# Algoritmos y Estructuras de Datos II

Departamento de Computación Facultad de Ciencias Exactas y Naturales Universidad de Buenos Aires

De los creadores de sacarCompu...

# Trabajo práctico 2

Diseño - DCNet

#### Grupo 11

Integrante	LU	Correo electrónico
Frizzo, Franco	013/14	francofrizzo@gmail.com
Martínez, Manuela	160/14	martinez.manuela.22@gmail.com
Rabinowicz, Lucía	105/14	lu.rabinowicz@gmail.com
Weber, Andrés	923/13	herr.andyweber@gmail.com

#### Reservado para la cátedra

Instancia	Docente	Nota
Primera entrega		
Segunda entrega		

#### 1. Módulo Red

#### Notas preliminares

se explica con:

En todos los casos, al indicar las complejidades de los algoritmos, las variables que se utilizan corresponden a:

- ullet n: Número de computadoras en la red.
- L: Longitud de nombre de computadora más largo de la red.

red, itRed

 $VECINOS(in \ r : Red, in \ c : compu) \rightarrow res : conj(compu)$ 

**Descripción:** Devuelve el conjunto de vecinos de la pcc

 $\mathbf{Pre} \equiv \{c \in \operatorname{computadoras}(r)\}\$   $\mathbf{Post} \equiv \{res =_{\operatorname{obs}} \operatorname{vecinos}(r, c)\}\$ 

Complejidad:  $\Theta(1234)$ 

• i: Mayor cantidad de interfaces que tiene alguna computadora en la red en el momento.

RED, ITERADOR UNIDIRECCIONAL (COMPU)

#### Interfaz

géneros:

```
Operaciones básicas de red
          INICIARRED() \rightarrow res : Red
          \mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
          Post \equiv \{ res =_{obs} iniciarRed() \}
          Complejidad: \Theta(1234)
          Descripción: Genera una nueva red sin ninguna computadora.
          AGREGARCOMPU(in/out \ r : Red, in \ c : compu)
          \mathbf{Pre} \equiv \{r =_{\mathrm{obs}} r_0 \land (\forall c' : \mathrm{compu})(c' \in \mathrm{computadoras}(r) \to \mathrm{ip}(c) \neq \mathrm{ip}(c'))\}
          \mathbf{Post} \equiv \{r =_{\mathrm{obs}} \mathrm{agregarCompu}(r_0, \, \mathbf{c})\}\
           Complejidad: \Theta(1324)
           Descripción: Agrega una nueva pc a una red.
          CONECTAR(in/out r: Red, in c_0: compu, in i_0: interfaz, in c_1: compu, in i_1: interfaz) \rightarrow res: Red
          \mathbf{Pre} \equiv \{r =_{\mathrm{obs}} r_0 \land c_1 \in \mathrm{computadoras}(r) \land c_2 \in \mathrm{computadoras}(r) \land \mathrm{ip}(c_0) \neq \mathrm{ip}(c_1) \land \neg \mathrm{conectadas}(r, c_0, c_1) \land \neg \mathrm{conectada
           \neg usaInterfaz?(r, c_0, i_0) \land \neg usaInterfaz?(r, c_1, i_1)
          Post \equiv \{r =_{\text{obs}} \text{conectar}(r_0, c_0, i_0, c_1, i_1)\}
           Complejidad: \Theta(1234)
          Descripción: Conecta la pc c_0 con la pc c_1 a través de las interfaces i_0 y i_1 respectivamente.
          COMPUTADORAS(in r: Red) \rightarrow res: conj(compu)
          \mathbf{Pre} \equiv \{ \mathbf{true} \}
          \mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} \mathbf{computadoras(r)}\}\
           Complejidad: \Theta(1234)
          Descripción: Devuelve todas las computadoras de la red.
          CONECTADAS?(in r: \text{Red}, in c_0: \text{compu}, in c_1: \text{compu}) \rightarrow res: \text{bool}
          \mathbf{Pre} \equiv \{c_0 \in \operatorname{computadoras}(r) \land c_1 \in \operatorname{computadoras}(r)\}\
          \mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} \text{conectadas}?(r, c_0, c_1)\}\
           Complejidad: \Theta(1234)
          Descripción: Devuelve true si y solo si la pc c_0 esta conectada a la pc c_1
          INTERFAZUSADA(in r: Red, in c_0: compu, in c_1: compu) \rightarrow res: interfaz
          \mathbf{Pre} \equiv \{c_0 \in \operatorname{computadoras}(r) \land c_1 \in \operatorname{computadoras}(r) \land_{\mathbf{L}} \operatorname{conectadas}(r, c_0, c_1)\}
          \mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} interfaz Usada(r, c_0, c_1)\}\
           Complejidad: \Theta(1234)
          Descripción: Devuelve la interfaz usada por c_0 para conectarse a c_1
```

```
 \begin{aligned} & \text{USAINTERFAZ?}(\textbf{in }r \colon \texttt{Red}, \textbf{in }c \colon \texttt{compu}, \textbf{in }i \colon \texttt{interfaz}) \to res : \texttt{bool} \\ & \textbf{Pre} \equiv \{c \in \texttt{computadoras}(r)\} \\ & \textbf{Post} \equiv \{res =_{\texttt{obs}} \texttt{usaInterfaz?}(r, c, i)\} \\ & \textbf{Complejidad:} \ \Theta(1234) \\ & \textbf{Descripción:} \ \text{Devuelve true si y solo si la pc }c \ \text{esta usando la interfaz }i. \end{aligned}   & \text{CAMINOSMINIMOS}(\textbf{in }r \colon \texttt{Red}, \textbf{in }c_0 \colon \texttt{compu}, \textbf{in }c_1 \colon \texttt{compu}) \to res : \texttt{conj}(\texttt{secu}(\texttt{compu})) \\ & \textbf{Pre} \equiv \{c_0 \in \texttt{computadoras}(r) \land c_1 \in \texttt{computadoras}(r)\} \\ & \textbf{Post} \equiv \{res =_{\texttt{obs}} \texttt{caminosMinimos}(r, c_0, c_1)\} \\ & \textbf{Complejidad:} \ \Theta(1234) \\ & \textbf{Descripción:} \ \text{Devuelve todos los caminos m\'nimos posibles entre }c_0 \ y \ c_1. \ \text{De no haber ninguno, devuelve }\emptyset. \\ & \text{HAYCAMINO?}(\textbf{in }r \colon \texttt{Red}, \textbf{in }c_0 \colon \texttt{compu}, \textbf{in }c_1 \colon \texttt{compu}) \to res \colon \texttt{bool} \\ & \textbf{Pre} \equiv \{c_0 \in \texttt{computadoras}(r) \land c_1 \in \texttt{computadoras}(r)\} \\ & \textbf{Post} \equiv \{res =_{\texttt{obs}} \text{hayCamino?}(r, c_0, c_1)\} \\ & \textbf{Complejidad:} \ \Theta(1234) \\ & \textbf{Descripción:} \ \text{Devuelve true si y solo si hay algún camino posible entre }c_0 \ y \ c_1. \end{aligned}
```

#### Operaciones básicas del iterador de red

```
CREARIT(in \ r : Red) \rightarrow res : itRed
\mathbf{Pre} \equiv \{ \mathrm{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} \operatorname{crearItUni}(r.\operatorname{compus})\}
Complejidad: \Theta(1)????????.
Aliasing: Crea un iterador de red.
\text{HAYSIGUIENTE?}(\textbf{in } it: \texttt{itRed}) \rightarrow res: \texttt{bool}
\mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} \text{hayMas}?(it)\}
Complejidad: \Theta(1)
Descripción: Devuelve true si y solo si it tiene siguiente.
\texttt{SIGUIENTE}(\textbf{in} \ it: \texttt{itRed}) \rightarrow res: \texttt{compu}
\mathbf{Pre} \equiv \{ \mathrm{true} \}
Post \equiv \{res =_{obs} actual(it)\}\
Complejidad: \Theta(1)????????.
Aliasing: res se devuelve por referencia
AVANZAR(in/out it: itRed)
\mathbf{Pre} \equiv \{it =_{\mathrm{obs}} it_0 \land \mathrm{haySiguiente?}(it)\}
\mathbf{Post} \equiv \{it =_{obs} \operatorname{avanzar}(it_0)\}\
Complejidad: \Theta(1)
Descripción: Avanza el iterador a la siguiente posicion.
```

#### Representación

```
Red se representa con estrRed donde estrRed es tupla(compus: lista(estrCompu) , cantidadCompus: nat ) donde estrCompu es tupla(IP: string , conexiones: lista(tupla(interfaz, itLista(estrCompu))) ) itRed se representa con itLista(estrCompu)

Rep : Red \( \rightarrow \) bool
```

```
\text{Rep}(e) \equiv (\forall c: \text{compu})(c \in \text{ArmarComputadoras}(e.\text{conexiones}) \Rightarrow_{\text{L}} \neg \text{Pertenece}?(e.\text{conexiones}, c, c)) \land
               \#ArmarComputadoras(e.conexiones) = e.cantidadCompus \land
               (\forall c_1: \text{compu})((\forall c_2: \text{compu}) \ (c_1 \in \text{ArmarComputadoras}(e.\text{conexiones}) \land c_2 \in \text{ArmarComputado-}
               ras(e.conexiones) \Rightarrow_{L} Pertenece?(e.conexiones, c_1, c_2) \Leftrightarrow Pertenece?(e.conexiones, c_2, c_1))) \land
               (\forall c_1: \text{compu})(c_1 \in \text{ArmarComputadoras}(\text{e.conexiones}) \Rightarrow_L (\forall c_2: \text{compu}) \text{ (Pertenece?}(\text{e.conexiones}, c_1, c_2)
               \Rightarrow c_2 \in ArmarComputadoras(e.conexiones))) \land
               sinRepetidos(ArmarSecuencia(e.conexiones))
Abs : estrRed e \longrightarrow \text{Red}
                                                                                                                                            \{\operatorname{Rep}(e)\}
Abs(e) \equiv (r: Red \mid computadoras(r) = ArmarComputadoras(e.conexiones) \land
               (\forall c_1: \text{compu})((\forall c_2: \text{compu}) \text{ conectados}?(r, c_1, c_2) = \text{Pertenece}?(e.\text{conexiones}, c_1, c_2) \land
               InterfazUsada(r, c_1, c_2) = DevolverInterfaz(e.conexiones, c_1, c_2)))
\operatorname{Rep} : \operatorname{itRed} \longrightarrow \operatorname{bool}
Rep(it) \equiv true
Abs: itRed itl \longrightarrow itUni(estrCompu)
                                                                                                                                          \{\text{Rep}(itl)\}
Abs(itl) \equiv itr: itUni(estrCompu) | siguientes(itr) = obs armarCompus(siguiente(itl))
ArmarComputadoras: lista(tupla < string \times lista(tupla < Interfaz \times ItRed >) >) \longrightarrow conj(compu)
ArmarComputadoras(l) \equiv if vacia?(l) then
                                      else
                                         \operatorname{Ag}(<\pi_1(\operatorname{prim}(l)), \operatorname{GenerarInterfaces}(\pi_2(\operatorname{prim}(l)))>, \operatorname{ArmarComputadoras}(\operatorname{fin}(l)))
GenerarInterfaces : lista(tupla < Interfaz \times ItLista(estrCompu) >) \longrightarrow conj(Interfaz)
GenerarInterfaces(l) \equiv if vacia?(l) then \emptyset else Ag(\pi_1(\text{prim}(l)), \text{GenerarInterfaces}(\text{fin}(l))) fi
Pertenece? : lista(tupla<string × lista(tupla<Interfaz × ItRed>)>) l × compu c_1 × compu c_2 \longrightarrow bool
Pertenece?(l, c_1, c_2) \equiv \mathbf{if} (\pi_1(\text{prim}(l) = \pi_1(c_1))) then
                                    \pi_1(c_2) \in \text{GenerarCompus}(\pi_2(\text{prim}(l)))
                                    Pertenece?(fin(l), c_1, c_2)
GenerarCompus : lista(tupla < Interfaz \times ItLista(estrCompu) >) \longrightarrow conj(string)
GenerarCompus(l) \equiv if vacia?(l) then \emptyset else Ag(\pi_1(siguiente(\pi_2(prim(l))))), GenerarCompus(fin(l))) if
DevolverInterfaz : lista(tupla<string \times lista(tupla<Interfaz \times ItRed>)>) l \times compu c_1 \times compu c_2 \longrightarrow Interfaz
DevolverInterfaz(l, c_1, c_2) \equiv \mathbf{if} (\pi_1(\text{prim}(l)) = \pi_1(c_1)) then
                                            DevolverInterfazAux(\pi_2(\text{prim}(l), c_2))
                                        else
                                            DevolverInterfaz(fin(l, c_1, c_2))
DevolverInterfaz<br/>Aux : lista(tupla<Interfaz × ItRed>) l × compu c <br/> \longrightarrow Interfaz
```

avanzar(it)

