

Estrutura de Dados I

Luciana Lee

15

Exclusão em Árvore Binária de Busca

Tópicos da Aula

- 1 Exclusão de um Nó
- 2 Exclusão de um nó folha
- 3 Exclusão de um nó interno com apenas uma subárvore
- 4 Exclusão de um nó interno com duas subárvores
 - Nó Predecessor
 - Nó Sucessor
 - Exclusão utilizando o sucessor do nó

Exclusão de um nó

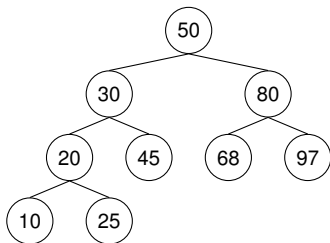
- Vamos trabalhar a exclusão física de um nó

Exclusão de um nó

- Vamos trabalhar a exclusão física de um nó
- A exclusão de um nó na árvore deve preservar as propriedades de árvore binária de busca

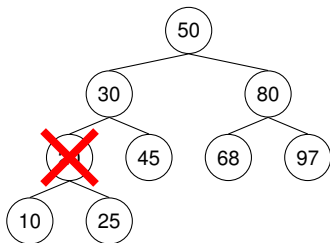
Exclusão de um nó

- Vamos trabalhar a exclusão física de um nó
- A exclusão de um nó na árvore deve preservar as propriedades de árvore binária de busca
- Exemplo: Remover a chave 20.



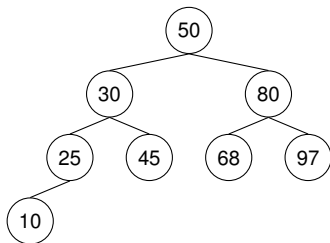
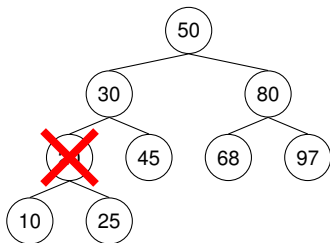
Exclusão de um nó

- Vamos trabalhar a exclusão física de um nó
- A exclusão de um nó na árvore deve preservar as propriedades de árvore binária de busca
- Exemplo: Remover a chave 20.



Exclusão de um nó

- Vamos trabalhar a exclusão física de um nó
- A exclusão de um nó na árvore deve preservar as propriedades de árvore binária de busca
- Exemplo: Remover a chave 20.

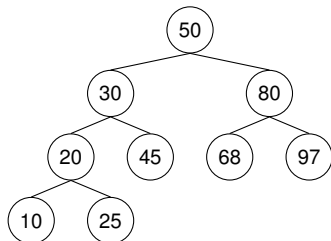


Exclusão de um nó

- A exclusão física de um nó abrange 3 casos:
 - ▶ **Caso 1:** O nó excluído é uma folha
 - ▶ O nó excluído é **nó interno**
 - ★ **Caso 2:** possui apenas uma subárvore não vazia
 - ★ **Caso 3:** possui duas subárvores não vazias

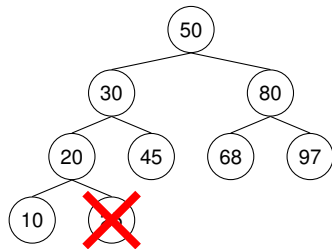
Caso 1: Nó folha

- Quando o nó a ser removido é uma folha, basta removê-lo
- Sempre lembrar de desalocar a memória
- Exemplo:
 - ▶ remover a chave 25
 - ▶ remover a chave 45



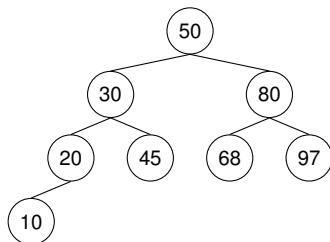
Caso 1: Nó folha

- Quando o nó a ser removido é uma folha, basta removê-lo
- Sempre lembrar de desalocar a memória
- Exemplo:
 - ▶ remover a chave 25
 - ▶ remover a chave 45



