

TEMA 4: GESTIÓN DE PROYECTOS

El método de la ruta crítica (CPM, por sus siglas en inglés) y la técnica de evaluación revisión de programas (PERT, por sus siglas en inglés) son métodos basados en redes diseñados para ayudar a planificar, programar y controlar proyectos. Un proyecto se define como un conjunto de actividades interrelacionadas donde cada actividad consume tiempo y recursos. El objetivo de CPM y PERT es idear herramientas analíticas para programar las actividades. Primero se definen las actividades del proyecto, sus relaciones de precedencia y sus requerimientos de tiempo. Luego se modelan las relaciones de precedencia entre las actividades como una red. El tercer paso implica cálculos específicos para desarrollar el cronograma. Durante la fase de ejecución real, es posible que la ejecución de las actividades no se desarrollen de acuerdo a como se planeó, en el sentido de que algunas de las actividades pueden ser despachadas o demoradas. Cuando esto sucede, el programa se actualiza para reflejar las realidades en el terreno. (Taha, 2012). Se distinguirán dos situaciones, con y sin incertidumbre en la determinación de los tiempos de duración de cada actividad. Comenzamos con el desarrollo de un ejemplo, que permitirá revisar los pasos con mayor claridad

1. SI LOS TIEMPOS SON CIERTOS

EJEMPLO CPM

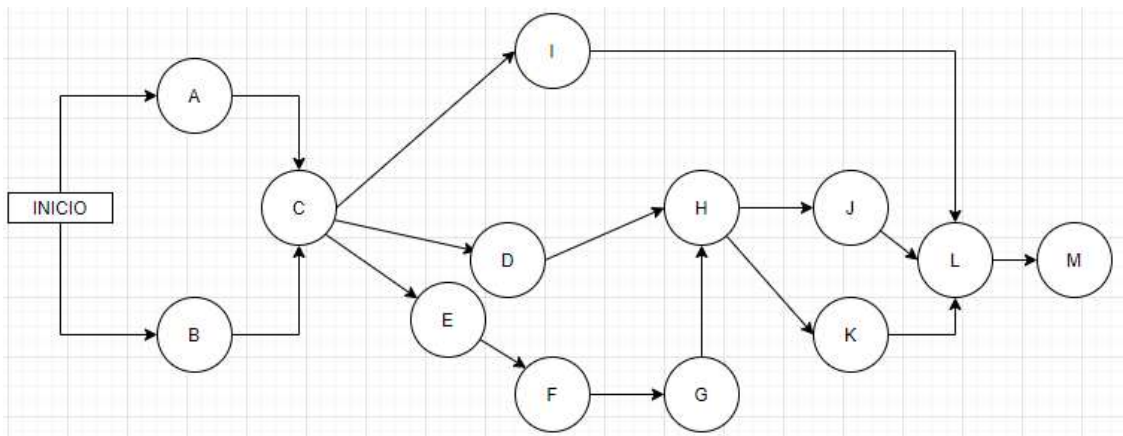
Plan de Socialización Zonas Wi-Fi

El presente plan, tiene como finalidad describir la iniciativa de socialización del proyecto Wi-Fi a nivel nacional y la generación del interés de los entes territoriales para el entendimiento y apoyo en la implementación del proyecto. Dicho ejercicio se potencializa con la socialización del plan mediante talleres, eventos, etc. que a bien tenga decidir la Dirección de promoción del MinTIC. El enfoque inicial tiene como objetivo priorizar, articular e impulsar la apropiación de la tecnología mediante el uso de las Zonas Wi-Fi como elemento habilitador (medio de comunicación, información, capacitación, etc.) de la disminución de la brecha digital mediante la promoción del internet, la masificación de su uso y su uso efectivo de las TICs dentro de la comunidad.

Planilla de resumen de actividades de socialización del proyecto: Cronograma

Id tarea	Descripción de la tarea	Predecesoras inmediatas	Tiempos de actividad (semana)
A	Revisión de sitio y estudio de cobertura	-	3
B	Compra de equipamiento	-	2
C	Diseño final de la solución	A,B	4
D	Contratación líneas de comunicación	C	2
E	Configuración de equipos y logística	C	1
F	Provisión líneas de comunicación	B,E	3
G	Instalación de cableado, infraestructura y equipamiento	F	6
H	Configuración de red, sistema de gestión y monitorización	D,G	2
I	Desarrollo y producción portal captivo	C	3
J	Pruebas de red	H	1
K	Certificación funcional de la red Completa	H	5
L	Inicio de operaciones y Comercialización	I,J,K	1
M	Revisión FINAL	L	2

El primer paso será construir la red, para ello observe que hay dos nodos que no tienen predecesoras (A y B) a los efectos del cálculo que realizaremos debemos tener un único nodo de origen y final, en este caso el nodo final está dado y es único (M) por lo que sólo necesitaremos de un nodo artificial para el comienzo que llamaremos Inicio



Esta es la red que representa este proyecto, note que ningún nodo puede quedar suelto, si esto ocurriera debe unirse al nodo final con una conexión ficticia.

Ahora necesitamos calcular la ruta crítica, es decir aquella ruta o rutas que tienen mayor duración. Es la ruta más larga, y todas las actividades que forman parte de ella no tienen holgura, por lo que un retraso en cualquiera de ellas significará un retraso en la fecha fin del proyecto completo.

La ruta crítica no necesariamente es única, pueden existir varias pero todas con igual duración. Una actividad es crítica si sus tiempos de inicio y terminación están predeterminados (fijos). Una actividad es no crítica si puede ser programada en un espacio de tiempo mayor que su duración, lo que permite tiempos de inicio y terminación flexibles (dentro de los límites).

Para ello deberemos calcular los tiempos de inicio y terminación más tempranos o cercanos y luego los más lejanos o tardíos de modo tal que permitirá contestar preguntas como

1. ¿Cuándo quedará terminado todo el proyecto?
2. ¿Cuáles son las actividades o tareas críticas en el proyecto, es decir, las que demorarán todo el proyecto si se retrasan?
3. ¿Cuáles son las actividades no críticas, es decir, aquellas que pueden demorarse sin retrasar la terminación de todo el proyecto?

Cálculo de los Tiempos de Inicio y Terminación más Tempranos

Tiempo de inicio más cercano (IC): lo más pronto que se puede comenzar una actividad sin contravenir los requerimientos de precedencia inmediata.