6 end

```
DevolverInterfaz(l, c) \equiv \mathbf{if} (\pi_1(c_2) = \pi_1(\mathrm{siguiente}(\pi_2(\mathrm{prim}(l))))) then
                                               \pi_1(\operatorname{prim}(l))
                                          else
                                               DevolverInterfazAux(fin(l, c))
     armarCompus : lista(estrCompu) l \longrightarrow secu(compu)
     \operatorname{armarCompus}(es) \equiv \operatorname{if} \operatorname{vac}(\operatorname{a}(\operatorname{es}) \operatorname{then} <> \operatorname{else} \operatorname{armarCompu}(\operatorname{prim}(es)) \bullet \operatorname{armarCompus}(\operatorname{fin}(es)) \operatorname{fi}
     armar
Compu : estr
Compu e \longrightarrow \text{compu}
     \operatorname{armarCompus}(e) \equiv \langle e.IP, \operatorname{dame}\Pi_1(e.\operatorname{conecciones}) \rangle
     dame\Pi_1 : secu(tupla\langle inter:interfaz \times itCompu:itLista(estrCompu)\rangle) \ l \longrightarrow conj(interfaz)
     \operatorname{dame}\Pi_1(l) \equiv \mathbf{if} \operatorname{vac}(a(l)) \mathbf{then} \emptyset \mathbf{else} \operatorname{ag}(Pi_1(\operatorname{prim}(l)), \operatorname{dame}\Pi_1(\operatorname{fin}(l))) \mathbf{fi}
Algoritmos
     red se representa con estrRed
        donde estrRed es tupla(compus: lista(estrCompu), cantidadCompus: nat)
        donde estrCompu es tupla(IP):
                                                                                                         lista(tupla(inter: interfaz, itCompu:
                                                           string
                                                                                   conexiones:
                                                itLista(estrCompu))) )
  IVACIA() \rightarrow res : estrRed
     1 res \leftarrow \langle <>, 0 \rangle
                                                                                                                                                              \triangleright \Theta(1)
  IAGREGARCOMPU(in/out r: estrRed, in c: estrCompu)
     1 agregarAtras(r.compus, (c.IP, iArmarLista(c.interfaces)))
                                                                                                                                                              \triangleright \Theta(1)
     \mathbf{z} r.cantidadCompus \leftarrow r.cantidadCompus + 1
  IARMARLISTA(in \ ci: conj(interfaz)) \rightarrow res: lista(\langle Interfaz, itLista(estrComp) \rangle)
     1 res \leftarrow vacia()
     2 itConj(interfaz) it \leftarrow \text{crearIt}(\text{ci})
     3 while haySiguiente(it) do
             agregarAtras(res, \langle siguiente(it), NULL \rangle)
```

```
ICONECTAR(in/out r: estrRed), in c_0: estrCompu, in i_0: interfaz, in c_1: estrCompu, in i_1: interfaz)
  1 itLista(estrComp) it_0 \leftarrow \text{crearIt}(\text{r.compus})
  2 itLista(estrComp) it_1 \leftarrow \text{crearIt}(\text{r.compus})
  з while siguiente(it_0.IP \neq c_0.IP) do
  4 avanzar(it_0)
  5 end
  6 while siguiente(it_1.IP \neq c_1.IP) do
    avanzar(it_1)
  8 end
  9 itLista(tupla(interfaz, itLista(estrCompu))) it_2 \leftarrow \text{crearIt}(\text{siguiente}(it_0.\text{conexiones}))
 10 itLista(tupla(interfaz, itLista(estrCompu))) it_3 \leftarrow \text{crearIt}(\text{siguiente}(it_1.\text{conexiones}))
 11 while siguiente(it_2.inter \neq i_0) do
    avanzar(it_2)
 13 end
 14 while siguiente(it_3.inter \neq i_1) do
    avanzar(it_3)
 16 end
 17 siguiente(it_2).itCompu \leftarrow i_0 siguiente(it_3).itCompu \leftarrow i_1
ICREARCONJUNTODEINTERFACES(in l: lista(tupla(interfaz, itLista(estrCompu)))) \rightarrow res:
conj(estrInterfaz)
  1 nat n \leftarrow 0
  \mathbf{z} res \leftarrow \text{vacio}()
  3 while n <longitud(l) do
        agregar(res, \Pi_1(l[n]))
        n \leftarrow n + 1
  5
  6 end
ICONECTADAS? (in r: estrRed, in c_0: estrCompu, in c_1: estrCompu) \rightarrow res: bool
  1 itLista(estrComp) it_0 \leftarrow \text{crearIt}(\text{r.compus})
  2 while siguiente(it_0).IP \neq c_0.IP do
  \mathbf{a} avanzar(it_0)
  4 end
  5 itLista(tupla(interfaz, itLista(estrCompu))) it_1 \leftarrow \text{crearIt}(\text{siguiente}(it_0.\text{conexiones}))
  6 while haySiguiente(it_1) \wedge_L siguiente(siguiente(it_1).itCompu).IP \neq c_1.IP do
  7 | avanzar(it_1)
  8 end
  9 res \leftarrow (siguiente(siguiente(it_1).itCompu).IP = c_1.IP)
IINTERFAZUSADA(in r: estrRed, in c_0: estrCompu, in c_1: estrCompu) \rightarrow res: interfaz
  1 itLista(estrComp) it_0 \leftarrow \text{crearIt}(\text{r.compus})
  2 while siguiente(it_0).IP \neq c_0.IP do
  \mathbf{a} avanzar(it_0)
  4 end
  5 itLista(tupla(interfaz, itLista(estrCompu))) it_1 \leftarrow \text{crearIt}(\text{siguiente}(it_0.\text{conexiones}))
  6 while haySiguiente(it_1) \land_L siguiente(siguiente(it_1).itCompu).IP \neq c_1.IP do
  \mathbf{7} avanzar(it_1)
  8 end
  9 res \leftarrow siguiente(it_1).inter
```

```
IVECINOS(in r: estrRed, in c: estrCompu) \rightarrow res: conj(compu)
  1 res \leftarrow vacio()
  2 itLista(estrComp) it_0 \leftarrow \text{crearIt}(\text{r.compus})
  з while siguiente(it_0).IP \neq c.IP do
    avanzar(it_0)
  5 end
  6 itLista(tupla(interfaz, itLista(estrCompu))) it_1 \leftarrow \text{crearIt}(\text{siguiente}(it_0.\text{conexiones}))
  7 while haySiguiente?(it_1) do
        if haySiguiente?(siguiente(it_1).itCompu) then
             agregar(res, siguiente(siguiente(it_1).itCompu))
  9
         end
 10
        avanzar(it_1)
 12 end
IUSAINTERFAZ?(in r: estrRed, in c: estrCompu, in i: interfaz) \rightarrow res: bool
  1 itLista(estrComp) it_0 \leftarrow \text{crearIt}(\text{r.compus})
  2 while siguiente(it_0).IP \neq c.IP do
  \mathbf{a} avanzar(it_0)
  4 end
  5 itLista(tupla(interfaz, itLista(estrCompu))) it_1 \leftarrow \text{crearIt}(\text{siguiente}(it_0.\text{conexiones}))
  6 while siguiente(it_1).inter \neq i do
  \mathbf{7} avanzar(it_1)
  8 end
  9 res \leftarrow \text{haySiguiente?}(\text{siguiente}(it_1).\text{itCompu})
ICAMINOSMINIMOS(in r: estrRed, in c_0: estrCompu, in c_1: estrCompu) \rightarrow res: conj(lista(estrCompu))
  1 res \leftarrow vacio()
  2 if pertenece(c_1, vecinos(r, c_1)) then
     agregar(res, agregarAtras(agregarAtras(<>, c_0), c_1))
  4 else
  total res \leftarrow dameMinimos(iCaminos(r, c_0, c_1, agregarAtras(<>, c_0), pasarConjASecu(vecinos(r, c_0))))
  6 end
IHAYCAMINOS?(\mathbf{in}\ r: \mathtt{estrRed},\ \mathbf{in}\ c_0: \mathtt{estrCompu},\ \mathbf{in}\ c_1: \mathtt{estrCompu}) \to res: \mathtt{bool}
  1 res \leftarrow \text{esVacio?}(\text{iCaminosMinimos}(r, c_0, c_1))
ICAMINOS(in r: estrRed, in c_0: estrCompu, in c_1: estrCompu, in l: lista(estrCompu), in vec:
lista(estrCompu)) \rightarrow res : conj(lista(estrCompu))
  1 if vacia?(vec) then
  2
     res \leftarrow vacia()
  з else
        if /último(l) = c_1 then
  4
            res \leftarrow agregar(l, vacia())
  5
  6
             if \phistá?(primero(vec, l)) then
  7
                 res \leftarrow \text{unión}(\text{caminos}(r, c_0, c_1, \text{agregarAtras}(l, \text{primero}(vec)), iVecinos(r, \text{primeros}(vec))),
                 caminos(r, c_0, c_1, l, fin(vec))
  9
              res \leftarrow \operatorname{caminos}(r, c_0, c_1, l, \operatorname{fin}(vec))
 10
             end
 11
 12
        \mathbf{end}
 13 end
```

```
ICOMPUTADORAS(in \ r : estrRed) \rightarrow res : conj(estrCompu)
  1 res \leftarrow vacio()
  2 itRed it \leftarrow \text{crearItRed}()
  з while haySiguiente?(it) do
        agregar(res, siguiente(it))
        avanzar(it)
  6 end
iHaySiguiente?(in it: itLista(estrCompu)) \rightarrow res: bool
  1 res \leftarrow \text{haySiguiente?}(it)
{	t iSIGUIENTE}({	t in}\ it:{	t itLista}({	t estrCompu})) 
ightarrow res:{	t compu}
  1 estrCompu e \leftarrow \text{siguiente}(it)
  2 res.IP \leftarrow e.IP
  \mathbf{3} \text{ conoj(interfaz)} interfaces \leftarrow \text{vacio()}
  4 itLista(tupla\langle inter: interfaz, itCompu: itLista(estrCompu) \rangle) itInterfaces \leftarrow
    crearIt(e.conexiones)
  5 while haySiguiente?(itInterfaces) do
        agregar(interfaces, siguiente(itInterfaces).inter)
        avanzar(itInterfaces)
  8 end
  9 res.Interfaces \leftarrow e.Interfaces
iCrearIt(in e: estrRed)
  1 res \leftarrow crearIt(e.compus)
IAVANZAR(in/out it: itLista(estrCompu))
 it \leftarrow avanzar(it)
```

#### 2. Módulo DCNet

#### Notas preliminares

En todos los casos, al indicar las complejidades de los algoritmos, las variables que se utilizan corresponden a:

- ullet n: Número de computadoras en la red.
- k: Longitud de la cola de paquetes más larga al momento.
- L: Longitud de nombre de computadora más largo de la red.
- i: Mayor cantidad de interfaces que tiene alguna computadora en la red en el momento.

