Algoritmos y Estructuras de Datos II

Departamento de Computación Facultad de Ciencias Exactas y Naturales Universidad de Buenos Aires

De los creadores de sacarCompu...

Trabajo práctico 2

Diseño - DCNet

Grupo 11

| Integrante | LU | Correo electrónico |
|-------------------|--------|-------------------------------|
| Frizzo, Franco | 013/14 | francofrizzo@gmail.com |
| Martínez, Manuela | 160/14 | martinez.manuela.22@gmail.com |
| Rabinowicz, Lucía | 105/14 | lu.rabinowicz@gmail.com |
| Weber, Andrés | 923/13 | herr.andyweber@gmail.com |

Reservado para la cátedra

| Instancia | Docente | Nota |
|-----------------|---------|------|
| Primera entrega | | |
| Segunda entrega | | |

1. Módulo Red

Notas preliminares

se explica con:

En todos los casos, al indicar las complejidades de los algoritmos, las variables que se utilizan corresponden a:

- \blacksquare n: Número de computadoras en la red.
- L: Longitud de nombre de computadora más largo de la red.

red, itRed

■ I: Mayor cantidad de interfaces que tiene alguna computadora en la red en el momento.

RED, ITERADOR UNIDIRECCIONAL (COMPU)

Interfaz

géneros:

```
Operaciones básicas de Red
          INICIARRED() \rightarrow res : Red
          \mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
          Post \equiv \{ res =_{obs} iniciarRed() \}
          Complejidad: \Theta(1)
          Descripción: Genera una nueva red sin ninguna computadora.
          AGREGARCOMPU(in/out \ r : Red, in \ c : compu)
          \mathbf{Pre} \equiv \{r =_{\mathrm{obs}} r_0 \land (\forall c' : \mathrm{compu})(c' \in \mathrm{computadoras}(r) \to \mathrm{ip}(c) \neq \mathrm{ip}(c'))\}
          \mathbf{Post} \equiv \{r =_{obs} \operatorname{agregarCompu}(r_0, c)\}\
           Complejidad: \Theta(I)
           Descripción: Agrega una nueva pc a una red.
          CONECTAR(in/out r: Red, in c_0: compu, in i_0: interfaz, in c_1: compu, in i_1: interfaz) \rightarrow res: Red
          \mathbf{Pre} \equiv \{r =_{\mathrm{obs}} r_0 \land c_1 \in \mathrm{computadoras}(r) \land c_2 \in \mathrm{computadoras}(r) \land \mathrm{ip}(c_0) \neq \mathrm{ip}(c_1) \land \neg \mathrm{conectadas}(r, c_0, c_1) \land \neg \mathrm{conectada
           \neg usaInterfaz?(r, c_0, i_0) \land \neg usaInterfaz?(r, c_1, i_1)
          Post \equiv \{r =_{\text{obs}} \text{conectar}(r_0, c_0, i_0, c_1, i_1)\}
           Complejidad: \Theta(n+I)
          Descripción: Conecta la pc c_0 con la pc c_1 a través de las interfaces i_0 y i_1 respectivamente.
          COMPUTADORAS(\mathbf{in}\ r \colon \mathtt{Red}) \to res : \mathtt{conj}(\mathtt{compu})
          \mathbf{Pre} \equiv \{ \mathbf{true} \}
          \mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} \mathbf{computadoras(r)}\}\
           Complejidad: \Theta(n \times (n+I^2))
           Descripción: Devuelve todas las computadoras de la red.
          CONECTADAS?(in r: \text{Red}, in c_0: \text{compu}, in c_1: \text{compu}) \rightarrow res: \text{bool}
          \mathbf{Pre} \equiv \{c_0 \in \operatorname{computadoras}(r) \land c_1 \in \operatorname{computadoras}(r)\}\
          \mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} \text{conectadas}?(r, c_0, c_1)\}\
           Complejidad: \Theta(n+I)
          Descripción: Devuelve true si y solo si la pc c_0 esta conectada a la pc c_1
          INTERFAZUSADA(in r: Red, in c_0: compu, in c_1: compu) \rightarrow res: interfaz
          \mathbf{Pre} \equiv \{c_0 \in \operatorname{computadoras}(r) \land c_1 \in \operatorname{computadoras}(r) \land_{\mathbf{L}} \operatorname{conectadas}(r, c_0, c_1)\}
          \mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} interfaz Usada(r, c_0, c_1)\}\
           Complejidad: \Theta(n+I)
```

Descripción: Devuelve la interfaz usada por c_0 para conectarse a c_1

 $ext{VECINOS}(ext{in } r : ext{Red}, ext{in } c : ext{compu})
ightarrow res : ext{conj(compu)}$

Descripción: Devuelve el conjunto de vecinos de la pcc

Pre $\equiv \{c \in \text{computadoras}(r)\}\$ Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{vecinos}(r, c)\}\$ Complejidad: $\Theta(n + I^3)$

```
USAINTERFAZ?(in r: Red, in c: compu, in i: interfaz) \rightarrow res: bool
\mathbf{Pre} \equiv \{c \in \operatorname{computadoras}(r)\}\
Post \equiv \{res =_{obs} usaInterfaz?(r, c, i)\}\
Complejidad: \Theta(n+I)
Descripción: Devuelve true si y solo si la pec esta usando la interfaz i.
CAMINOSMINIMOS(in r: Red, in c_0: compu, in c_1: compu) \rightarrow res: conj(secu(compu))
\mathbf{Pre} \equiv \{c_0 \in \operatorname{computadoras}(r) \land c_1 \in \operatorname{computadoras}(r)\}\
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} \operatorname{caminosMinimos}(r, c_0, c_1)\}\
Complejidad: \Theta(1234)
Descripción: Devuelve todos los caminos máimos posibles entre c_0 y c_1. De no haber ninguno, devuelve \emptyset.
HAYCAMINO?(in r: Red, in c_0: compu, in c_1: compu) \rightarrow res: bool
\mathbf{Pre} \equiv \{c_0 \in \operatorname{computadoras}(r) \land c_1 \in \operatorname{computadoras}(r)\}\
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} \text{hayCamino?}(r, c_0, c_1)\}\
Complejidad: \Theta(1234)
Descripción: Devuelve true si y solo si hay algún camino posible entre c_0 y c_1.
CANTCOMPUS(in r: Red) \rightarrow res: nat
\mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} \#(computadoras(r))\}\
Complejidad: \Theta(1)
Descripción: Devuelve cuantas computadoras hay en la red
COPIAR(\mathbf{in} \ r : Red) \rightarrow res : Red
\mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{\mathrm{obs}} r\}
Complejidad: \Theta(n \times I)
Descripción: Devuelve una copia de la red
```

Operaciones básicas del iterador de Red

```
CREARIT(in \ r : Red) \rightarrow res : itRed
\mathbf{Pre} \equiv \{ \mathrm{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{ res =_{obs} \operatorname{crearItUni}(r.\operatorname{compus}) \}
Complejidad: \Theta(1)
Descripción: Crea un iterador de red. ????????
\text{HAYSIGUIENTE?}(\textbf{in } it: \texttt{itRed}) \rightarrow res: \texttt{bool}
\mathbf{Pre} \equiv \{ true \}
Post \equiv \{res =_{obs} hayMas?(it)\}\
Complejidad: \Theta(1)
Descripción: Devuelve true si y solo si it tiene siguiente.
\texttt{SIGUIENTE}(\textbf{in} \ it: \texttt{itRed}) \rightarrow res: \texttt{compu}
\mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
Post \equiv \{res =_{obs} actual(it)\}\
Complejidad: \Theta(I^2)????????.
Aliasing: res se devuelve por referencia
AVANZAR(in/out it: itRed)
\mathbf{Pre} \equiv \{it =_{\mathrm{obs}} it_0 \land \mathrm{haySiguiente?}(it)\}
\mathbf{Post} \equiv \{it =_{\mathrm{obs}} \mathrm{avanzar}(it_0)\}
Complejidad: \Theta(1)
```

Red se representa con estrRed

Descripción: Avanza el iterador a la siguiente posicion.

Representación

Estructura Red

```
donde estrRed es tupla(compus: lista(estrCompu), cantidadCompus: nat)
      donde estrCompu es tupla(IP):
                                                     string
                                                                              conexiones:
                                                                                                    lista(tupla(inter: interfaz, com:
                                          itLista(estrCompu))) )
    Rep : Red \longrightarrow bool
    \text{Rep}(e) \equiv (\forall c: \text{compu})(c \in \text{ArmarComputadoras}(e.\text{compus}) \Rightarrow_{\text{L}} \neg \text{Pertenece}?(e.\text{compus}, c, c)) \land
                   \#ArmarComputadoras(e.compus) = e.cantidadCompus \land
                   (\forall c_1: \text{compu})((\forall c_2: \text{compu}) \ (c_1 \in \text{ArmarComputadoras}(e.\text{compus}) \land c_2 \in \text{ArmarComputadoras}(e.\text{compus})
                   \Rightarrow_{\text{L}} \text{Pertenece}?(\text{e.compus}, c_1, c_2) \Leftrightarrow \text{Pertenece}?(\text{e.compus}, c_2, c_1))) \land
                   (\forall c_1: \text{compu})(c_1 \in \text{ArmarComputadoras}(\text{e.compus}) \Rightarrow_{\text{L}} (\forall c_2: \text{compu}) \text{ (Pertenece?}(\text{e.compus}, c_1, c_2) \Rightarrow c_2
                   \in ArmarComputadoras(e.compus))) \land
                   sinRepetidos(ArmarSecuencia(e.compus))
    Abs : estrRed e \longrightarrow \text{Red}
                                                                                                                                            \{\operatorname{Rep}(e)\}
    Abs(e) \equiv (r: Red \mid computadoras(r) = ArmarComputadoras(e.compus) \land
                   (\forall c_1: \text{compu})((\forall c_2: \text{compu}) \text{ conectados}?(\mathbf{r}, c_1, c_2) = \text{Pertenece}?(\mathbf{e}.\text{compus}, c_1, c_2) \land
                  InterfazUsada(r, c_1, c_2) = DevolverInterfaz(e.compus, c_1, c_2)))
Estructura iterador de Red
    itRed se representa con itLista(estrCompu)
    Rep : itRed \longrightarrow bool
    Rep(it) \equiv true
    Abs: itRed itl \longrightarrow itUni(estrCompu)
                                                                                                                                           \{\operatorname{Rep}(itl)\}
    Abs(itl) \equiv itr: itUni(estrCompu) | siguientes(itr) =_{obs} armarCompus(siguiente(itl))
    ArmarComputadoras : secu(tupla(string,secu(tupla(Interfaz,ItRed)))) \longrightarrow conj(compu)
    ArmarComputadoras(l) \equiv if vacia?(l) then
                                             Ag(\langle \pi_1(\operatorname{prim}(l)), \operatorname{GenerarInterfaces}(\pi_2(\operatorname{prim}(l))) \rangle, \operatorname{ArmarComputadoras}(\operatorname{fin}(l)))
    ArmarSecuencia: secu(tupla(string,secu(tupla(interfaz,itLista(compu))))) \rightarrow secu(string)
    ArmarSecuencia(s) \equiv if vacia?(s) then <> else (\pi_1(\text{prim}(s))) \bullet ArmarSecuencia(fin(s)) fi
    sinRepetidos : secu(string) \longrightarrow bool
    sinRepetidos(s) \equiv \#(pasarSecuAConj(s) = long(s))
    pasarSecuAConj : secu(string) \longrightarrow conj(string)
```

```
pasarSecuAConj(s) \equiv if vacia?(s) then \emptyset else Ag(prim(s), pasarSecuAConj(fin(s))) fi
GenerarInterfaces : secu(tupla(Interfaz,ItLista(estrCompu))) \longrightarrow conj(Interfaz)
GenerarInterfaces(l) \equiv if vacia?(l) then \emptyset else Ag(\pi_1(prim(l)), GenerarInterfaces(fin(l))) fi
Pertenece? : secu(tupla(string,secu(tupla(Interfaz,ItRed)))) l \times \text{compu } c_1 \times \text{compu } c_2 \longrightarrow \text{bool}
Pertenece?(l, c_1, c_2) \equiv \mathbf{if} (\pi_1(\text{prim}(l) = \pi_1(c_1))) then
                                     \pi_1(c_2) \in \text{GenerarCompus}(\pi_2(\text{prim}(l)))
                                     Pertenece?(fin(l), c_1, c_2)
                                 fi
GenerarCompus : secu(tupla < Interfaz \times ItLista(estrCompu) >) \longrightarrow conj(string)
GenerarCompus(l) \equiv if vacia?(l) then \emptyset else Ag(\pi_1(siguiente(\pi_2(prim(<math>l)))), GenerarCompus(fin(l))) fi
DevolverInterfaz : secu(tupla<string × secu(tupla<Interfaz × ItRed>)>) l × compu c_1 × compu c_2 \longrightarrow Interfaz
                                                                                                                               {Pertenece?(l, c_1, c_2)}
DevolverInterfaz(l, c_1, c_2) \equiv \mathbf{if} (\pi_1(\operatorname{prim}(l)) = \pi_1(c_1)) then
                                             DevolverInterfazAux(\pi_2(\text{prim}(l), c_2))
                                             DevolverInterfaz(fin(l, c_1, c_2))
DevolverInterfazAux : secu(tupla<Interfaz × ItRed>) l × compu c \longrightarrow Interfaz
DevolverInterfaz(l, c) \equiv \mathbf{if} (\pi_1(c_2) = \pi_1(\text{siguiente}(\pi_2(\text{prim}(l))))) then
                                       \pi_1(\operatorname{prim}(l))
                                   else
                                       DevolverInterfazAux(fin(l, c))
                                   fi
armarCompus : secu(estrCompu) l \longrightarrow \text{secu(compu)}
\operatorname{armarCompus}(es) \equiv \operatorname{if} \operatorname{vac}(\operatorname{a}(\operatorname{es}) \operatorname{then} <> \operatorname{else} \operatorname{armarCompu}(\operatorname{prim}(es)) \bullet \operatorname{armarCompus}(\operatorname{fin}(es)) \operatorname{fi}
armar
Compu : estr
Compu e \longrightarrow \text{compu}
\operatorname{armarCompu}(e) \equiv \langle e.IP, \operatorname{dame}\Pi_1(e.\operatorname{conexiones}) \rangle
dame\Pi_1 : secu(tupla \langle inter:interfaz \times itCompu:itLista(estrCompu)\rangle) \ l \longrightarrow conj(interfaz)
dame\Pi_1(l) \equiv if \ vacia(l) \ then \ \emptyset \ else \ ag(Pi_1(prim(l)), dame\Pi_1(fin(l))) fi
```