Tiempo de terminación más cercana (TC): lo más pronto que se puede terminar una actividad.

Tiempo de inicio más lejano (IL): lo más tarde que se puede comenzar una actividad sin retrasar todo el proyecto.

Tiempo de terminación más lejana (TL): lo más tarde que se puede terminar una actividad sin retrasar todo el proyecto.

Estos tiempos se representan en los nodos de la red, al igual que los tiempos de las actividades, como se indica en seguida, de acuerdo a la bibliografía podrás encontrar diferentes formas de notación, esta es solo una que convenimos en el marco de la asignatura, pero puedes utilizar la que prefieras

Id de la tarea	Duración
IC	IL
TC	TL

Los cálculos se inician en el nodo 1, en nuestro caso el inicio y avanzan recursivamente hacia el nodo enésimo, en nuestro ejemplo M.

Completaremos la red desde el origen al destino calculando los IC y TC donde:

TIEMPOS MÁS CERCANOS Existen dos reglas básicas al calcular los tiempos IC y TC.

- La primera es para el tiempo de terminación más cercana, que se calcula como sigue: Terminación más cercana = inicio más cercano + tiempo esperado de la actividad

IC = TC del nodo anterior

y

TC = IC + duración de la tarea (t)

$$IC_A = 0 \text{ y } TC_A = 0 + 3 = 3$$

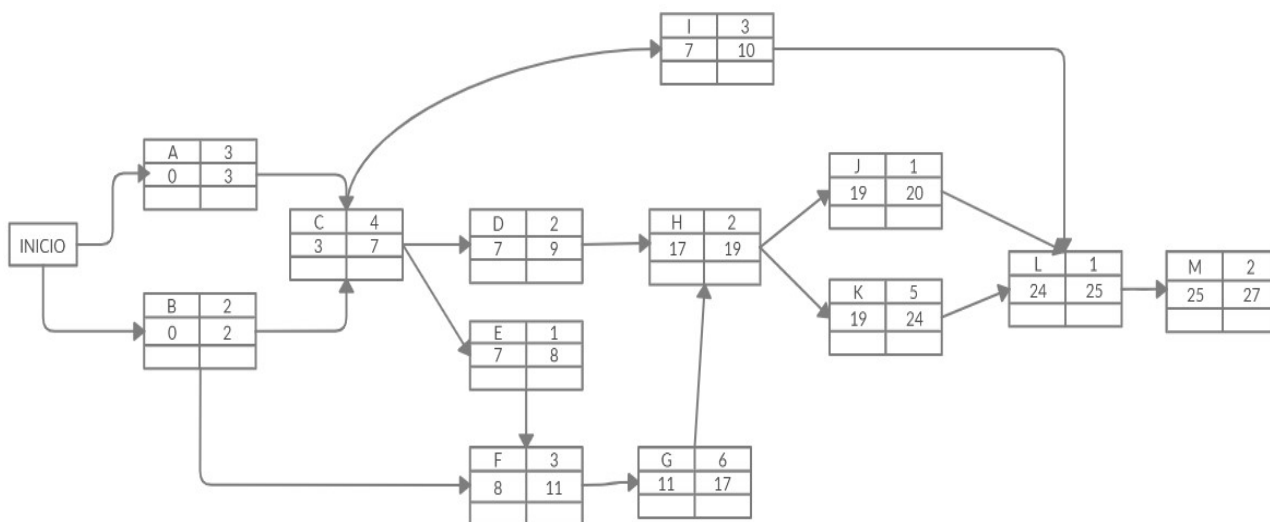
- La segunda es para el tiempo de terminación más cercana, que se calcula como sigue:

El IC es la TC mayor entre las predecesoras inmediatas.

Además, antes de que una actividad pueda comenzar, todas sus actividades predecesoras deben estar terminadas. En otras palabras, buscamos la mayor TC de todas las predecesoras inmediatas para determinar el IC.

El inicio de todo el proyecto se establece en el tiempo cero. Por lo tanto, cualquier actividad que no tenga predecesoras tendrá un inicio cercano en el tiempo cero.

Así la revisión hacia delante de toda la red queda



Cálculo de los Tiempos de Inicio y Terminación más Lejanos

TIEMPOS MÁS LEJANOS El siguiente paso para encontrar la ruta crítica es calcular el tiempo de inicio más lejano (IL) y el tiempo de terminación más lejano (TL) para cada actividad. Hacemos esto mediante una revisión hacia atrás por la red, es decir, comenzamos en la terminación del proyecto y trabajamos hacia atrás.

Hay que tener en cuenta dos reglas básicas al calcular los tiempos más lejanos.

- La primera regla implica el tiempo de inicio más lejano, que se calcula como:
Tiempo de inicio más lejano = Tiempo de terminación más lejano - tiempo de la actividad

$$IL = TL - t$$

Asimismo, como todas las predecesoras inmediatas deben estar terminadas antes de que pueda comenzar la actividad, el tiempo de inicio más lejano de una actividad determina el tiempo de terminación más lejano de sus predecesoras inmediatas. Si una actividad es predecesora inmediata de dos o más actividades, debe terminar para que todas las actividades siguientes comiencen en su tiempo de inicio más lejano.

- La segunda regla incluye el tiempo de terminación más lejano, que se calcula como:

Terminación más lejano = inicio más lejano menor entre todas las actividades que siguen, o bien,