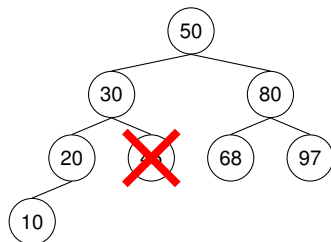
Caso 1: Nó folha

- Quando o nó a ser removido é uma folha, basta removê-lo
- Sempre lembrar de desalocar a memória
- Exemplo:
 - ▶ remover a chave 25
 - ▶ remover a chave 45



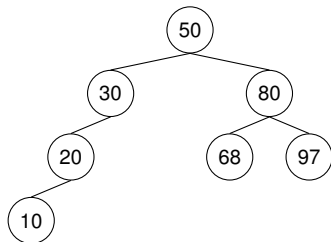
Caso 1: Nó folha

- Quando o nó a ser removido é uma folha, basta removê-lo
- Sempre lembrar de desalocar a memória
- Exemplo:
 - ▶ remover a chave 25
 - ▶ remover a chave 45



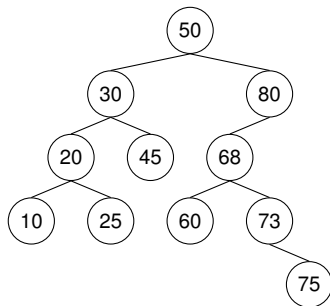
Caso 1: Nó folha

- Quando o nó a ser removido é uma folha, basta removê-lo
- Sempre lembrar de desalocar a memória
- Exemplo:
 - ▶ remover a chave 25
 - ▶ remover a chave 45



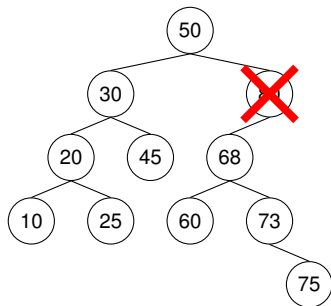
Caso 2: Nó interno com apenas uma subárvore não vazia

- O nó raiz da subárvore ocupa a posição do nó removido na árvore.
- Remover a chave 80
- Remover a chave 73



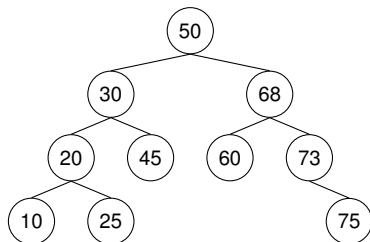
Caso 2: Nó interno com apenas uma subárvore não vazia

- O nó raiz da subárvore ocupa a posição do nó removido na árvore.
- Remover a chave 80
- Remover a chave 73



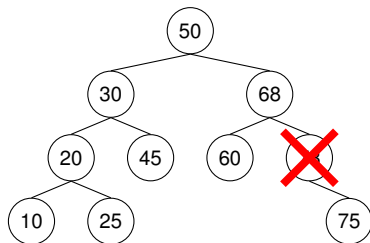
Caso 2: Nó interno com apenas uma subárvore não vazia

- O nó raiz da subárvore ocupa a posição do nó removido na árvore.
- Remover a chave 80
- Remover a chave 73



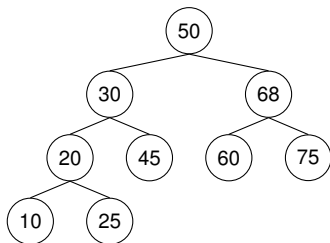
Caso 2: Nó interno com apenas uma subárvore não vazia

- O nó raiz da subárvore ocupa a posição do nó removido na árvore.
- Remover a chave 80
- Remover a chave 73