Algoritmos

Algoritmos de Red

```
IINICIARRED() \rightarrow res : estrRed {\tt 1} \ res \leftarrow \langle <> , 0 \rangle \\ {\tt >} \ \Theta(1)
```

Complejidad: $\Theta(1)$

| ${\tt IAGREGARCOMPU}(\textbf{in}/\textbf{out}\ r \colon \texttt{estrRed},\ \textbf{in}\ c \colon \texttt{compu})$ | |
|---|----------------------------|
| 1 agregarAtras(r.compus, ⟨c.IP, iArmarLista(c.interfaces)⟩) | $\triangleright \Theta(I)$ |
| $\mathbf{r}.cantidadCompus \leftarrow r.cantidadCompus + 1$ | $\triangleright \Theta(1)$ |

Complejidad: $\Theta(I)$

Complejidad: $\Theta(I)$

Justificación: Dado un conjunto de interfaces, arma una lista, que representa las computadoras sin conexiones n tuplas de Interfaz e Iterador a NULL (ya que cuando una computadora se agrega a la red no está conectada a ninguna otra)

```
ICONECTAR(in/out r: estrRed), in c_1: compu, in i_1: interfaz, in c_2: compu, in i_2: interfaz)
  1 itLista(estrComp) it_1 \leftarrow \text{crearIt}(\text{r.compus})
                                                                                                                                                          \triangleright \Theta(1)
  2 itLista(estrComp) it_2 \leftarrow \text{crearIt}(\text{r.compus})
                                                                                                                                                          \triangleright \Theta(1)
  3 while siguiente(it_1).IP \neq c_1.IP do
                                                                                                                                          \triangleright \Theta(n) iteraciones
  4 | avanzar(it_1)
                                                                                                                                                          \triangleright \Theta(1)
  5 end
  6 while siguiente(it_2).IP \neq c_2.IP do
                                                                                                                                          \triangleright \Theta(n) iteraciones
  7 | avanzar(it_2)
                                                                                                                                                          \triangleright \Theta(1)
  8 end
  9 itLista(tupla(interfaz, itLista(estrCompu))) it_3 \leftarrow \text{crearIt}(\text{siguiente}(it_1).\text{conexiones}))
                                                                                                                                                          \triangleright \Theta(1)
 10 itLista(tupla(interfaz, itLista(estrCompu))) it_4 \leftarrow \text{crearIt}(\text{siguiente}(it_2).\text{conexiones})
                                                                                                                                                          \triangleright \Theta(1)
 11 while siguiente(it_3).inter \neq i_1 do
                                                                                                                                          \triangleright \Theta(I) iteraciones
      avanzar(it_3)
                                                                                                                                                          \triangleright \Theta(1)
 12
 13 end
 14 while siguiente(it_4).inter \neq i_2 do
                                                                                                                                          \triangleright \Theta(I) iteraciones
      avanzar(it_4)
                                                                                                                                                          \triangleright \Theta(1)
 16 end
 17 siguiente(it_3).com \leftarrow it_2
                                                                                                                                                          \triangleright \Theta(1)
 18 siguiente(it_4).com \leftarrow it_1
                                                                                                                                                          \triangleright \Theta(1)
```

Complejidad: $\Theta(n+I)$

```
ICONECTADAS? (in r: estrRed, in c_1: compu, in c_2: compu) \rightarrow res: bool
  1 itLista(estrCompu) it_1 \leftarrow \text{crearIt}(\text{r.compus})
                                                                                                                                                        \triangleright \Theta(1)
  2 while siguiente(it_1).IP \neq c_1.IP do
                                                                                                                                        \triangleright \Theta(n) iteraciones
  \mathbf{a} avanzar(it_1)
                                                                                                                                                        \triangleright \Theta(1)
  4 end
  5 itLista(tupla(interfaz, itLista(estrCompu))) it_2 \leftarrow \text{crearIt}(\text{siguiente}(it_1).\text{conexiones})
                                                                                                                                                        \triangleright \Theta(1)
  6 while haySiguiente(it_2) \wedge_L siguiente(siguiente(it_2).com)).IP \neq c_2.IP do
                                                                                                                                        \triangleright \Theta(I) iteraciones
                                                                                                                                                        \triangleright \Theta(1)
  \mathbf{7} | avanzar(it_2)
  8 end
  9 res \leftarrow (siguiente(siguiente(it_2).com)).IP = c_2.IP)
                                                                                                                                                        \triangleright \Theta(1)
```

Complejidad: $\Theta(n+I)$

```
IINTERFAZUSADA(in r: estrRed, in c_1: compu, in c_2: compu) \rightarrow res: interfaz
  1 itLista(estrCompu) it_1 \leftarrow \text{crearIt}(\text{r.compus})
                                                                                                                                                          \triangleright \Theta(1)
  2 while siguiente(it_1).IP \neq c_1.IP do
                                                                                                                                          \triangleright \Theta(n) iteraciones
  \mathbf{a} | avanzar(it_1)
                                                                                                                                                          \triangleright \Theta(1)
  4 end
  5 itLista(tupla(interfaz, itLista(estrCompu))) it_2 \leftarrow \text{crearIt}(\text{siguiente}(it_1).\text{conexiones})
                                                                                                                                                          \triangleright \Theta(1)
  6 while (siguiente(siguiente(it_2).com)).IP \neq c_2.IP do
                                                                                                                                          \triangleright \Theta(I) iteraciones
  \mathbf{7} | avanzar(it_1)
                                                                                                                                                          \triangleright \Theta(1)
  8 end
  9 res \leftarrow siguiente(it_2).inter
                                                                                                                                                          \triangleright \Theta(1)
```

Complejidad: $\Theta(n+I)$

```
IVECINOS(in \ r : estrRed, in \ c : compu) \rightarrow res : conj(compu)
  1 res \leftarrow vacio()
                                                                                                                                                       \triangleright \Theta(1)
  2 itLista(estrComp) it_1 \leftarrow \text{crearIt}(\text{r.compus})
                                                                                                                                                       \triangleright \Theta(1)
  з while siguiente(it_1).IP \neq c.IP do
                                                                                                                                        \triangleright \Theta(n) iteraciones
          avanzar(it_1)
                                                                                                                                                       \triangleright \Theta(1)
  5 end
  6 itLista(tupla(interfaz, itLista(estrCompu))) it_2 \leftarrow \text{crearIt}(\text{siguiente}(it_1).\text{conexiones})
                                                                                                                                                       \triangleright \Theta(1)
  7 while haySiguiente?(it_2) do
                                                                                                                                        \triangleright \Theta(n) iteraciones
          if haySiguiente?(siguiente(it_2).com) then
                                                                                                                                                       \triangleright \Theta(1)
  8
               agregar(res, \langle siguiente(siguiente(it_2).com).IP,
  9
               crearConjunto(siguiente(siguiente(it_2).com).conexiones))))
                                                                                                                                                      \triangleright \Theta(I^2)
 10
          end
                                                                                                                                                       \triangleright \Theta(1)
          avanzar(it_2)
 11
 12 end
```

Complejidad: $\Theta(n+I^3)$

Complejidad: $\Theta(I^2)$

Justificación: Dada una lista de tupla de 〈Interfaz,Iterador〉 (que representa las conexiones de la computadora), devuelve el conjunto de todas las interfaces que se encuentran en ella.

```
IUSAINTERFAZ?(in r: estrRed, in c: compu, in i: interfaz) \rightarrow res: bool
   1 itLista(estrComp) it_1 \leftarrow \text{crearIt}(\text{r.compus})
                                                                                                                                                           \triangleright \Theta(1)
   2 while siguiente(it_1).IP \neq c.IP do
                                                                                                                                           \triangleright \Theta(n) iteraciones
   3
      avanzar(it_1)
   4
                                                                                                                                                           \triangleright \Theta(1)
  5 end
   6 itLista(tupla(interfaz, itLista(estrCompu))) it_2 \leftarrow \text{crearIt}(\text{siguiente}(it_1).\text{conexiones})
                                                                                                                                                           \triangleright \Theta(1)
   7 while siguiente(it_2).inter \neq i do
                                                                                                                                           \triangleright \Theta(I) iteraciones
      avanzar(it_2)
                                                                                                                                                           \triangleright \Theta(1)
   9 end
 10 res \leftarrow \text{haySiguiente}(\text{siguiente}(it_2).\text{com})
                                                                                                                                                           \triangleright \Theta(1)
```

Complejidad: $\Theta(n+I)$

```
 \begin{split} & \text{ICAMINOSMINIMOS}(\textbf{in } r : \textbf{estrRed}, \textbf{in } c_1 : \textbf{compu}, \textbf{in } c_2 : \textbf{compu}) \rightarrow res : \textbf{conj(lista(compu))} \\ & \textbf{1} \quad res \leftarrow \text{vacio()} \\ & \textbf{2} \quad \textbf{if } \text{pertenece?}(c_2, \text{vecinos}(r, c_1)) \textbf{ then} \\ & \textbf{3} \quad | \quad \text{agregar}(res, \text{agregarAtras}(\text{agregarAtras}(<>>, c_1), c_2)) \\ & \textbf{4} \quad \textbf{else} \\ & \textbf{5} \quad | \quad res \leftarrow \text{dameMinimos}(\text{Caminos}(r, c_1, c_2, \text{agregarAtras}(<>>, c_1), \text{pasarConjASecu(vecinos}(r, c_1)))) \\ & \textbf{6} \quad \textbf{end} \\ \end{split}
```

Complejidad:

1

```
\begin{array}{lll} \operatorname{DAMEMINIMOS}(\operatorname{in} c : \operatorname{conj}(\operatorname{lista}(\operatorname{compu}))) \to res : \operatorname{conj}(\operatorname{lista}(\operatorname{compu})) \\ & \mathbf{1} & \operatorname{if} \operatorname{esVacio}?(c) \operatorname{then} \\ & \mathbf{2} & | res \leftarrow \operatorname{vacio}() \\ & \mathbf{3} & \operatorname{else} \\ & \mathbf{4} & | \operatorname{ItConj}(\operatorname{lista}(\operatorname{compu})) & it \leftarrow \operatorname{crearIt}(c) \\ & \mathbf{5} & | res \leftarrow \operatorname{dameMinimosAux}(c, \operatorname{minimaLong}(c, \operatorname{long}(\operatorname{siguiente}(it)))) \\ & \mathbf{6} & \operatorname{end} \end{array} \quad \begin{array}{l} \triangleright \Theta(1) \\ & \triangleright \Theta(1) \\ & \triangleright \Theta(n \times n!) \end{array}
```

Complejidad: $\triangleright \Theta(n \times n!)$

7 Justificación: Devuelve, del total de caminos posibles, solo los de longitud mínima

```
DAMEMINIMOSAUX(in c: conj(lista(compu)), in n: nat) \rightarrow res: conj(lista(compu))
  2 ItConj(lista(compu)) it \leftarrow \text{crearIt}(c)
                                                                                                                                                       \triangleright \Theta(1)
  s res \leftarrow vacio()
                                                                                                                                                       \triangleright \Theta(1)
  4 while haySiguiente(it) do
                                                                                                                                       \triangleright \Theta(n!) iteraciones
                                                                                                                                                       \triangleright \Theta(1)
          if long(siguiente(it)) = n then
  5
               agregar(res, siguiente(it))
                                                                                                                                                       \triangleright \Theta(n)
  6
               avanzar(it)
                                                                                                                                                       \triangleright \Theta(1)
          else
               avanzar(it)
                                                                                                                                                       \triangleright \Theta(1)
  9
 10
          end
 11 end
```