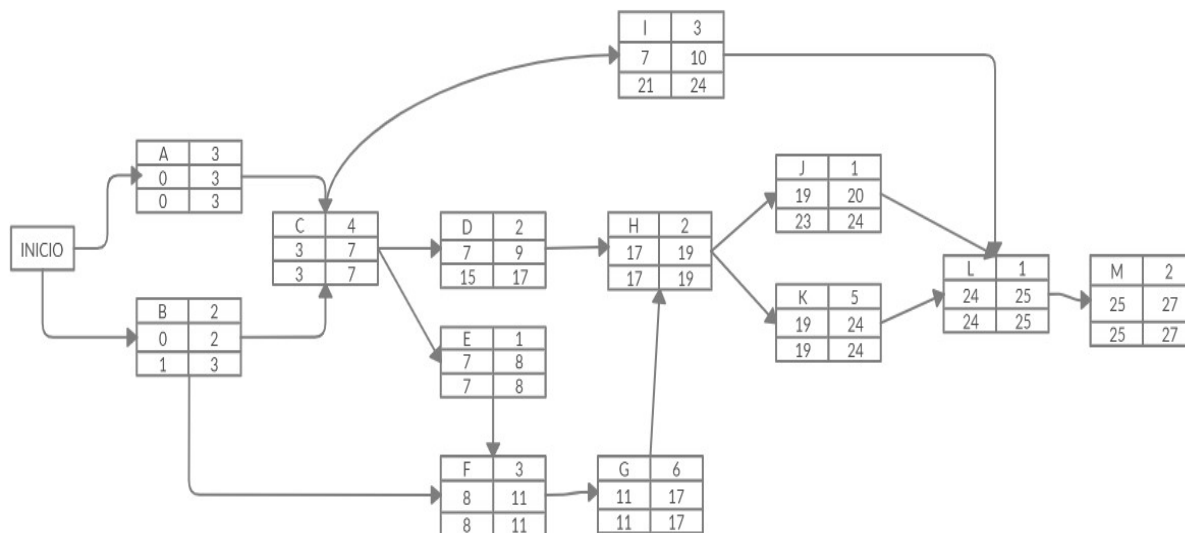
$$TL = IL \text{ menor entre las siguientes actividades}$$

Para calcular los tiempos más lejanos, comenzamos en el nodo de terminación y trabajamos hacia atrás. Como el tiempo de terminación para el proyecto es 27, la actividad M tiene $TL=27$. El inicio lejano para la actividad M es:

$$IL_M = TL_M - t_M = 27 - 2 = 25 \text{ semanas}$$

Continuando hacia atrás, este tiempo de inicio más lejano de 25 semanas se convierte en el tiempo de terminación más lejano para las actividades predecesoras inmediatas, en nuestro caso L. Todos los tiempos más lejanos se muestran en la figura a continuación. Note que para la actividad H, que es predecesora inmediata de dos actividades (J y K), el tiempo de terminación más lejano es el menor de los tiempos de inicio más lejanos (23 y 19) de las actividades J y K.

Así la red completa es



Ahora podremos conocer la **HOLGURA** de cada tarea. La holgura es el tiempo que se puede demorar una actividad sin que se retrase todo el proyecto. Matemáticamente,

$$\text{Holgura} = \text{IL} - \text{IC}$$

ó

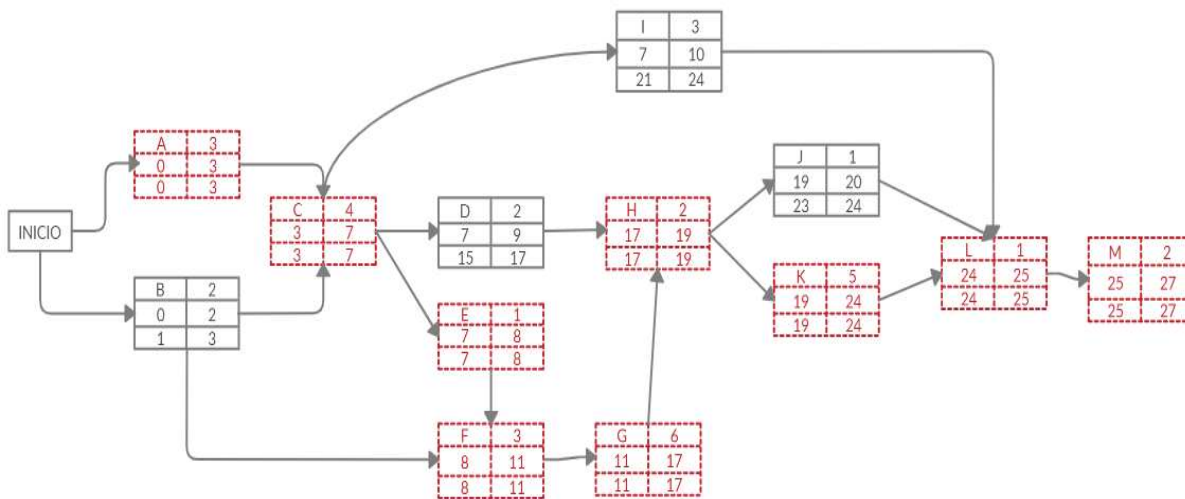
$$\text{holgura} = \text{TL} - \text{TC}$$

La ruta crítica la forman todas las actividades que no tienen holgura, o lo que es lo mismo

$$\text{IC} = \text{IL}$$

ó

$$\text{TC} = \text{TL}$$



La ruta crítica tiene una duración de 27 semanas y es única → A-C-E-F-G-H-K-L-M.

La holgura de cada una de las tareas se calcula como la diferencia entre IL-IT ó IL- TL

Por ejemplo, la actividad D, su holgura es de 8 semanas

$$15 - 7 = 8$$

ó

$$17 - 9 = 8$$

2. SI LOS TIEMPOS SON INCIERTOS

Si la duración de las actividades son variables aleatorias, podremos trabajar con estimaciones del tiempo requerido para cada actividad del proyecto con razonable exactitud. En la realidad, ocurre con frecuencia que existe bastante incertidumbre sobre cuáles serán estos tiempos. En la teoría se han propuesto diversas fórmulas para el cálculo de las medias y varianzas de los tiempos cuando no se conoce su distribución de probabilidad.

Suponiendo que la duración de una actividad es una variable aleatoria sobre un intervalo finito, existe un acuerdo generalizado de que la distribución beta es un buen modelo para la distribución de tal variable aleatoria, debido a que esta familia de distribuciones puede adoptar una amplia variedad de formas, con distintas intensidades en su asimetría y en su curtosis. Este acuerdo se refuerza aún más, si cabe, cuando la asimetría es un factor importante en el problema bajo consideración.

Habida cuenta de la escasísima, por no decir nula, información muestral disponible para “ajustar” la distribución, es evidente que hay que recurrir al conocimiento subjetivo de la actividad en estudio. Es por ello por lo que, en las aplicaciones PERT, se determinan subjetivamente (opinión del experto) tres duraciones: una optimista (a), otra pesimista (b) y otra más probable (m). (HERRERÍAS PLEGUEZUELO & PÉREZ RODRÍGUEZ, 1991)

Los creadores del PERT sugirieron estimar los valores de la media y de la varianza de la distribución beta mediante las fórmulas

$$\mu = \frac{a+4m+b}{6} \qquad \sigma^2 = \left(\frac{b-a}{6}\right)^2$$

Dada la incertidumbre en la estimación precisa de las duraciones de las actividades la pregunta que queremos responder es: ¿Cuál es la probabilidad de terminar el proyecto a tiempo?

