

# Informe del Proyecto Global Integrador: Control de Accionamiento de CA con Motor Sincrónico de Imanes Permanentes

Alumnos: Gassibe Franco, Corteggiano Tomas

Profesor: Ing. Gabriel Julián

Fecha: 11/08/20

*Automática y Maquinas Eléctricas, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Cuyo*

## Resumen

El siguiente trabajo se centra en el modelado, diseño, simulación y análisis de desempeño de un sistema de control automático de posición y movimientos para un accionamiento electromagnético de cuatro cuadrantes compuesto por un motor síncrono trifásico de CA con excitación de imanes permanentes en el rotor, el mismo está alimentado con un inversor trifásico desde fuente de corriente continua y posee un reductor de velocidad de salida hacia la carga mecánica. Se dispone además de un encoder que sensa la posición del eje del motor y de tres sensores de corriente instantánea de fases en la salida del inversor del estator para realizar la retroalimentación. La carga mecánica en cuestión no es más que la articulación hombro de un robot de tipo SCARA referido a una base inercial. Donde por una necesidad de simplificación del problema no se considera la dinámica no lineal acoplada producida por la dependencia de los momentos de inercia con las posiciones articulares del resto de las articulaciones del mismo. Dado lo cual se considera un eje desacoplado tomando parámetros constantes referidos a nuestra articulación. Se realiza el modelado en el espacio de estados, análisis de migración de polos respecto a los parámetros de la planta para la determinación de estabilidad y simulación dinámica a lazo abierto sin control realimentado. El modelo obtenido es totalmente estable, observable y controlable, lo que permite luego continuar al diseño, análisis y simulación de un controlador de movimiento en cascada con modulador de torque.

## 1. Introducción

Las máquinas de CA suelen tener mayor robustez, menor mantenimiento y costo, mejor respuesta dinámica y mayor capacidad de carga que las máquinas de CC y aunque sean más complejas de controlar se usan ampliamente en la industria por lo que es importante su estudio. Se presentará el control de una máquina de C.A., específicamente un motor síncrono con imanes permanentes, dividiendo el desarrollo en dos grandes partes. *En la primera parte, se presenta el problema a resolver y se plantea el objetivo de realizar el modelado, análisis y simulación dinámica a lazo abierto (sin control realimentado) verificando que el sistema es estable. La simulación permite observar la respuesta dinámica en el dominio del tiempo. Luego se realiza un análisis sobre las matrices del espacio de estado para determinar si el sistema es completamente controlable y observable.* En la segunda parte, se realiza el diseño, análisis y simulación de un controlador de Movimiento en Cascada con Modulador de Torque equivalente, es decir, un Control Vectorial. Se obtienen diferentes resultados que permiten observar los parámetros de operación (como por ejemplo corriente, tensión, velocidad y torque). Además, se deberá verificar si estos parámetros no exceden los límites especificados de la máquina. Finalmente, se ajustan diferentes parámetros en el Controlador y en el Observador para resolver el problema propuesto de manera eficiente. El seguimiento de la consigna dada, ya sea de posición o de velocidad, como el rechazo a perturbaciones y la permanencia entre los límites de trabajo admisibles de las variables, serán las medidas del rendimiento.

## 2. Desarrollo

### 2.1. Modelado, Análisis y Simulación dinámica a Lazo Abierto

*2.1.1. Modelo matemático equivalente (1 GDL) del subsistema mecánico del motor + transmisión rígida + carga, referido al eje del motor*

- **Carga Mecánica:**

$$J_l * \ddot{q}(t) = T_q(t) - b_l * \dot{q}(t) - T_l(t) \quad (1)$$

Donde  $q(t)$  es la posición articular del hombro,  $J_l$  es el momento de inercia de todos los eslabones del robot respecto del eje del hombro,  $T_l$  es el torque de carga o perturbación,  $T_q(t)$  es el par que entrega la caja reductora de transmisión y  $b_l$  es el amortiguamiento viscoso. La inercia y la fricción son dos de los parámetros que varían según sea la posición del resto de las articulaciones es decir  $J_l(q_1(t), q_2(t), \dots, q_n(t))$ . En este trabajo, se considerará un valor nominal de ellos, así como sus posibles máximas variaciones, pero sin relacionarlo directamente con la posición articular del resto de las articulaciones.

- **Tren de transmisión:**

El tren de transmisión está compuesto por una caja reductora reversible con sistema de engranajes planetarios. Se asumirá un acoplamiento rígido, sin elasticidad torsional y sin juego. Dado que no hay perdida de potencia en el tren las ecuaciones de transmisión son:

$$\dot{q}(t) = \frac{1}{r} * \omega_m(t) \quad (2)$$

$$T_q(t) = r * T_d(t) \quad (3)$$

Donde  $\omega_m(t)$  es la velocidad angular del eje del rotor del motor,  $T_d(t)$  es el torque de la maquina eléctrica (equivalente a una carga colocada sobre el eje del rotor) y  $r$  es la relación de reducción de velocidad del tren.

- **Subsistema mecánico del eje del motor:**

$$J_m * \dot{\omega}_m(t) = T_m(t) - b_m * \omega_m(t) - T_d(t) \quad (4)$$

$$\dot{\theta}_m(t) = \omega_m(t)$$

$$\theta_m(0) = \theta_{m0}$$

Donde  $J_m$  es la inercia del rotor respecto a su propio eje,  $b_m$  es la viscosidad del medio del rotor y  $T_m(t)$  es el torque electromecánico de la máquina.

- **Desarrollo matemático:**

Despejamos  $T_d$  de la ecuación (4) y lo remplazamos en la ecuación (3):

$$T_q(t) = r * [T_m(t) - b_m * \omega_m(t) - J_m * \dot{\omega}_m(t)]$$

Luego,

$$\dot{\omega}_m(t) * [J_m + \frac{J_l}{r^2}] = T_m(t) - \omega_m(t) * [b_m + \frac{b_l}{r^2}] - \frac{T_l(t)}{r}$$

Siendo los parámetros equivalentes,

$$J_{eq} = J_m + \frac{J_l}{r^2}; b_{eq} = b_m + \frac{b_l}{r^2}; T_{eq} = \frac{T_l(t)}{r}$$

El espacio de estados queda definido como,

$$\begin{cases} \dot{X}(t) &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{J_{eq}}{b_{eq}} \end{bmatrix} * X(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{1}{J_{eq}} & \frac{1}{J_{eq}} \end{bmatrix} * U(t) \\ y(t) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} * X(t) \end{cases}$$

$$X(0) = X_0 = \begin{bmatrix} \theta_{m0}(0) \\ \omega_{m0}(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_{m0} \\ \omega_{m0} \end{bmatrix}$$

$$X(t) = \begin{bmatrix} \theta_m(t) \\ \omega_m(t) \end{bmatrix}; U(t) = \begin{bmatrix} T_m(t) \\ T_{eq}(t) \end{bmatrix}$$

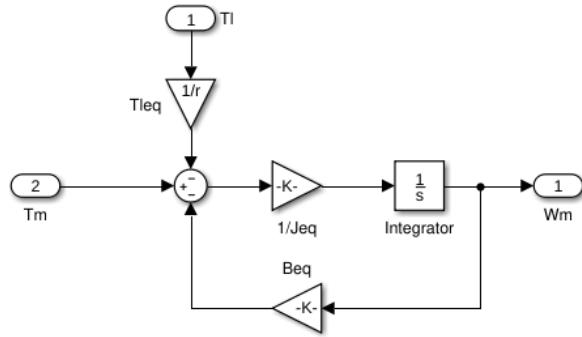


Figure 1: Subsistema mecánico en diagrama de bloques Simulink

### 2.1.2. Modelo global no lineal para una $i_{ds}^r(t)$ genérica

- **Subsistema Electromagnético:**

La máquina eléctrica de CA trifásica sincrónica con excitación por imanes permanentes (PMSM) dispone del estator conectado en estrella con bornes de fases  $abcs$  y con neutro flotante en el centro de la estrella. El subsistema es un sistema simétrico al considerar las tres tensiones de fases de igual amplitud y desfasadas 120 grados eléctricos y equilibrado al poseer de un neutro flotante. El modelo del mismo se construirá a partir de la Transformación de Park del circuito del estator estacionario, llegando así a un modelo idealizado equivalente en coordenadas eléctricas de entrehierro  $qd0$  fijas al rotor.

Explicándolo de una manera intuitiva la transformación de Park nos permite referenciar nuestras variables a un marco de referencia que gira junto campo eléctrico (de allí que el valor de la matriz dependa únicamente de la posición del mismo). Y dado que se trata de un sistema que luego de pasado su transitorio es totalmente simétrico y equilibrado, entonces eventualmente sabemos que  $v_{0s}(t)$  valdrá 0 y habremos reducido el número de variables a considerar.

Las coordenadas eléctricas de entrehierro  $qd0$  fijas a rotor se definen como:

$$\dot{\theta}_r(t) = \omega_r(t) \iff \theta_r(t) = \int_0^t \omega_r(\tau) * d\tau + \theta_r(0)$$

$$\theta_r(t) = P_p * \theta_m(t) \therefore \omega_r(t) = P_p * \omega_m(t)$$

El torque electromagnético está dado por:

$$T_m(t) = \frac{3}{2} * P_p * \left[ \lambda_m^{r'} + (Ld - Lq) * i_{ds}^r(t) \right] * i_{qs}^r(t) \quad (5)$$

Donde  $\lambda_m^{r'}$  es el flujo magnético equivalente de imanes concatenado por espiras del bobinado de estator;  $Ld$  es la inductancia de eje directo del estator;  $Lq$  es la inductancia de eje en cuadratura del estator (todas estas magnitudes serán consideradas constantes por una simplificación del modelo). El modelo equivalente del subsistema en coordenadas eléctricas de entrehierro queda definido por el

balance de las siguientes tensiones equivalentes de estator,

$$v_{qs}^r(t) = R_s * i_{qs}^r(t) + L_q * \frac{di_{qs}^r(t)}{dt} + [\lambda_m^{r'} + L_d * i_{ds}^r(t)] * \omega_r(t) \quad (6)$$

$$v_{ds}^r(t) = R_s * i_{ds}^r(t) + L_d * \frac{di_{ds}^r(t)}{dt} - L_q * i_{qs}^r(t) * \omega_r(t) \quad (7)$$

$$v_{0s}^r(t) = R_s * i_{0s}^r(t) + L_{ls} * \frac{di_{0s}^r(t)}{dt} \quad (8)$$

Debido a que se posee en este caso un neutro flotante se hará a partir de ahora omisión de la corriente  $i_{0s}(t)$ .