12 Complejidad: $\triangleright \Theta(n \times n!)$

```
\texttt{MINIMALONG}(\textbf{in } c: \texttt{conj}(\texttt{lista}(\texttt{compu})), \textbf{in } n: \texttt{nat}) \rightarrow res: \texttt{nat}
                                                                                                                                                                                                    \triangleright \Theta(1)
   2 nat i \leftarrow n
                                                                                                                                                                                                    \triangleright \Theta(1)
   3 ItConj(lista(compu)) it \leftarrow \text{crearIt}(c)
   4 while haySiguiente(it) do
                                                                                                                                                                                                   \triangleright \Theta(n!)
             if long(siguiente(it)) then
                                                                                                                                                                                                    \triangleright \Theta(1)
                    i \leftarrow \text{longitud}(\text{siguiente}(it))
                                                                                                                                                                                                    \triangleright \Theta(1)
   6
                    avanzar(it)
                                                                                                                                                                                                    \triangleright \Theta(1)
   7
             else
   8
                    avanzar(it)
                                                                                                                                                                                                    \triangleright \Theta(1)
   9
             end
 10
 11 end
                                                                                                                                                                                                    \triangleright \Theta(1)
 12 res \leftarrow i
```

13 Complejidad: $\triangleright \Theta(n!)$

14 Justificación: Devuelve la longitud de la secuencia más chica

```
\mathbf{1} \begin{array}{c} \operatorname{PASARCONJASECU}(\mathbf{in} \ c : \operatorname{conj}(\operatorname{compu})) \to res : \operatorname{secu}(\operatorname{compu}) \\ \mathbf{2} \ res \leftarrow \operatorname{vacia}() & \rhd \Theta(1) \\ \mathbf{3} \ \operatorname{ItConj} \ it \leftarrow \operatorname{crearIt}(c) & \rhd \Theta(1) \\ \mathbf{4} \ \operatorname{While}( & \rhd \Theta(n) \ \operatorname{iteracioneshaySiguiente}(it) \ \operatorname{agregarAtras}(res, \operatorname{siguiente}(it)) & \rhd \Theta(I) \\ \end{array}
```

- 5 Complejidad: $\Theta(n \times I)$
- 6 Justificación: Devuelve una secuencia que contiene a todos los elementos del conjunto pasado por parámetro

3 Complejidad:

```
ICAMINOS(in r: estrRed, in c_1: compu, in c_2: compu, in l: lista(estrCompu), in vec: lista(estrCompu))
\rightarrow res : conj(lista(estrCompu))
  \mathbf{2} if vacia?(vec) then
        res \leftarrow \text{vacia()}
  3
  4 else
  5
         if /\text{último}(l) = c_1 then
             res \leftarrow agregar(l, vacia())
  6
         else
  7
             if \phistá?(primero(vec, l)) then
  8
                 res \leftarrow unión(caminos(r, c_0, c_1, agregarAtras(l, primero(vec))), iVecinos(r, primeros(vec))),
  9
                 caminos(r, c_0, c_1, l, fin(vec)))
 10
             else
              res \leftarrow \operatorname{caminos}(r, c_0, c_1, l, \operatorname{fin}(vec))
 11
             end
 12
         end
 13
 14 end
```

15 Complejidad:

16 Justificación: Dada una red, dos compus, los vecinos de la primer compu, y una lista que usamos para guardar las computadoras por las que ya preguntamos, iteramos sobre todas las computadoras y devolvemos el conjunto de todos los caminos posibles desde la primer computadora hasta la segunda.

```
{
m IUNION}({
m in}\ c_1:{
m conj}({
m lista(compu)}), {
m in}\ c_2:{
m conj}({
m lista(compu)}))
ightarrow res:{
m conj}({
m lista(compu)})
         \mathbf{z} res \leftarrow \text{vacio}()
                                                                                                                                                                                    \triangleright \Theta(1)
         3 if vacio?(c_1) then
                                                                                                                                                                                    \triangleright \Theta(1)
                                                                                                                                                                     \triangleright \Theta(I \times n \times n!)
                  res \leftarrow c_2
         5 else
                  itConj(lista(compu)) it \leftarrow \text{crearIt}(c_1)
                                                                                                                                                                                    \triangleright \Theta(1)
         6
1
                  while haySiguiente(it) do \triangleright [
         7
                  f
         8
                        Ag(siguiente(it), c_2)
                                                                                                                                                                                   \triangleright \Theta(n)
         9
                                                                                                                                                                                    \triangleright \Theta(1)
                        avanzar(it)
       10
                  end
       11
       12 end
```

- 13 Complejidad: $\Theta(n^2 + n \times I \times n!)$
- 14 Justificación: Devuelve la unión de dos conjuntos.

```
IESTA?(\mathbf{in}\ c: compu, \mathbf{in}\ l: lista(compu)) \rightarrow res: bool
  \mathbf{2} if vacia?(l) then
                                                                                                                                                                               \triangleright \Theta(1)
          res \leftarrow false
                                                                                                                                                                               \triangleright \Theta(1)
  4
   5 else
           ItLista(compu) it \leftarrow \text{crearIt}(l)
                                                                                                                                                                               \triangleright \Theta(1)
  6
            while haySiguiente(it) \wedge_{L} siguiente(it) \neq c do
                                                                                                                                                                              \triangleright \Theta(n)
   8
                 avanzar(it)
                                                                                                                                                                               \triangleright \Theta(1)
           end
 10
 11 end
 12 res \leftarrow (haySiguiente(it))
                                                                                                                                                                               \triangleright \Theta(1)
```

- 13 Complejidad: $\Theta(n)$
- 14 Justificación: Devuelve True si y solo si la compu c se encuentra en la lista l.

8 Complejidad: $\Theta(n \times (n+I^2))$

- з Complejidad: $\Theta(n \times I)$
- 4 Justificación: Devuelve una copia de la Red

```
\mathbf{1} \cfrac{ \text{ICANTCOMPUS}(\textbf{in } r : \texttt{Red}) \rightarrow res : \textbf{nat} }{ \mathbf{2} \ res \leftarrow r. \text{cantCompus} } \qquad \qquad \rhd \Theta(1)
```

з Complejidad: $\Theta(1)$

4 Algoritmos del iterador de Red

```
\mathbf{1} \frac{\text{IHAYSIGUIENTE?}(\mathbf{in} \ it : \mathtt{itLista(estrCompu)}) \rightarrow res : \mathtt{bool}}{\mathbf{2} \ res \leftarrow \mathtt{haySiguiente?}(it)} \rhd \Theta(1)
```

з Complejidad: $\Theta(1)$

```
{	t iSiguiente}({	t in}\ it:{	t itLista}({	t estrCompu})) 
ightarrow res:{	t compu}
    2 estrCompu e \leftarrow \text{siguiente}(it)
                                                                                                                                                                \triangleright \Theta(1)
    3 res.IP ← e.IP
                                                                                                                                                                \triangleright \Theta(1)
                                                                                                                                                                \triangleright \Theta(1)
    4 conj(interfaz) interfaces \leftarrow vacio()
    5 itLista(tupla \langle inter: interfaz, com: itLista(estrCompu) \rangle) itInterfaces \leftarrow crearIt(e.conexiones)
    \mathbf{6} while haySiguiente?(itInterfaces) do

hd \Theta(I) iteraciones
             agregar(interfaces, siguiente(itInterfaces).inter)
                                                                                                                                                               \triangleright \Theta(I)
             avanzar(itInterfaces)
                                                                                                                                                               \triangleright \Theta(1)
    9 end
   10 res.Interfaces \leftarrow e.Interfaces
                                                                                                                                                                \triangleright \Theta(I)
11 Complejidad: \Theta(I^2)
  ICREARIT(in e: estrRed)
    \mathbf{z} \ res \leftarrow \text{crearIt}(e.\text{compus})
                                                                                                                                                               \triangleright \Theta(1)
 з Complejidad: \Theta(1)
  {\tt IAVANZAR}(\mathbf{in}/\mathbf{out}\ it \colon \mathtt{itLista(estrCompu)})
    \mathbf{z} it \leftarrow \operatorname{avanzar}(it)
                                                                                                                                                                \triangleright \Theta(1)
```

з Complejidad: $\Theta(1)$

2. Módulo DCNet

Notas preliminares

En todos los casos, al indicar las complejidades de los algoritmos, las variables que se utilizan corresponden a:

- ullet n: Número de computadoras en la red.
- k: Longitud de la cola de paquetes más larga al momento.
- L: Longitud de nombre de computadora más largo de la red.
- i: Mayor cantidad de interfaces que tiene alguna computadora en la red en el momento.

Interfaz

```
se explica con: DCNET
géneros: dcnet
```

Operaciones básicas de lista

 $\mathbf{Pre} \equiv \{c \in \operatorname{computadoras}(\operatorname{red}(D))\}\$ $\mathbf{Post} \equiv \{\operatorname{res} =_{\operatorname{obs}} \operatorname{enEspera}(D, c)\}\$

```
INICIARDCNET(\mathbf{in}\ r \colon \mathtt{Red}) \to res : \mathtt{DCNet}
\mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
Post \equiv \{res =_{obs} iniciarDCNet(r)\}\
Complejidad: \Theta(1234)
Descripción: Genera un nuevo DCNet sin paquetes.
CREARPAQUETE(in/out D: DCNet, in p: paquete)
\mathbf{Pre} \equiv \{D =_{obs} D_0 \land (\exists p': paquete)(paqueteEnTransito?(D,p') \land id(p') = id(p)) \land origen(p) \in computado-
ras(red(D)) \wedge_{L} destino(p) \in computadoras(red(D)) \wedge_{L} hay Camino?(red(D), origen(p), destino(p))) \}
\mathbf{Post} \equiv \{ D =_{obs} crearPaquete(D_0, p) \}
Complejidad: \Theta(l + log(k))
Descripción: Crea un nuevo paquete que no exite en el DCNet anterior.
AVANZARSEGUNDO(\mathbf{in}/\mathbf{out}\ D: DCNet)
\mathbf{Pre} \equiv \{ D =_{\mathrm{obs}} D_0 \}
\mathbf{Post} \equiv \{ D =_{obs} \operatorname{avanzarSegundo}(D_0) \}
Complejidad: \Theta(n.(L + log(n) + log(k)))
Descripción: Avanza un segundo en el DCNet, moviendo todos los paquetes correspondientes.
\mathtt{RED}(\mathbf{in}\ D \colon \mathtt{DCNet}) \to res : \mathtt{red}
\mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{ \mathrm{res} =_{\mathrm{obs}} \mathrm{red}(D) \}
Complejidad: \Theta(1234)
Descripción: Devuelve la red donde esta funcionando el DCNet.
CAMINORECORIDO(in D: DCNet, in p: paquete) \rightarrow res: secu(compu)
\mathbf{Pre} \equiv \{ \text{paqueteEnTransito?}(D, p) \}
\mathbf{Post} \equiv \{ \text{res} =_{\text{obs}} \text{caminoRecorrido}(D, p) \}
Complejidad: \Theta(n.log(max(n,k)))
Descripción: Devuelve la secuencia que contiene de forma ordenada todas las computadoras por las que fue
pasando.
CANTIDADENVIADOS(in D: DCNet, in c: compu) \rightarrow res: nat
\mathbf{Pre} \equiv \{c \in \operatorname{computadoras}(\operatorname{red}(D))\}\
Post \equiv \{res =_{obs} cantidadEnviados(D, c)\}
Complejidad: \Theta(1234)
Descripción: Devuelve la cantidad de paquetes que envió la computadora "c".
ENESPERA(in D: DCNet, in c: compu) \rightarrow res: conj(paquete)
```

```
Complejidad: \Theta(L)
Descripción: Devuelve los paquetes que tiene en espera la compu "c".

PAQUETESENTRÁNSITO?(in D: DCNet, in p: paquete) \rightarrow res: bool
Pre \equiv {true}
Post \equiv {res = _obs paquetesEnTrancito?(D, p)}
Complejidad: \Theta(1234)
Descripción: Devuelve "True" si y solo si el paquete esta en los paquetes en espera de alguna computadora.

LAQUEMÁSENVIÓ(in D: DCNet) \rightarrow res: compu
Pre \equiv {true}
Post \equiv {res = _obs laQueMásEnvió(D)}
Complejidad: \Theta(1)
Descripción: Devuelve una de las computadoras con mas paquetes enviados
```