El enfoque de tres estimaciones de PERT define 3 tiempos (Anderson et al., 2016; Krajewski et al., 2013; Render et al., 2012)

Tiempo optimista (a) = tiempo que tomaría una actividad si todo sale tan bien como sea posible. Debería haber únicamente una pequeña probabilidad (digamos, 1/100) de que esto ocurra.

Tiempo pesimista (b) = tiempo que tomaría una actividad suponiendo condiciones muy desfavorables. Tiene que haber únicamente una pequeña probabilidad de que la actividad tome tanto tiempo.

Tiempo más probable (m) = estimación de tiempo más realista para completar la actividad

Para encontrar el tiempo esperado de la actividad (t), la distribución beta lo estima como sigue:

$$\mu = \frac{a + 4m + b}{6}$$

Para calcular la dispersión o varianza del tiempo de terminación de la actividad, se usa la siguiente fórmula:

$$\sigma^2 = \frac{(b-a)^2}{36} \quad \text{ó lo es que lo mismo} \quad \sigma^2 = \left(\frac{b-a}{6}\right)^2$$

Para poder conocer la Probabilidad de terminar un proyecto en una fecha programada suponiendo que las duraciones de las actividades son parámetros aleatorios, plantearemos hipótesis generales:

- Las actividades son parámetros aleatorios independientes
- El camino crítico (para los tiempos medios) siempre requiere un tiempo total mayor que cualquier otro
- El tiempo del proyecto se distribuye según una normal basándose en el teorema central del límite y que haya suficiente número de actividades en el camino crítico.

Modelado de la duración aleatoria de una actividad según una distribución Beta

Tiempo medio del proyecto μ_p es la suma de los tiempos medios de las actividades del camino crítico

Varianza del tiempo del proyecto σ_p^2 es la suma de varianzas de los tiempos de las actividades del camino crítico

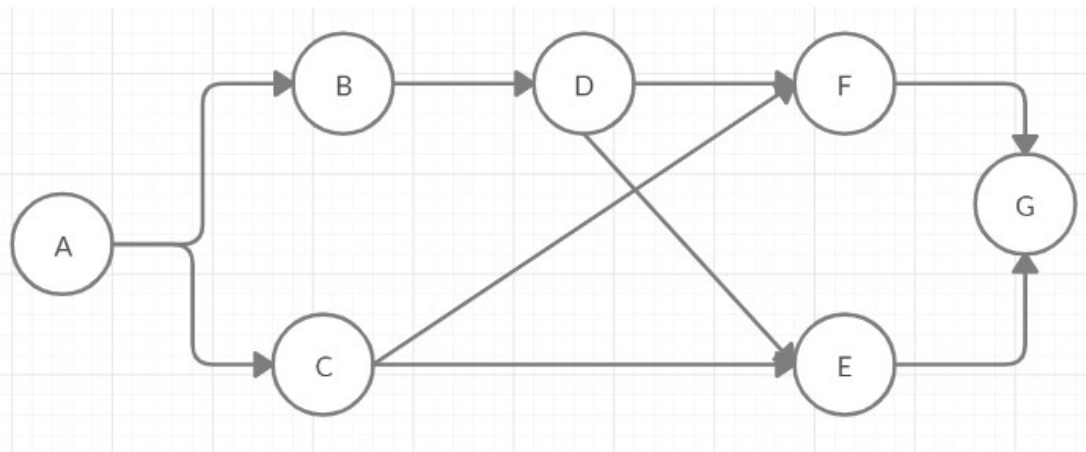
Veamos un **ejemplo**: Una empresa desea ingresar al mercado de las computadoras notebook. Suponga que su empresa piensa que existe una enorme demanda en ese mercado porque los productos existentes no han sido diseñados correctamente. La computadora que usted desea será lo bastante pequeña como para cargarla en el bolsillo en caso necesario. El tamaño ideal no pasará de $12.7 \times 24 \times 2.5$ centímetros, con un teclado plegable. No pesará más de 420 gramos y tendrá pantalla de cristal líquido (LCD), un micro drive de disco y una conexión inalámbrica. Así, le resultará atractiva a los empresarios que viajan, pero podría tener un mercado mucho más amplio, inclusive entre los estudiantes. Su precio estará en la banda de 175-200 dólares. Así pues, el proyecto consiste en diseñar, desarrollar y producir un prototipo de esta pequeña computadora. Dados los veloces cambios de la industria de las computadoras, es fundamental llegar al mercado con un producto de este tipo en menos de un año. Por lo tanto, el equipo del proyecto cuenta con unos ocho meses (35 semanas) para producir el prototipo.

Id Actividad	Actividad	Predecesoras	Tiempo óptimo (a)	Tiempo Medio (m)	Tiempo pesimista (b)
A	Diseño	-	10	22	28
B	Construir prototipo	A	4	4	10
C	Evaluar equipo	A	4	6	14
D	Probar prototipo	B	1	2	3
E	Redactar informe	C,D	1	5	9
F	Redactar informe de métodos	C,D	7	8	9
G	Redactar informe final	F,G	2	2	2