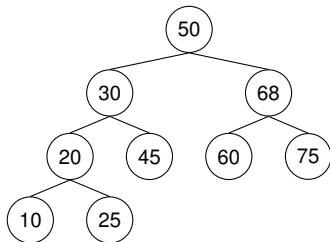
Caso 2: Nó interno com apenas uma subárvore não vazia

- O nó raiz da subárvore ocupa a posição do nó removido na árvore.
- Remover a chave 80
- Remover a chave 73



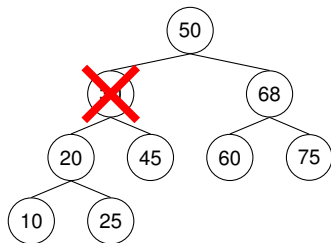
Caso 3: Nó interno com duas subárvores não vazias

- Remover a chave 30



Caso 3: Nó interno com duas subárvores não vazias

- Remover a chave 30
- Precisamos reestruturar a árvore



Caso 3: Nó interno com duas subárvores não vazias

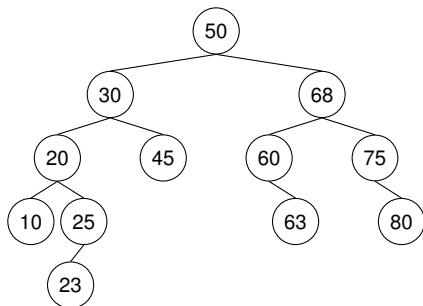
- Estratégia recursiva

- ▶ Trocar o valor do nó a ser removido com:
 - ★ O valor do nó que tenha a **maior chave** da sua **subárvore esquerda** (**Nó Predecessor**); **OU**
 - ★ O valor do nó que tenha a **menor chave** da sua **subárvore direita** (**Nó Sucessor**)
- ▶ Ir para a subárvore onde foi feita a troca e remover fisicamente o nó.

Nó Predecessor

- Como encontrar o nó predecessor de um nó x da árvore?

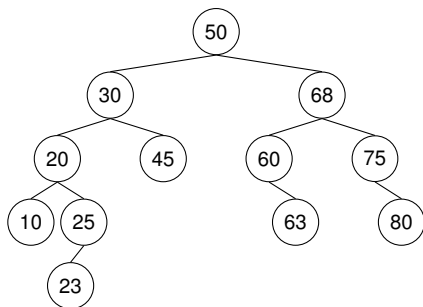
- predecessor de 50?
- predecessor de 30?
- predecessor de 68?



Nó Sucessor

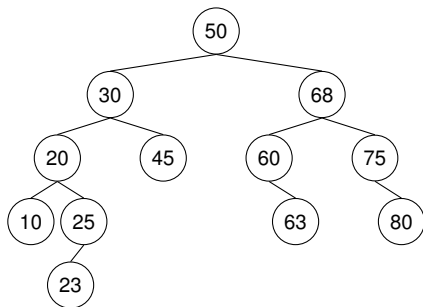
- Como encontrar o nó sucessor de um nó x da árvore?

- sucessor de 20?
- sucessor de 50?
- sucessor de 68?



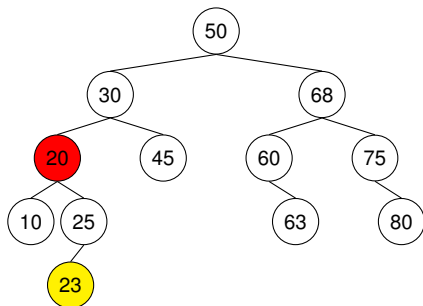
Caso 3: nó com duas subárvores não vazias

- Excluir a chave 20
 - ▶ Sucessor: 23
- Excluir a chave 50
- Excluir a chave 68
 - ▶ Sucessor: 75