Representación

dcnet se representa con estrDCNet

```
Rep(l) \equiv true \iff (\forall e: estr)(
              (tam(e.paquetesEnEspera)
                                                               tam(e.IPcompusXID)
                                                                                              =
                                                                                                         tam(e.siguienteCompu)
                                                                                                                                                      tam
                                                       =
              (e.cantPaquetesEnviados) = \#(computaodras(e.estrRed))) \land (\forall n: nat)(definido?(e.siguienteCompu,n) \Rightarrow_L
              tam(e.siguienteCompu[n]) = \#(computadoras(e.estrRed))) \land
              Maximo(e.cantPaqEnviados) = e.cantidadEnviados[obtener(\pi_1(siguiente(e.laQueMásEnvió)), e.IDcompusPorIP)]
              \land (\forall c: \text{compu})(c \in \text{computadoras}(e.\text{estRed}) \Rightarrow_{\text{L}} \text{obtener}(\pi_1(c), e.\text{IDcompusPorIP}) < \#(\text{computadoras}(e.\text{computadoras}))
              ras(e.estrRed)) \land ((\forall c_1, c_2: compu)((c_1 \in computadoras(e.estRed)) \land (c_2 \in computadoras(e.estrRed)) \land
              (c_1 \neq c_2)) \Rightarrow_L ((\text{obtener}(\pi_1(c_1), \text{e.IDcompusPorIP}) \neq \text{obtener}(\pi_1(c_2), \text{e.IDcompusPorIP}))))) \land
               (dameNombres(computadoras(e.estrRed)) = claus(IDcompusPorIP)) \land
              (\forall L: nat)(0 \le L < tam(e.paqEnEspera) \Rightarrow_L (
              (\forall it_1: ItConj(paquete)) it \in dame\pi_1(juntarSignificado(\pi_2(e.paquetesEnEspera[L]))) \Rightarrow_L haySiguiente?(it_1)
              (\forall it_2: ITconj(pauqete)) it_2 \in damepi_2(juntarColaEnConjunto(\pi_3(e.paquetesEnEspera[L]))) \Rightarrow_L
              haySiguiente?(it_2) \wedge_{\mathbf{L}}
              (\forall i: \text{ItConj}(\text{paquete}))(\text{siguiente}(i) \in (\text{dameSiguientes}(\text{dame}\pi_1(juntarSignificados_1(\pi_2(\text{e.paquetesEnEspera}[L]))))
              siguiente(i) \in \pi_1(e.paquetesEnEspera[L])))) \land
                                            claves(\pi_2(e.paquetesEnEspera[L]))
                           ID)(c \in
                                                                                                                   \pi_1(\text{siguiente}(\pi_1(\text{obtener}(\pi_2(c),
                                                                                                  \Rightarrow_{\scriptscriptstyle 
m L}
              e.paquetesEnEspera[L]))) = c) \land
               (\forall it: \text{ItConj}(\text{paquete})) \text{ siguiente}(it) \in \text{dameSiguientes}(\text{dame}\pi_2(\text{juntarColaPrioriEnConj}(\pi_3(\text{e.paquetesEnEspera}|L))))
               \Rightarrow_{\mathsf{L}} \text{ siguiente}(it) \in \pi_1(\text{e.paquetesEnEspera}[\mathsf{L}])
              (\forall t: \text{tupla } < \text{prioridad}, \text{ItConj}(\text{paquete}) >) \ t \in \text{juntarColaPrioriEnConj}(\pi_3(\text{e.paquetesEnEspera}[L])) \rightarrow
              siguiente(\pi_2(t)).prioridad = \pi_1(t)
               (\forall x, z: nat)((0 \le x < tam(e.paquetesEnEspera) \land 0 \le z < tam(e.paquetesEnEspera) \land x \ne z) \Rightarrow_L
              (\pi_1(e.paquetesEnEspera[x]) \cap \pi_2(e.paquetesEnEspera[z])) = \emptyset) \land
              (\forall i: \text{nat})(0 \leq i < \#(\text{computadoras}(\text{e.estrRed})) \land \text{obtener}(\pi_1(\text{siguiente}(\text{e.IPcompusPorID}[i])),
              (i) e.IDcompusPorID(i) = (i) (i)
              (\forall n, m: nat)(0 \le n < \#(computadoras(e.estrRed)) \land 0 \le n < \#(computadoras(e.estrRed)) \Rightarrow_L
              (\exists x: (secu(compu))) \quad x \in caminosminimos(e.estrRed, siguiente(e.IPcompusPorID[n]), siguiente(e.IPcompusPorID[n]))
              te(e.IPcompusPorID[m])) \land prim(x) = e.siguienteCompu[n][m]
              (\forall i: \text{nat})(0 \le i \le \#\text{computadoras}(\text{e.estrRed}) \Rightarrow_{\text{L}} \text{siguiente}(\text{e.IPcompusPorID}[i]) \in \text{compitadoras}(\text{e.estrRed}))
               (\forall x, y: \text{nat})((0 \le x \le \#\text{computadoras}(e.\text{estrRed}) \land 0 \le y \le \#\text{computadoras}(e.\text{estrRed}) \land x \ne y) \Rightarrow_{\mathsf{L}}
               (siguiente(e.IPcompusPorID[x]) \neq siguiente(e.IPcompusPorID[y]))))) \land
              \#(\pi_1(e.paquetesEnEspera)) = \#claves(\pi_2(e.paquetesEnEspera)) \land = \#(juntarSecuenciasEnConj(juntarSignification))
              (\forall it_1: ItConj(paquete)) (\forall it_2: ItConj(paquete)) it_1 \in dame\pi_2(juntarColaPriorEnConj(\pi_3(e.paquetesEnEspera[L])))
               \land it_2 \in \text{dame}\pi_2(\text{juntarColaPriorEnConj}(\pi_3(\text{e.paquetesEnEspera[L]}))) it_1 \neq it_2 \Rightarrow_{\text{L}} \text{siguiente}(it_1) \neq
              siguiente(it_2)
Abs : estrDCNet e \longrightarrow DCNet
                                                                                                                                           \{\operatorname{Rep}(e)\}
```

```
Abs(e) \equiv red(d) = e.estrRed \wedge
                                                                   (\forall p: paquete) paqueteEnTránsito?(d, p) \Rightarrow_{L} caminoRecorrido(d, p)
                                                                  te(e.siguienteCompu, e.IPsCompusPorID, e.PaquetesEnEspera, p) \land
                                                                  (\forall c: \text{compu}) \ c \in \text{computadoras}(\text{red}(d)) \Rightarrow_{\text{L}} \text{cantidadEnviados}(d, c) = \text{e.}\#\text{PaqEnviados}[\text{obtener}(c, c)]
                                                                  e.IDsCompusPorIP)] ∧
                                                                   (\forall c: \text{compu}) \ c \in \text{computadoras}(\text{red}(d)) \Rightarrow_{\mathbb{L}} \text{enEspera}(d, c) = \text{enConjunto}(e.\text{paquetesEnEspera}|\text{obtener}(c, c)|
                                                                  e.IDsCompusPorIP)])
  caminoDelPaquete : ad(ad(nat)) \times ad(ItRed) \times ad(tupla(enConjunto:conj(paquete) \times porID:dicc_{AVL}(ID\,tupla(iPaquete:ad(nat))) \times ad(ItRed) \times ad(tupla(enConjunto:conj(paquete))) \times porID:dicc_{AVL}(ID\,tupla(iPaquete:ad(nat))) \times ad(ItRed) \times ad(tupla(enConjunto:conj(paquete))) \times porID:dicc_{AVL}(ID\,tupla(iPaquete:ad(nat))) \times ad(tupla(enConjunto:conj(paquete))) \times porID:dicc_{AVL}(ID\,tupla(iPaquete:ad(nat))) \times ad(tupla(enConjunto:conj(paquete))) \times porID:dicc_{AVL}(ID\,tupla(iPaquete:ad(nat)))) \times ad(tupla(enConjunto:conj(paquete))) \times porID:dicc_{AVL}(ID\,tupla(iPaquete:ad(nat)))) \times ad(tupla(enConjunto:conj(paquete))) \times porID:dicc_{AVL}(ID\,tupla(iPaquete))) \times porID:dicc_{AVL}(ID\,tupla(iPaquete)) \times porID:dicc_{AVL}(ID\,tupla(iPaquete))) \times porID:dicc_{AVL}(ID\,tupla(iPaquete)) \times porID:dicc_{AVL}(ID\,tupla(iPaquete))) \times porID:dicc_{AVL}(ID\,tupla(iPaquete)) 
  caminoDelPaquete(t, CsxID, ps, p, Psr) \equiv \mathbf{if} \operatorname{def?}(\operatorname{ID}(p), \operatorname{porID}(ps[0])) then
                                                                                                                                                                                                                                                                                          caminoDelPaquete<sub>aux</sub>(t, CsxID, ps, p, codOrigen(obtener(ID(p), ps, codOrigen(obtener(ID(p), ps, codOrigen(obtener(ID(p), ps, codOrigen(obtener(ID(p), ps, codOrigen(obtener(ID(p), ps, codOrigen(obtener(ID(p), ps, codOrig
                                                                                                                                                                                                                                                                                          \operatorname{porId}(ps[0])), \operatorname{codDestino}(\operatorname{obtener}(\operatorname{ID}(p), \operatorname{porId}(ps[0]))))
                                                                                                                                                                                                                                                                                           caminoDelPaquete(t, CsxID, ps, p, finAd(psr))
                                                                                                                                                                                                                                                                       fi
 caminoDelPaquete_{aux}: ad(ad(nat)) \times ad(ItRed) \times ad(tupla(enConjunto:conj(paquete) por ID: dicc_{AVI} \times tupla(iPaquete: iPaquete) + (iPaquete: iPaquete) + (iPaquete) + (
  caminoDelPaquete_{aux}(t, CsxID, ps, p, Psr, compuActual, d) \equiv if def?(ID(p), porID(ps[compuActual])) then
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                siguiente(CsxID[compuActual])
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                caminoDelPaquete<sub>aux</sub>(t, CsxID, ps, p, Psr,
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                t[compuActual][d], d)
 \label{eq:conjunto:conj} fin Ad: ad(tupla(en Conjunto:conj(paquete) \times por ID: dicc_{AVL}(ID\: tupla(iPaquete: itConj(paquete)\: codOrigen: nat\: codDestinontial Conjunto: conjun
 finAd(a) \equiv if(tam(a) \leq 1) then crearArreglo(0) else finAd_{aux}(a, crearArreglo(tam(a)-1), tam(a)-2) fi
fin Ad_{aux} : ad(tupla(en Conjunto:conj(paquete) \times por ID: dicc_{AVL}(ID \ tupla(iPaquete: it Conj(paquete) \ cod Origen: nat \ cod Destarrow (ID \ tupla(iPaquete: it Conj(paquete) \ cod Origen: nat \ cod Destarrow (ID \ tupla(iPaquete: it Conj(paquete) \ cod Origen: nat \ cod Destarrow (ID \ tupla(iPaquete: it Conj(paquete) \ cod Origen: nat \ cod Destarrow (ID \ tupla(iPaquete: it Conj(paquete) \ cod Origen: nat \ cod Destarrow (ID \ tupla(iPaquete: it Conj(paquete) \ cod Origen: nat \ cod Destarrow (ID \ tupla(iPaquete: it Conj(paquete) \ cod Origen: nat \ cod Destarrow (ID \ tupla(iPaquete: it Conj(paquete) \ cod Origen: nat \ cod Destarrow (ID \ tupla(iPaquete: it Conj(paquete) \ cod Origen: nat \ cod Destarrow (ID \ tupla(iPaquete: it Conj(paquete) \ cod Origen: nat \ cod Destarrow (ID \ tupla(iPaquete: it Conj(paquete) \ cod Origen: nat \ cod Destarrow (ID \ tupla(iPaquete: it Conj(paquete) \ cod Origen: nat \ cod Destarrow (ID \ tupla(iPaquete: it Conj(paquete) \ cod Origen: nat \ cod Destarrow (ID \ tupla(iPaquete: it Conj(paquete) \ cod Origen: nat \ cod Destarrow (ID \ tupla(iPaquete: it Conj(paquete) \ cod Origen: nat \ cod Destarrow (ID \ tupla(iPaquete: it Conj(paquete) \ cod Origen: nat \ cod Destarrow (ID \ tupla(iPaquete: it Conj(paquete) \ cod Origen: nat \ cod Destarrow (ID \ tupla(iPaquete: it Conj(paquete) \ cod Origen: nat \ cod Destarrow (ID \ tupla(iPaquete: it Conj(paquete) \ cod Origen: nat \ cod Destarrow (ID \ tupla(iPaquete: it Conj(paquete) \ cod Origen: nat \ cod Destarrow (ID \ tupla(iPaquete: it Conj(paquete: it Conj(paquete) \ cod Origen: nat \ cod Destarrow (ID \ tupla(iPaquete: it Conj(paquete: it Conj(paq
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          \{ tam(a) > 1 \wedge tam(b) > 0 \}
\operatorname{finAd_{aux}}(a, b, n) \equiv \operatorname{if}(n=0) \operatorname{then} b[0] \leftarrow a[1] \operatorname{else} \operatorname{finAd_{aux}}(a, b[n] \leftarrow a[n+1], n-1) \operatorname{fi}
juntarColaPriorEnConj : colaPrior(tupla<prioridad,ItConj(paquete)>) \(\to \) conj(tupla<prioridad, ItConj(paquete)>)
juntarColaPriorEnConj(c) \equiv if \ vacia?(c) \ then \ \emptyset \ else \ ag(proximo(c), juntarColaPriorEnConj(desencolar(c))) \ fi
  dame\pi_2 : conj(tupla < prioridad \times ItConj(paquete) >) \longrightarrow conj(ItConj(paquete))
  dame\pi_2(c) \equiv if \emptyset?(c) then \emptyset else ag(\pi_2(dameuno(c)), dame\pi_2(sinuno(c))) fi
  dameSiguientes : conj(ItConj(paquete)) \longrightarrow conj(paquete)
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        {restricciones}
```

 $dameSiguientes(c) \equiv if \emptyset?(c) then \emptyset else ag(siguiente(dameuno(c)), dameSiguientes(sinuno(c))) fi$