#### Interfaz

```
se explica con: DCNET géneros: dcnet
```

#### Operaciones básicas de lista

```
INICIARDCNET(\mathbf{in}\ r \colon \mathtt{Red}) \to res : \mathtt{DCNet}
\mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
Post \equiv \{res =_{obs} iniciarDCNet(r)\}\
Complejidad: \Theta(1234)
Descripción: Genera un nuevo DCNet sin paquetes.
CREARPAQUETE(in/out D: DCNet, in p: paquete)
\mathbf{Pre} \equiv \{D =_{obs} D_0 \land (\exists p': paquete)(paqueteEnTransito?(D,p') \land id(p') = id(p)) \land origen(p) \in computado-
ras(red(D)) \wedge_L destino(p) \in computadoras(red(D)) \wedge_L hayCamino?(red(D), origen(p), destino(p)))
\mathbf{Post} \equiv \{ D =_{obs} crearPaquete(D_0, p) \}
Complejidad: \Theta(l + log(k))
Descripción: Crea un nuevo paquete que no exite en el DCNet anterior.
AVANZARSEGUNDO(\mathbf{in}/\mathbf{out}\ D: DCNet)
\mathbf{Pre} \equiv \{ D =_{\mathrm{obs}} D_0 \}
\mathbf{Post} \equiv \{ D =_{obs} \operatorname{avanzarSegundo}(D_0) \}
Complejidad: \Theta(n.(L + log(n) + log(k)))
Descripción: Avanza un segundo en el DCNet, moviendo todos los paquetes correspondientes.
\mathtt{RED}(\mathbf{in}\ D \colon \mathtt{DCNet}) \to res : \mathtt{red}
\mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{ \mathrm{res} =_{\mathrm{obs}} \mathrm{red}(D) \}
Complejidad: \Theta(1234)
Descripción: Devuelve la red donde esta funcionando el DCNet.
CAMINORECORIDO(in D: DCNet, in p: paquete) \rightarrow res: secu(compu)
\mathbf{Pre} \equiv \{ paqueteEnTrancito?(D, p) \}
\mathbf{Post} \equiv \{ \text{res} =_{\text{obs}} \text{caminoRecorrido}(D, p) \}
Complejidad: \Theta(n.log(max(n,k)))
Descripción: Devuelve la secuencia que contiene de forma ordenada todas las computadoras por las que fue
pasando.
CANTIDADENVIADOS(in D: DCNet, in c: compu) \rightarrow res: nat
\mathbf{Pre} \equiv \{c \in \operatorname{computadoras}(\operatorname{red}(D))\}\
Post \equiv \{res =_{obs} cantidadEnviados(D, c)\}
Complejidad: \Theta(1234)
Descripción: Devuelve la cantidad de paquetes que envió la computadora "c".
ENESPERA(in D: DCNet, in c: compu) \rightarrow res: conj(paquete)
\mathbf{Pre} \equiv \{c \in \operatorname{computadoras}(\operatorname{red}(D))\}\
Post \equiv \{res =_{obs} enEspera(D, c)\}
```

```
Complejidad: \Theta(L)
Descripción: Devuelve los paquetes que tiene en espera la compu "c".

PAQUETESENTRÁNSITO?(in D: DCNet, in p: paquete) \rightarrow res: bool
Pre \equiv {true}
Post \equiv {res = _obs paquetesEnTrancito?(D, p)}
Complejidad: \Theta(1234)
Descripción: Devuelve "True" si y solo si el paquete esta en los paquetes en espera de alguna computadora.

LAQUEMÁSENVIÓ(in D: DCNet) \rightarrow res: compu
Pre \equiv {true}
Post \equiv {res = _obs laQueMásEnvió(D)}
Complejidad: \Theta(1)
Descripción: Devuelve una de las computadoras con mas paquetes enviados
```

## Representación

#### dcnet se representa con estrDCNet

```
 \begin{tabular}{ll} \begin{tabular}{ll} donde \begin{tabular}{ll} d
```

```
Rep(l) \equiv true \iff (\forall e: estr)(
                               (tam(e.paquetesEnEspera)
                                                                                                                       =
                                                                                                                                        tam(e.IPcompusXID)
                                                                                                                                                                                                                                  tam(e.siguienteCompu)
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   tam
                                                                                                                                                                                                           =
                               (e.cantPaquetesEnviados) = \#(computaodras(e.estrRed))) \land (\forall n: nat)(definido?(e.siguienteCompu,n) \Rightarrow_L
                               tam(e.siguienteCompu[n]) = \#(computadoras(e.estrRed))) \land
                               Maximo(e.cantPaqEnviados) = e.cantidadEnviados[obtener(<math>\pi_1(siguiente(e.laQueMásEnvió)),e.IDcompusPorIP)]
                               \land (\forall c: \text{compu})(c \in \text{computadoras}(e.\text{estRed}) \Rightarrow_{\text{L}} \text{obtener}(\pi_1(c), e.\text{IDcompusPorIP}) < \#(\text{computadoras}(e.\text{computadoras}))
                               ras(e.estrRed)) \land ((\forall c_1, c_2: compu)((c_1 \in computadoras(e.estRed)) \land (c_2 \in computadoras(e.estrRed)) \land
                                (c_1 \neq c_2)) \Rightarrow_L ((\text{obtener}(\pi_1(c_1), \text{e.IDcompusPorIP}) \neq \text{obtener}(\pi_1(c_2), \text{e.IDcompusPorIP}))))) \land
                                (dameNombres(computadoras(e.estrRed)) = claus(IDcompusPorIP)) \land
                               (\forall L: nat)(0 \le L < tam(e.paqEnEspera) \Rightarrow_L (
                               (\forall it_1: ItConj(paquete)) it \in dame\pi_1(juntarSignificado(\pi_2(e.paquetesEnEspera[L]))) \Rightarrow_L haySiguiente?(it_1)
                                \land (\forall it_2: \text{ITconj}(\text{pauqete})) it_2 \in \text{dame} pi_2(\text{juntarColaEnConjunto}(\pi_3(\text{e.paquetesEnEspera}[L]))) \Rightarrow_L
                               haySiguiente?(it_2) \wedge_{\scriptscriptstyle L}
                               (\forall i: \text{ItConj}(\text{paquete}))(\text{siguiente}(i) \in (\text{dameSiguientes}(\text{dame}\pi_1(juntarSignificados_1(\pi_2(\text{e.paquetesEnEspera[L]})))))
                               siguiente(i) \in \pi_1(e.paquetesEnEspera[L])))) \land (\forall c: ID)(c \in claves(\pi_2(e.paquetesEnEspera[L])))
                                                    \pi_1(\text{siguiente}(\pi_1(\text{obtener}(\pi_2(c), e.paquetesEnEspera[L])))) = c) \land (\forall it:ItConj(paquete))
                                                                                                           dameSiguientes(dame\pi_2(juntarColaPrioriEnConj(\pi_3(e.paquetesEnEspera[L]))))
                               siguiente(it)
                               \Rightarrow_{\text{L}} \text{ siguiente}(it) \in \pi_1(\text{e.paquetesEnEspera[L]}) \ (\forall t: \text{ tupla } < \text{prioridad,ItConj}(\text{paquete}) >) \ t \in
                               juntarColaPrioriEnConj(\pi_3(e.paquetesEnEspera[L])) \rightarrow siguiente(\pi_2(t)).prioridad = \pi_1(t)
                               (\forall x, z: \text{nat})((0 \le x < \text{tam(e.paquetesEnEspera}) \land 0 \le z < \text{tam(e.paquetesEnEspera}) \land x \ne z) \Rightarrow_{\text{L}}
                               (\pi_1(e.paquetesEnEspera[x]) \cap \pi_2(e.paquetesEnEspera[z])) = \emptyset) \land
                                (\forall i: \text{nat})(0 \leq i < \#(\text{computadoras}(\text{e.estrRed})) \land \text{obtener}(\pi_1(\text{siguiente}(\text{e.IPcompusPorID}[i])),
                               e.IDcompusPorID) = i) \land
                               (\forall n, m: nat)(0 \le n < \#(computadoras(e.estrRed)) \land 0 \le n < \#(computadoras(e.estrRed))
                               \Rightarrow_{\text{L}} (\exists x: (\text{secu(compu}))) \ x \in \text{caminosminimos(e.estrRed, siguiente(e.IPcompusPorID[n]), siguiente(e.IPcompusPorID[n])})
                               te(e.IPcompusPorID[m])) \land prim(x) = e.siguienteCompu[n][m]
                               (\forall i : nat) (0 \leq i \leq \# computadoras(e.estrRed)) \Rightarrow_{\tt L} siguiente(e.IPcompusPorID[i]) \in compitadoras(e.estrRed))
                               (\forall x, y: nat)((0 \le x < \#computadoras(e.estrRed) \land 0 \le y < \#computadoras(e.estrRed) \land x \ne y) \Rightarrow_L
                                (siguiente(e.IPcompusPorID[x]) \neq siguiente(e.IPcompusPorID[y]))))) \land
                               \#(\pi_1(e.paquetesEnEspera)) = \#claves(\pi_2(e.paquetesEnEspera)) \land = \#(juntarSecuenciasEnConj(juntarSignification))
                               (\forall it_1: ItConj(paquete)) (\forall it_2: ItConj(paquete)) it_1 \in dame\pi_2(juntarColaPriorEnConj(\pi_3(e.paquetesEnEspera[L]))
                                \land it_2 \in \text{dame}\pi_2(\text{juntarColaPriorEnConj}(\pi_3(\text{e.paquetesEnEspera[L]}))) it_1 \neq it_2 \Rightarrow_{\text{L}} \text{siguiente}(it_1) \neq
                               siguiente(it_2)
Abs : estrDCNet e \longrightarrow DCNet
                                                                                                                                                                                                                                                                                                            \{\operatorname{Rep}(e)\}
Abs(e) \equiv red(d) = e.estrRed \wedge
                                (\forall p: \text{paquete}) \quad \text{paqueteEnTránsito?}(d, p) \Rightarrow_{\text{L}} \quad \text{caminoRecorrido}(d, p)
                                                                                                                                                                                                                                                                                            caminoDelPaque-
                                te(e.siguienteCompu, e.IPsCompusPorID, e.PaquetesEnEspera, p) \wedge
                                (\forall c: \text{compu}) \ c \in \text{computadoras}(\text{red}(d)) \Rightarrow_{\text{L}} \text{cantidadEnviados}(d, c) = \text{e.}\#\text{PaqEnviados}[\text{obtener}(c, c)]
                                e.IDsCompusPorIP)] ∧
                                (\forall c : \text{compu}) \ c \in \text{computadoras}(\text{red}(d)) \Rightarrow_{\texttt{L}} \text{enEspera}(d, \ c) = \text{enConjunto}(\text{e.paquetesEnEspera}|\text{obtener}(c, d)) = \text{enConjunto}(c, d)
                                e.IDsCompusPorIP)])
caminoDelPaquete : ad(ad(nat)) \times ad(ItRed) \times ad(tupla(enConjunto:conj(paquete) \times porID:dicc_{\mbox{AVL}}(ID\,tupla(iPaquete:ad(ad(nat))) \times ad(ItRed) \times ad(tupla(enConjunto:conj(paquete)) \times porID:dicc_{\mbox{AVL}}(ID\,tupla(iPaquete:ad(ad(nat))) \times ad(ItRed)) \times ad(tupla(enConjunto:conj(paquete)) \times porID:dicc_{\mbox{AVL}}(ID\,tupla(iPaquete:ad(ad(nat)))) \times ad(tupla(enConjunto:conj(paquete))) \times porID:dicc_{\mbox{AVL}}(ID\,tupla(iPaquete))) \times porID:dicc_{\mbox{AVL}}(ID\,tupla(iPaquete)) \times porID:dicc_{\mbox{AVL}}(ID\,tupla(iPaquete)) \times p
caminoDelPaquete(t, CsxID, ps, p, Psr) \equiv \mathbf{if} \operatorname{def}(ID(p), \operatorname{porID}(ps[0])) then
                                                                                                                                          caminoDelPaquete_{aux}(t, CsxID, ps, p, codOrigen(obtener(ID(p), ps, codOrigen(obtener(ID(p), ps, codOrigen(obtener(ID(p), ps, codOrigen(obtener(ID(p), ps, codOrigen(obtener(ID(p), ps, cod
                                                                                                                                         \operatorname{porId}(ps[0])), \operatorname{codDestino}(\operatorname{obtener}(\operatorname{ID}(p), \operatorname{porId}(ps[0])))
                                                                                                                                else
                                                                                                                                          caminoDelPaquete(t, CsxID, ps, p, finAd(psr))
                                                                                                                                fi
caminoDelPaquete_{aux}: ad(ad(nat)) \times ad(ItRed) \times ad(tupla(enConjunto:conj(paquete) por ID: dicc_{AVI} \times tupla(iPaquete: iPaquete: iPa
```

```
caminoDelPaquete<sub>aux</sub>(t, CsxID, ps, p, Psr, compuActual, d) \equiv if def?(ID(p), porID(ps[compuActual])) then
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            siguiente(CsxID[compuActual])
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            caminoDelPaquete<sub>aux</sub>(t, CsxID, ps, p, Psr,
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            t[compuActual][d], d)
\label{eq:conjunto:conj} fin Ad: ad(tupla(en Conjunto:conj(paquete) \times por ID: dicc_{AVL}(ID: tupla(iPaquete: itConj(paquete) codOrigen: nat codDestinont codDes
\operatorname{finAd}(a) \equiv \operatorname{if} (\operatorname{tam}(a) \leq 1) \operatorname{then} \operatorname{crearArreglo}(0) \operatorname{else} \operatorname{finAd}_{\operatorname{aux}}(a, \operatorname{crearArreglo}(\operatorname{tam}(a)-1), \operatorname{tam}(a)-2) \operatorname{fi}
fin Ad_{aux} \ : \ ad(tupla(en Conjunto:conj(paquete) \times por ID: dicc_{\mbox{AVL}}(ID \ tupla(iPaquete: itConj(paquete) \ codOrigen: nat \ codDestate \ cod
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         \{\tan(a)>1 \wedge \tan(b)>0\}
\mathrm{finAd_{aux}}(a,b,n) \ \equiv \ \mathbf{if} \ (n=0) \ \ \mathbf{then} \ \ b[0] \leftarrow a[1] \ \ \mathbf{else} \ \ \mathrm{finAd_{aux}}(a,\,b[n] \leftarrow a[n+1],\,n \ \text{-1}) \ \ \mathbf{finAd_{aux}}(a,\,b[n] \leftarrow a[n+1],\,n \ \ \mathbf{
juntarColaPriorEnConj : colaPrior(tupla < prioridad, ItConj(paquete) >) \longrightarrow conj(tupla < prioridad, ItConj(paquete) >)
juntarColaPriorEnConj(c) \equiv if \ vacia?(c) \ then \ \emptyset \ else \ ag(proximo(c), juntarColaPriorEnConj(desencolar(c))) \ fi
  dame\pi_2 : conj(tupla < prioridad \times ItConj(paquete) >) \longrightarrow conj(ItConj(paquete))
  dame\pi_2(c) \equiv if \emptyset?(c) then \emptyset else ag(\pi_2(dameuno(c)), dame\pi_2(sinuno(c))) fi
  dameSiguientes : conj(ItConj(paquete)) \longrightarrow conj(paquete)
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                {restricciones}
```