- **Subsistema Térmico:**

Se toma un modelo simplificado equivalente de primer orden, dónde se consideran sólo pérdidas resistivas por efecto Joule (calóricas) en el bobinado del estator, despreciando pérdidas magnéticas. Se considera la transferencia de calor por conducción y convección natural, sin ventilador.

La potencia de pérdidas calóricas en coordenadas rotoricas está dada por:

$$P_{sperd}(t) = \frac{3}{2} * R_s * (i_{qs}^r(t)^2 + i_{ds}^r(t)^2 + i_{0s}^r(t)^2)$$

El balance térmico del estator es:

$$P_{sperd(t)} = C_{ts} * \dot{T}_s^\circ(t) + \frac{1}{R_{ts-amb}} * (T_s^\circ(t) - T_{amb}^\circ(t))$$

Igualando ecuaciones y despejando  $\dot{T}_s^\circ(t)$ ,

$$\dot{T}_s^\circ(t) = \frac{\frac{3}{2} * R_s * (i_{qs}^r(t)^2 + i_{ds}^r(t)^2) - \frac{(T_s^\circ(t) - T_{amb}^\circ(t))}{R_{ts-amb}}}{C_{ts}} \quad (9)$$

- **Dinámica del modelo global no lineal:**

Remplazando la expresión del torque electromagnético en el modelo equivalente del subsistema mecánico, entonces,

$$\dot{\omega}_m(t) = \frac{\frac{3}{2} * P_p * [\lambda_m^{r'} + (Ld - Lq) * i_{ds}^r(t)] * i_{qs}^r(t) - b_{eq} * \omega_m(t) - T_{eq}(t)}{J_{eq}}$$

Luego la dinámica del sistema completo queda definida por las siguientes ecuaciones diferenciales:

$$\begin{cases} \dot{\theta}_m(t) = \omega_m(t) \\ \dot{\omega}_m(t) = \frac{\frac{3}{2} * P_p * [\lambda_m^{r'} + (Ld - Lq) * i_{ds}^r(t)] * i_{qs}^r(t) - b_{eq} * \omega_m(t) - T_{eq}(t)}{J_{eq}} \\ \frac{di_{qs}^r(t)}{dt} = \frac{v_{qs}^r(t) - R_s * i_{qs}^r(t) - [\lambda_m^{r'} + L_d * i_{ds}^r(t)] * P_p * \omega_m(t)}{L_q} \\ \frac{di_{ds}^r(t)}{dt} = \frac{v_{ds}^r(t) - R_s * i_{ds}^r(t) + L_q * i_{qs}^r(t) * P_p * \omega_m(t)}{L_d} \\ \dot{T}_s^\circ(t) = \frac{\frac{3}{2} * R_s * (i_{qs}^r(t)^2 + i_{ds}^r(t)^2) - \frac{(T_s^\circ(t) - T_{amb}^\circ(t))}{R_{ts-amb}}}{C_{ts}} \end{cases}$$

Se observa un fuerte acoplamiento en un sistema de carácter no lineal al haber productos de variables de estados.

#### 2.1.3. Modelo simplificado lineal invariante (LTI), con $i_{ds}(t) \equiv 0$

- **Espacio de estados del sistema:**

Partiendo de la base del sistema global no lineal y considerando que, la resistencia en los devanados del estator es constante con la temperatura, el sistema es equilibrado y simétrico y por lo tanto  $i_{0s}^r(t) = 0$ , y que la corriente  $i_{ds}^r(t)$  es directa con el campo magnético principal generado por los imanes permanentes es nula, se puede llegar a un modelo lineal invariante en el tiempo definido por un espacio de estados con sus matrices correspondientes.

Se define a  $X(t)$  como el vector de estados,  $u(t)$  como el vector de entradas y  $d(t)$  la perturbación.

$$X(t) = \begin{bmatrix} \theta_m(t) \\ \omega_m(t) \\ i_{qs}^r(t) \end{bmatrix}; u(t) = v_{qs}^r(t); d(t) = T_{eq}(t);$$

El espacio de estados en forma matricial resulta:

$$\begin{cases} \dot{X}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{-b_{eq}}{J_{eq}} & \frac{3*P_p*\lambda_m^{r'}}{2*J_{eq}} \\ 0 & \frac{-P_p*\lambda_m^{r'}}{L_q} & \frac{-R_s}{L_q} \end{bmatrix} * X(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{-1}{J_{eq}} \\ \frac{1}{L_q} & 0 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} u(t) \\ d(t) \end{bmatrix} \\ y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} * X(t) \end{cases}$$

Dado que ahora el par (que era el elemento que relacionaba la parte mecánica con la eléctrica) solo depende de  $i_{qs}^r(t)$  (y no de una multiplicación de variables de estado) y de que hemos considerado  $R_s$  constante (desvinculando el sistema térmico del eléctrico) ahora el sistema tiene solo 3 variables de estado, es lineal y la matriz de coeficientes no varía en el tiempo.

Si se observa la ecuación (7) luego de considerar la restricción  $i_{ds}(t) \equiv 0$ , es una ecuación algebraica que representa una restricción sobre  $v_{ds}^r(t)$ . Es decir  $v_{ds}^r(t)$  deja de ser una variable manipulada y su valor queda definido de forma tal que la condición  $i_{ds}(t) \equiv 0$  se cumpla.

$$v_{ds}^r(t) = -L_q * i_{qs}^r(t) * P_p * \omega_m(t) \quad (10)$$

Por lo tanto, debe existir una realimentación de dos variables de estado y una consigna en las tensiones de fase que sea congruente para generar dicha restricción. Para ello en el controlador se implementa una transformación inversa de Park de esta tensión en directo y de una tensión en cuadratura definida como constante para obtener tensiones de fase capaces de reproducir dicha restricción, lo que hace posible que la  $i_{ds}^r(t) = 0$ . A esta técnica mencionada se le denomina **linealización por realimentación**.

El modelo LTI resultante de nuestra maquina de corriente alterna, es un modelo equivalente a una maquina de corriente continua con con escobillas, comutación mecánica y excitación de imanes permanentes.

Las ecuaciones correspondientes al modelo de la maquina CC son:

$$T_m(t) = K_T * i_a(t); \quad e_b(t) = K_E * \omega_m(t)$$

Por el lado de la máquina de CA, tenemos que:

$$T_m(t) = \frac{3}{2} * P_p * \lambda_m^{r'} * i_{qs}^r(t);$$

Luego,

$$\begin{aligned} K_T &= \frac{3}{2} * P_p * \lambda_m^{r'}; \quad K_E = P_p * \lambda_m^{r'} \\ \left\{ \begin{aligned} \dot{X}(t) &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{-b_{eq}}{J_{eq}} & \frac{K_T}{J_{eq}} \\ 0 & \frac{-K_E}{L_q} & \frac{-R_s}{L_q} \end{bmatrix} * X(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{-1}{J_{eq}} \\ \frac{1}{L_q} & 0 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} u(t) \\ d(t) \end{bmatrix} \\ y(t) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} * X(t) \end{aligned} \right. \end{aligned}$$

- **Determinación de la restricción sobre la variable manipulada  $v_{qdo}^r \rightarrow v_{abcs}$  para cumplir con la especificación  $i_{ds}^r(t) \equiv 0$  y su efecto sobre  $i_{abcs}$ :**

Aplicando la transformación inversa de Park, se obtienen las expresiones de corrientes y tensiones de fase del estator.

$$\begin{aligned} i_{as}(t) &= \cos(\theta_r(t)) * i_{qs}^r(t) + \sin(\theta_r(t)) * i_{ds}^r(t) + i_{0s}^r(t) \\ i_{bs}(t) &= \cos(\theta_r(t) - \frac{2}{3} * \pi) * i_{qs}^r(t) + \sin(\theta_r(t) - \frac{2}{3} * \pi) * i_{ds}^r(t) + i_{0s}^r(t) \\ i_{cs}(t) &= \cos(\theta_r(t) + \frac{2}{3} * \pi) * i_{qs}^r(t) + \sin(\theta_r(t) + \frac{2}{3} * \pi) * i_{ds}^r(t) + i_{0s}^r(t) \\ v_{as}(t) &= \cos(\theta_r(t)) * v_{qs}^r(t) + \sin(\theta_r(t)) * v_{ds}^r(t) + v_{0s}^r(t) \\ v_{bs}(t) &= \cos(\theta_r(t) - \frac{2}{3} * \pi) * v_{qs}^r(t) + \sin(\theta_r(t) - \frac{2}{3} * \pi) * v_{ds}^r(t) + v_{0s}^r(t) \\ v_{cs}(t) &= \cos(\theta_r(t) + \frac{2}{3} * \pi) * v_{qs}^r(t) + \sin(\theta_r(t) + \frac{2}{3} * \pi) * v_{ds}^r(t) + v_{0s}^r(t) \end{aligned}$$

Siendo  $i_{0s}^r(t) = 0, v_{0s}^r(t) = 0$  y remplazando la ecuación (9) entonces,

$$\begin{aligned} i_{as}(t) &= \cos(\theta_r(t)) * i_{qs}^r(t) \\ i_{bs}(t) &= \cos(\theta_r(t) - \frac{2}{3} * \pi) * i_{qs}^r(t) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 i_{cs}(t) &= \cos(\theta_r(t) + \frac{2}{3} * \pi) * i_{qs}^r(t) \\
 v_{as}(t) &= \cos(\theta_r(t)) * v_{qs}^r(t) - \sin(\theta_r(t)) * L_q * i_{qs}^r(t) * P_p * \omega_m(t) \\
 v_{bs}(t) &= \cos(\theta_r(t) - \frac{2}{3} * \pi) * v_{qs}^r(t) - \sin(\theta_r(t) - \frac{2}{3} * \pi) * L_q * i_{qs}^r(t) * P_p * \omega_m(t) \\
 v_{cs}(t) &= \cos(\theta_r(t) + \frac{2}{3} * \pi) * v_{qs}^r(t) - \sin(\theta_r(t) + \frac{2}{3} * \pi) * L_q * i_{qs}^r(t) * P_p * \omega_m(t)
 \end{aligned}$$

De estas ecuaciones observamos que las corrientes tienen siempre la misma amplitud y están desfasadas 120 grados eléctricos entre sí por lo cual el sistema sea comporta en forma simétrica y equilibrada.