Algoritmos

```
IINICIARDCNet(in \ r : Red) \rightarrow res : DCNet
  1 res \leftarrow iCopiar(r)
                                                                                                                                                 \triangleright \Theta(n \times I)
                                                                                                                                                       \triangleright \Theta(n)
  2 res. \# PaqEnviados \leftarrow crearArreglo(cantCompus(res.red))
                                                                                                                                                       \triangleright \Theta(n)
  res.IPsCompuPorID \leftarrow crearArreglo(cantCompus(res.red))
  4 res.siguientesCompus \leftarrow crearArreglo(cantCompus(res.red))
                                                                                                                                                       \triangleright \Theta(n)
  res.paquetesEnEspera \leftarrow crearArreglo(cantCompus(res.red))
                                                                                                                                                       \triangleright \Theta(n)
  6 itRed it_0 \leftarrow \text{crearItRed}(res.red)
                                                                                                                                                       \triangleright \Theta(1)
  7 nat j \leftarrow 0
                                                                                                                                                       \triangleright \Theta(1)
  8 while j < Cardinal(Computadoras(res.red)) do
                                                                                                                                                       \triangleright \Theta(n)
          res.siguientesCompus[j] \leftarrow crearArreglo(cantCompus(res.red))
                                                                                                                                                       \triangleright \Theta(n)
  9
 10
          res.\#PaqEnviados[j] \leftarrow 0
                                                                                                                                                       \triangleright \Theta(1)
          res.paquetesEnEspera[j] \leftarrow \langle vacio(), vacio(), vacio() \rangle
                                                                                                                                                       \triangleright \Theta(1)
 11
          definir(siguiente(it_0).IP, j, res.IDsCompusPorIP)
                                                                                                                                               \triangleright \Theta(L+I^2)
 12
          res.IPsCompusPorID[j] \leftarrow it_1
                                                                                                                                                       \triangleright \Theta(1)
 13
                                                                                                                                                       \triangleright \Theta(1)
          j \leftarrow j + 1
          avanzar(it_1)
                                                                                                                                                       \triangleright \Theta(1)
 15
 16 end
                                                                                                                                                       \triangleright \Theta(1)
 17 nat k \leftarrow 0
                                                                                                                                                       \triangleright \Theta(1)
 18 j \leftarrow 0
 19 while j < Cardinal(Computadoras(res.red)) do
                                                                                                                                                       \triangleright \Theta(n)
          while k < Cardinal(Computadoras(res.red)) do
                                                                                                                                                       \triangleright \Theta(n)
 20
               if conectadas?(res.red, siguiente(res.IPsCompusPorID[j]), siguiente(res.IPsCompusPorID[k])) then
 21
                \triangleright \Theta(n)
                    itConj it_0 \leftarrow \text{crearIt}(\text{caminosMinimos}(res.\text{red}, \text{siguiente}(res.\text{IPsCompusPorID}[j]),
 22
                    siguiente(res.IPsCompusPorID[k])))
                    res.siguientesCompus[j][k] \leftarrow prim(fin(siguiente(it_1)))
 23
               end
 24
 25
               k \leftarrow k + 1
          end
 26
 27
          j \leftarrow j + 1
 28 end
```

Complejidad: $\triangleright \Theta()$

8 Complejidad: $\Theta(L + log(k))$

```
IAVANZARSEGUNDO(in/out d: DCNet)
        2 nat j \leftarrow 0
                                                                                                                                                                 \triangleright \Theta(1)
        \mathbf{3} nat o
                                                                                                                                                                 \triangleright \Theta(1)
        4 nat dest
                                                                                                                                                                 \triangleright \Theta(1)
                                                                                                                                                                 \triangleright \Theta(1)
        5 paquete paq
        6 while j < Cardinal(Computadoras(d.red)) do
                                                                                                                                                                 \triangleright \Theta(n)
                if !(EsVacio?(d.paquetesEnEspera[j]).enConjunto) then
                                                                                                                                                                 \triangleright \Theta(1)
                     paq \leftarrow \text{Siguiente}(\text{desencolar}((d.\text{paquetesEnEspera}[j]).\text{porPrioridad}))
                                                                                                                                                         \triangleright \Theta(log(k))
        8
                     o \leftarrow (\text{Obtener}((d.\text{paquetesEnEspera}[j]).\text{porID}, paq.\text{ID})).\text{codOrigen}
                                                                                                                                                         \triangleright \Theta(log(k))
        9
                     dest \leftarrow (Obtener((d.paquetesEnEspera[j]).porID, paq.ID)).codDestino
                                                                                                                                                         \triangleright \Theta(log(k))
      10
                                                                                                                                                         \triangleright \Theta(log(k))
                     i \leftarrow (\text{Obtener}((d.\text{paquetesEnEspera}[j]).\text{porID}, paq.\text{ID})).\text{iPaquete}
      11
                     Borrar((d.paquetesEnEspera[j]).porID, paq.ID)
                                                                                                                                                         \triangleright \Theta(log(k))
      12
      13
                     EliminarSiguiente(i)
                                                                                                                                                          \triangleright \Theta(log(1))
                     d.\#pagEnviados[j]++
                                                                                                                                                                 \triangleright \Theta(1)
      14
                     if !(d.siquienteCompu[j][dest] = dest) then
                                                                                                                                                                 \triangleright \Theta(1)
      15
                          it \leftarrow \text{crearIt}(d.\text{paquetesEnEspera}[d.\text{siguienteCompu}[j][dest]])
                                                                                                                                                                \triangleright \Theta(1)
      16
                           it \leftarrow \text{AgregarRapido}((d.\text{paquetesEnEspera}[d.\text{siguienteCompu}[j][dest]]).\text{enConjunto}, p)
                                                                                                                                                            \triangleright \Theta(I) lo
      17
                           tomamos como \Theta(1)
1
                          Definir(d.paquetesEnEspera[d.siguienteCompu[j][dest]].porID, p.ID, \langle it,
      18
                                                                                                                                                         \rhd \Theta(log(k))
                           d.\text{siguienteCompu}[j][dest], dest, \rangle)
                          encolar(d.paquetesEnEspera[d.siguienteCompu[j]|dest]].porPrioridad, paq.prioridad, it)
      19
                           \triangleright \Theta(log(k))
                     end
                end
      21
      22 end
      23 nat k \leftarrow 0
                                                                                                                                                                 \triangleright \Theta(1)
                                                                                                                                                                 \triangleright \Theta(1)
      24 nat h \leftarrow 0
      25 if Cardinal(Computadoras(d.red))>0 then
                                                                                                                                                                 \triangleright \Theta(1)
                while k < Cardinal(Computadoras(d.red)) do
                                                                                                                                                 \triangleright \Theta(n) iteraciones
      26
                     if d.\#paqEnviados[k]>d.\#paqEnviados[h] then
                                                                                                                                                                \triangleright \Theta(1)
      27
                          h \leftarrow k
                                                                                                                                                                \triangleright \Theta(1)
      28
                          k++
                                                                                                                                                                \triangleright \Theta(1)
      29
      30
                     end
                end
      31
      32 end
      33 d.\text{laQueMásEnvió} \leftarrow d.\text{IPsCompusPorID[h]}
                                                                                                                                                                 \triangleright \Theta(1)
   34 Complejidad:
                                                         \triangleright \Theta(n \times log(k)) esta incluido en
                                                                                                                                  \triangleright \Theta(n \times (L + log(k) + log(n)))
   35
     ICAMINORECORRIDO(in d: DCNet, in p: paquete) \rightarrow res: lista(compu)
        2 nat j \leftarrow 0
                                                                                                                                                                 \triangleright \Theta(1)
        \mathbf{3} \ res \leftarrow iVacia()
                                                                                                                                                                 \triangleright \Theta(1)
        4 while !(iDefinido?((d.paquetesEnEspera[j]).porID), p.ID) do
                                                                                                                                          \triangleright \Theta(log(k)) iteraciones
                                                                                                                                                                 \triangleright \Theta(1)
           j++
        6 end
                                                                                                                                                                 \triangleright \Theta(1)
        \mathbf{s} \ o \leftarrow (\text{Obtener}((d.\text{paquetesEnEspera}[j]).\text{porID}, \ p.\text{ID})).\text{codOrigen}
                                                                                                                                                          \triangleright \Theta(log(k))
                                                                                                                                                                 \triangleright \Theta(1)
      10 dest \leftarrow (Obtener((d.paquetesEnEspera[o]).porID, p.ID)).codDestino
                                                                                                                                                           \triangleright \Theta(log(k))
      11 while !(Definido?((d.paquetesEnEspera[o]).porID), p.ID) do
                                                                                                                                                   \triangleright \Theta(n \times log(k))
                iAgregarAtras(res, siguiente(d.IPsCompusPorID[0]))
                                                                                                                              \triangleright \Theta(I) lo tomamos como \Theta(1)
      12
                o \leftarrow d.\text{siguientesCompus}[o][\text{dest}]
                                                                                                                                                                 \triangleright \Theta(1)
      13
      14 end
      15 AgregarAtras(res, siguiente(d.IPsCompusPorID[o]))
                                                                                                                              \triangleright \Theta(I) lo tomamos como \Theta(1)
```

| | ${	t ICANTIDADENVIADOS({f in}\ d\colon {	t DCNet},\ {f in}\ c\colon {	t compu}) 	o res} : {	t nat}$ | |
|---|---|----------------------------|
| 1 | $2 \ \mathbf{nat} \ i \leftarrow \mathbf{Obtener}(d.\mathbf{IDsCompusPorIP}, c.\mathbf{IP})$ | $ hd \Theta(L)$ |
| | $res \leftarrow d.\#paqEnviados[i]$ | $\triangleright \Theta(1)$ |

Módulo Diccionario AVL 4 3.

Notas preliminares

En todos los casos, al indicar las complejidades de los algoritmos, las variables que se utilizan corresponden a:

ullet n: Cantidad de claves definidas en el diccionario.

Interfaz

```
parámetros formales
```

```
géneros
        función
                           \bullet = \bullet (\mathbf{in} \ k_1 : \kappa, \ \mathbf{in} \ k_2 : \kappa) \to res : \mathsf{bool}
                           \mathbf{Pre} \equiv \{ \mathrm{true} \}
                           \mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} (k_1 = k_2)\}\
                           Complejidad: \Theta(equal(k_1, k_2))
                           Descripción: función de igualdad de \kappa
        función
                           • \leq •(in k_1: \kappa, in k_2: \kappa) \rightarrow res: bool
                           \mathbf{Pre} \equiv \{ \mathrm{true} \}
                           \mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} (k_1 \le k_2)\}\
                           Complejidad: \Theta(order(k_1, k_2))
                           Descripción: función de comparación por orden total estricto de \kappa
        función
                           Copiar(in k: \kappa) \rightarrow res: \kappa
                           \mathbf{Pre} \equiv \{ true \}
                           Post \equiv \{res =_{obs} k\}
                           Complejidad: \Theta(copy(k))
                           Descripción: función de copia de \kappa
        función
                           Copiar(in s: \sigma) \rightarrow res: \sigma
                           \mathbf{Pre} \equiv \{ true \}
                           \mathbf{Post} \equiv \{res =_{\mathrm{obs}} s\}
                           Complejidad: \Theta(copy(s))
                           Descripción: función de copia de \sigma
se explica con:
                             DICCIONARIO(\kappa, \sigma)
                             diccAVL(\kappa, \sigma)
```

```
géneros:
Operaciones de diccionario
    VACIO() \rightarrow res : diccAVL(\kappa, \sigma)
    \mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
    \mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} vacio\}
    Complejidad: \Theta(1)
    Descripción: Crea y devuelve un diccionario AVL vacío.
    DEFINIR(in/out d: diccAVL(\kappa, \sigma), in k: \kappa, in s: \sigma)
    \mathbf{Pre} \equiv \{d =_{\mathrm{obs}} d_0\}
    \mathbf{Post} \equiv \{d =_{obs} \operatorname{definir}(k, s, d_0)\}\
    Complejidad: \Theta(\log(n) \times order(k) + copy(k) + copy(s))
    Descripción: Define en el diccionario la clave pasada por parámetro con el significado pasado por parámetro. En
    caso de que la clave ya esté definida, sobreescribe su significado con el nuevo.
    Aliasing: Las claves y significados se almacenan por copia.
    BORRAR(in/out d: diccAVL(\kappa, \sigma), in k : \kappa)
    \mathbf{Pre} \equiv \{d =_{\text{obs}} d_0 \land \operatorname{def?}(k, d)\}\
    \mathbf{Post} \equiv \{d =_{obs} borrar(k, d_0)\}\
    Complejidad: \Theta(\log(n) \times order(k))
```

Descripción: Elimina del diccionario la clave pasada por parámetro.

```
\#\text{CLAVES}(\mathbf{in}\ d: \texttt{diccAVL}(\kappa,\ \sigma)) \to res: \mathtt{nat}
\mathbf{Pre} \equiv \{ \mathrm{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{ res =_{obs} \#(claves(d)) \}
Complejidad: \Theta(1)
Descripción: Devuelve la cantidad de claves del diccionario.
DEFINIDO?(in d: diccAVL(\kappa, \sigma), in k:\kappa) \rightarrow res: bool
\mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} \operatorname{def}?(k, d)\}\
Complejidad: \Theta(\log(n) \times order(k))
Descripción: Devuelve true si y solo si la clave pasada por parámetro está definida en el diccionario.
OBTENER(in d: diccAVL(\kappa, \sigma), in k: \kappa) \rightarrow res: \sigma
\mathbf{Pre} \equiv \{ \det?(k, d) \}
\mathbf{Post} \equiv \{ \operatorname{alias}(res =_{\operatorname{obs}} \operatorname{obtener}(k, d)) \}
Complejidad: \Theta(\log(n) \times order(k))
Descripción: Devuelve el significado con el que la clave pasada por parámetro está definida en el diccionario.
Aliasing: El significado se pasa por referencia. Modificarlo implica cambiarlo en la estructura interna del diccio-
nario.
```