 $dameSiguientes(c) \equiv if \emptyset?(c) then \emptyset else ag(siguiente(dameuno(c)), dameSiguientes(sinuno(c))) fi$ 

## Algoritmos

```
IINICIARDCNet(\mathbf{in}\ r : \mathtt{Red}) \rightarrow res : \mathtt{DCNet}
  1 res \leftarrow iCopiar(r)
  2 res. \# PaqEnviados \leftarrow crearArreglo(cantCompus(res.red))
  res.IPsCompuPorID \leftarrow crearArreglo(cantCompus(res.red))
  4 res.siguientesCompus \leftarrow crearArreglo(cantCompus(res.red))
  res.paquetesEnEspera \leftarrow crearArreglo(cantCompus(res.red))
  6 itRed it_0 \leftarrow \text{crearItRed}(res.red)
  7 nat j \leftarrow 0
  8 while j < iCardinal(iComputadoras(res.red)) do
        res.siguientesCompus[j] \leftarrow crearArreglo(cantCompus(res.red))
  9
10
        res.\#PaqEnviados[j] \leftarrow 0
        res.paquetesEnEspera[j] \leftarrow \langle vacio(), vacio(), vacio() \rangle
11
        definir(siguiente(it_0).IP, j, res.IDsCompusPorIP)
12
        res.IPsCompusPorID[j] \leftarrow it_0
13
        j \leftarrow j + 1
        avanzar(it_0)
15
16 end
17 nat k \leftarrow 0
18 j \leftarrow 0
19 while j < iCardinal(iComputadoras(res.red)) do
        while k < iCardinal(iComputadoras(res.red)) do
20
            if conectadas?(res.red, siguiente(res.IPsCompusPorID[j]), siguiente(res.IPsCompusPorID[k])) then
21
                itConj it_0 \leftarrow crearIt(caminosMinimos(res.red, siguiente(res.IPsCompusPorID[j]),
22
                siguiente(res.IPsCompusPorID[k])))
                res.siguientesCompus[j][k] \leftarrow prim(fin(siguiente(it_1)))
23
            end
24
            k \leftarrow k+1
25
        end
26
        j \leftarrow j + 1
27
28 end
```

#### $ICREARPAQUETE(in/out \ d: DCNet, in \ p: paquete)$

```
1 nat o \leftarrow iObtener(p.origen, d.IDsCompusPorIP)

2 nat dest \leftarrow iObtener(p.destino, d.IDsCompusPorIP)

3 it \leftarrow CrearIt((d.paquetesEnEspera[o]).enConjunto)

4 it \leftarrow iAgregar((d.paquetesEnEspeta[o]).enConjunto, p)

5 iDefinir(d.paquetesEnEspera[o].porID, p.ID, \langle it, o, dest, \rangle)

6 iAgregarHeap(d.paquetesEnEspera[o].porPrioridad, p.prioridad, it)
```

```
IAVANZARSEGUNDO(in/out d: DCNet)
  1 nat j \leftarrow 0
  2 nat o
  {f 3} nat dest
  4 paquete paq
   while i < iCardinal(iComputadoras(d.red)) do
       if !(iEsVacio?(d.paquetesEnEspera[j]).enConjunto) then
  6
           paq \leftarrow iSiguiente(iDameElDeMayorPrioridad((d.paquetesEnEspera[j]).porPrioridad))
           iBorrarElDeMaxPrioridad(d.paquetesEnEspera[j].porPrioridad)
  8
           o \leftarrow (iObtener((d.paquetesEnEspera[j]).porID, paq.ID)).codOrigen
  9
           dest \leftarrow (iObtener((d.paquetesEnEspera[j]).porID, paq.ID)).codDestino
10
           iBorrar((d.paquetesEnEspera[j]).porID, paq.ID)
12
           d.#paqEnviados[j]++
           if !(d.siquienteCompu[j][dest] = dest) then
13
               it \leftarrow \text{crearIt}(d.\text{paquetesEnEspera}[d.\text{siguienteCompu}[j|[dest]])
14
               it \leftarrow iAgregar((d.paquetesEnEspera[d.siguienteCompu[j][dest]]).enConjunto, p)
               iDefinir(d.paquetesEnEspera[d.siguienteCompu[j][dest]].porID, p.ID, \langle it,
16
               d.\text{siguienteCompu}[j][dest], dest, \rangle)
               iAgregarHeap(d.paquetesEnEspera[d.siguienteCompu[j]|dest|].porPrioridad, paq.prioridad, it)
17
           end
18
       end
20 end
21 nat k \leftarrow 0
22 nat h \leftarrow 0
23 if iCardinal(iComputadoras(d.red))>0 then
        while k < iCardinal(iComputadoras(d.red)) > 0 do
24
           if d.\#paqEnviados[k]>d.\#paqEnviados[h] then
25
               h \leftarrow k
26
               k++
27
           end
28
       end
29
30 end
31 d.laQueMásEnvió \leftarrow d.IPsCompusPorID[h]
```

```
{\tt ICAMINORECORRIDO}({f in}\ d\colon {\tt DCNet},\ {f in}\ p\colon {\tt paquete}) 	o res: {\tt lista(compu)}
```

```
1 nat j \leftarrow 0

2 res \leftarrow iVacia()

3 while !(iDefinido?((d.paquetesEnEspera[j]).porID), p.ID) do

4 | j++

5 end

6 nat o

7 o \leftarrow (iObtener((d.paquetesEnEspera[j]).porID, p.ID)).codOrigen

8 nat dest

9 dest \leftarrow (iObtener((d.paquetesEnEspera[o]).porID, p.ID)).codDestino

10 while !(iDefinido?((d.paquetesEnEspera[o]).porID), p.ID) do

11 | iAgregarAtras(res, siguiente(d.IPsCompusPorID[o]))

12 | o \leftarrow d.siguientesCompus[o][dest]

13 end

14 iAgregarAtras(res, siguiente(d.IPsCompusPorID[o]))
```

```
\begin{split} &\text{ICANTIDADENVIADOS}(\textbf{in}\ d\colon \texttt{DCNet},\ \textbf{in}\ c\colon \texttt{compu}) \to res\ : \texttt{nat} \\ &\textbf{1}\ \texttt{nat}\ i \leftarrow \texttt{iObtener}(d.\texttt{IDsCompusPorIP},\ c.\texttt{IP}) \\ &\textbf{2}\ res \leftarrow d.\#\texttt{paqEnviados}[\texttt{i}] \end{split}
```

#### $\texttt{IENESPERA}(\textbf{in}\ d \colon \texttt{DCNet},\ \textbf{in}\ c \colon \texttt{compu}) \to res\ : \texttt{conj}(\texttt{Paquete})$

- 1 nat  $i \leftarrow iObtener(d.IDsCompusPorIP, c.IP)$
- $\mathbf{z} \; res \leftarrow (d.\text{paquetesEnEspera[i]}).\text{enConjunto}$

#### 3. Módulo Diccionario AVL

#### Notas preliminares

En todos los casos, al indicar las complejidades de los algoritmos, las variables que se utilizan corresponden a:

 $\blacksquare$  n: Cantidad de claves definidas en el diccionario.