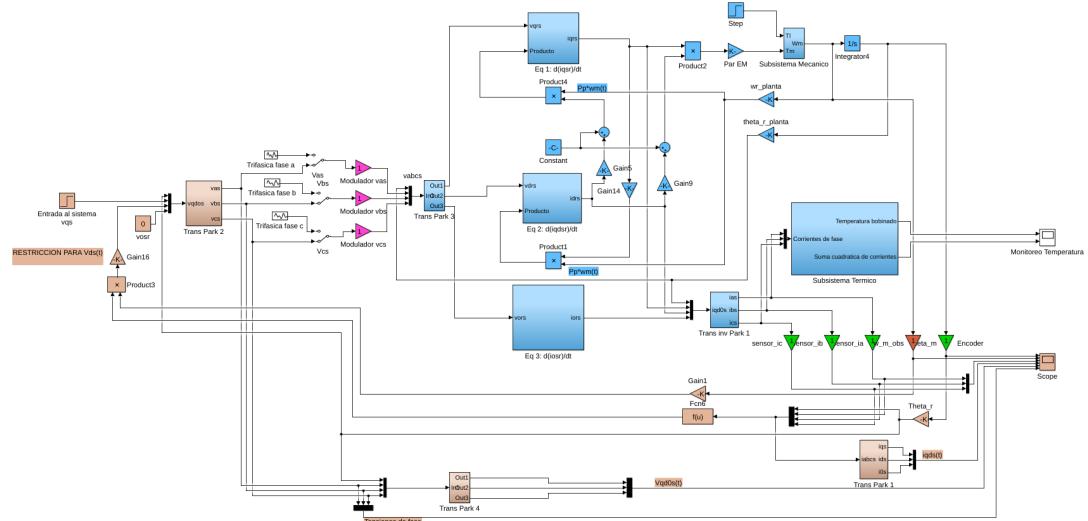


Figura 2: Diagrama de bloques de sistema linealizado por realimentación no lineal. Planta azul, sensores verdes y controlador marrón

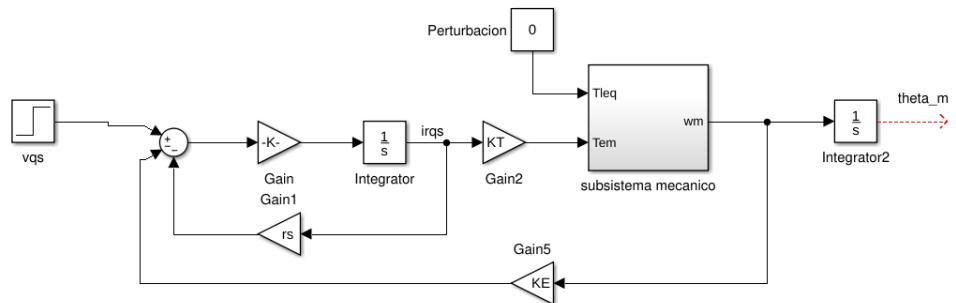


Figura 3: Diagrama de bloques de sistema de motor CC equivalente al Modelo simplificado lineal invariante (LTI), con  $i_{ds}(t) \equiv 0$

#### 2.1.4. Modelo global linealizado con parámetros variables (LPV)

- Linealización de Taylor de 1º orden en punto genérico de operación:

Un sistema no lineal puede ser representado por:

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t)) , \quad x(t_0) = x_0$$

$$y(t) = h(x(t))$$

donde  $f$  es una función vectorial de  $n \times 1$  elementos que esta en función de un vector  $x$  conformado por las variables de estado.  $n$  representa el orden del sistema y la solución de  $x(t)$  representa una curva en el espacio de estado, denominada como trayectoria de estado.

Asumiendo que toda variable estará definida como,

$$z(t) \equiv Z_o + \Delta z(t)$$

donde  $Z_o$  es una magnitud cuasi-estacionaria de variación muy lenta con el tiempo y  $\Delta z(t)$  una magnitud pequeña de variación rápida en el tiempo.

El sistema queda expresado:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) \equiv \frac{dX_o(t)}{dt} + \frac{d\Delta x(t)}{dt} = f(X_o(t) + \Delta x(t), U_o(t) + \Delta u(t)) \\ X_o(0) = x_0; \quad \Delta x(0) = 0 \end{cases}$$

Aproximando mediante la serie de Taylor truncada a 1º orden,

$$f(X_o(t) + \Delta x(t), U_o(t) + \Delta u(t)) \approx f(X_o(t), U_o(t)) + \left[ \frac{\partial f}{\partial x} |_{o(t)} \right] * \Delta x(t) + \left[ \frac{\partial f}{\partial u} |_{o(t)} \right] * \Delta u(t)$$

Aquí se puede separar el problema en dos modelos, uno es el espacio global de puntos de operación  $X_o(t)$  denominado modelo NL cuasi-estacionario y otro es modelo dinámico local de pequeñas desviaciones alrededor de los puntos de operación  $X_o(t)$ . Aquí cabe destacar que en el caso de que el punto de operación se fije, se tratará de un sistema LTI, mientras que si varía, se tratará de un sistema LTV.

El espacio global de puntos de operación se obtiene de la solución del sistema de ecuaciones no lineales definido por,

$$\frac{dX_o(t)}{dt} = f(X_o(t), U_o(t)) \approx 0 / const; \quad X_o(0) = x_0$$

En el caso particular de nuestro problema, el sistema de ecuaciones es el siguiente:

$$\begin{cases} \dot{\theta}_{mo} = \omega_{mo}(t) \\ \frac{\frac{3}{2} * P_p * [\lambda_m^{r'} + (Ld - Lq) * i_{ds o}^r(t)] * i_{qso}^r(t) - b_{eq} * \omega_m(t) - T_{eq o}(t)}{J_{eq}} = 0 \\ \frac{v_{qso}^r(t) - R_s * i_{qso}^r(t) - [\lambda_m^{r'} + L_d * i_{ds o}^r(t)] * P_p * \omega_{mo}(t)}{L_q} = 0 \\ \frac{v_{ds o}^r(t) - R_s * i_{ds o}^r(t) + L_q * i_{qso}^r(t) * P_p * \omega_{mo}(t)}{L_d} = 0 \end{cases}$$

Por otro lado el modelo dinámico local que definido por,

$$\frac{d\Delta x(t)}{dt} = \left[ \frac{\partial f}{\partial x} |_{o(t)} \right] * \Delta x(t) + \left[ \frac{\partial f}{\partial u} |_{o(t)} \right] * \Delta u(t); \quad \Delta x(0) = 0$$

$$\begin{cases} \Delta\dot{\theta}_m(t) = \Delta\omega_m(t) \\ \Delta\dot{\omega}_m(t) = \frac{-b_{eq}}{J_{eq}}\Delta\omega_m(t) + \frac{3P_p}{2J_{eq}}\left[\left[\lambda_m^{r'} + (L_d - L_q)i_{ds}(t)\right]\Delta i_{qs}^r(t) + [(L_d - L_q)i_{qso}(t)]\Delta i_{ds}^r(t)\right] - \frac{\Delta T_{leq}}{J_{eq}} \\ \Delta\dot{i}_{qs}^r(t) = -\frac{P_p}{L_q}\left[\lambda_m^{r'} + L_d i_{ds}^r(t)\right]\Delta\omega_m(t) - \frac{R_s}{L_q}\Delta i_{qs}^r(t) - \frac{L_d P_p \omega_{mo}(t)}{L_q}\Delta i_{ds}^r(t) + \frac{1}{L_q}\Delta v_{qs}^r(t) \\ \Delta\dot{i}_{ds}^r(t) = \frac{L_q i_{qso}(t) P_p}{L_d}\Delta\omega_m(t) + \frac{L_q \omega_{mo}(t) P_p}{L_d}\Delta i_{qs}^r(t) - \frac{R_s}{L_d}\Delta i_{ds}^r(t) + \frac{1}{L_d}\Delta v_{ds}^r(t) \end{cases}$$

En forma matricial se expresa como:

$$\begin{bmatrix} \Delta\dot{\theta}_m(t) \\ \Delta\dot{\omega}_m(t) \\ \Delta\dot{i}_{qs}^r(t) \\ \Delta\dot{i}_{ds}^r(t) \\ \Delta\dot{i}_{0s}^r(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-b_{eq}}{J_{eq}} & \frac{3P_p}{2J_{eq}}\left[\lambda_m^{r'} + (L_d - L_q)i_{ds}(t)\right] & \frac{3P_p}{2J_{eq}}[(L_d - L_q)i_{qso}(t)] \\ 0 & -\frac{P_p}{L_q}\left[\lambda_m^{r'} + L_d i_{ds}^r(t)\right] & -\frac{R_s}{L_q} & -\frac{L_d P_p \omega_{mo}(t)}{L_q} \\ 0 & \frac{L_q i_{qso}(t) P_p}{L_d} & \frac{L_q \omega_{mo}(t) P_p}{L_d} & -\frac{R_s}{L_d} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\theta_m(t) \\ \Delta\omega_m(t) \\ \Delta i_{qs}^r(t) \\ \Delta i_{ds}^r(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{J_{eq}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_q} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{L_d} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta T_{leq}(t) \\ \Delta v_{qs}^r(t) \\ \Delta v_{ds}^r(t) \end{bmatrix} \quad (11)$$

