda_i.\mathcal{G}(\mathcal{D}_i,\mathsf{G}'_i,\mathsf{G}_2,\mathsf{G}_3)\}_{i\in I} & \text{if } \mathsf{G}_1=\mathsf{p}\to\mathsf{h}:\{\lambda_i.\mathsf{G}'_i\}_{i\in I}\\ \mathsf{t}\to\mathsf{u}:\{\lambda_j.\mathcal{G}(\mathcal{D},\mathsf{G}'_j,\mathsf{G}_2,\mathsf{G}_3)\}_{j\in J} & \text{if } \mathsf{G}_1=\mathsf{t}\to\mathsf{u}:\{\lambda_j.\mathsf{G}'_j\}_{j\in J}\quad \mathsf{h}\notin\{\mathsf{t},\mathsf{u}\}\end{cases}$$

References

[1] Franco Barbanera and Mariangiola Dezani-Ciancaglini. Partial typing for open compliance in multiparty sessions. submitted, 2024.