#### Interfaz

```
parámetros formales
```

```
géneros
                             \bullet = \bullet (\mathbf{in} \ k_1 : \kappa, \mathbf{in} \ k_2 : \kappa) \to res : \mathsf{bool}
         función
                             \mathbf{Pre} \equiv \{ \mathbf{true} \}
                             \mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} (k_1 = k_2)\}\
                             Complejidad: \Theta(equal(k_1, k_2))
                             Descripción: función de igualdad de \kappa
         función
                             \bullet \leq \bullet (\mathbf{in} \ k_1 : \kappa, \mathbf{in} \ k_2 : \kappa) \rightarrow res : \mathsf{bool}
                             \mathbf{Pre} \equiv \{ \mathbf{true} \}
                             \mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} (k_1 \le k_2)\}\
                             Complejidad: \Theta(order(k_1, k_2))
                             Descripción: función de comparación por orden total estricto de \kappa
        función
                             Copiar(in k:\kappa) \rightarrow res:\kappa
                             \mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
                             \mathbf{Post} \equiv \{res =_{\mathrm{obs}} k\}
                             Complejidad: \Theta(copy(k))
                             Descripción: función de copia de \kappa
         función
                             Copiar(in s: \sigma) \rightarrow res: \sigma
                             \mathbf{Pre} \equiv \{ true \}
                             \mathbf{Post} \equiv \{res =_{\mathrm{obs}} s\}
                             Complejidad: \Theta(copy(s))
                             Descripción: función de copia de \sigma
se explica con:
                               DICCIONARIO(\kappa, \sigma)
                               diccAVL(\kappa, \sigma)
```

```
géneros:
Operaciones de diccionario
    VACIO() \rightarrow res : diccAVL(\kappa, \sigma)
    \mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
    \mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} vacio\}
    Complejidad: \Theta(1)
    Descripción: Crea y devuelve un diccionario AVL vacío.
    DEFINIR(in/out d: diccAVL(\kappa, \sigma), in k: \kappa, in s: \sigma)
    \mathbf{Pre} \equiv \{d =_{\mathrm{obs}} d_0\}
    \mathbf{Post} \equiv \{d =_{obs} \operatorname{definir}(k, s, d_0)\}\
    Complejidad: \Theta(\log(n) \times order(k) + copy(k) + copy(s))
    Descripción: Define en el diccionario la clave pasada por parámetro con el significado pasado por parámetro. En
    caso de que la clave ya esté definida, sobreescribe su significado con el nuevo.
    Aliasing: Las claves y significados se almacenan por copia.
    BORRAR(in/out d: diccAVL(\kappa, \sigma), in k : \kappa)
    \mathbf{Pre} \equiv \{d =_{\mathrm{obs}} d_0 \land \operatorname{def}?(k, d)\}\
    \mathbf{Post} \equiv \{d =_{\mathrm{obs}} \mathrm{borrar}(k, d_0)\}\
    Complejidad: \Theta(\log(n) \times order(k))
```

**Descripción:** Elimina del diccionario la clave pasada por parámetro.

```
\#\text{CLAVES}(\mathbf{in}\ d: \texttt{diccAVL}(\kappa,\ \sigma)) \to res: \texttt{nat}
\mathbf{Pre} \equiv \{ \mathrm{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{ res =_{obs} \#(claves(d)) \}
Complejidad: \Theta(1)
Descripción: Devuelve la cantidad de claves del diccionario.
DEFINIDO?(in d: diccAVL(\kappa, \sigma), in k:\kappa) \rightarrow res: bool
\mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} \operatorname{def}?(k, d)\}\
Complejidad: \Theta(\log(n) \times order(k))
Descripción: Devuelve true si y solo si la clave pasada por parámetro está definida en el diccionario.
OBTENER(in d: diccAVL(\kappa, \sigma), in k: \kappa) \rightarrow res: \sigma
\mathbf{Pre} \equiv \{ \det?(k, d) \}
\mathbf{Post} \equiv \{ \operatorname{alias}(res =_{\operatorname{obs}} \operatorname{obtener}(k, d)) \}
Complejidad: \Theta(\log(n) \times order(k))
Descripción: Devuelve el significado con el que la clave pasada por parámetro está definida en el diccionario.
Aliasing: El significado se pasa por referencia. Modificarlo implica cambiarlo en la estructura interna del diccio-
nario.
```

## Representación

```
diccAVL(\kappa, \sigma) se representa con estrAVL
      donde estrAVL es tupla(raiz: puntero(nodo),
                                                                                       cantNodos: nat)
      donde nodo es tupla (clave: \kappa,
                                                                           significado: \sigma,
                                                                           padre: puntero(nodo),
                                                                           izq: puntero(nodo),
                                                                           der: puntero(nodo),
                                                                           altSubarbol: nat)
Rep : estrAVL \longrightarrow bool
Rep(e) \equiv true \iff e.cantNodos = \#(nodos(e)) \land
                                     \#(\operatorname{claves}(e)) = \#(\operatorname{nodos}(e)) \land
                                     (\forall n : \text{nodo}) \ (n \in \text{nodos}(e) \Rightarrow_{\text{L}} (
                                     n.altSubarbol = altura(subárbol(\&n)) \land
                                     máx(altura(subárbol(n.izq)), altura(subárbol(n.der))) –
                                    \min(\operatorname{altura}(\operatorname{sub\acute{a}rbol}(n.izq)), \operatorname{altura}(\operatorname{sub\acute{a}rbol}(n.der))) \leq 1 \wedge
                                     (\forall n' : \text{nodo}) ((n' \in \text{nodos}(\text{subárbol}(n))) \Rightarrow (n' \in \text{nodos}(\text{subárbol}(n.der)) \Leftrightarrow \neg (n'.clave \leq n.clave))) \land
                                     *(n.izq) \neq *(n.der) \land (n.padre = \text{NULL} \Leftrightarrow \&n = e.raiz) \land_{\text{L}}
                                     ((\&n \neq e.raiz) \Rightarrow_{\perp} (\forall n' : nodo)(n.padre = \&n' \Leftrightarrow n'.izq = \&n \lor n'.der = \&n))))
 Abs : estrAVL e \longrightarrow \operatorname{dicc}(\kappa, \sigma)
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 \{\operatorname{Rep}(e)\}\
 Abs(e) =_{obs} d: dicc(\kappa, \sigma) | (\forall \kappa : k) ((def?(k, d)) =_{obs} (k \in claves(e)) \land_L (def?(k, d) \Rightarrow_L obtener(k, d) =_{obs} (k \in claves(e)) \land_L (def?(k, d) \Rightarrow_L obtener(k, d) =_{obs} (k \in claves(e)) \land_L (def?(k, d)) \Rightarrow_L obtener(k, d) =_{obs} (k \in claves(e)) \land_L (def?(k, d)) \Rightarrow_L obtener(k, d) =_{obs} (k \in claves(e)) \land_L (def?(k, d)) \Rightarrow_L obtener(k, d) =_{obs} (k \in claves(e)) \land_L (def?(k, d)) \Rightarrow_L obtener(k, d) =_{obs} (k \in claves(e)) \land_L (def?(k, d)) \Rightarrow_L obtener(k, d) =_{obs} (k \in claves(e)) \land_L (def?(k, d)) \Rightarrow_L obtener(k, d) =_{obs} (k \in claves(e)) \land_L (def?(k, d)) \Rightarrow_L obtener(k, d) =_{obs} (k \in claves(e)) \land_L (def?(k, d)) \Rightarrow_L obtener(k, d) =_{obs} (k \in claves(e)) \land_L (def?(k, d)) \Rightarrow_L obtener(k, d) =_{obs} (k \in claves(e)) \land_L (def?(k, d)) \Rightarrow_L obtener(k, d) =_{obs} (k \in claves(e)) \land_L (def?(k, d)) \Rightarrow_L obtener(k, d) =_{obs} (k \in claves(e)) \land_L (def?(k, d)) \Rightarrow_L obtener(k, d) =_{obs} (k \in claves(e)) \land_L (def?(k, d)) =_{obs} (k \in claves(e)) =_{obs} (k \in claves(e)) \land_L (def?(k, d)) =_{obs} (k \in claves(e)) =_{obs} (k \in 
                                                                                        significado(k, e))
hijos : nodo \longrightarrow conj(nodo)
hijos(n) \equiv if \ n.izq = NULL \ then \ \emptyset \ else \ Ag(*(n.izq), hijos(*(n.izq))) \ fi
                                       \cup if n.der = \text{NULL} then \emptyset else \text{Ag}(*(n.der), \text{hijos}(*(n.der))) fi
nodos : estrAVL \longrightarrow conj(nodo)
nodos(e) \equiv if \ e.raiz = NULL \ then \ \emptyset \ else \ Ag(*(e.raiz), hijos(*(e.raiz))) \ fi
```

```
subárbol : puntero(nodo) --> estrAVL
subárbol(p) \equiv \langle p, 1 + \#(hijos(*(p))) \rangle
claves : estrAVL \longrightarrow conj(\kappa)
claves(e) \equiv if e.raiz = NULL then
                  else
                      Ag(e.raiz \rightarrow clave, claves(subárbol(e.raiz \rightarrow izq)) \cup claves(subárbol(e.raiz \rightarrow der)))
altura : estrAVL \longrightarrow nat
altura(e) \equiv if e.raiz = NULL then
                  else
                      1 + \max(\text{altura}(\text{subárbol}(e.raiz \rightarrow izq)), \text{ altura}(\text{subárbol}(e.raiz \rightarrow der)))
significado : estr<br/>AVL e \times \kappa k \longrightarrow \sigma
                                                                                                                                     \{k \in \text{claves}(e)\}
significado(e, k) \equiv if e.raiz \rightarrow clave = k then
                               e.raiz \rightarrow significado
                           else
                               if k \in \text{claves}(\text{subárbol}(e.raiz \rightarrow izq)) then
                                    significado(k, subárbol(e.raiz \rightarrow izq))
                               else
                                    significado(k, subárbol(e.raiz \rightarrow der))
                           fi
```

## Algoritmos

```
\begin{split} \text{IVACIO}() &\to res : \texttt{estrAVL} \\ \textbf{1} \ res &\leftarrow \langle \text{NULL}, 0 \rangle \\ & \rhd \Theta(1) \end{split}
```