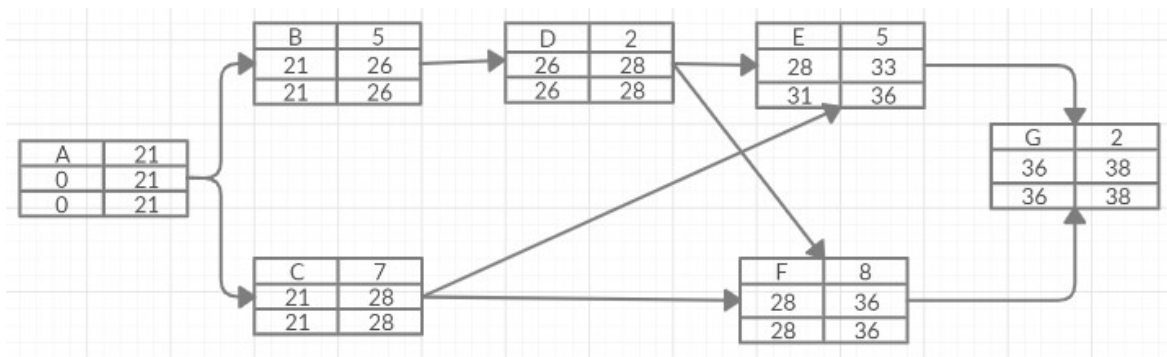
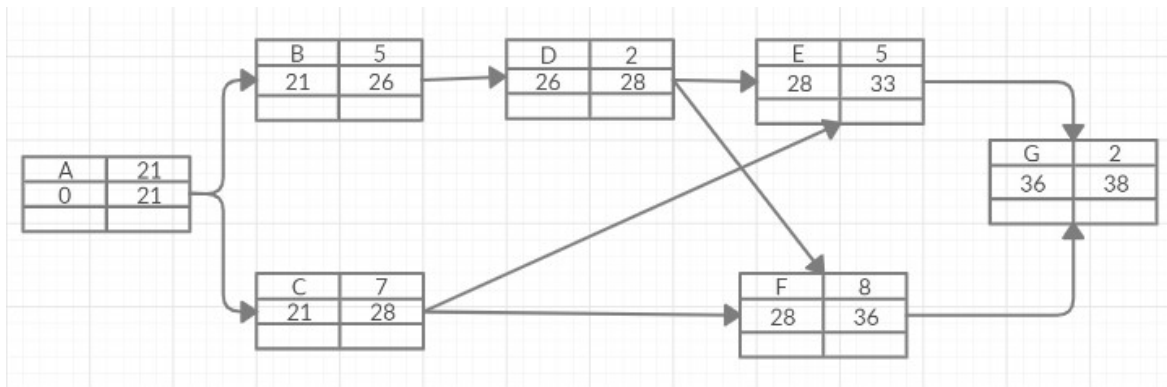
PASO 1: Calcular todas las duraciones medias o esperadas

		Tiempos estimados			Tiempos esperados
Actividad	Id Actividad	<i>a</i>	<i>m</i>	<i>b</i>	$\mu = \frac{a + 4m + b}{6}$
Diseño	A	10	22	28	21
Construir prototipo	B	4	4	10	5
Evaluar equipo	C	4	6	14	7
Probar prototipo	D	1	2	3	2
Redactar informe	E	1	5	9	5
Redactar informe de métodos	F	7	8	9	8
Redactar informe final	G	2	2	2	2

PASO 2: Dibujar la red



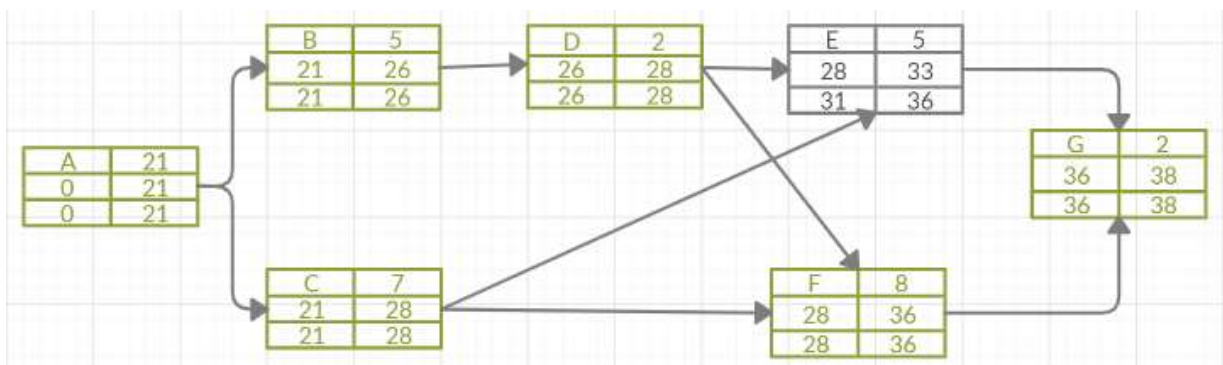
PASO 3: Con las duraciones medias calculamos la ruta crítica haciendo los cálculos de los tiempos más cercanos y más lejanos



Sabemos que la duración de este proyecto es de 38 semanas, pintamos de verde las actividades críticas. Con ello sabemos que tenemos dos rutas críticas.

RC1= A-B-D-F-G=38

RC2= A-C-F-G = 38



PASO 4: Calcular las varianzas de las actividades de la/s ruta crítica

	Tiempos estimados			Tiempos esperados	Varianzas de las actividades
Id Actividad	<i>a</i>	<i>m</i>	<i>b</i>	$\mu = \frac{a + 4m + b}{6}$	$\sigma^2 = \left(\frac{b - a}{6}\right)^2$
A	10	22	28	21	9,000
B	4	4	10	5	1,000
C	4	6	14	7	2,778
D	1	2	3	2	0,111
E	1	5	9	5	1,778
F	7	8	9	8	0,111
G	2	2	2	2	0,000

PASO 5: Determine la probabilidad de terminar el proyecto en una fecha dada, en nuestro ejemplo se necesita que sea en un tiempo de 35 semanas, basándose en la aplicación de la distribución normal estándar. Una característica valiosa de utilizar las tres estimaciones de tiempo es que permite al analista evaluar el efecto que la incertidumbre tiene en el tiempo de conclusión del proyecto. La mecánica para obtener esta probabilidad es:

- Sumar los valores de las variaciones asociadas a cada actividad de la ruta crítica.
- Sustituye esta cifra, así como la fecha final del proyecto y el tiempo de conclusión esperado del proyecto en la fórmula Z de transformación. La fórmula es la siguiente:

$$Z = \frac{D - T_E}{\sqrt{\sum \sigma_{cp}^2}}$$

Donde:

D = Fecha deseada de conclusión del proyecto.

TE = Tiempo esperado para terminar el proyecto.

cp = Suma de las variaciones a lo largo de la ruta crítica.

- Calcule el valor de Z, que es el número de las desviaciones estándar (de una distribución normal estándar) de la fecha de vencimiento del proyecto con relación al tiempo esperado para su conclusión¹.