Si se hace  $i_{ds}^r(t) = 0$  y por lo tanto  $i_{ds}(t) = 0$ ,  $\Delta i_{ds}^r(t) = 0$  e  $i_{0s}^r(t) \equiv 0$ , se tiene:

$$\begin{bmatrix} \Delta\dot{\theta}_m(t) \\ \Delta\dot{\omega}_m(t) \\ \Delta\dot{i}_{qs}^r(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{-b_{eq}}{J_{eq}} & \frac{3P_p \lambda_m^{r'}}{2J_{eq}} \\ 0 & -\frac{P_p \lambda_m^{r'}}{L_q} & -\frac{R_s}{L_q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\theta_m(t) \\ \Delta\omega_m(t) \\ \Delta i_{qs}^r(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -\frac{1}{J_{eq}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta T_{leq}(t) \\ \Delta v_{qs}^r(t) \\ \Delta v_{ds}^r(t) \end{bmatrix}$$

Como puede observarse, las matrices del sistema ahora no varían con el tiempo por lo tanto se trata de un sistema invariante en el tiempo LTI en las cercanías al punto de operación. Por otro lado, se deduce que el caso particular donde se simplifica al sistema a un sistema LTI con estrategia de control  $i_{ds}^r(t) = 0$ , es un caso particular del modelo global LPV obtenido anteriormente.

Variando la corriente en directo con el campo principal  $i_{ds}^r(t)$ , a partir del sistema de la ecuación (10), se destacan los siguientes casos:

- 1)  $i_{ds}^r(t) = 0$ : el flujo concatenado esta afectado solo por los imanes permanentes.
- 2)  $i_{ds}^r(t) > 0$ : reforzamiento del campo principal, otorga mas torque a la maquina a costa de menor velocidad.
- 3)  $i_{ds}^r(t) < 0$ : debilitamiento del campo principal, otorga mas velocidad a la maquina a costa de menor torque.

Analizando la ecuación (5) de par electromagnético,

$$T_m(t) = \frac{3}{2} * P_p * \left[ \lambda_m^{r'} + (L_d - L_q) * i_{ds}^r(t) \right] * i_{qs}^r(t)$$

y sabiendo que para maquinas de polos salientes  $L_d > L_q$ , entonces si  $i_{ds}^r(t) > 0$ ,  $T_m$  sera de mayor magnitud. Estos cambios en el par de la maquina tendrán efectos sobre la velocidad de la misma, ya que si se considera al sistema como un sistema de potencia constante, sucederá que un aumento en el par provoca una disminución en la velocidad angular de maquina y viceversa.

- **Función de transferencia del sistema LTI para ambas entradas  $T_l(t)$  y  $v_{qs}^r(t)$  respecto a  $\theta_m(t)$ :**

Una función de transferencia es como su nombre lo indica una función que nos permite relacionar la salida de un sistema con sus entradas y nos permite de manera sencilla obtener la respuesta dinámica del sistema una vez tenemos definida la entrada en términos matemáticos y se define de la siguiente manera:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)}$$

Donde  $s$  representa la variable compleja propia del dominio de las funciones a las que les hemos aplicado la transformada de Laplace.

O también expresable en su forma matricial:

$$G(s) = C [sI - A]^{-1} B + D$$

A continuación procederá a despejar  $Y(s)$  de las ecuaciones diferenciales del sistema para poder observar de forma más global la relación existente entre las entradas y la salida.

Aplicando la transformación de Laplace a,

$$\begin{aligned} \frac{di_{qs}^r(t)}{dt} &= \frac{v_{qs}^r(t) - R_s * i_{qs}^r(t) - \lambda_m^{r'} * P_p * \omega_m(t)}{L_q} \\ I_{qs}(s) * s * L_q &= V_{qs}(s) - R_s * I_{qs}(s) - \lambda_m^{r'} * P_p * \Omega_m(s) \\ V_{qs}(s) &= I_{qs}(s) * [L_q * s + R_s] + \lambda_m^{r'} * P_p * \Omega_m(s) \end{aligned} \quad (12)$$

De la ecuación diferencial del subsistema mecánico:

$$J_{eq} * s * \Omega_m(s) = \frac{3}{2} * P_p * \lambda_m^{r'} * I_{qs}(s) - b_{eq} * \Omega_m(s) - T_{leq}(s) \quad (13)$$

Despejando  $I_{qs}(s)$  de (11) y remplazando en (12).

$$J_{eq} * s * \Omega_m(s) = \frac{3}{2} * P_p * \lambda_m^{r'} * \left[ \frac{V_{qs}(s) - \lambda_m^{r'} * P_p * \Omega_m(s)}{L_q * s + R_s} \right] - b_{eq} * \Omega_m(s) - T_{leq}(s) \quad (14)$$

AGRUPANDO TÉRMINOS:

$$\left( J_{eq} L_q s^2 + (R_s J_{eq} + L_q b_{eq}) s + \frac{3}{2} P_p^2 \lambda_m^{r'2} + R_s b_{eq} \right) \Omega_m(s) = \frac{3}{2} P_p \lambda_m^{r'} V_{qs}(s) - [L_q s + R_s] T_{leq}(s)$$

Luego si,  $\Omega_m(s) = \Theta(s)s$ , entonces:

$$\left( J_{eq} L_q s^2 + (R_s J_{eq} + L_q b_{eq}) s + \frac{3}{2} P_p^2 \lambda_m^{r'2} + R_s b_{eq} \right) s \Theta_m(s) = \frac{3}{2} P_p \lambda_m^{r'} V_{qs}(s) - [L_q s + R_s] T_{leq}(s)$$

Por ultimo se obtienen las dos funciones de transferencias buscadas, correspondientes a las entradas al sistema  $V_{qs}(s)$  y  $T_{leq}(s)$ ,

$$\Theta_m(s) = \frac{\frac{3}{2} P_p \lambda_m^{r'}}{\left( J_{eq} L_q s^2 + (R_s J_{eq} + L_q b_{eq}) s + \frac{3}{2} P_p^2 \lambda_m^{r'2} + R_s b_{eq} \right) s} V_{qs}(s) - \frac{L_s + R_s}{\left( J_{eq} L_q s^2 + (R_s J_{eq} + L_q b_{eq}) s + \frac{3}{2} P_p^2 \lambda_m^{r'2} + R_s b_{eq} \right) s} T_{leq}(s)$$

$$G_{Vqs}(s) = \frac{\Theta_m(s)}{V_{qs}(s)} = \frac{\frac{3}{2}P_p\lambda_m^{r'}}{(J_{eq}L_qs^2 + (R_s J_{eq} + L_q b_{eq})s + \frac{3}{2}P_p^2\lambda_m^{r'^2} + R_s b_{eq})s}$$

$$G_{T_{leq}}(s) = \frac{\Theta_m(s)}{T_{leq}(s)} = \frac{Ls + R_s}{(J_{eq}L_qs^2 + (R_s J_{eq} + L_q b_{eq})s + \frac{3}{2}P_p^2\lambda_m^{r'^2} + R_s b_{eq})s}$$

$$\Theta_m(s) = G_{Vqs}(s) * V_{qs}(s) + G_{T_{leq}}(s) * T_{leq}(s)$$

### 2.1.5. Análisis de Estabilidad a lazo abierto ( $i_{ds}(t) \equiv 0$ )

- **Polos y ceros del sistema:**

El único cero del sistema lo aporta la entrada  $T_{leq}$ ,

$$L_q * s + R_s = 0; \quad s = -\frac{R_s}{L_q} = -175.86 \left[ \frac{\text{rad}}{\text{s}} \right]$$

Los polos del sistema se obtienen a partir del polinomio característico,

$$s [J_{eq}L_qs^2 + (R_s J_{eq} + L_q b_{eq})s + K_E K_T + R_s b_{eq}] = 0 \quad (15)$$

$$s_1 = 0$$

$$s_{2,3} = \frac{-(R_s J_{eq} + L_q b_{eq}) \pm \sqrt{(R_s J_{eq} + L_q b_{eq})^2 - 4J_{eq}L_q[K_E K_T + R_s b_{eq}]}}{2J_{eq}L_q}$$

Para obtener la frecuencia natural del sistema y el amortiguamiento relativo, se plantea de la ecuación (14):

$$s^2 + \frac{(R_s J_{eq} + L_q b_{eq})}{J_{eq}L_q}s + \frac{K_E K_T + R_s b_{eq}}{J_{eq}L_q} = 0$$

y se compara con el polinomio característico de un sistema de segundo orden, que se encuentra en función de  $\xi, \omega_n$

$$s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2 = 0$$

Por lo tanto se deduce que,

$$\frac{K_E K_T + R_s b_{eq}}{J_{eq}L_q} = \omega_n^2 \quad \therefore \omega_n = \sqrt{\frac{K_E K_T + R_s b_{eq}}{J_{eq}L_q}} = 314.5047 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\frac{(R_s J_{eq} + L_q b_{eq})}{J_{eq}L_q} = 2\xi\omega_n \quad \therefore \xi = \frac{1}{2} \frac{(R_s J_{eq} + L_q b_{eq})}{J_{eq}L_q \omega_n} = 0.2838$$

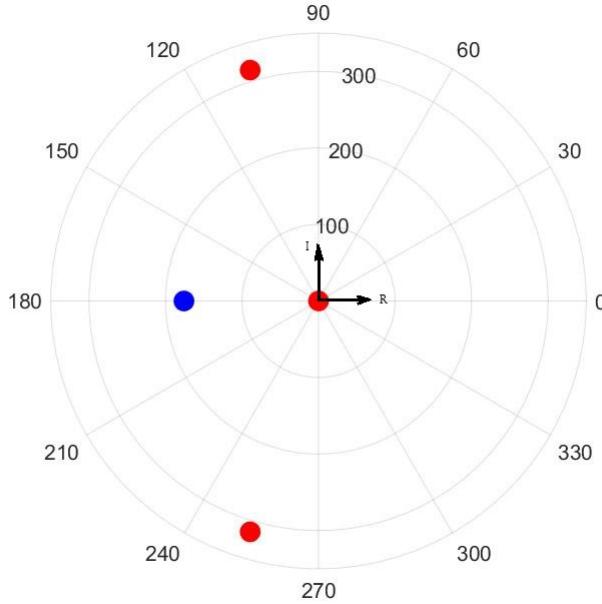


Figura 5: Polos y ceros en su representación polar. Puntos rojos polos y punto azul cero.