Representación

```
diccAVL(\kappa, \sigma) se representa con estrAVL
      donde estrAVL es tupla(raiz: puntero(nodo),
                                                                                       cantNodos: nat)
      donde nodo es tupla (clave: \kappa,
                                                                           significado: \sigma,
                                                                           padre: puntero(nodo),
                                                                           izq: puntero(nodo),
                                                                           der: puntero(nodo),
                                                                           altSubarbol: nat)
Rep : estrAVL \longrightarrow bool
Rep(e) \equiv true \iff e.cantNodos = \#(nodos(e)) \land
                                     \#(\operatorname{claves}(e)) = \#(\operatorname{nodos}(e)) \land
                                     (\forall n : \text{nodo}) \ (n \in \text{nodos}(e) \Rightarrow_{\text{L}} (
                                     n.altSubarbol = altura(subárbol(\&n)) \land
                                     máx(altura(subárbol(n.izq)), altura(subárbol(n.der))) –
                                    \min(\operatorname{altura}(\operatorname{sub\acute{a}rbol}(n.izq)), \operatorname{altura}(\operatorname{sub\acute{a}rbol}(n.der))) \leq 1 \wedge
                                     (\forall n' : \text{nodo}) ((n' \in \text{nodos}(\text{subárbol}(n))) \Rightarrow (n' \in \text{nodos}(\text{subárbol}(n.der)) \Leftrightarrow \neg (n'.clave \leq n.clave))) \land
                                     *(n.izq) \neq *(n.der) \land (n.padre = \text{NULL} \Leftrightarrow \&n = e.raiz) \land_{\text{L}}
                                     ((\&n \neq e.raiz) \Rightarrow_{\perp} (\forall n' : nodo)(n.padre = \&n' \Leftrightarrow n'.izq = \&n \lor n'.der = \&n))))
 Abs : estrAVL e \longrightarrow \operatorname{dicc}(\kappa, \sigma)
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 \{\operatorname{Rep}(e)\}\
 Abs(e) =_{obs} d: dicc(\kappa, \sigma) | (\forall \kappa : k) ((def?(k, d)) =_{obs} (k \in claves(e)) \land_L (def?(k, d) \Rightarrow_L obtener(k, d) =_{obs} (k \in claves(e)) \land_L (def?(k, d) \Rightarrow_L obtener(k, d) =_{obs} (k \in claves(e)) \land_L (def?(k, d)) \Rightarrow_L obtener(k, d) =_{obs} (k \in claves(e)) \land_L (def?(k, d)) \Rightarrow_L obtener(k, d) =_{obs} (k \in claves(e)) \land_L (def?(k, d)) \Rightarrow_L obtener(k, d) =_{obs} (k \in claves(e)) \land_L (def?(k, d)) \Rightarrow_L obtener(k, d) =_{obs} (k \in claves(e)) \land_L (def?(k, d)) \Rightarrow_L obtener(k, d) =_{obs} (k \in claves(e)) \land_L (def?(k, d)) \Rightarrow_L obtener(k, d) =_{obs} (k \in claves(e)) \land_L (def?(k, d)) \Rightarrow_L obtener(k, d) =_{obs} (k \in claves(e)) \land_L (def?(k, d)) \Rightarrow_L obtener(k, d) =_{obs} (k \in claves(e)) \land_L (def?(k, d)) \Rightarrow_L obtener(k, d) =_{obs} (k \in claves(e)) \land_L (def?(k, d)) \Rightarrow_L obtener(k, d) =_{obs} (k \in claves(e)) \land_L (def?(k, d)) \Rightarrow_L obtener(k, d) =_{obs} (k \in claves(e)) \land_L (def?(k, d)) \Rightarrow_L obtener(k, d) =_{obs} (k \in claves(e)) \land_L (def?(k, d)) =_{obs} (k \in claves(e)) =_{obs} (k \in claves(e)) \land_L (def?(k, d)) =_{obs} (k \in claves(e)) =_{obs} (k \in 
                                                                                        significado(k, e))
hijos : nodo \longrightarrow conj(nodo)
hijos(n) \equiv if \ n.izq = NULL \ then \ \emptyset \ else \ Ag(*(n.izq), hijos(*(n.izq))) \ fi
                                       \cup if n.der = \text{NULL} then \emptyset else \text{Ag}(*(n.der), \text{hijos}(*(n.der))) fi
nodos : estrAVL \longrightarrow conj(nodo)
nodos(e) \equiv if \ e.raiz = NULL \ then \ \emptyset \ else \ Ag(*(e.raiz), hijos(*(e.raiz))) \ fi
```

```
subárbol : puntero(nodo) --> estrAVL
subárbol(p) \equiv \langle p, 1 + \#(hijos(*(p))) \rangle
claves : estrAVL \longrightarrow conj(\kappa)
claves(e) \equiv if e.raiz = NULL then
                  else
                      Ag(e.raiz \rightarrow clave, claves(subárbol(e.raiz \rightarrow izq)) \cup claves(subárbol(e.raiz \rightarrow der)))
altura : estrAVL \longrightarrow nat
altura(e) \equiv if e.raiz = NULL then
                  else
                      1 + \max(\text{altura}(\text{subárbol}(e.raiz \rightarrow izq)), \text{ altura}(\text{subárbol}(e.raiz \rightarrow der)))
significado : estr<br/>AVL e \times \kappa k \longrightarrow \sigma
                                                                                                                                     \{k \in \text{claves}(e)\}
significado(e, k) \equiv if e.raiz \rightarrow clave = k then
                               e.raiz \rightarrow significado
                           else
                               if k \in \text{claves}(\text{subárbol}(e.raiz \rightarrow izq)) then
                                    significado(k, subárbol(e.raiz \rightarrow izq))
                               else
                                    significado(k, subárbol(e.raiz \rightarrow der))
                           fi
```

Algoritmos

```
\begin{split} \text{IVACIO}() &\to res : \texttt{estrAVL} \\ \textbf{1} \ res &\leftarrow \langle \text{NULL}, 0 \rangle \\ & \rhd \Theta(1) \end{split}
```

Complejidad: $\Theta(1)$

```
IDEFINIR(in/out e: estrAVL, in k: \kappa, in s: \sigma)
   1 puntero(nodo) padre \leftarrow \text{NULL}
                                                                                                                                                                           \triangleright \Theta(1)
   2 puntero(nodo) lugar \leftarrow Buscar(e, k, padre)
                                                                                                                                                \triangleright \Theta(\log(n) \times order(k))
  з if lugar \neq NULL then
                                                                                                                                                                           \triangleright \Theta(1)
           (lugar \rightarrow significado) \leftarrow \mathsf{Copiar}(s)
                                                                                                                                                                 \rhd \; \Theta(copy(s))
   5 else
           puntero(nodo) nuevo \leftarrow \&\langle \mathsf{Copiar}(k), \mathsf{Copiar}(s), \mathsf{NULL}, \mathsf{NULL}, \mathsf{NULL}, \mathsf{1}\rangle // \mathsf{Reservamos} memoria para
   6
           el nuevo nodo
                                                                                                                                                \triangleright \Theta(copy(k) + copy(s))
                                                                                                                                                               \, \triangleright \, \Theta(order(k))
           if k \leq (padre \rightarrow clave) then
   7
                                                                                                                                                                           \triangleright \Theta(1)
                 (padre \rightarrow izq) \leftarrow nuevo
   8
   9
            else
                 (padre \rightarrow der) \leftarrow nuevo
                                                                                                                                                                           \triangleright \Theta(1)
 10
 11
 12
            (nuevo \rightarrow padre) \leftarrow padre
                                                                                                                                                                           \triangleright \Theta(1)
            RebalancearArbol (padre)
 13
                                                                                                                                                                   \triangleright \Theta(\log(n))
           e.cantNodos + +
                                                                                                                                                                           \triangleright \Theta(1)
 14
 15 end
```

Complejidad: $\Theta(\log(n) \times order(k) + copy(k) + copy(s))$

Justificación: La función tiene llamadas a funciones con complejidad $\Theta(\log(n) \times order(k) \text{ y } \Theta(copy(k) + copy(s)).$

IOBTENER(**in** e: estrAVL, **in** k: κ) $\rightarrow res$: σ

1 puntero(nodo) $padre \leftarrow \text{NULL}$

 $\triangleright \Theta(1)$ $\triangleright \Theta(\log(n) \times order(k))$

2 puntero(nodo) $lugar \leftarrow Buscar(e, k, padre)$

 $\triangleright \Theta(1)$

 $s res \leftarrow (lugar \rightarrow significado)$

Complejidad: $\Theta(\log(n) \times order(k))$

Justificación: La función tiene llamadas a funciones con complejidad $\Theta(\log(n) \times order(k) \text{ y } \Theta(copy(k) + copy(s)).$

 $I\#\text{CLAVES}(\textbf{in }e: \texttt{estrAVL}) \rightarrow res: \texttt{nat}$