¹ ANÁLISIS DE PROBABILIDADES: El enfoque de los tres estimados de tiempo permite considerar la probabilidad de que un proyecto quede terminado dentro de una cantidad de tiempo dada. El supuesto que sirve de base para calcular esta probabilidad es que los tiempos de duración de las actividades son variables aleatorias independientes. De ser así, se puede utilizar el teorema del límite central para encontrar la media y la varianza de la secuencia de actividades que constituyen la ruta crítica. El teorema del límite central dice

Dado que la red tiene dos rutas críticas, hay que decidir cuáles variaciones se deben emplear para llegar a la probabilidad de cumplir con la fecha de conclusión del proyecto. Un enfoque conservador dicta utilizar la ruta con la variación total más grande para concentrar la atención de la gerencia en las actividades que tienen mayor probabilidad de exhibir grandes variaciones. Así, las variaciones asociadas a las actividades A, C, F y G se usarían para encontrar la probabilidad de la conclusión. Por lo tanto

$$Z = \frac{35 - 38}{\sqrt{9 + 2.778 + 0.111 + 0}} = \frac{-3}{3.448} = -0.87$$

- b) Utilizando el valor de Z, encuentre la probabilidad de cumplir con la fecha final del proyecto, utilizando una tabla de probabilidades normales, aquí te dejo una:



Adobe Acrobat
Document

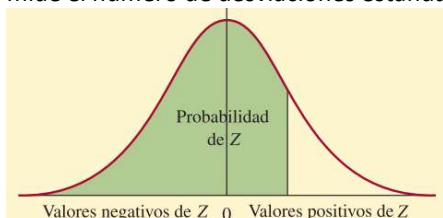
El tiempo esperado para la conclusión es el tiempo de inicio más la suma de los tiempos de las actividades de la ruta crítica.

que la suma de un grupo de variables aleatorias independientes, distribuidas de forma idéntica, se acerca a una distribución normal a medida que el número de variables aleatorias se incrementa. En el caso de problemas de administración de proyectos, las variables aleatorias son los tiempos reales de las actividades del proyecto. (Recuerde que se supone que el tiempo para cada actividad es independiente de otras actividades, y que sigue una distribución estadística beta.) Para ello, el tiempo esperado para terminar las actividades de la ruta crítica es la suma de los tiempos de las actividades.

Asimismo, dado el supuesto de la independencia de los tiempos de las actividades, la suma de las varianzas de las actividades a lo largo de la ruta crítica es la varianza del tiempo esperado para concluir la ruta.

Recuerde que la desviación estándar es igual a la raíz cuadrada de la varianza.

Para determinar la probabilidad real de concluir las actividades de la ruta crítica dentro de una cantidad dada de tiempo, es necesario encontrar dónde se ubica el punto dentro de la distribución de probabilidad. La tabla presenta las áreas de la distribución normal estándar acumulada para diferentes valores de Z. Ésta mide el número de desviaciones estándar, hacia la derecha o la izquierda de cero, en la distribución.



z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
-3.4	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0002
-3.3	.0005	.0005	.0005	.0004	.0004	.0004	.0004	.0004	.0004	.0003
-3.2	.0007	.0007	.0006	.0006	.0006	.0006	.0006	.0005	.0005	.0005
-3.1	.0010	.0009	.0009	.0009	.0008	.0008	.0008	.0008	.0007	.0007
-3.0	.0013	.0013	.0013	.0012	.0012	.0011	.0011	.0011	.0010	.0010
-2.9	.0019	.0018	.0018	.0017	.0016	.0016	.0015	.0015	.0014	.0014
-2.8	.0026	.0025	.0024	.0023	.0023	.0022	.0021	.0021	.0020	.0019
-2.7	.0035	.0034	.0033	.0032	.0031	.0030	.0029	.0028	.0027	.0026
-2.6	.0047	.0045	.0044	.0043	.0041	.0040	.0039	.0038	.0037	.0036
-2.5	.0062	.0060	.0059	.0057	.0055	.0054	.0052	.0051	.0049	.0048
-2.4	.0082	.0080	.0078	.0075	.0073	.0071	.0069	.0068	.0066	.0064
-2.3	.0107	.0104	.0102	.0099	.0096	.0094	.0091	.0089	.0087	.0084
-2.2	.0139	.0136	.0132	.0129	.0125	.0122	.0119	.0116	.0113	.0110
-2.1	.0179	.0174	.0170	.0166	.0162	.0158	.0154	.0150	.0146	.0143
-2.0	.0228	.0222	.0217	.0212	.0207	.0202	.0197	.0192	.0188	.0183
-1.9	.0287	.0281	.0274	.0268	.0262	.0256	.0250	.0244	.0239	.0233
-1.8	.0359	.0351	.0344	.0336	.0329	.0322	.0314	.0307	.0301	.0294
-1.7	.0446	.0436	.0427	.0418	.0409	.0401	.0392	.0384	.0375	.0367
-1.6	.0548	.0537	.0526	.0516	.0505	.0495	.0485	.0475	.0465	.0455
-1.5	.0668	.0655	.0643	.0630	.0618	.0606	.0594	.0582	.0571	.0559
-1.4	.0808	.0793	.0778	.0764	.0749	.0735	.0721	.0708	.0694	.0681
-1.3	.0968	.0951	.0934	.0918	.0901	.0885	.0869	.0853	.0838	.0823
-1.2	.1151	.1131	.1112	.1093	.1075	.1056	.1038	.1020	.1003	.0985
-1.1	.1357	.1335	.1314	.1292	.1271	.1251	.1230	.1210	.1190	.1170
-1.0	.1587	.1562	.1539	.1515	.1492	.1469	.1446	.1423	.1401	.1379
-0.9	.1841	.1814	.1788	.1762	.1736	.1711	.1685	.1660	.1635	.1611
-0.8	.2119	.2090	.2061	.2033	.2005	.1977	.1949	.1922	.1894	.1867
-0.7	.2420	.2389	.2358	.2327	.2296	.2266	.2236	.2206	.2177	.2148
-0.6	.2743	.2709	.2676	.2643	.2611	.2578	.2546	.2514	.2483	.2451
-0.5	.3085	.3050	.3015	.2981	.2946	.2912	.2877	.2843	.2810	.2776
-0.4	.3446	.3409	.3372	.3336	.3300	.3264	.3228	.3192	.3156	.3121
-0.3	.3821	.3783	.3745	.3707	.3669	.3632	.3594	.3557	.3520	.3483
-0.2	.4207	.4168	.4129	.4090	.4052	.4013	.3974	.3936	.3897	.3859
-0.1	.4602	.4562	.4522	.4483	.4443	.4404	.4364	.4325	.4286	.4247
-0.0	.5000	.4960	.4920	.4880	.4840	.4801	.4761	.4721	.4681	.4641

Se observa que un valor de Z de -0.87 da una probabilidad de 0.1922, lo cual significa que el gerente del proyecto sólo tiene una probabilidad de 19,22% de concluir el proyecto en 35 semanas. Nótese que esta probabilidad es la de realmente concluir con la ruta crítica A-C-F-G. Dado que existe otra ruta crítica y otras rutas que se podrían volver críticas, la probabilidad de terminar el proyecto en 35 semanas de hecho es menor a 0.19.

