Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura
UNIVERSIDAD NACIONAL DE ROSARIO
Av. Pellegrini 250. S2000BTP Rosario. Sta. Fe

Álgebra y Geometría Analítica II - ECEN - 2024

EXAMEN FINAL - PRIMERA PARTE - 10 de diciembre 2024

PROMOVIDOS: Ejercicios 1 y 2. REGULARES: Ejercicios del 1 al 5. LIBRES: Todos los ejercicios.

Apellido y nombre:

Legajo: DNI: Comisión: Carrera:

Justificar debidamente todas sus respuestas.

1. *a*) Dada la siguiente ecuación de segundo grado en tres variables, establecer a qué cuádrica corresponde:
$$36z + x^2 + 4y^2 - 28 - 2x = 9z^2 + 8.$$
   b) Fijando $y = 0$, establecer qué curva queda determinada (contenida en el plano xz) y en caso de ser una cónica, establecer sus parámetros (focos, directrices, vértices, asíntotas, ejes de simetría, etcétera según corresponda).
   c) Graficar en el plano xz la curva obtenida en el item anterior.

2. Se considera la recta de ecuaciónes paramétricas:
$$r)\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -1 + t. \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$
y la cónica de ecuaciones paramétricas:
$$p)\begin{cases} x = -2 + \cos(s) \\ y = -1 + 2\mathrm{sen}(s) \end{cases} \quad s \in [0, 2\pi]$$
   a) Caracterizar la cónica p) determinando todos sus características más importantes.
   b) Hallar, si existen, él o los puntos de intersección entre $r)$ y $p)$.

ESCUELA DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
Av. Pellegrini 250. Rosario
+54 0341 - 480 2649 internos 216 - 119

Álgebra y Geometría Analítica II - ECEN - 2024

EXAMEN FINAL - PRIMERA PARTE - 10 de diciembre 2024

PROMOVIDOS: Ejercicios 1 y 2. REGULARES: Ejercicios del 1 al 5. LIBRES: Todos los ejercicios.

Apellido y nombre:

---

3. Para armar una boleta de cierto juego de azar, se deben elegir 6 números enteros distintos entre el 0 y el 36 y luego 3 vocales del abecedario (no necesariamente distintas).

   a) ¿De cuántas maneras diferentes se puede armar la boleta si no importa el orden en que se eligen los números y las letras?

   b) ¿De cuántas maneras diferentes se puede armar la boleta en caso en que sí importa el orden en que se eligen tanto los números como las letras?

4. Dados los vectores

$$\overline{u_1} = (b,1,1,0), \quad \overline{u_2} = (1,a,0,0), \quad \overline{u_3} = (2,0,0,0), \quad \overline{u_4} = (0,0,0,1) \quad .$$

   a) Calcular todos los valores de $a, b \in \mathbb{R}$ para que los vectores constituyan una base de $\mathbb{R}^4$.

   b) Para $a = 0$, $b = 3$ demostrar que si A es la matriz 4×4 cuyas filas son respectivamente $\overline{u_1}$, $\overline{u_2}$, $\overline{u_3}$ y $\overline{u_4}$ y llamando a $\overline{c} = (c_1, c_2, c_3, c_4)^t$ entonces

$$A\overline{x} = \overline{c} \text{ tiene solución } \Leftrightarrow c_3 = 2c_2.$$

   c) Para $a = 0$, $b = 3$, $\overline{d} = (4,1,2,0)^t$ y A como en el item anterior, describir el conjunto solución del sistema $A\overline{x} = \overline{d}$.

5. Indicar si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas justificando la respuesta:

   a) Si A es una matriz $n \times n$ invertible y tal que $A^2 = A$ entonces para todo $k \in \mathbb{R}$, $det(kA) = k^n$.

   b) Si v_1, v_2 y v_3 son vectores l.i. de $\mathbb{R}^n$ entonces los vectores $w_1 = v_1 - v_2$, $w_2 = v_2 - v_3$ y $w_3 = v_3$ también son l.i.

   c) La ecuación matricial $X^4 = I$, donde tanto X como I son matrices de orden 2×2, tiene solución única.

Complemento para alumnos libres

6. En un examen tipo multiple-choice, las preguntas correctas suman un punto y las incorrectas restan medio punto. En total hay 100 preguntas y no se admiten respuestas en blanco (hay que contestar todas). La nota de un alumno es 86,5 sobre 100. Calcular el número de preguntas que contestó correcta e incorrectamente.

7. Sea

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

   a) Hallar A^{-1}.

   b) Calcular $X \in \mathbb{R}^{3\times 3}$ tal que $4A^t + AX = A^2$.