 $1 \ res \leftarrow e.cantNodos$ $\triangleright \Theta(1)$

Complejidad: $\Theta(1)$

IDEFINIDO?(in e: estrAVL, in $k:\kappa) \rightarrow res$: bool

1 puntero(nodo) $padre \leftarrow \text{NULL}$

 $\triangleright \Theta(1)$

2 puntero(nodo) $lugar \leftarrow Buscar(e, k, padre)$

 $\triangleright \Theta(\log(n) \times order(k))$

 $s res \leftarrow (lugar \neq NULL)$

 $\triangleright \Theta(1)$

Complejidad: $\Theta(\log(n) \times order(k))$

 $\textbf{Justificación:} \ \Theta(1) + \Theta(\log(n) \times order(k)) + \Theta(1) = \Theta(\log(n) \times order(k)) + \Theta(1)$

```
IBORRAR(\mathbf{in}/\mathbf{out}\ e : \mathbf{estrAVL},\ \mathbf{in}\ k : \kappa)
  1 puntero(nodo) padre \leftarrow \text{NULL}
                                                                                                                                                                                       \triangleright \Theta(1)
                                                                                                                                                           \triangleright \Theta(\log(n) \times order(k))
  2 puntero(nodo) lugar \leftarrow Buscar(e, k, padre)
  3 if lugar \rightarrow izq = \text{NULL} \land lugar \rightarrow der = \text{NULL} then
                                                                                                                                                                                       \triangleright \Theta(1)
            if padre \neq NULL then
                                                                                                                                                                                       \triangleright \Theta(1)
  4
                   if padre \rightarrow izq = lugar then
                                                                                                                                                                                       \triangleright \Theta(1)
  5
                        (padre \rightarrow izq) \leftarrow \text{NULL}
                                                                                                                                                                                       \triangleright \Theta(1)
  6
  7
                   else
                         (padre \rightarrow der) \leftarrow \text{NULL}
                                                                                                                                                                                       \triangleright \Theta(1)
   8
                   end
  9
                                                                                                                                                                              \triangleright \, \Theta(\log(n))
                   RebalancearArbol(padre)
 10
            else
 11
              e.raiz = NULL
                                                                                                                                                                                       \triangleright \Theta(1)
 12
            \mathbf{end}
 13
 14 else if lugar \rightarrow der = NULL then
                                                                                                                                                                                       \triangleright \Theta(1)
             (lugar \rightarrow izq \rightarrow padre) \leftarrow padre
                                                                                                                                                                                       \triangleright \Theta(1)
 15
            if padre \neq NULL then
                                                                                                                                                                                       \triangleright \Theta(1)
 16
                   if padre \rightarrow izq = lugar then
                                                                                                                                                                                       \triangleright \Theta(1)
 17
                        (padre \rightarrow izq) \leftarrow (lugar \rightarrow izq)
                                                                                                                                                                                       \triangleright \Theta(1)
 18
                   else
 19
                        (padre \rightarrow der) \leftarrow (lugar \rightarrow izq)
 20
                                                                                                                                                                                       \triangleright \Theta(1)
 21
                   RebalancearArbol(padre)
                                                                                                                                                                              \triangleright \Theta(\log(n))
 22
 23
            else
              e.raiz \leftarrow lugar \rightarrow izq
                                                                                                                                                                                       \triangleright \Theta(1)
 24
            end
 25
 26 else if lugar \rightarrow izq = \text{NULL then}
                                                                                                                                                                                       \triangleright \Theta(1)
             (lugar \rightarrow der \rightarrow padre) \leftarrow padre
                                                                                                                                                                                       \triangleright \Theta(1)
 27
            if padre \neq NULL then
                                                                                                                                                                                       \triangleright \Theta(1)
 28
                   if padre \rightarrow izq = lugar then
                                                                                                                                                                                       \triangleright \Theta(1)
 29
                        (padre \rightarrow izq) \leftarrow (lugar \rightarrow der)
                                                                                                                                                                                       \triangleright \Theta(1)
 30
                   else
 31
                        (padre \rightarrow der) \leftarrow (lugar \rightarrow der)
                                                                                                                                                                                       \triangleright \Theta(1)
 32
 33
                   end
                   RebalancearArbol(padre)
                                                                                                                                                                              \triangleright \Theta(\log(n))
 34
 35
            else
              e.raiz \leftarrow lugar \rightarrow izq
                                                                                                                                                                                       \triangleright \Theta(1)
 36
 37
            end
```

```
iBorrar (cont.)
 38 else
           puntero(nodo) reemplazo \leftarrow (lugar \rightarrow der)
                                                                                                                                                                              \triangleright \Theta(1)
39
           if (reemplazo \rightarrow izq = NULL) then
                                                                                                                                                                              \triangleright \Theta(1)
 40
                  if padre \neq NULL then
                                                                                                                                                                              \triangleright \Theta(1)
 41
                       if (padre \rightarrow izq) = lugar then
                                                                                                                                                                              \triangleright \Theta(1)
 42
                             (padre \rightarrow izq) \leftarrow reemplazo
                                                                                                                                                                             \triangleright \Theta(1)
 43
 44
                        else
                             (padre \rightarrow der) \leftarrow reemplazo
                                                                                                                                                                             \triangleright \Theta(1)
 45
                       end
 46
 47
                  else
                   e.raiz \leftarrow reemplazo
                                                                                                                                                                              \triangleright \Theta(1)
 48
                  end
 49
                                                                                                                                                                              \triangleright \Theta(1)
                  (reemplazo \rightarrow padre) \leftarrow padre
 50
                  (reemplazo \rightarrow izq) \leftarrow lugar \rightarrow izq
                                                                                                                                                                              \triangleright \Theta(1)
 51
                  (lugar \rightarrow izq \rightarrow padre) \leftarrow reemplazo
                                                                                                                                                                              \triangleright \Theta(1)
 52
                  RebalancearArbol(reemplazo)
                                                                                                                                                                      \triangleright \Theta(\log(n))
 53
            else
 54
                  while (reemplazo \rightarrow izq) \neq \text{NULL do}
                                                                                                                                                    \triangleright \Theta(\log(n)) iteraciones
 55
                      reemplazo \leftarrow (reemplazo \rightarrow izq)
                                                                                                                                                                              \triangleright \Theta(1)
 56
 57
                 \quad \text{end} \quad
                  puntero(nodo) padreReemplazo \leftarrow (reemplazo \rightarrow padre)
                                                                                                                                                                              \triangleright \Theta(1)
 58
                  if padre \neq NULL then
                                                                                                                                                                              \triangleright \Theta(1)
 59
                       if padre \rightarrow izq = lugar then
                                                                                                                                                                              \triangleright \Theta(1)
 60
                             (padre \rightarrow izq) \leftarrow reemplazo
                                                                                                                                                                             \triangleright \Theta(1)
 61
 62
                        else
                             (padre \rightarrow der) \leftarrow reemplazo
                                                                                                                                                                             \triangleright \Theta(1)
 63
                       end
 64
                  else
 65
                   e.raiz \leftarrow reemplazo
                                                                                                                                                                             \triangleright \Theta(1)
 66
                  end
 67
                  (reemplazo \rightarrow padre) \leftarrow padre
                                                                                                                                                                              \triangleright \Theta(1)
 68
                  (reemplazo \rightarrow izq) \leftarrow lugar \rightarrow izq
                                                                                                                                                                              \triangleright \Theta(1)
 69
                  (lugar \rightarrow izq \rightarrow padre) \leftarrow reemplazo
                                                                                                                                                                              \triangleright \Theta(1)
 70
 71
                  (padreReemplazo \rightarrow izq) \leftarrow (reemplazo \rightarrow der)
                                                                                                                                                                              \triangleright \Theta(1)
                  if (reemplazo \rightarrow der) \neq NULL then
                                                                                                                                                                              \triangleright \Theta(1)
 72
                       (reemplazo \rightarrow der \rightarrow padre) \leftarrow padreReemplazo
                                                                                                                                                                             \triangleright \Theta(1)
 73
                  end
 74
                                                                                                                                                                              \triangleright \Theta(1)
                  (reemplazo \rightarrow der) \leftarrow (lugar \rightarrow der)
 75
                  (lugar \rightarrow der \rightarrow padre) \leftarrow reemplazo
                                                                                                                                                                              \triangleright \Theta(1)
 76
                  RebalancearArbol(reemplazo)
                                                                                                                                                                      \triangleright \Theta(\log(n))
 77
            end
 78
 79 end
 80 delete(lugar) // Liberamos la memoria ocupada por el nodo eliminado.
                                                                                                                                                                              \triangleright \Theta(1)
```

Complejidad: $\Theta(\log(n) \times order(k))$

Justificación: El algoritmo tiene una llamada a función con complejidad $\Theta(\log(n) \times order(k))$, y luego presenta varios casos, pero en todos ellos las funciones llamadas son $O(\log(n))$.

```
IBUSCAR(in e: estrAVL, in k:\kappa, out padre: puntero(nodo)) \rightarrow res: puntero(nodo)
   1 padre \leftarrow NULL
                                                                                                                                                                                \triangleright \Theta(1)
   actual \leftarrow e.raiz
                                                                                                                                                                                \triangleright \Theta(1)
   3 while actual \neq \text{NULL} \land_{\text{L}} (actual \rightarrow clave \neq k) do
                                                                                                                                                      \triangleright \Theta(\log(n)) iteraciones
                                                                                                                                                                                \triangleright \Theta(1)
            padre \leftarrow actual
                                                                                                                                                                    \triangleright \Theta(order(k))
            if k \leq (padre \rightarrow clave) then
   5
                  actual \leftarrow (actual \rightarrow izq)
                                                                                                                                                                                \triangleright \Theta(1)
   6
   7
            else
                  actual \leftarrow (actual \rightarrow der)
                                                                                                                                                                                \triangleright \Theta(1)
   8
            end
   9
 10 end
 11 res \leftarrow actual
                                                                                                                                                                                \triangleright \Theta(1)
```

Descripción: Esta operación privada recibe la estructura de representación interna del diccionario y una clave por parámetro. Si la clave está definida, devuelve un puntero al nodo que la contiene y coloca en el parámetro de out *padre* un puntero al padre de dicho nodo. En caso contrario, devuelve NULL y coloca en el parámetro de out *padre* un puntero a la hoja del árbol que debería ser padre del nodo buscado, si la clave estuviera definida.

Complejidad: $\Theta(\log(n) \times order(k))$

Justificación: El algoritmo presenta un ciclo que se repite $\Theta(\log(n))$ veces, y en cada una de ellas se realiza una llamada a función con complejidad $\Theta(order(k))$.

```
iRecalcularAltura(in n: puntero(nodo))
   1 if n \to izq \neq \text{NULL} \land n \to der \neq \text{NULL} then
                                                                                                                                                                            \triangleright \Theta(1)
    2 \quad | \quad (n \rightarrow altSubarbol) \leftarrow 1 + \max(n \rightarrow izq \rightarrow altSubarbol, n \rightarrow der \rightarrow altSubarbol) 
                                                                                                                                                                            \triangleright \Theta(1)
   з else if n \rightarrow izq \neq \text{NULL} then
                                                                                                                                                                            \triangleright \Theta(1)
      (n \rightarrow altSubarbol) \leftarrow 1 + (n \rightarrow izq \rightarrow altSubarbol)
                                                                                                                                                                            \triangleright \Theta(1)
   5 else if n \to der \neq \text{NULL} then
                                                                                                                                                                            \triangleright \Theta(1)
           (n \to altSubarbol) \leftarrow 1 + (n \to der \to altSubarbol)
                                                                                                                                                                            \triangleright \Theta(1)
  7 else
           (n \to altSubarbol) \leftarrow 1
                                                                                                                                                                            \triangleright \Theta(1)
   8
   9 end
```

Descripción: Esta operación privada recibe un puntero a un nodo del árbol y recalcula el valor de su campo altSubarbol en función a los datos que sus nodos hijos poseen en este campo.

Complejidad: $\Theta(1)$

Justificación: El algoritmo presenta varios casos, y todos ellos realizan realizan operaciones con complejidad $\Theta(1)$.

```
 \begin{split} \text{IFBD}(\textbf{in } n : \texttt{puntero(nodo)}) &\to res : \texttt{int} \\ \textbf{1} & \text{int } altIzq \leftarrow n \to izq = \texttt{NULL} ? \ 0 : n \to izq \to altSubarbol \\ \textbf{2} & \text{int } altDer \leftarrow n \to der = \texttt{NULL} ? \ 0 : n \to izq \to altSubarbol \\ \textbf{3} & res \leftarrow altDer - altIzq \end{split} \qquad \qquad \triangleright \Theta(1) \\ \textbf{5} & \Theta(1) \end{split}
```

Descripción: Esta operación privada recibe un puntero a un nodo del árbol y calcula su factor de balanceo.

Complejidad: $\Theta(1)$

Justificación: $\Theta(1) + \Theta(1) + \Theta(1) = \Theta(1)$

```
iRotarAIzQuierda(in n: puntero(nodo))
   1 if n.padre \neq NULL then
                                                                                                                                                                                   \triangleright \Theta(1)
                                                                                                                                                                                   \triangleright \Theta(1)
   2
            if n.padre \rightarrow izq = n then
                  (n \to padre \to izq) \leftarrow n \to der
                                                                                                                                                                                   \triangleright \Theta(1)
   3
            else
   4
                  (n \to padre \to der) \leftarrow n \to der
                                                                                                                                                                                   \triangleright \Theta(1)
   5
            end
   6
   7 end
   8 (n \to der \to padre) \leftarrow n \to padre
                                                                                                                                                                                   \triangleright \Theta(1)
  \mathbf{9} \ n \rightarrow padre \leftarrow n \rightarrow der
                                                                                                                                                                                   \triangleright \Theta(1)
 10 n \to der \leftarrow (n \to der \to izq)
                                                                                                                                                                                   \triangleright \Theta(1)
 11 if n \to der \neq \text{NULL then}
                                                                                                                                                                                   \triangleright \Theta(1)
           (n \to der \to padre) \leftarrow n
                                                                                                                                                                                   \triangleright \Theta(1)
 13 end
 14 (n \rightarrow padre \rightarrow izq) \leftarrow n
                                                                                                                                                                                    \triangleright \Theta(1)
 15 RecalcularAltura(n)
                                                                                                                                                                                    \triangleright \Theta(1)
                                                                                                                                                                                   \triangleright \Theta(1)
 16 RecalcularAltura(n \rightarrow padre)
```

Descripción: Esta operación privada recibe un puntero a un nodo del árbol y realiza una rotación a izquierda de dicho nodo. ¡Ojo, rompe el invariante de representación! (Los campos *altSubarbol* de los nodos superiores quedan inconsistentes).

Complejidad: $\Theta(1)$

Justificación: Todas las operaciones que realiza el algoritmo tienen complejidad $\Theta(1)$.

```
IROTARADERECHA(in n: puntero(nodo))
   1 if n \rightarrow padre \neq NULL then
                                                                                                                                                                                                   \triangleright \Theta(1)
             if n \rightarrow padre \rightarrow izq = n then
                                                                                                                                                                                                   \triangleright \Theta(1)
                                                                                                                                                                                                   \triangleright \Theta(1)
   3
                   (n \to padre \to izq) \leftarrow n \to izq
             else
   4
                    (n \to padre \to der) \leftarrow n \to izq
                                                                                                                                                                                                   \triangleright \Theta(1)
   6
             end
   7 end
                                                                                                                                                                                                   \triangleright \Theta(1)
   8 (n \rightarrow izq \rightarrow padre) \leftarrow n \rightarrow padre
   9 n \rightarrow padre \leftarrow n \rightarrow izq
                                                                                                                                                                                                   \triangleright \Theta(1)
 10 n \rightarrow izq \leftarrow (n \rightarrow izq \rightarrow der)
                                                                                                                                                                                                   \triangleright \Theta(1)
 11 if n \rightarrow izq \neq \text{NULL then}
                                                                                                                                                                                                   \triangleright \Theta(1)
            (n \rightarrow izq \rightarrow padre) \leftarrow n
                                                                                                                                                                                                   \triangleright \Theta(1)
 12
 13 end
 14 (n \rightarrow padre \rightarrow der) \leftarrow n
                                                                                                                                                                                                   \triangleright \Theta(1)
 15 RecalcularAltura(n)
                                                                                                                                                                                                   \triangleright \Theta(1)
 16 RecalcularAltura(n \rightarrow padre)
                                                                                                                                                                                                   \triangleright \Theta(1)
```

Descripción: Esta operación privada recibe un puntero a un nodo del árbol y realiza una rotación a derecha de dicho nodo. ¡Ojo, rompe el invariante de representación! (Los campos *altSubarbol* de los nodos superiores quedan inconsistentes).