#### 2.1.6. Respuesta dinámica para $i_{ds}(t) \equiv 0$

- **Respuesta del estado interno:**

A través del método de linealización por realimentación no lineal de la restricción para  $\nu_{ds}(t)$  cuyo valor esta determinado por la ecuación (9), y consigna  $i_{ds}(t) \equiv 0$ , entonces nuestro sistema sera un sistema LTI y podrá ser ensayado como uno semejante al de una maquina de CC. Nuestra entrada al sistema sera la variable en coordenadas eléctricas de entrehierro  $v_{qs}^r(t)$  y sera perturbado con una par resistivo  $T_{led}(t)$ .

Se analizara la respuesta dinámica a un escalón de tensión de estator  $v_{qsnom}^r = +19.596 V_{cc}$  en  $t_{step1} = 0.1s$ , seguido de un escalón de torque de carga  $T_{lmax} = +1.57 N.m$  en  $t_{step2} = 0.3s$ .

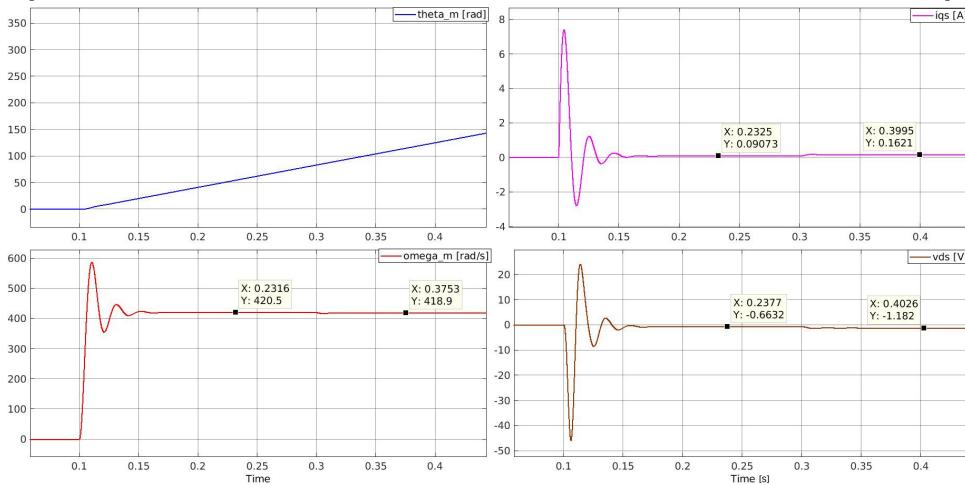


Figura 6: respuesta dinámica de  $\theta_m, \omega_m, i_{qs}, \nu_{ds}$

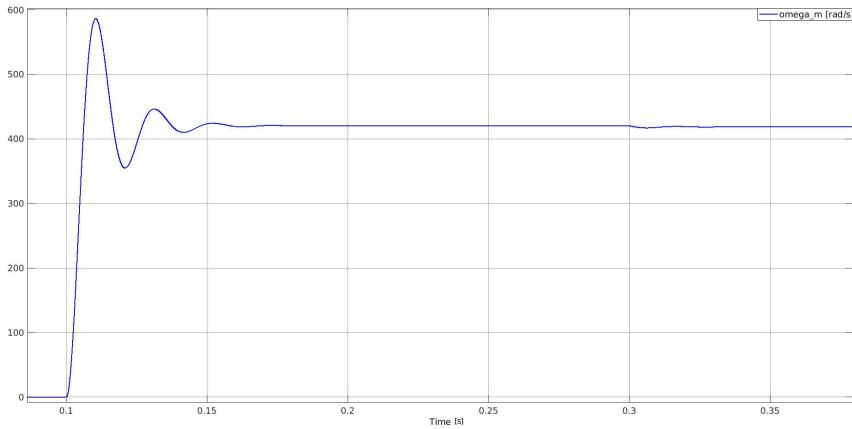


Figura 7:  $\omega_m$  vs  $t$

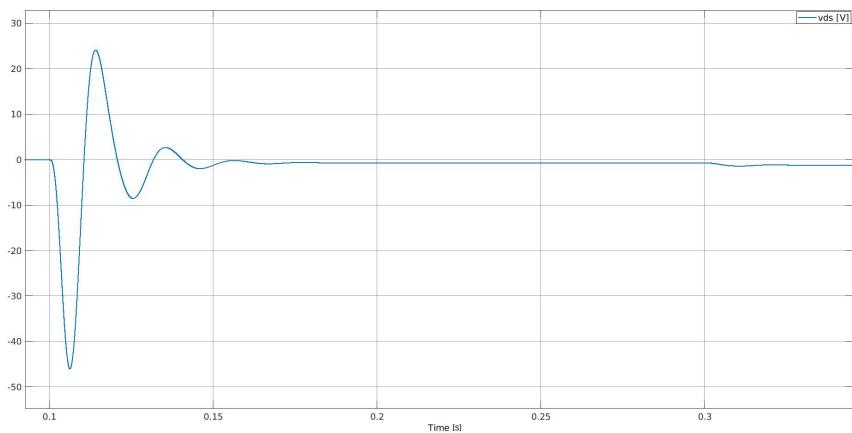


Figura 8 :  $v_{ds}$  vs  $t$

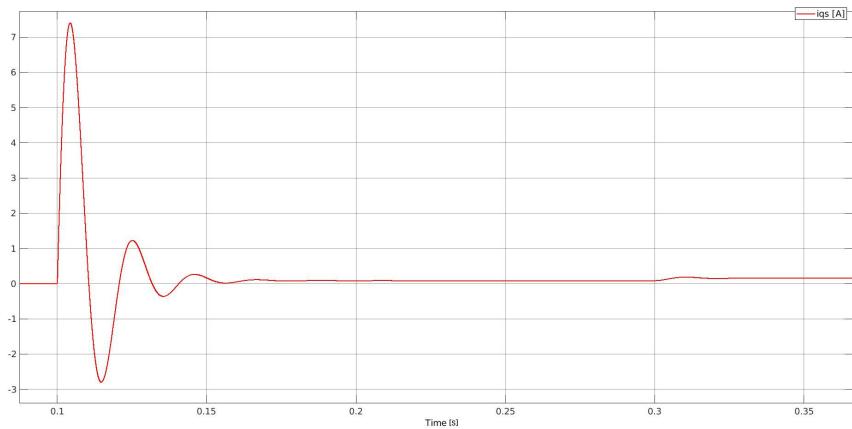


Figura 9:  $i_{qs}$  vs  $t$

Respecto a la influencia de las entradas sobre la salida claro está que debido al funcionamiento de la planta como una máquina de CC al aumentar la tensión de entrada  $v_{qs}^r(t)$  entonces aumentara la velocidad del eje del motor, luego si aumentamos la carga sobre el eje del motor (permaneciendo  $v_{qs}^r(t)$  constante y por lo tanto también el par entregado por el eje) entonces la velocidad disminuye. Esto puede ser observado en las ecuaciones de transferencia de una forma muy clara haciendo sobre

las mismas uso del teorema del valor final. Allí se puede ver a simple vista que (fuera de la parte transitoria de la respuesta) la dependencia de la velocidad con la tensión  $v_{qs}^r(t)$  es proporcional y que debido al signo menos la dependencia respecto a la carga es inversamente proporcional. Donde las constantes de proporcionalidad de ambas relaciones están dadas por los coeficientes que acompañan a cada una de las entradas luego de haber aplicado el teorema del valor final.

si  $t \rightarrow \infty$ ,

$$\omega_{estable} = \Omega(0) = \frac{\frac{3}{2}P_p\lambda_m^{r'}}{\frac{3}{2}P_p^2\lambda_m^{r'^2} + R_s b_{eq}} V_{qs}^r(0) - \frac{R_s \frac{1}{r}}{\frac{3}{2}P_p^2\lambda_m^{r'^2} + R_s b_{eq}} T_l(0)$$

En la figura 10 se presentan las tres tensiones de fase disponibles en los bornes del motor, las mismas se encuentran en la zona de transitorios que pasado un determino tiempo se estabilizan y convergen a tres ondas sinusoidales desfasadas 120 grados eléctricos como ha de esperarse. Es decir, el sistema en puntos de equilibrio dinámico, donde la velocidad angular del rotor se estabiliza, las tensiones de bornes se equilibraran adoptando una frecuencia tal que  $\frac{f_e * 2\pi}{P_p} = \omega_{mestable}$ . Por otro lado en la figura 11 se observan los efectos sobre las corrientes de fase del motor, al igual que en las tensiones, habrá una zona de transición donde los efectos no lineales del sistema son considerables y luego una vez estable el sistema, las corrientes corresponderán a una trifásica equilibrada.