Complejidad:  $\Theta(1)$ 

```
IDEFINIR(in/out e: estrAVL, in k: \kappa, in s: \sigma)
   1 puntero(nodo) padre \leftarrow \text{NULL}
                                                                                                                                                                        \triangleright \Theta(1)
   2 puntero(nodo) lugar \leftarrow Buscar(e, k, padre)
                                                                                                                                              \triangleright \Theta(\log(n) \times order(k))
  з if lugar \neq NULL then
                                                                                                                                                                        \triangleright \Theta(1)
           (lugar \rightarrow significado) \leftarrow \mathsf{Copiar}(s)
                                                                                                                                                              \rhd \; \Theta(copy(s))
   5 else
           puntero(nodo) nuevo \leftarrow \& \langle \text{Copiar}(k), \text{Copiar}(s), \text{NULL}, \text{NULL}, \text{NULL}, 1 \rangle // \text{Reservamos memoria para}
   6
           el nuevo nodo
                                                                                                                                              \triangleright \Theta(copy(k) + copy(s))
                                                                                                                                                            \, \triangleright \, \Theta(order(k))
           if k \leq (padre \rightarrow clave) then
   7
                                                                                                                                                                       \triangleright \Theta(1)
                 (padre \rightarrow izq) \leftarrow nuevo
   8
   9
            else
                (padre \rightarrow der) \leftarrow nuevo
                                                                                                                                                                       \triangleright \Theta(1)
 10
 11
 12
            (nuevo \rightarrow padre) \leftarrow padre
                                                                                                                                                                        \triangleright \Theta(1)
           RebalancearArbol (padre)
 13
                                                                                                                                                                \triangleright \Theta(\log(n))
           e.cantNodos + +
                                                                                                                                                                        \triangleright \Theta(1)
 14
 15 end
```

Complejidad:  $\Theta(\log(n) \times order(k) + copy(k) + copy(s))$ 

**Justificación:** La función tiene llamadas a funciones con complejidad  $\Theta(\log(n) \times order(k) \text{ y } \Theta(copy(k) + copy(s)).$ 

IOBTENER(in e: estrAVL, in  $k:\kappa) \rightarrow res:\sigma$ 

1 puntero(nodo)  $padre \leftarrow \text{NULL}$ 

 $\triangleright \Theta(1)$   $\triangleright \Theta(\log(n) \times order(k))$ 

2 puntero(nodo)  $lugar \leftarrow Buscar(e, k, padre)$ 

 $\triangleright \Theta(1)$ 

 $s res \leftarrow (lugar \rightarrow significado)$ 

Complejidad:  $\Theta(\log(n) \times order(k))$ 

**Justificación:** La función tiene llamadas a funciones con complejidad  $\Theta(\log(n) \times order(k) \text{ y } \Theta(copy(k) + copy(s)).$ 

 $\text{I}\#\text{CLAVES}( ext{in }e: ext{estrAVL}) o res: ext{nat}$ 

 $1 \ res \leftarrow e.cantNodos$   $\triangleright \Theta(1)$ 

Complejidad:  $\Theta(1)$ 

IDEFINIDO?(in e: estrAVL, in  $k:\kappa) \rightarrow res$ : bool

1 puntero(nodo)  $padre \leftarrow \text{NULL}$ 

 $\triangleright \Theta(1)$ 

2 puntero(nodo)  $lugar \leftarrow Buscar(e, k, padre)$ 

 $\triangleright \Theta(\log(n) \times order(k))$ 

 $s res \leftarrow (lugar \neq NULL)$ 

 $\triangleright \Theta(1)$ 

Complejidad:  $\Theta(\log(n) \times order(k))$ 

 $\textbf{Justificación:} \ \Theta(1) + \Theta(\log(n) \times order(k)) + \Theta(1) = \Theta(\log(n) \times order(k)) + \Theta(1)$ 

```
IBORRAR(\mathbf{in}/\mathbf{out}\ e : \mathbf{estrAVL},\ \mathbf{in}\ k : \kappa)
  1 puntero(nodo) padre \leftarrow \text{NULL}
                                                                                                                                                                                       \triangleright \Theta(1)
                                                                                                                                                           \triangleright \Theta(\log(n) \times order(k))
  2 puntero(nodo) lugar \leftarrow Buscar(e, k, padre)
  3 if lugar \rightarrow izq = \text{NULL} \land lugar \rightarrow der = \text{NULL} then
                                                                                                                                                                                       \triangleright \Theta(1)
            if padre \neq NULL then
                                                                                                                                                                                       \triangleright \Theta(1)
  4
                   if padre \rightarrow izq = lugar then
                                                                                                                                                                                       \triangleright \Theta(1)
  5
                        (padre \rightarrow izq) \leftarrow \text{NULL}
                                                                                                                                                                                       \triangleright \Theta(1)
  6
  7
                   else
                         (padre \rightarrow der) \leftarrow \text{NULL}
                                                                                                                                                                                       \triangleright \Theta(1)
   8
                   end
  9
                                                                                                                                                                              \triangleright \, \Theta(\log(n))
                   RebalancearArbol(padre)
 10
            else
 11
              e.raiz = NULL
                                                                                                                                                                                       \triangleright \Theta(1)
 12
            \mathbf{end}
 13
 14 else if lugar \rightarrow der = NULL then
                                                                                                                                                                                       \triangleright \Theta(1)
             (lugar \rightarrow izq \rightarrow padre) \leftarrow padre
                                                                                                                                                                                       \triangleright \Theta(1)
 15
            if padre \neq NULL then
                                                                                                                                                                                       \triangleright \Theta(1)
 16
                   if padre \rightarrow izq = lugar then
                                                                                                                                                                                       \triangleright \Theta(1)
 17
                        (padre \rightarrow izq) \leftarrow (lugar \rightarrow izq)
                                                                                                                                                                                       \triangleright \Theta(1)
 18
                   else
 19
                        (padre \rightarrow der) \leftarrow (lugar \rightarrow izq)
 20
                                                                                                                                                                                       \triangleright \Theta(1)
 21
                   RebalancearArbol(padre)
                                                                                                                                                                              \triangleright \Theta(\log(n))
 22
 23
            else
              e.raiz \leftarrow lugar \rightarrow izq
                                                                                                                                                                                       \triangleright \Theta(1)
 24
            end
 25
 26 else if lugar \rightarrow izq = \text{NULL then}
                                                                                                                                                                                       \triangleright \Theta(1)
             (lugar \rightarrow der \rightarrow padre) \leftarrow padre
                                                                                                                                                                                       \triangleright \Theta(1)
 27
            if padre \neq NULL then
                                                                                                                                                                                       \triangleright \Theta(1)
 28
                   if padre \rightarrow izq = lugar then
                                                                                                                                                                                       \triangleright \Theta(1)
 29
                        (padre \rightarrow izq) \leftarrow (lugar \rightarrow der)
                                                                                                                                                                                       \triangleright \Theta(1)
 30
                   else
 31
                        (padre \rightarrow der) \leftarrow (lugar \rightarrow der)
                                                                                                                                                                                       \triangleright \Theta(1)
 32
 33
                   end
                   RebalancearArbol(padre)
                                                                                                                                                                              \triangleright \Theta(\log(n))
 34
 35
            else
              e.raiz \leftarrow lugar \rightarrow izq
                                                                                                                                                                                       \triangleright \Theta(1)
 36
 37
            end
```

```
iBorrar (cont.)
 38 else
           puntero(nodo) reemplazo \leftarrow (lugar \rightarrow der)
                                                                                                                                                                              \triangleright \Theta(1)
39
           if (reemplazo \rightarrow izq = NULL) then
                                                                                                                                                                              \triangleright \Theta(1)
 40
                  if padre \neq NULL then
                                                                                                                                                                              \triangleright \Theta(1)
 41
                       if (padre \rightarrow izq) = lugar then
                                                                                                                                                                              \triangleright \Theta(1)
 42
                             (padre \rightarrow izq) \leftarrow reemplazo
                                                                                                                                                                             \triangleright \Theta(1)
 43
 44
                        else
                             (padre \rightarrow der) \leftarrow reemplazo
                                                                                                                                                                             \triangleright \Theta(1)
 45
                       end
 46
 47
                  else
                   e.raiz \leftarrow reemplazo
                                                                                                                                                                              \triangleright \Theta(1)
 48
                  end
 49
                                                                                                                                                                              \triangleright \Theta(1)
                  (reemplazo \rightarrow padre) \leftarrow padre
 50
                  (reemplazo \rightarrow izq) \leftarrow lugar \rightarrow izq
                                                                                                                                                                              \triangleright \Theta(1)
 51
                  (lugar \rightarrow izq \rightarrow padre) \leftarrow reemplazo
                                                                                                                                                                              \triangleright \Theta(1)
 52
                  RebalancearArbol(reemplazo)
                                                                                                                                                                      \triangleright \Theta(\log(n))
 53
            else
 54
                  while (reemplazo \rightarrow izq) \neq \text{NULL do}
                                                                                                                                                    \triangleright \Theta(\log(n)) iteraciones
 55
                      reemplazo \leftarrow (reemplazo \rightarrow izq)
                                                                                                                                                                              \triangleright \Theta(1)
 56
 57
                 \quad \text{end} \quad
                  puntero(nodo) padreReemplazo \leftarrow (reemplazo \rightarrow padre)
                                                                                                                                                                              \triangleright \Theta(1)
 58
                  if padre \neq NULL then
                                                                                                                                                                              \triangleright \Theta(1)
 59
                       if padre \rightarrow izq = lugar then
                                                                                                                                                                              \triangleright \Theta(1)
 60
                             (padre \rightarrow izq) \leftarrow reemplazo
                                                                                                                                                                             \triangleright \Theta(1)
 61
 62
                        else
                             (padre \rightarrow der) \leftarrow reemplazo
                                                                                                                                                                             \triangleright \Theta(1)
 63
                       end
 64
                  else
 65
                   e.raiz \leftarrow reemplazo
                                                                                                                                                                             \triangleright \Theta(1)
 66
                  end
 67
                  (reemplazo \rightarrow padre) \leftarrow padre
                                                                                                                                                                              \triangleright \Theta(1)
 68
                  (reemplazo \rightarrow izq) \leftarrow lugar \rightarrow izq
                                                                                                                                                                              \triangleright \Theta(1)
 69
                  (lugar \rightarrow izq \rightarrow padre) \leftarrow reemplazo
                                                                                                                                                                              \triangleright \Theta(1)
 70
 71
                  (padreReemplazo \rightarrow izq) \leftarrow (reemplazo \rightarrow der)
                                                                                                                                                                              \triangleright \Theta(1)
                  if (reemplazo \rightarrow der) \neq NULL then
                                                                                                                                                                              \triangleright \Theta(1)
 72
                       (reemplazo \rightarrow der \rightarrow padre) \leftarrow padreReemplazo
                                                                                                                                                                             \triangleright \Theta(1)
 73
                  end
 74
                                                                                                                                                                              \triangleright \Theta(1)
                  (reemplazo \rightarrow der) \leftarrow (lugar \rightarrow der)
 75
                  (lugar \rightarrow der \rightarrow padre) \leftarrow reemplazo
                                                                                                                                                                              \triangleright \Theta(1)
 76
                  RebalancearArbol(reemplazo)
                                                                                                                                                                      \triangleright \Theta(\log(n))
 77
            end
 78
 79 end
 80 delete(lugar) // Liberamos la memoria ocupada por el nodo eliminado.
                                                                                                                                                                              \triangleright \Theta(1)
```

#### Complejidad: $\Theta(\log(n) \times order(k))$

**Justificación:** El algoritmo tiene una llamada a función con complejidad  $\Theta(\log(n) \times order(k))$ , y luego presenta varios casos, pero en todos ellos las funciones llamadas son  $O(\log(n))$ .

```
IBUSCAR(in e: estrAVL, in k:\kappa, out padre: puntero(nodo)) \rightarrow res: puntero(nodo)
   1 padre \leftarrow NULL
                                                                                                                                                                                \triangleright \Theta(1)
   actual \leftarrow e.raiz
                                                                                                                                                                                \triangleright \Theta(1)
   3 while actual \neq \text{NULL} \land_{\text{L}} (actual \rightarrow clave \neq k) do
                                                                                                                                                      \triangleright \Theta(\log(n)) iteraciones
                                                                                                                                                                                \triangleright \Theta(1)
            padre \leftarrow actual
                                                                                                                                                                    \triangleright \Theta(order(k))
            if k \leq (padre \rightarrow clave) then
   5
                  actual \leftarrow (actual \rightarrow izq)
                                                                                                                                                                                \triangleright \Theta(1)
   6
   7
            else
                  actual \leftarrow (actual \rightarrow der)
                                                                                                                                                                                \triangleright \Theta(1)
   8
            end
   9
 10 end
 11 res \leftarrow actual
                                                                                                                                                                                \triangleright \Theta(1)
```

**Descripción:** Esta operación privada recibe la estructura de representación interna del diccionario y una clave por parámetro. Si la clave está definida, devuelve un puntero al nodo que la contiene y coloca en el parámetro de out *padre* un puntero al padre de dicho nodo. En caso contrario, devuelve NULL y coloca en el parámetro de out *padre* un puntero a la hoja del árbol que debería ser padre del nodo buscado, si la clave estuviera definida.