Complejidad: $\Theta(1)$

Justificación: Todas las operaciones que realiza el algoritmo tienen complejidad $\Theta(1)$.

```
iRebalancearArbol(in n: puntero(nodo))
   1 puntero(nodo) p \leftarrow n
                                                                                                                                                                                    \triangleright \Theta(1)
                                                                                                                                                         \triangleright \Theta(\log(n)) iteraciones
   2 while p \neq \text{NULL do}
            RecalcularAltura(p)
                                                                                                                                                                                    \triangleright \Theta(1)
  3
            int fdb1 \leftarrow \mathsf{FDB}(p)
                                                                                                                                                                                    \triangleright \Theta(1)
   4
            if fdb1 = 2 then
                                                                                                                                                                                    \triangleright \Theta(1)
  5
                  puntero(nodo) q \leftarrow (p \rightarrow der)
                                                                                                                                                                                    \triangleright \Theta(1)
   6
                  int fdb2 \leftarrow FDB(q)
                                                                                                                                                                                   \triangleright \Theta(1)
   7
                  if fdb2 = 1 \lor fdb2 = 0 then
                                                                                                                                                                                    \triangleright \Theta(1)
  8
                        RotarAlzquierda(p)
                                                                                                                                                                                   \triangleright \Theta(1)
  9
                        p \leftarrow q
                                                                                                                                                                                   \triangleright \Theta(1)
 10
                  else if fbd2 = -1 then
                                                                                                                                                                                   \triangleright \Theta(1)
 11
                        Rotar A Derecha (q)
                                                                                                                                                                                   \triangleright \Theta(1)
 12
                        RotarAlzquierda(p)
                                                                                                                                                                                   \triangleright \Theta(1)
 13
                        p \leftarrow (q \rightarrow padre)
                                                                                                                                                                                   \triangleright \Theta(1)
 14
                  end
 15
            else if fdb1 = -2 then
 16
                  puntero(nodo) q \leftarrow (p \rightarrow izq)
                                                                                                                                                                                    \triangleright \Theta(1)
 17
                  int fdb2 \leftarrow FDB(q)
                                                                                                                                                                                    \triangleright \Theta(1)
 18
                  if fdb2 = -1 \lor fdb2 = 0 then
 19
                                                                                                                                                                                   \triangleright \Theta(1)
                        Rotar A Derecha (p)
                                                                                                                                                                                   \triangleright \Theta(1)
 20
                        p \leftarrow q
                                                                                                                                                                                   \triangleright \Theta(1)
 21
                  else if fbd2 = 1 then
 22
                                                                                                                                                                                    \triangleright \Theta(1)
                        RotarAlzquierda(q)
                                                                                                                                                                                   \triangleright \Theta(1)
 23
                        RotarADerecha(p)
                                                                                                                                                                                   \triangleright \Theta(1)
 24
                                                                                                                                                                                   \triangleright \Theta(1)
                        p \leftarrow (q \rightarrow padre)
 25
 26
                  end
 27
            p \leftarrow (p \rightarrow padre)
                                                                                                                                                                                    \triangleright \Theta(1)
 28
 29 end
```

Descripción: Esta operación privada recibe un puntero a un nodo del árbol y restaura el invariante de representación en la rama ascendente a partir de dicho nodo, realizando las rotaciones necesarias para rebalancear el árbol.

Complejidad: $\Theta(\log(n))$

Justificación: El algoritmo presenta un ciclo que se ejecuta $\Theta(\log(n))$ veces, y en cada una de ellas se realizan operaciones con complejidad $\Theta(1)$.

4. Módulo Heap(α)

Interfaz

```
parámetros formales
            géneros
            función
                              • < •(in a_1: \alpha, in a_a: \alpha) \rightarrow res: bool
                              \mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
                              \mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} (a_1 \le a_2)\}\
                              Complejidad: \Theta(compare(a_1, a_2))
                              Descripción: función de comparación de menor de \alpha.
            función
                              Copiar(in a: \alpha) \rightarrow res: \alpha
                              \mathbf{Pre} \equiv \{ \mathrm{true} \}
                              \mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} a\}
                              Complejidad: \Theta(copy(a))
                              Descripción: función de copia de \alpha
    se explica con:
                                COLAPRIOR(\alpha)
    géneros:
                                heap(\alpha)
Operaciones del heap
    VACIO() \rightarrow res : heap(\alpha)
    \mathbf{Pre} \equiv \{ \mathrm{true} \}
    \mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} vacio\}
     Complejidad: \Theta(1)
    Descripción: Constructor por defecto de heap(\alpha)
    ENCOLAR(\mathbf{in}/\mathbf{out}\ h: \mathbf{heap}(\alpha), \mathbf{in}\ a: \alpha)
    \mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
    Post \equiv \{\}
    Complejidad: h =_{obs} h_0 h =_{obs} encolar(a, h_0) [\Theta(log(h.longitud))] [Agrega un elemento a la cola de prioridades]
    VACIO?(\mathbf{in}\ h: \mathtt{heap}(\alpha)) \to res: \mathtt{bool}
    \mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
    \mathbf{Post} \equiv \{h =_{\mathrm{obs}} \mathrm{vacio}()\}
    Complejidad: \Theta(1)
    Descripción: Devuelve true si y solo si h es un heap vacío
    PRÓXIMO(in h: \text{heap}(alpha)) \rightarrow res: \alpha
    \mathbf{Pre} \equiv \{(\text{vacia?(h)})\}
    \mathbf{Post} \equiv \{ res =_{obs} \text{ próximo (h)} \}
     Complejidad: \Theta(1)
    Descripción: Devuelve el próximo elemento en el heap
    DESENCOLAR(in/out h: heap(alpha))
    \mathbf{Pre} \equiv \{(\text{vac}(\mathbf{a}))\}
    Post \equiv \{res =_{obs} desencolar(h)\}\
     Complejidad: \Theta(log(h.longitud))
    Descripción: Elimina el próximo elemento en el heap
    DESENCOLAR2(in/out \ h: heap(alpha)) \rightarrow res: \alpha
    \mathbf{Pre} \equiv \{h =_{\mathrm{obs}} h_0 \land (\text{vacia?(h)})\}\
    \mathbf{Post} \equiv \{ res =_{obs} \operatorname{pr\'oximo}(h_0) \land h = \operatorname{desencolar}(h_0) \}
     Complejidad: \Theta(log(h.longitud))
```

heap(α) se representa con vector(α)

Descripción: Elimina el próximo elemento en el heap

Representación

```
\begin{aligned} \operatorname{Rep} : \operatorname{vector}(\alpha) &\longrightarrow \operatorname{bool} \\ \operatorname{Rep}(v) &\equiv \operatorname{true} \Longleftrightarrow (\forall \ nat : \operatorname{i}) \left( \left( (2i < \operatorname{long}(v)) \Rightarrow_{\operatorname{L}} \operatorname{i\acute{e}simo}(2i, v) \leq \operatorname{i\acute{e}simo}(i, v) \right) \wedge \left( (2i + 1 < \operatorname{long}(v)) \Rightarrow_{\operatorname{L}} \operatorname{i\acute{e}simo}(2i + 1, v) \leq \operatorname{i\acute{e}simo}(i, v) \right) \right) \\ \operatorname{Abs} : \operatorname{vector}(\alpha) \ v &\longrightarrow \operatorname{colaPrior}(\alpha) \end{aligned} \qquad \begin{aligned} \left\{ \operatorname{Rep}(v) \right\} \\ \operatorname{Abs}(v) &\equiv \operatorname{if} \operatorname{long}(v) = 0 \ \operatorname{then} \ \operatorname{vac\'a}() \ \operatorname{else} \ \operatorname{encolar}(\operatorname{prim}(v), \operatorname{Abs}(\operatorname{fin}(v))) \ \operatorname{fi} \end{aligned} \end{aligned}
```

Algoritmos

```
IVACIO() \rightarrow res : \text{vector}(\alpha)
1 \ res \leftarrow Vaca()
IENCOLAR(\textbf{in/out} \ hp : \text{heap}(\alpha), \ \textbf{in} \ a : \alpha)
1 \ hp.\text{push\_back}(a)
2 \ \text{nat} \ i \leftarrow hp.\text{longitud} - 1
3 \ \text{nat} \ p \leftarrow (i/2) - ((i+1)\%2)
4 \ \textbf{while} \ hp[p] < hp[i] \ \textbf{do}
5 \ | \ iSwap(hp[p], hp[i])
6 \ | \ i \leftarrow p
7 \ | \ p \leftarrow (i/2) - ((i+1)\%2)
8 \ \textbf{end}
```

```
IVACÍO?(\mathbf{in}\ v : \mathtt{vector}(\alpha)) \to res : \mathtt{bool}
```

1 $res \leftarrow \text{esVac\'io?}(v)$

```
IDESENCOLAR(in/out v: vector(\alpha)) \rightarrow res : \alpha
  1 nat i \leftarrow hp.longitud - 1
  \mathbf{2} iSwap(hp[0], hp[i])
  s res \leftarrow hp.pop\_back()
  4 nat hijo_0 \leftarrow 1
  \mathbf{5} \ \mathbf{nat} \ hijo_1 \leftarrow 2
  6 bool estaOrdenado \leftarrow false
  7 while \phistaOrdenado do
         if hijo_0 < hp.longitud then
             if hijo_1 < hp.longitud then
  9
                  if hp[hijo_0] \ge hp[hijo_1] then
 10
                      if hp[hijo_0] > hp[i] then
 11
                           iSwap(hp[hijo_0], hp[i])
 12
                           i \leftarrow hijo_0
 13
 14
                      else
                       estaOrdenado \leftarrow True
 15
                      end
 16
                  else
 17
                      if hp[hijo_1] > hp[i] then
 18
                           iSwap(hp[hijo_1], hp[i])
 19
 20
                           i \leftarrow hijo_1
                      else
 21
                          estaOrdenado \leftarrow True
 22
 23
                      end
                  \mathbf{end}
 24
              else
 25
                  if hp[hijo_0] > hp[i] then
 26
                      iSwap(hp[hijo_0], hp[i])
 27
                      i \leftarrow hijo_0
 28
                  else
 29
                      estaOrdenado \leftarrow \mathit{True}
 30
                  end
 31
             end
 32
         else
 33
          estaOrdenado \leftarrow True
 34
         end
 35
         hijo_0 \leftarrow 2xi+1
 36
         hijo_1 \leftarrow 2xi + 2
 37
 38 end
```

ISWAP($\mathbf{in/out}\ a: \alpha, \mathbf{in/out}\ b: \alpha$)

```
\begin{array}{ccc} \mathbf{1} & \alpha & c \\ \mathbf{2} & c \leftarrow a \\ \mathbf{3} & a \leftarrow b \\ \mathbf{4} & b \leftarrow c \end{array}
```

5. Módulo Diccionario Trie

Interfaz

```
parámetros formales
             géneros
             función
                               \bullet = \bullet (\mathbf{in} \ a_0 : \alpha, \mathbf{in} \ a_1 : \alpha) \to res : \mathsf{bool}
                               \mathbf{Pre} \equiv \{ \mathrm{true} \}
                               \mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} \operatorname{equal}(a_1, a_2)\}\
                               Complejidad: \Theta(equal(a_1, a_2))
                               Descripción: función de igualdad de \alpha
            función
                               Copiar(in a: \alpha) \rightarrow res: \alpha
                               \mathbf{Pre} \equiv \{ \mathrm{true} \}
                               Post \equiv \{res =_{obs} a\}
                               Complejidad: \Theta(copy(a))
                               Descripción: función de copia de \alpha
                                 DICC(SECU(CHAR), \alpha)
    se explica con:
    géneros:
                                 diccTrie(\alpha)
Operaciones de diccionario
     VACIO() \rightarrow res : diccTrie(\alpha)
    \mathbf{Pre} \equiv \{ \mathrm{true} \}
```

```
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} vacio\}
Complejidad: \Theta(1)
Descripción: Constructor por defecto de diccTrie(\alpha)
DEFINIR(in/out d: diccTrie(\alpha), in k: string, in s: \alpha) \rightarrow res: diccTrie(\alpha)
\mathbf{Pre} \equiv \{d =_{\text{obs}} d_0\}
\mathbf{Post} \equiv \{d =_{\mathrm{obs}} \operatorname{definir}(k, s, d_0)\}\
Complejidad: \Theta(L)
Descripción: Define una plabra en el diccTrie(\alpha)
BORRAR(in/out\ d: diccTrie(\alpha), in\ k: string) \rightarrow res: diccTrie(\alpha)
\mathbf{Pre} \equiv \{d =_{\mathrm{obs}} d_0 \wedge \mathrm{def}?(d, k)\}
\mathbf{Post} \equiv \{d =_{obs} borrar(k, s, d_0)\}\
Complejidad: \Theta(L)
Descripción: Borra una definicion en el diccTrie(\alpha)
DEF?(in d: diccTrie(\alpha), in k: string) \rightarrow res: bool
\mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{ res =_{obs} \operatorname{def}?(d, k) \}
Complejidad: \Theta(L)
Descripción: Pregunta si la palabra k esta definida en el diccTrie(\alpha)
OBTENER(in d: diccTrie(\alpha), in k: string) \rightarrow res : \alpha
\mathbf{Pre} \equiv \{ \operatorname{def}?(d, k) \}
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} obtener(d, k)\}\
Complejidad: \Theta(L)
Descripción: Devuelve el significado de la palabra k
```