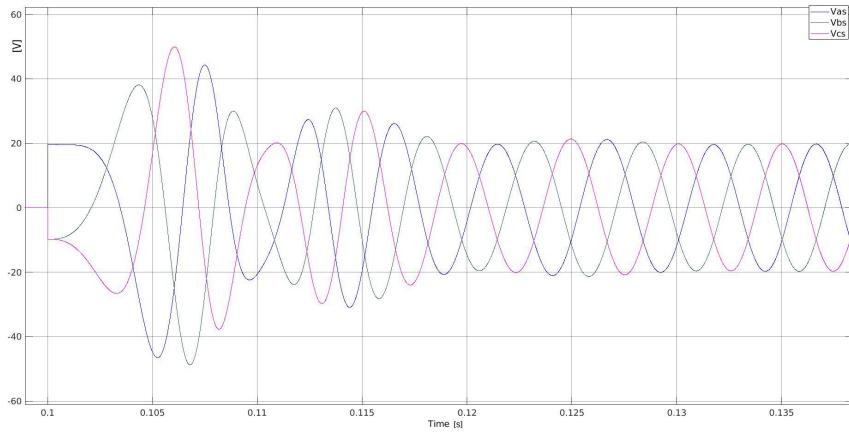


Figura 10:  $v_{abcs}$  vst zona de transitorios

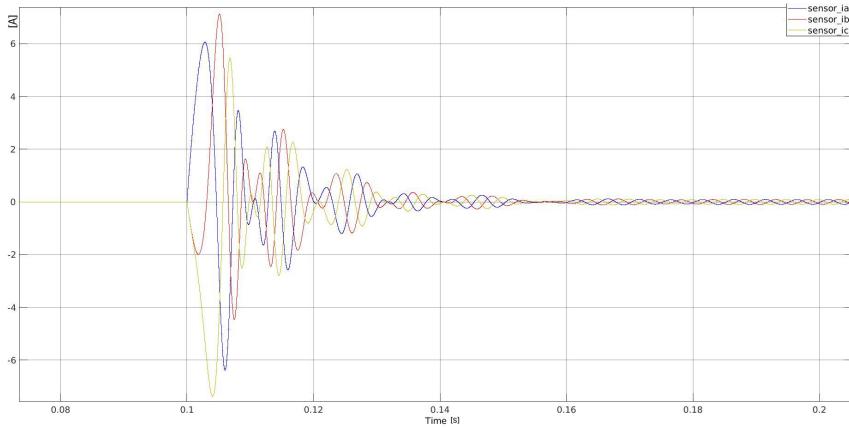


Figura 11:  $i_{abcs}$  vst zona de transitorios

Se analizan las curvas y se extrae, la velocidad angular del motor y la corriente final de establecimiento, tiempos de crecimiento (10% al 90% de velocidad final), tiempo de establecimiento ( $\pm 1\%$ ) y sobrepico de corriente. En la siguiente tabla se resumen los valores:

	Escalón $v_{qso}^r$	Escalón $T_l$
$\omega_m(tf) \left[ \frac{rad}{s} \right]$	420.5	418.9
$i_{qs}^r(tf) [A]$	0.09063	0.1621
$t_{rise\omega_m} [s]$	0,0041	0,0010
$t_{risei_{qs}} [s]$	0.0026	0.0042
$t_{est\omega_m} [s]$	0.1448	0.3061
$t_{esti_{qs}} [s]$	0.202	0.3420
sobrepico $i_{qs}$ [A]	7.404	0,0281

#### 2.1.7. Análisis de Controlabilidad completa de estado

Un sistema LTI de orden  $n$ , es controlable en  $t_0$  si se puede transferir desde cualquier estado inicial  $x(t_0)$  a cualquier otro estado, mediante un vector de control  $u(t)$  no restringido, en un intervalo de tiempo finito.

El criterio para determinar la controlabilidad completa de estado en el espacio de estados, es el criterio de Kalman. El mismo afirma que,

$$S_{LTI_n} \text{ es controlable} \iff B, AB, \dots, A^{n-1}B \text{ son vectores linealmente independientes}$$

O bien, el rango de la matriz de controlabilidad  $\mathbb{C} = [B, AB, \dots, A^{n-1}B]$  es igual al orden del sistema.

Para nuestro sistema LTI con variable manipulada de entrada  $V_{qs}(s)$ , las matrices  $A$  y  $B$  se definen como:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{-b_{eq}}{J_{eq}} & \frac{K_T}{J_{eq}} \\ 0 & \frac{-K_E}{L_q} & \frac{-R_s}{L_q} \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L_q} \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Por lo tanto la matriz de controlabilidad del sistema esta dada por,

$$\mathbb{C} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{K_T}{J_{eq}L_q} \\ 0 & \frac{K_T}{J_{eq}L_q} & -\frac{B_{eq}K_T}{J_{eq}^2L_q} - \frac{K_T R_s}{J_{eq}L_q^2} \\ \frac{1}{L_q} & -\frac{R_s}{L_q^2} & \frac{R_s^2}{L_q^3} - \frac{K_T K_E}{J_{eq}L_q^2} \end{bmatrix}$$

Al reemplazarse los valores de la matriz de controlabilidad y calcular el determinante se puede llegar a que el mismo es distinto de cero, por lo tanto el rango de la matriz es igual al orden del sistema y el sistema es completamente controlable.

#### 2.1.8. Análisis de Observabilidad completa de estado

Un sistema LTI de orden  $n$ , es observable en  $t_0$  si, con el sistema en el estado inicial  $x(t_0)$ , es posible determinar este estado a partir de la observación de la salida durante un intervalo de tiempo finito.

$$S_{LTI_n} \text{ es observable} \iff C, CA, \dots, CA^{n-1} \text{ son vectores linealmente independientes.}$$

O bien, el rango de la matriz de controlabilidad  $\mathcal{O} = \begin{bmatrix} C \\ C.A \\ \dots \\ C.A^{n-1} \end{bmatrix}$  es igual al orden del sistema.

Desarrollando la matriz  $C$  en MATLAB con la herramienta de cálculos simbólicos, y luego asignándole valores a las variables de la matriz se calcula su rango. El mismo fue igual al orden del sistema, concluyéndose que el sistema es completamente observable desde variable de salida  $\theta_m(t)$ . En el caso particular donde sea posible medir la velocidad con un sensor, por ejemplo un tacómetro, la observabilidad del sistema desde esa variable  $\omega_m(t)$  sería parcial. Esto se comprobó evaluando la matriz  $C$  con  $C = [0 \ 1 \ 0]$  y luego su rango. Se llegó a que  $\text{rank}(C) = 2$ , por tanto el sistema es parcialmente observable.

## 2.2. Diseño, Análisis y Simulación de Controlador de Movimiento en Cascada

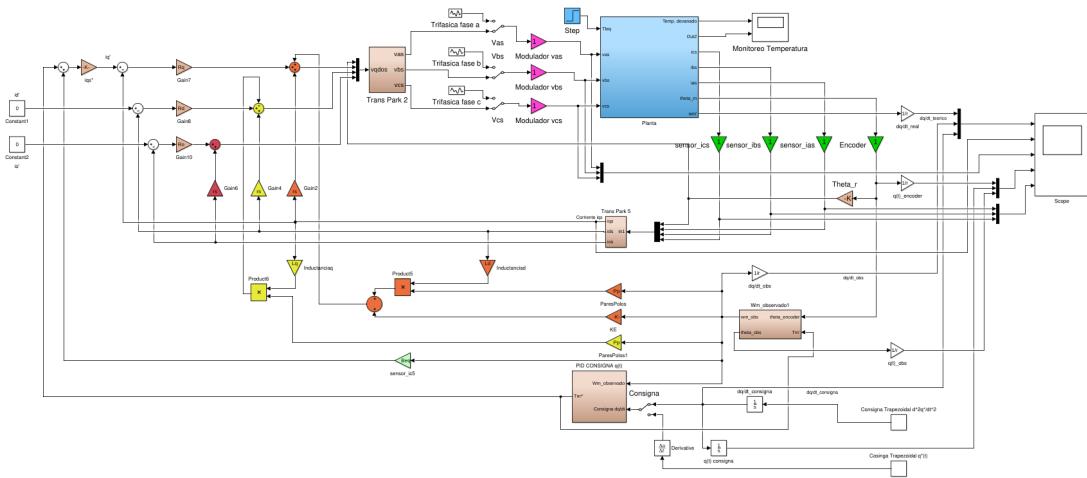


Figura 12: Diagrama completo de control de movimiento en Cascada con Modulador de Torque equivalente.

### 2.2.1. Modulador de Torque equivalente (controlador interno de corriente/torque)

Considerando que el modulador de tensión es lo suficientemente rápido y exacto, y que su ganancia es unitaria entonces se procede a desarrollar matemáticamente los lazos de corriente, realizando un previo desacoplamiento de las distintas realimentaciones físicas del modelo completo no lineal.

$$\nu_{qs}^*(t) \cong \nu_{qs}(t) \quad (16)$$

$$\frac{di_{qs}(t)}{dt} * L_q = \nu_{qs}(t) - R_s i_{qs}(t) - [\lambda_m^{r'} + L_d i_{ds}(t)] \omega_m(t) \quad (17)$$

$$\nu_{qs}^*(t) = \nu_{qs}'(t) + R_s i_{qs}(t) + [\lambda_m^{r'} + L_d i_{ds}(t)] \omega_m(t) \quad (18)$$

Remplazando (15) en (17) y luego (17) en (16):

$$\frac{di_{qs}(t)}{dt} * L_q = \nu_{qs}'(t) \therefore \nu_{qs}'(t) = \frac{di_{qs}(t)}{dt} * L_q$$

Por otro lado se define una consigna para la tensión  $\nu_{qs}'(t)$  proporcional al error de corriente y una ganancia proporcional. Por tanto el lazo de corriente para  $i_{qs}(t)$  se define como:

$$\frac{di_{qs}(t)}{dt} * L_q = \nu_{qs}'(t) = (i_{qs}^*(t) - i_{qs}(t)) * R_q \quad (19)$$

Donde  $R_q$  es la ganancia proporcional , y su valor influye en la posición del polo del lazo de corriente de la siguiente manera.