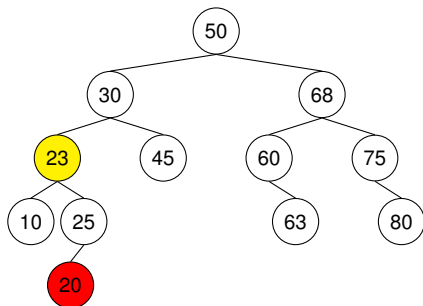
Caso 3: nó com duas subárvores não vazias

- Excluir a chave 20
 - ▶ Sucessor: 23
- Excluir a chave 50
- Excluir a chave 68
 - ▶ Sucessor: 75



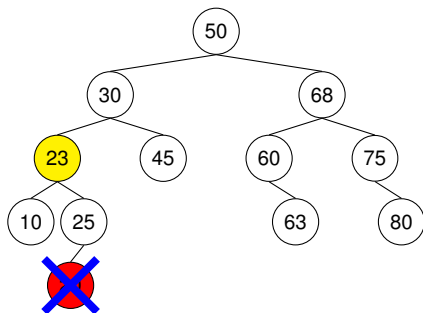
Caso 3: nó com duas subárvores não vazias

- Excluir a chave 20
 - ▶ Sucessor: 23
- Excluir a chave 50
 - ▶ Sucessor: 60
- Excluir a chave 68
 - ▶ Sucessor: 75



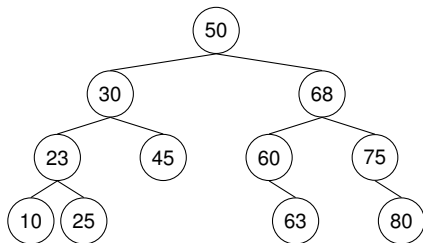
Caso 3: nó com duas subárvores não vazias

- Excluir a chave 20
 - ▶ Sucessor: 23
- Excluir a chave 50
 - ▶ Sucessor: 23
- Excluir a chave 68
 - ▶ Sucessor: 75



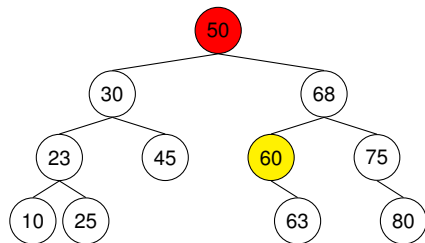
Caso 3: nó com duas subárvores não vazias

- Excluir a chave 20
 - ▶ Sucessor: 23
- Excluir a chave 50
 - ▶ Sucessor: 60
- Excluir a chave 68
 - ▶ Sucessor: 75



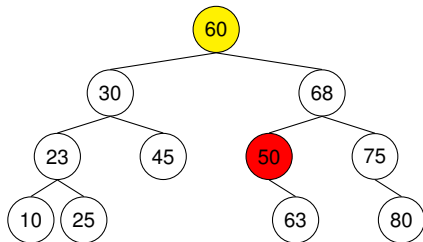
Caso 3: nó com duas subárvores não vazias

- Excluir a chave 20
 - ▶ Sucessor: 23
- Excluir a chave 50
 - ▶ Sucessor: 60
- Excluir a chave 68
 - ▶ Sucessor: 75



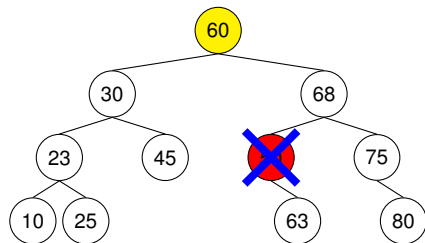
Caso 3: nó com duas subárvores não vazias

- Excluir a chave 20
 - ▶ Sucessor: 23
- Excluir a chave 50
 - ▶ Sucessor: 60
- Excluir a chave 68
 - ▶ Sucessor: 75