Entonces la nueva pregunta será *¿podemos acortar la duración de este proyecto?*

La empresa considera que por lo menos debería acortar este proyecto en 4 semanas para aumentar la probabilidad de terminarlo a tiempo y así ganar ese mercado.

El supuesto básico del programa de costos mínimos es que existe una relación entre el tiempo para terminar una actividad y el costo de un proyecto. Por un lado, acelerar una actividad cuesta dinero y, por el otro, sostener (o prolongar) el proyecto también cuesta dinero. Los costos asociados a acelerar las actividades se llaman costos directos de las actividades y se suman al costo directo del proyecto. Algunos pueden estar relacionados

con el trabajo, como las horas extra, la contratación de más trabajadores y el traslado de trabajadores procedentes de otros trabajos, otros están relacionados con los recursos, como la compra o el arrendamiento de equipamiento adicional o más eficiente y el uso de instalaciones adicionales de apoyo. Los costos asociados a sostener el proyecto se llaman costos indirectos del proyecto: gastos fijos, instalaciones y costos de oportunidad de los recursos y, en ciertas situaciones contractuales, los costos de penalización o los pagos de incentivos que se pierden. Dado que los costos directos de las actividades y los costos indirectos del proyecto son costos contrarios que dependen del tiempo, el problema de su programación depende en esencia de encontrar la duración del proyecto que minimiza su suma o, en otras palabras, de encontrar el punto óptimo en un equilibrio de tiempo-costo.(Chase et al., 2009)

Lo primero será elaborar para cada actividad:

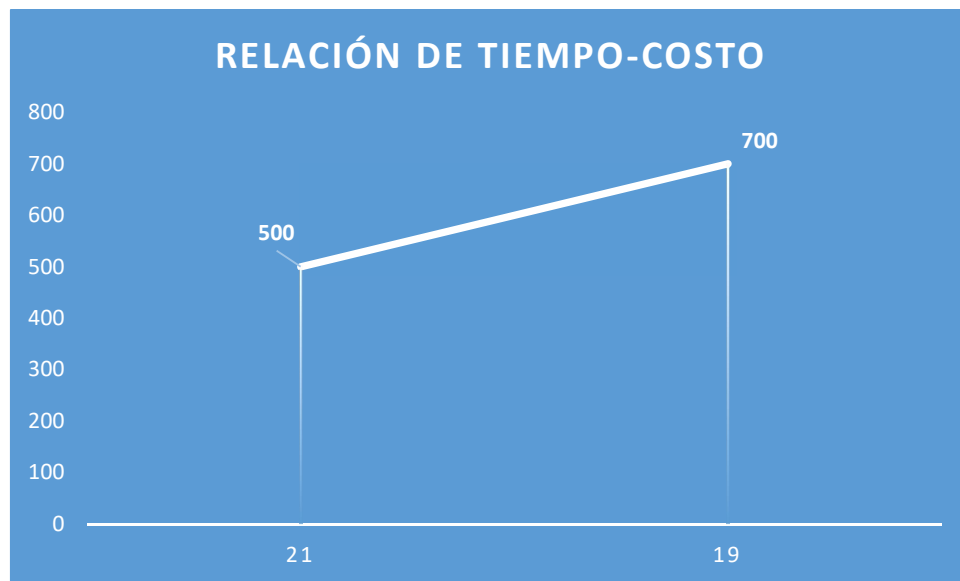
- a) El costo normal (CN): los costos más bajos esperados para la actividad.
- b) El tiempo normal (TN): el tiempo asociado a cada costo normal.
- c) El tiempo de quiebre (TQ): el tiempo más breve posible de cada actividad.
- d) El costo de quiebre (CQ): el costo asociado a cada tiempo de quiebre

Id Actividad	Tiempo Normal	Tiempo de Quiebre	Costo Normal	Costo de Quiebre
A	21	19	500	700
B	5	4	250	280
C	7	5	490	580
D	2	2	300	300
E	5	3	100	150
F	8	7	320	360
G	2	2	160	160

Para decidir cuál es la actividad que conviene acortar, sabiendo que nos encarece el producto debemos estandarizar los costos por unidad de tiempo, en nuestro ejemplo por semana

					Tiempo en que puede acelerarse esta actividad	Costo semanal de cada actividad acelerada
Id Actividad	Tiempo Normal (TN)	Tiempo de Quiebre (TQ)	Costo Normal (CN)	Costo de Quiebre (CQ)	TN-TQ	$\frac{(CQ - CN)}{(TN - TQ)}$
A	21	19	500	700	21-19= 2	$\frac{700 - 500}{21 - 19} = \frac{200}{2} = 100$
B	5	4	250	280	1	30
C	7	5	490	580	2	45
D	2	2	300	300	0	0
E	5	3	100	150	2	25
F	8	7	320	360	1	40
G	2	2	160	160	0	0

2. Determine el costo por unidad de tiempo (suponga días) para acelerar cada actividad.



La relación entre el tiempo y el costo de la actividad se puede representar gráficamente trazando las coordenadas CI y TI y conectándolas con las coordenadas CN y TN mediante una línea cóncava, convexa o recta, o de alguna otra forma, dependiendo de la estructura real del costo del desempeño de la actividad, Para la actividad A, se supone una relación lineal.

Para comprender como se hace la evaluación de este acortamiento te dejo un video donde lo realizaré manualmente. Luego procederemos a realizar el modelo lineal para que dicho proceso sea automático.

ACCESO AL VIDEO

COSTO DEL PROYECTO: El costo total del proyecto se calcula sumando los costos normales de todas las actividades. En nuestro ejemplo será de \$ 2120 si se terminara en 38 semanas.