Aplicando la transformación de Lapalce a la ecuación (18)

$$I_{qs}(s) (L_q s + R_q) = I_{qs}^*(s) R_q \quad (20)$$

$$\frac{I_{qs}^*(s)}{I_{qs}(s)} = \frac{1}{s \frac{L_q}{R_q} + 1} \quad (21)$$

De la ecuación (20) se observa que el lazo presenta un solo polo en  $s = -\frac{R_q}{L_q}$  y siendo todos los parámetros físicos del sistema positivos, entonces el lazo siempre es estable. Luego se define a el valor de la ganancia proporcional  $R_q$  ubicando el polo en  $s = -5000 [rad/s]$  y despejando:

$$R_q = 5000 * L_q = 29 \Omega$$

De igual forma se determinan las ganancias proporcionales de los restantes lazos de corrientes y se obtiene:

$$R_d = 5000 * L_d = 33 \Omega$$

$$R_o = 5000 * L_{ls} = 4 \Omega$$

Idealizando el problema, se puede considerar que los valores de los parámetros físicos disponibles en el controlador, son idénticamente iguales a los valores físicos reales y no hay diferencia alguna entre ellos. De esta forma el sistema sera totalmente desacoplado para así, de esta forma, tener control sobre el torque motor y ejercer controlo sobre el mismo. En la siguiente figura puede observarse el desacoplamiento de todas las realimentaciones físicas naturales. Cabe destacar que la velocidad angular del rotor del motor no esta siendo sensada, sino siendo observada con un observador. Por otro lado, las corrientes de fase son sensadas y considerando sensores ideales se tienen las tres corrientes de fase para luego a través de la transformación de Park obtener las tres corrientes rotóricas. De esta forma, ya es posible realimentar al sistema las señales físicas de la planta con signo opuesto y desacoplarla.

En la figura puede observarse el desacoplamiento de cada variable rotórica con un color diferente. Una vez desacoplado el sistema, se implementa un lazo de corriente para cada corriente (entrehierro) que permitirá el control vectorial del campo imponiendo consigna de corriente en directo nula e imponer una consiga de torque electromagnético al sistema a través de la corriente en cuadratura  $i_{qs}(t)$ .

Es importante observar que gracias a este desacople, es posible realizar control sobre las corrientes de entrehierro y lograr tanto un reforzamiento del campo principal, un debilitamiento.

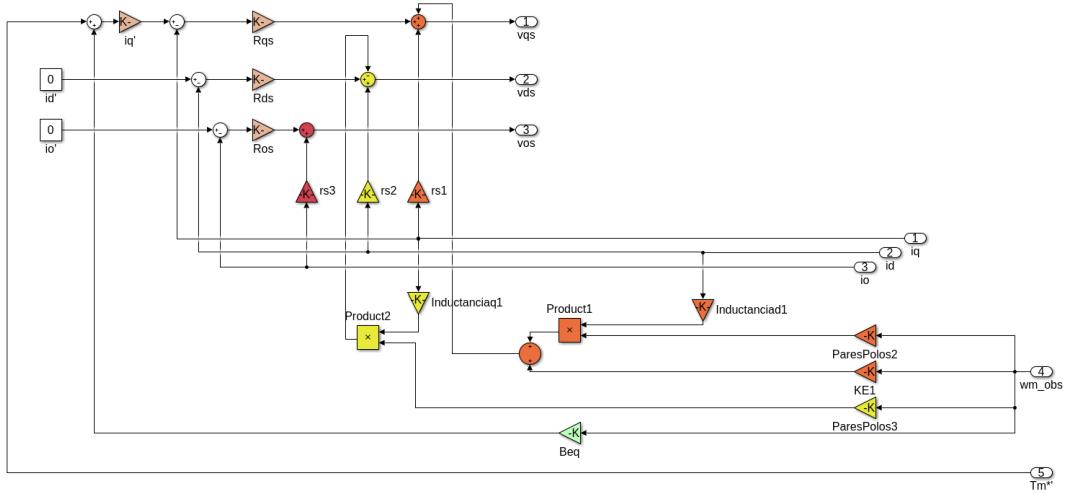


Figura 13:Modulador de torque equivalente

### 2.2.2. Controlador externo de movimientos: posición/velocidad

Una vez desarrollado el modulador de torque equivalente, es posible solicitar una consigna de par electromagnético al sistema. Esta consigna sera generada a partir de un controlador externo de movimiento, un controlador PID.

Para hallar la función de transferencia del sistema con el controlador externo de movimiento para mediante posicionamiento de polos poder definir los parámetros del controlador PID, se prosigue a trabajar con las ecuaciones diferenciales en el dominio de Laplace.

$$J_{eq}\Theta(s)s^2 = T'_m(s) - T_{leq}(s) \quad (22)$$

$$T_m^{*'}(s) = E_\omega(s) \left[ ba + \frac{1}{s}Ksa + \frac{1}{s^2}Ksia \right] \quad (23)$$

$$T'_m(s) = \left( \frac{1}{\frac{L_a}{R_q}s + 1} \right) T_m^{*'}(s); \quad G_{lc}(s) = \left( \frac{1}{\frac{L_a}{R_q}s + 1} \right) \quad (24)$$

Remplazando (22) en (23) y luego (23) en (21):

$$J_{eq}\Theta_m(s)s^2 = G_{lc}(s)E_\omega(s) \left[ ba + \frac{1}{s}Ksa + \frac{1}{s^2}Ksia \right] - T_{leq}(s) \quad (25)$$

$$J_{eq}\Theta_m(s)s^3 = G_{lc}(s) [\Theta_m^*(s) - \Theta_m(s)] [s^2ba + sKsa + Ksia] - sT_{leq}(s)$$

$$\Theta_m(s) [J_{eq}s^3 + G_{lc}(s) [s^2ba + sKsa + Ksia]] = \Theta_m^*(s)G_{lc}(s) [s^2ba + sKsa + Ksia] - sT_{leq}(s)$$

$$\Theta_m(s) = \frac{G_{lc}(s) [s^2ba + sKsa + Ksia]}{[J_{eq}s^3 + G_{lc}(s) [s^2ba + sKsa + Ksia]]} \Theta_m^*(s) - \frac{s}{[J_{eq}s^3 + G_{lc}(s) [s^2ba + sKsa + Ksia]]} T_{leq}(s) \quad (26)$$

$$G_{\Theta_m^*}(s) = \frac{G_{lc}(s) [s^2ba + sKsa + Ksia]}{[J_{eq}s^3 + G_{lc}(s) [s^2ba + sKsa + Ksia]]} = \frac{[s^2ba + sKsa + Ksia]}{\left( \frac{L_a}{R_q}s + 1 \right) \left[ J_{eq}s^3 + \left( \frac{1}{\frac{L_a}{R_q}s + 1} \right) [s^2ba + sKsa + Ksia] \right]}$$

$$G_{Tleq}(s) = \frac{s}{[J_{eq}s^3 + G_{lc}(s)[s^2ba + sKsa + Ksia]]} = \frac{s}{\left[J_{eq}s^3 + \left(\frac{1}{\frac{L_q}{R_q}s+1}\right)[s^2ba + sKsa + Ksia]\right]}$$

Si la ganancia de  $G_{lc}$  se considera unitaria, entonces los polos del sistema de determinan por el polinomio característico:

$$P_{car} = J_{eq}s^3 + s^2ba + sKsa + Ksia = s^3 + s^2\frac{ba}{J_{eq}} + s\frac{Ksa}{J_{eq}} + \frac{Ksia}{J_{eq}}$$

Por otro lado el polinomio de 3er orden deseado es el siguiente:

$$P_d = (s + \omega_{pos})(s^2 + 2\xi\omega_{pos}s + \omega_{pos}^2) = s^3 + (2\xi + 1)\omega_{pos}s^2 + (2\xi + 1)\omega_{pos}^2s + \omega_{pos}^3$$

Luego igualando ecuaciones, se determinan los valores de los parámetros del controlador PID,

$$\begin{aligned} (2\xi + 1)\omega_{pos} &= n\omega_{pos} = \frac{ba}{J_{eq}} \therefore ba = nJ_{eq}\omega_{pos} \\ (2\xi + 1)\omega_{pos}^2 &= n\omega_{pos}^2 = \frac{Ksa}{J_{eq}} \therefore Ksa = n\omega_{pos}^2 J_{eq} = ba\omega_{pos} \\ \omega_{pos}^3 &= \frac{Ksia}{J_{eq}} \quad Ksia = \omega_{pos}^3 J_{eq} \end{aligned}$$

Luego siendo  $\omega_{pos} = 800 \left[\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right]$  y  $n = 2.5$ :

$$ba = 0.0113 \frac{\text{Nm}}{\frac{\text{rad}}{\text{s}}}$$

$$Ksa = 9.04 \frac{\text{Nm}}{\text{rad}}$$

$$Ksia = 2892.8 \frac{\text{Nm}}{\text{rads}}$$

Se busca tener un controlador PID que no haga uso de bloques derivativos, para no tener una amplificación de ruido. Por ello, en el caso de definir un perfil de posición  $q^*(t)$ , sera necesario derivar el perfil ya sea, en forma numérica o analíticamente, afectar el perfil por la relación de transmisión del reductor y luego ingresar al bloque PID descripto en la siguiente figura. Análogamente sucede los perfiles de velocidad y aceleración.