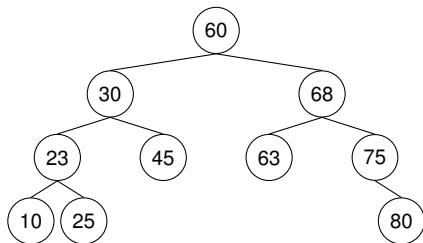
Caso 3: nó com duas subárvores não vazias

- Excluir a chave 20
 - ▶ Sucessor: 23
- Excluir a chave 50
 - ▶ Sucessor: 60
- Excluir a chave 68
 - ▶ Sucessor: 75



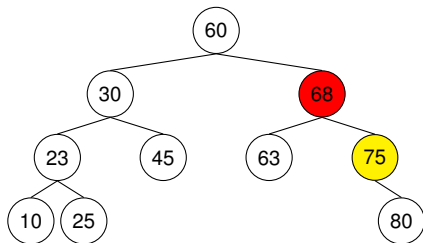
Caso 3: nó com duas subárvores não vazias

- Excluir a chave 20
 - ▶ Sucessor: 23
- Excluir a chave 50
 - ▶ Sucessor: 60
- Excluir a chave 68
 - ▶ Sucessor: 75



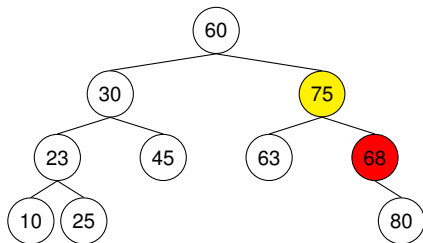
Caso 3: nó com duas subárvores não vazias

- Excluir a chave 20
 - ▶ Sucessor: 23
- Excluir a chave 50
 - ▶ Sucessor: 60
- Excluir a chave 68
 - ▶ Sucessor: 75



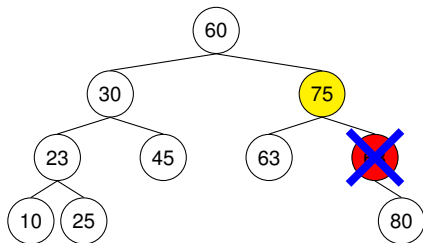
Caso 3: nó com duas subárvores não vazias

- Excluir a chave 20
 - ▶ Sucessor: 23
- Excluir a chave 50
 - ▶ Sucessor: 60
- Excluir a chave 68
 - ▶ Sucessor: 75



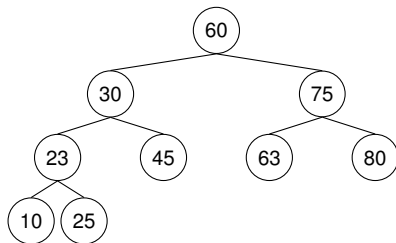
Caso 3: nó com duas subárvores não vazias

- Excluir a chave 20
 - ▶ Sucessor: 23
- Excluir a chave 50
 - ▶ Sucessor: 60
- Excluir a chave 68
 - ▶ Sucessor: 75



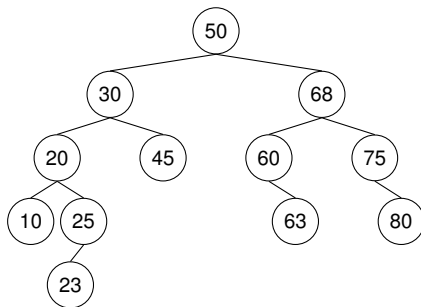
Caso 3: nó com duas subárvores não vazias

- Excluir a chave 20
 - ▶ Sucessor: 23
- Excluir a chave 50
 - ▶ Sucessor: 60
- Excluir a chave 68
 - ▶ Sucessor: 75



Exercício

- Neste exercício, utilize o sucessor quando a chave a ser removida possui duas subárvores não vazias.
- Dada a ABB a seguir, realize a seguinte sequência de exclusões:
 - ▶ 10, 30, 45, 50, 60, 68



Dúvidas?