Complejidad:  $\Theta(\log(n) \times order(k))$ 

**Justificación:** El algoritmo presenta un ciclo que se repite  $\Theta(\log(n))$  veces, y en cada una de ellas se realiza una llamada a función con complejidad  $\Theta(order(k))$ .

```
iRecalcularAltura(in n: puntero(nodo))
   1 if n \to izq \neq \text{NULL} \land n \to der \neq \text{NULL} then
                                                                                                                                                                            \triangleright \Theta(1)
    2 \quad | \quad (n \rightarrow altSubarbol) \leftarrow 1 + \max(n \rightarrow izq \rightarrow altSubarbol, n \rightarrow der \rightarrow altSubarbol) 
                                                                                                                                                                            \triangleright \Theta(1)
   з else if n \rightarrow izq \neq \text{NULL} then
                                                                                                                                                                            \triangleright \Theta(1)
      (n \rightarrow altSubarbol) \leftarrow 1 + (n \rightarrow izq \rightarrow altSubarbol)
                                                                                                                                                                            \triangleright \Theta(1)
   5 else if n \to der \neq \text{NULL} then
                                                                                                                                                                            \triangleright \Theta(1)
           (n \to altSubarbol) \leftarrow 1 + (n \to der \to altSubarbol)
                                                                                                                                                                            \triangleright \Theta(1)
  7 else
           (n \to altSubarbol) \leftarrow 1
                                                                                                                                                                            \triangleright \Theta(1)
   8
   9 end
```

**Descripción:** Esta operación privada recibe un puntero a un nodo del árbol y recalcula el valor de su campo altSubarbol en función a los datos que sus nodos hijos poseen en este campo.

Complejidad:  $\Theta(1)$ 

**Justificación:** El algoritmo presenta varios casos, y todos ellos realizan realizan operaciones con complejidad  $\Theta(1)$ .

```
 \begin{split} \text{IFBD}(\textbf{in } n : \texttt{puntero(nodo)}) &\to res : \texttt{int} \\ \textbf{1} & \text{int } altIzq \leftarrow n \to izq = \texttt{NULL} ? \ 0 : n \to izq \to altSubarbol \\ \textbf{2} & \text{int } altDer \leftarrow n \to der = \texttt{NULL} ? \ 0 : n \to izq \to altSubarbol \\ \textbf{3} & res \leftarrow altDer - altIzq \end{split} \qquad \qquad \triangleright \Theta(1) \\ \textbf{5} & \Theta(1) \end{split}
```

Descripción: Esta operación privada recibe un puntero a un nodo del árbol y calcula su factor de balanceo.

Complejidad:  $\Theta(1)$ 

**Justificación:**  $\Theta(1) + \Theta(1) + \Theta(1) = \Theta(1)$ 

```
iRotarAIzQuierda(in n: puntero(nodo))
   1 if n.padre \neq NULL then
                                                                                                                                                                                   \triangleright \Theta(1)
                                                                                                                                                                                   \triangleright \Theta(1)
   2
            if n.padre \rightarrow izq = n then
                  (n \to padre \to izq) \leftarrow n \to der
                                                                                                                                                                                   \triangleright \Theta(1)
   3
            else
   4
                  (n \to padre \to der) \leftarrow n \to der
                                                                                                                                                                                   \triangleright \Theta(1)
   5
            end
   6
   7 end
   8 (n \to der \to padre) \leftarrow n \to padre
                                                                                                                                                                                   \triangleright \Theta(1)
  \mathbf{9} \ n \rightarrow padre \leftarrow n \rightarrow der
                                                                                                                                                                                   \triangleright \Theta(1)
 10 n \to der \leftarrow (n \to der \to izq)
                                                                                                                                                                                   \triangleright \Theta(1)
 11 if n \to der \neq \text{NULL then}
                                                                                                                                                                                   \triangleright \Theta(1)
           (n \to der \to padre) \leftarrow n
                                                                                                                                                                                   \triangleright \Theta(1)
 13 end
 14 (n \rightarrow padre \rightarrow izq) \leftarrow n
                                                                                                                                                                                    \triangleright \Theta(1)
 15 RecalcularAltura(n)
                                                                                                                                                                                    \triangleright \Theta(1)
                                                                                                                                                                                   \triangleright \Theta(1)
 16 RecalcularAltura(n \rightarrow padre)
```

**Descripción:** Esta operación privada recibe un puntero a un nodo del árbol y realiza una rotación a izquierda de dicho nodo. ¡Ojo, rompe el invariante de representación! (Los campos *altSubarbol* de los nodos superiores quedan inconsistentes).

#### Complejidad: $\Theta(1)$

**Justificación:** Todas las operaciones que realiza el algoritmo tienen complejidad  $\Theta(1)$ .

```
IROTARADERECHA(in n: puntero(nodo))
   1 if n \rightarrow padre \neq NULL then
                                                                                                                                                                                                        \triangleright \Theta(1)
             if n \rightarrow padre \rightarrow izq = n then
                                                                                                                                                                                                        \triangleright \Theta(1)
                                                                                                                                                                                                        \triangleright \Theta(1)
   3
                    (n \rightarrow padre \rightarrow izq) \leftarrow n \rightarrow izq
              else
   4
                    (n \to padre \to der) \leftarrow n \to izq
                                                                                                                                                                                                        \triangleright \Theta(1)
   6
             end
   7 end
                                                                                                                                                                                                        \triangleright \Theta(1)
   8 (n \rightarrow izq \rightarrow padre) \leftarrow n \rightarrow padre
   9 n \rightarrow padre \leftarrow n \rightarrow izq
                                                                                                                                                                                                        \triangleright \Theta(1)
 10 n \rightarrow izq \leftarrow (n \rightarrow izq \rightarrow der)
                                                                                                                                                                                                        \triangleright \Theta(1)
 11 if n \rightarrow izq \neq \text{NULL then}
                                                                                                                                                                                                        \triangleright \Theta(1)
             (n \rightarrow izq \rightarrow padre) \leftarrow n
                                                                                                                                                                                                        \triangleright \Theta(1)
 12
 13 end
 14 (n \rightarrow padre \rightarrow der) \leftarrow n
                                                                                                                                                                                                        \triangleright \Theta(1)
 15 RecalcularAltura(n)
                                                                                                                                                                                                        \triangleright \Theta(1)
 16 RecalcularAltura(n \rightarrow padre)
                                                                                                                                                                                                        \triangleright \Theta(1)
```

**Descripción:** Esta operación privada recibe un puntero a un nodo del árbol y realiza una rotación a derecha de dicho nodo. ¡Ojo, rompe el invariante de representación! (Los campos *altSubarbol* de los nodos superiores quedan inconsistentes).

#### Complejidad: $\Theta(1)$

**Justificación:** Todas las operaciones que realiza el algoritmo tienen complejidad  $\Theta(1)$ .

```
iRebalancearArbol(in n: puntero(nodo))
   1 puntero(nodo) p \leftarrow n
                                                                                                                                                                                    \triangleright \Theta(1)
                                                                                                                                                         \triangleright \Theta(\log(n)) iteraciones
   2 while p \neq \text{NULL do}
            RecalcularAltura(p)
                                                                                                                                                                                    \triangleright \Theta(1)
  3
            int fdb1 \leftarrow \mathsf{FDB}(p)
                                                                                                                                                                                    \triangleright \Theta(1)
   4
            if fdb1 = 2 then
                                                                                                                                                                                    \triangleright \Theta(1)
  5
                  puntero(nodo) q \leftarrow (p \rightarrow der)
                                                                                                                                                                                    \triangleright \Theta(1)
   6
                  int fdb2 \leftarrow FDB(q)
                                                                                                                                                                                   \triangleright \Theta(1)
   7
                  if fdb2 = 1 \lor fdb2 = 0 then
                                                                                                                                                                                    \triangleright \Theta(1)
  8
                        RotarAlzquierda(p)
                                                                                                                                                                                   \triangleright \Theta(1)
  9
                        p \leftarrow q
                                                                                                                                                                                   \triangleright \Theta(1)
 10
                  else if fbd2 = -1 then
                                                                                                                                                                                   \triangleright \Theta(1)
 11
                        Rotar A Derecha (q)
                                                                                                                                                                                   \triangleright \Theta(1)
 12
                        RotarAlzquierda(p)
                                                                                                                                                                                   \triangleright \Theta(1)
 13
                        p \leftarrow (q \rightarrow padre)
                                                                                                                                                                                   \triangleright \Theta(1)
 14
                  end
 15
            else if fdb1 = -2 then
 16
                  puntero(nodo) q \leftarrow (p \rightarrow izq)
                                                                                                                                                                                    \triangleright \Theta(1)
 17
                  int fdb2 \leftarrow FDB(q)
                                                                                                                                                                                    \triangleright \Theta(1)
 18
                  if fdb2 = -1 \lor fdb2 = 0 then
 19
                                                                                                                                                                                   \triangleright \Theta(1)
                        Rotar A Derecha (p)
                                                                                                                                                                                   \triangleright \Theta(1)
 20
                        p \leftarrow q
                                                                                                                                                                                   \triangleright \Theta(1)
 21
                  else if fbd2 = 1 then
 22
                                                                                                                                                                                    \triangleright \Theta(1)
                        RotarAlzquierda(q)
                                                                                                                                                                                   \triangleright \Theta(1)
 23
                        RotarADerecha(p)
                                                                                                                                                                                   \triangleright \Theta(1)
 24
                                                                                                                                                                                   \triangleright \Theta(1)
                        p \leftarrow (q \rightarrow padre)
 25
 26
                  end
 27
            p \leftarrow (p \rightarrow padre)
                                                                                                                                                                                    \triangleright \Theta(1)
 28
 29 end
```

**Descripción:** Esta operación privada recibe un puntero a un nodo del árbol y restaura el invariante de representación en la rama ascendente a partir de dicho nodo, realizando las rotaciones necesarias para rebalancear el árbol.