Como vimos terminarlo en 34 semanas costará \$ 2120 + \$ 315= 2435

Las actividades que deben acelerarse son: 1 semana en F, B, y C y 2 semanas la A.

Veamos si ahora cambian las probabilidades de terminarlo en 35 semanas

$$Z = \frac{35 - 34}{\sqrt{9 + 2.778 + 0.111 + 0}} = \frac{1}{3.448} = 0.29$$

Al buscar el valor de Z en la tabla observamos que la probabilidad de terminarlo a tiempo ha aumentado al 61%, mientras que aumentamos en (315/2120) 15% el presupuesto económico.

2.1 MODELO LINEAL PARA REALIZAR LA COMPACTACION DE LA RED

Como hemos visto cuando una actividad empieza en su tiempo de inicio más temprano, entonces

Tiempo de terminación = Tiempo de inicio más temprano + Tiempo de actividad

Sin embargo, si existe tiempo de holgura asociado con una actividad, entonces ésta no tiene que iniciarse en su tiempo de inicio más temprano. En este caso podemos tener

Tiempo de terminación ≥ Tiempo de inicio más temprano + Tiempo de actividad

Como no conocemos con anticipación si una actividad se iniciará en su tiempo de inicio más temprano, utilizamos la siguiente desigualdad para demostrar la relación general entre el tiempo de terminación, el tiempo de inicio más temprano y el tiempo de cada actividad:

Tiempo de terminación ≥ Tiempo de inicio más temprano + Tiempo de actividad

Observe la actividad A, cuyo tiempo esperado es de 21 semanas. Sea

x_A = tiempo de terminación de la actividad A

y_A = cantidad de tiempo en que la actividad A es comprimida.

Si asumimos que el proyecto se inicia en el tiempo 0, el tiempo de inicio más temprano de la actividad A es 0. Como el tiempo de la actividad A se reduce en la cantidad de tiempo que la actividad A es comprimida, su tiempo de terminación debe satisfacer la relación

$$x_A \geq 0 + (21 - y_A)$$

O lo que es lo mismo

$$x_A + y_A \geq 21$$

Para la actividad B será entonces

$$x_B \geq x_A + (5 - y_B)$$

O lo que es lo mismo

$$x_B - x_A + y_B \geq 5$$

Para la actividad C será entonces

$$x_C \geq x_A + (7 - y_C)$$

O lo que es lo mismo

$$x_C - x_A + y_C \geq 7$$

Para la actividad D será entonces

$$x_D \geq x_B + (2 - y_D)$$

O lo que es lo mismo

$$x_D - x_B + y_D \geq 2$$

Para la actividad E el tiempo de inicio más temprano es igual al mayor de los tiempos de terminación de las actividades C y D. Como los tiempos de terminación de las actividades C y D se determinarán por medio del procedimiento de compresión, debemos escribir dos restricciones para la actividad E, una basada en el tiempo de terminación de la actividad C y la otra en el tiempo de terminación de la actividad D:

$$x_E \geq x_C + (5 - y_E) \quad \text{y} \quad x_E \geq x_D + (5 - y_E)$$

O lo que es lo mismo

$$x_E - x_C + y_E \geq 5 \quad \text{Y} \quad x_E - x_D + y_E \geq 5$$

Para la actividad F será entonces

$$x_F - x_C + y_F \geq 8 \quad \text{Y} \quad x_F - x_D + y_F \geq 8$$

Para la actividad G será entonces

$$x_G - x_E + y_G \geq 2 \quad \text{Y} \quad x_G - x_F + y_G \geq 2$$

Recuerde que necesitamos que se termine en 34 semanas, por tanto, la restricción para el tiempo de terminación de la actividad G es

$$x_G \leq 34$$

Ahora debemos agregar las restricciones que limiten la cantidad de tiempo en que cada actividad puede compactarse

$$y_A \leq 2$$

$$y_B \leq 1$$

$$y_C \leq 2$$

$$y_D \leq 0$$

$$y_E \leq 2$$

$$y_F \leq 1$$

$$y_G \leq 0$$

La función objetivo será Minimizar la suma de los costos de compactación

$$\text{Min } 100 y_A + 30 y_B + 45 y_C + 25 y_E + 40 y_F$$

Si lo introducimos en lindo, la resolución es la que se muestra en el siguiente análisis de sensibilidad.

LINDO

File Edit Solve Reports Window Help

Reports Window

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 11

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 315.0000

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
YA	2.000000	0.000000
YB	1.000000	0.000000
YC	1.000000	0.000000
YE	0.000000	25.000000
YF	1.000000	0.000000
XA	19.000000	0.000000
XB	23.000000	0.000000
XC	25.000000	0.000000
XD	25.000000	0.000000
YD	0.000000	0.000000
XE	32.000000	0.000000
XF	32.000000	0.000000
XG	34.000000	0.000000
YG	0.000000	0.000000

Podemos observar que el mínimo costo coincide con la resolución manual mostrada en el video. Siendo las variables y los valores que se redujeron y la variable x la duración final de cada actividad.

TEMA 4 – REFERENCIAS

Anderson, D. R., Cardiel Hurtado, J., Navarro Salas, R., Peralta Rosales, L., & Pino Jordán, R. (2016). *Métodos cuantitativos para los negocios* (13th ed.).

Chase, R. B., Jacobs, F. R., Aquilano, N. J., Torres Matus, R., Montúfar B, Marco Antonio, & Horton Muñoz, H. (2009). *Administración de operaciones: Producción y cadena de suministros*. McGraw-Hill.

HERRERÍAS PLEGUEZUELO, R., & PÉREZ RODRÍGUEZ, E. (1991). Estimación de una distribución beta como modelo para su utilización en el método PERT. *ResearchGate*, 1191-1199.

https://www.researchgate.net/publication/26479156_Estimacion_de_una_distribucion_beta_como_modelo_para_su_utilizacion_en_el_metodo PERT

Krajewski, L. J., Ritzman, L. P., Malhotra, M. K., & González Osuna, M. A. (2013). *Administración de operaciones: Procesos y cadena de suministro*. Pearson educación.

Render, B., Stair, R. M., & Hanna, M. E. (2012). *Métodos cuantitativos para los negocios* (11 ed). Pearson.

Taha, H. A. (2012). *Investigación de operaciones*. Pearson Educación.