#### Complejidad: $\Theta(\log(n))$

**Justificación:** El algoritmo presenta un ciclo que se ejecuta  $\Theta(\log(n))$  veces, y en cada una de ellas se realizan operaciones con complejidad  $\Theta(1)$ .

## 4. Módulo Heap( $\alpha$ )

#### Interfaz

```
parámetros formales
            géneros
            función
                              • < •(in a_1: \alpha, in a_a: \alpha) \rightarrow res: bool
                              \mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
                              \mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} (a_1 \le a_2)\}\
                              Complejidad: \Theta(compare(a_1, a_2))
                              Descripción: función de comparación de menor de \alpha.
            función
                              Copiar(in a:\alpha) \rightarrow res:\alpha
                              \mathbf{Pre} \equiv \{ \mathrm{true} \}
                              \mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} a\}
                              Complejidad: \Theta(copy(a))
                              Descripción: función de copia de \alpha
    se explica con:
                                COLAPRIOR(\alpha)
    géneros:
                                heap(\alpha)
Operaciones del heap
    VACIO() \rightarrow res : heap(\alpha)
    \mathbf{Pre} \equiv \{ \mathrm{true} \}
    \mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} vacio\}
     Complejidad: \Theta(1)
    Descripción: Constructor por defecto de heap(\alpha)
    ENCOLAR(\mathbf{in}/\mathbf{out}\ h: \mathbf{heap}(\alpha), \mathbf{in}\ a: \alpha)
    \mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
    Post \equiv \{\}
    Complejidad: h =_{obs} h_0 h =_{obs} encolar(a, h_0) [\Theta(log(h.longitud))] [Agrega un elemento a la cola de prioridades]
    VACIO?(\mathbf{in}\ h: \mathtt{heap}(\alpha)) \to res: \mathtt{bool}
    \mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
    \mathbf{Post} \equiv \{h =_{\mathrm{obs}} \mathrm{vacio}()\}
    Complejidad: \Theta(1)
    Descripción: Devuelve true si y solo si h es un heap vacío
    PRÓXIMO(in h: \text{heap}(alpha)) \rightarrow res: \alpha
    \mathbf{Pre} \equiv \{(\text{vacia?(h)})\}
    \mathbf{Post} \equiv \{ res =_{obs} \text{ próximo (h)} \}
     Complejidad: \Theta(1)
    Descripción: Devuelve el próximo elemento en el heap
    DESENCOLAR(in/out h: heap(alpha))
    \mathbf{Pre} \equiv \{(\text{vac}(\mathbf{a}))\}
    Post \equiv \{res =_{obs} desencolar(h)\}\
     Complejidad: \Theta(log(h.longitud))
    Descripción: Elimina el próximo elemento en el heap
    DESENCOLAR2(in/out \ h: heap(alpha)) \rightarrow res: \alpha
    \mathbf{Pre} \equiv \{h =_{\mathrm{obs}} h_0 \land (\text{vacia?(h)})\}\
    \mathbf{Post} \equiv \{ res =_{obs} \operatorname{pr\'oximo}(h_0) \land h = \operatorname{desencolar}(h_0) \}
     Complejidad: \Theta(log(h.longitud))
```

Descripción: Elimina el próximo elemento en el heap

## Representación

```
\begin{aligned} &\text{heap}(\alpha) \text{ se representa con vector}(\alpha) \\ &\text{Rep} : \text{heap}(\alpha) \longrightarrow \text{bool} \\ &\text{Rep}(hp) \equiv \text{true} \Longleftrightarrow \\ &\text{Abs} : \text{vector}(\alpha) \ h \longrightarrow \text{colaPrior}(\alpha) \\ &\text{Abs}(h) \equiv &\text{if h.long} = 0 \ \text{then vac}(\text{else encolar}(\text{prim}(h), \text{ABS}(\text{fin}(h))) \ \text{fi} \end{aligned}
```

## Algoritmos

8 end

```
IVACIO() \rightarrow res : heap(\alpha)
1 res \leftarrow vector < \alpha >
IENCOLAR(in/out hp: heap(\alpha), in a: \alpha)
1 hp.push_back(a)
2 nat i \leftarrow hp.longitud - 1
3 nat p \leftarrow (i/2) - ((i+1)\%2)
4 while hp[p] < hp[i] do
5 \mid iSwap(hp[p], hp[i])
6 \mid i \leftarrow p
7 \mid p \leftarrow (i/2) - ((i+1)\%2)
```

```
IVACÍO?(\mathbf{in}\ hp: \mathtt{heap}(lpha)) 	o res: \mathtt{bool}
1 res \leftarrow (hp = \mathrm{vac}(lpha))
```

```
IPROXIMO(in hp: heap(\alpha)) \rightarrow res: \alpha
1 res \leftarrow hp[0]
```

#### $IDESENCOLAR(\mathbf{in}/\mathbf{out}\ hp:\mathtt{heap}(\alpha))$ 1 nat $i \leftarrow hp$ .longitud - 1 $\mathbf{2}$ iSwap(hp[0], hp[i]) $shp.pop_back()$ 4 nat $hijo_0 \leftarrow 1$ $\mathbf{5} \ \mathbf{nat} \ hijo_1 \leftarrow 2$ ${f 6}$ while ${f \phi}$ sta Ordenado ${f do}$ if $hijo_0 < hp$ .longitud then 7 if $hijo_1 < hp$ .longitud then 8 if $hp[hijo_0] \ge hp[hijo_1]$ then 9 if $hp[hijo_0] > hp[i]$ then **10** $iSwap(hp[hijo_0], hp[i])$ **12** $i \leftarrow hijo_0$ else **13** $estaOrdenado \leftarrow \mathit{True}$ 14 end 15 else **16** if $hp[hijo_1] > hp[i]$ then **17** $iSwap(hp[hijo_1], hp[i])$ 18 $i \leftarrow hijo_1$ 19 else 20 $estaOrdenado \leftarrow True$ 21 end 22 end23 $\mathbf{24}$ elseif $hp[hijo_0] > hp[i]$ then 25 $iSwap(hp[hijo_0], hp[i])$ 26 $i \leftarrow hijo_0$ 27 else 28 $estaOrdenado \leftarrow True$ 29 end 30 end31 **32** else $estaOrdenado \leftarrow True$ 33 $\quad \mathbf{end} \quad$ 34 $hijo_0 \leftarrow 2xi+1$ 35 $hijo_1 \leftarrow 2xi + 2$ 36 37 end

ISWAP( $\mathbf{in/out}\ a: \alpha, \mathbf{in/out}\ b: \alpha$ )

 $\begin{array}{ll} \mathbf{1} & \alpha & c \\ \mathbf{2} & c \leftarrow a \\ \mathbf{3} & a \leftarrow b \\ \mathbf{4} & b \leftarrow c \end{array}$ 

```
IDESENCOLAR2(in/out \ hp: heap(\alpha)) \rightarrow res: \alpha
  1 nat i \leftarrow hp.longitud - 1
  \mathbf{2} iSwap(hp[0], hp[i])
  s res \leftarrow hp.pop\_back()
  4 nat hijo_0 \leftarrow 1
  \mathbf{5} \ \mathbf{nat} \ hijo_1 \leftarrow 2
  {f 6} while {f \phi}sta
Ordenado {f do}
         if hijo_0 < hp.longitud then
  7
              if hijo_1 < hp.longitud then
  8
                  if hp[hijo_0] \ge hp[hijo_1] then
  9
                       if hp[hijo_0] > hp[i] then
 10
                            iSwap(hp[hijo_0], hp[i])
 12
                            i \leftarrow hijo_0
                       else
 13
                            estaOrdenado \leftarrow \mathit{True}
 14
                       end
 15
                   else
                       if hp[hijo_1] > hp[i] then
 17
                            iSwap(hp[hijo_1], hp[i])
 18
                            i \leftarrow hijo_1
 19
                       else
 20
                            estaOrdenado \leftarrow True
 21
                       end
 22
                   end
 23
 \mathbf{24}
              else
                  if hp[hijo_0] > hp[i] then
 25
                       iSwap(hp[hijo_0], hp[i])
 26
                       i \leftarrow hijo_0
 27
                   else
 28
                      estaOrdenado \leftarrow True
 29
 30
                  end
              end
 31
 32
         else
           estaOrdenado \leftarrow True
 33
         \quad \text{end} \quad
 34
         hijo_0 \leftarrow 2xi+1
 35
         hijo_1 \leftarrow 2xi+2
 36
 37 end
```

## 5. Módulo Heap( $\alpha$ )

parámetros formales

#### Interfaz

```
géneros
            función
                               \bullet = \bullet (\mathbf{in} \ a_0 : \alpha, \ \mathbf{in} \ a_1 : \alpha) \to res : \mathsf{bool}
                               \mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
                               \mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} \operatorname{equal}(a_1, a_2)\}\
                               Complejidad: \Theta(equal(a_1, a_2))
                               Descripción: función de igualdad de \alpha
            función
                               Copiar(in a: \alpha) \rightarrow res: \alpha
                               \mathbf{Pre} \equiv \{ \mathrm{true} \}
                               \mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} a\}
                               Complejidad: \Theta(copy(a))
                               Descripción: función de copia de \alpha
    se explica con:
                                 DICC(SECU(CHAR), \alpha)
                                 diccTrie(\alpha)
    géneros:
Operaciones del diccTrie
    VACIO() \rightarrow res : diccTrie(\alpha)
    \mathbf{Pre} \equiv \{ \mathrm{true} \}
    \mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} vacio\}
     Complejidad: \Theta(1)
    Descripción: Constructor por defecto de diccTrie(\alpha)
    DEFINIR(in/out d: diccTrie(\alpha), in k: string, in s: \alpha) \rightarrow res: diccTrie(\alpha)
    \mathbf{Pre} \equiv \{d =_{\mathrm{obs}} d_0\}
    \mathbf{Post} \equiv \{d =_{\mathrm{obs}} \operatorname{definir}(k, s, d_0)\}\
     Complejidad: \Theta(L)
    Descripción: Define una plabra en el diccTrie(\alpha)
    BORRAR(in/out d: diccTrie(\alpha), in k: string) \rightarrow res: diccTrie(\alpha)
    \mathbf{Pre} \equiv \{d =_{\mathrm{obs}} d_0 \wedge \mathrm{def}?(d, k)\}\
    \mathbf{Post} \equiv \{d =_{\mathrm{obs}} \mathrm{borrar}(k, s, d_0)\}
     Complejidad: \Theta(L)
    Descripción: Borra una definicion en el diccTrie(\alpha)
    DEF?(in d: diccTrie(\alpha), in k: string) \rightarrow res: bool
    \mathbf{Pre} \equiv \{ \mathrm{true} \}
     \mathbf{Post} \equiv \{ res =_{obs} \operatorname{def}?(d, k) \}
    Complejidad: \Theta(L)
    Descripción: Pregunta si la palabra k esta definida en el diccTrie(\alpha)
    OBTENER(in d: diccTrie(\alpha), in k: string) \rightarrow res : \alpha
    \mathbf{Pre} \equiv \{ \operatorname{def}?(d, k) \}
    \mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} obtener(d, k)\}\
    Complejidad: \Theta(L)
    Descripción: Devuelve el significado de la palabra k
```