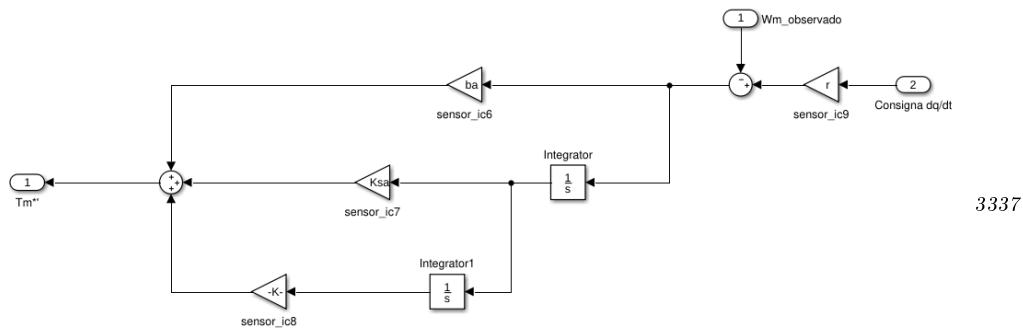


Figura 14: Controlador PID con consigna de velocidad angular

El controlador PID, añade 3 polos nuevos cuyas posiciones fueron determinadas por consigna de forma tal,

que mediante el método de posicionamiento de polos se obtuvieron las ganancias del controlador. Estas tres ganancias fueron calculadas con los valores nominales de  $J_l$  y  $B_l$ .

Estos valores nominales, pueden variar hasta valores extremos especificados por la aplicación, por lo cual se estudio el análisis de la migración de los polos del controlador con la variación extrema de los parámetros de carga nombrados anteriormente. La variación de  $B_l$  hacia sus valores extremos, no tuvo prácticamente repercusión en el movimiento de los polos del controlador ni de la planta a lazo abierto. Por lo que se modifico considerablemente su variación para notar el cambio en el posicionamiento de los mismos, en el orden de las mil veces mas grandes que su variación inicial considerada.

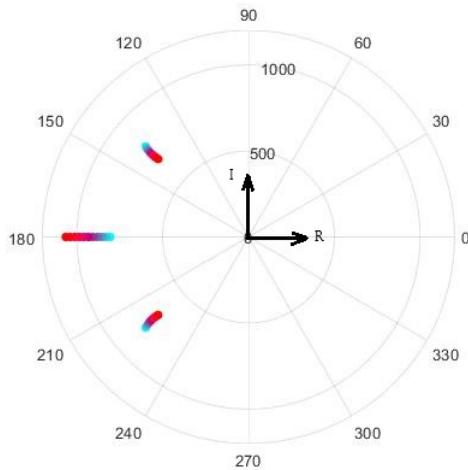


Figura 15:Migración de polos según variación de  $B_l$ . De celeste a rojo según  $B_l$  en aumento (variación entre extremos  $B_l \pm 1000B_l$ )

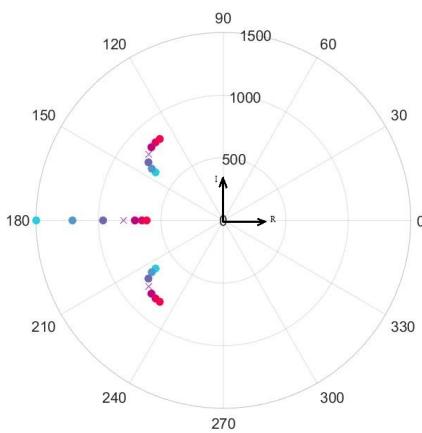


Figura 16:Migración de polos según variación de  $J_l$ . De celeste a rojo según  $J_l$  en aumento (variación entre extremos  $J_l \pm \Delta J_l$ )

Anteriormente se analizo el comportamiento de los polos del controlador del sistema a lazo cerrado. Si se analiza al sistema a lazo abierto, y se modifican los parámetros del sistema físico entre sus valores máximos extremos se observa tambien una migracion casi imperceptible respecto a  $B_l$  por lo que se

procedio a amplificar la variacion de igual manera que antes.

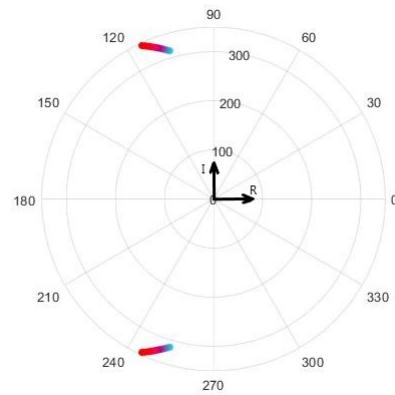


Figura 17: Migración de polos a lazo abierto según variación de  $B_l$ . De celeste a rojo según  $B_l$  en aumento (variación entre extremos  $B_l \pm \Delta B_l$ )

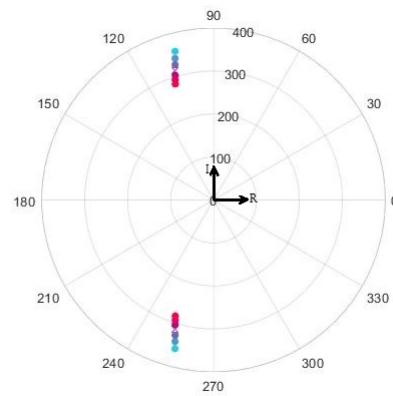


Figura 18: Migración de polos a lazo abierto según variación de  $J_l$ . De celeste a rojo según  $J_l$  en aumento (variación entre extremos  $J_l \pm \Delta J_l$ )

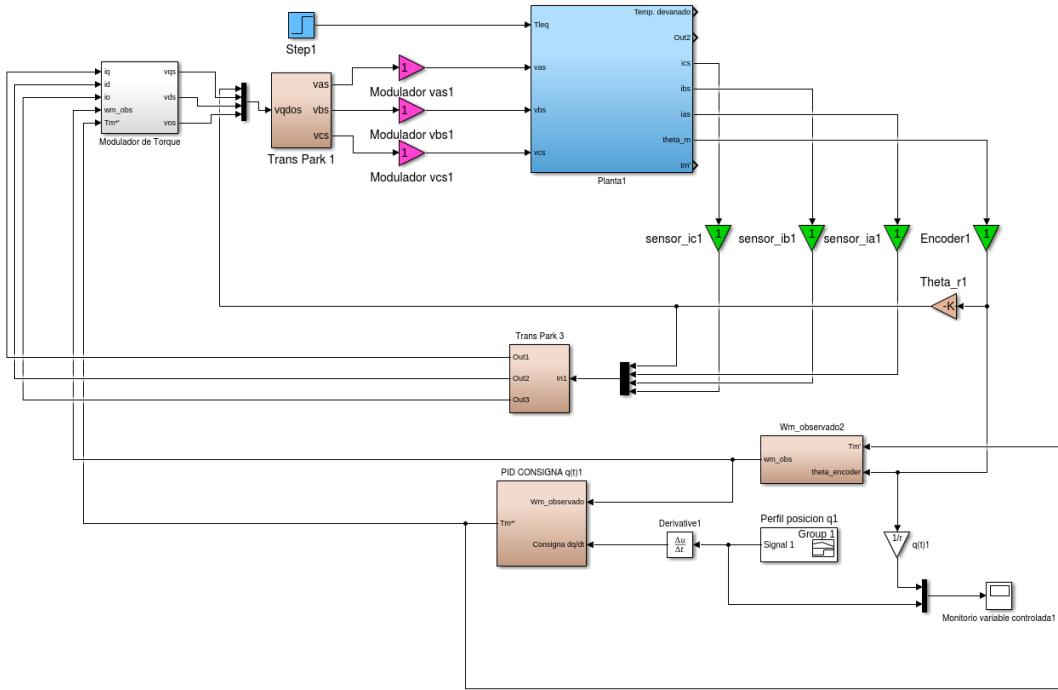


Figura 19: Control de movimiento en Cascada con Modulador de Torque equivalente simplificado

Si bien no se observa migración para  $B_l$  cabe recalcar que tanto a lazo abierto como a lazo cerrado hay una migración considerable de los polos respecto a  $J_l$  (expresado sin amplificar sus variaciones). Esto permite concluir, que el controlador, si bien es estable para todo valor considerado de inercia, presenta una gran influencia de su estabilidad respecto a la inercia del mismo y no se descarta de que en caso de poseer mayores variaciones sea necesario recurrir a estrategias de control que se adapten en función de la inercia variable del sistema.

### 2.2.3. Observador

Una de las técnicas más usadas para estimar una variable de estado que no puede ser sensada y digitalizada, es implementar a nivel controlador un **observador**. El mismo es capaz de estimar las variables de estado internas de un sistema dinámico que no son accesibles físicamente.

En nuestro caso, solo dispone de sensores de corriente de fase y un sensor de desplazamiento angular para el eje del rotor del motor, un encoder. Por tanto si tomamos al sistema análogo al de un sistema de CC lineal con sus tres variables de estado,  $\theta_m(t), \omega_m(t), i_{qs}(t)$ , nos encontramos con que la velocidad angular del rotor no es directamente accesible a través de un sensor como podría serlo, un tacómetro.

De esta forma se implementará un observador, para poder estimar la velocidad angular del rotor para poder implementar el control final del motor. Para ello, solo se observará el subsistema mecánico con su realimentación física de efectos viscosos desacoplado. Es decir se observará una planta determinada por la siguiente ecuación:

$$J_{eq}\dot{\omega}_m(t) = T'_m(t) - T_{eq}(t)$$

$$\frac{d\theta_m(t)}{dt} = \omega_m(t)$$

Luego matricialmente esta planta se representa como:

$$S_{LTI} : \begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{J_{eq}} \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{J_{eq}} \end{bmatrix} d(t) \\ y(t) = \mathbf{C} * \mathbf{x}(t) \end{cases}$$

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} \theta_m(t) \\ \omega_m(t) \end{bmatrix}; \quad u(t) = T'_m(t); \quad d(t) = T_{eq}(t); \quad \mathbf{C} = [1 \ 0]$$

El observador queda determinado de la siguiente forma:

$$Observador : \begin{cases} \dot{\tilde{\mathbf{x}}}(t) = \tilde{\mathbf{A}}\tilde{\mathbf{x}}(t) + \tilde{\mathbf{B}}u(t) + \mathbf{K}_e(y(t) - \tilde{y}(t)); \quad \dot{\tilde{\mathbf{x}}}(t_o) = 0 \\ \tilde{y}(t) = \mathbf{C} * \tilde{\mathbf{x}}(t) \end{cases} \quad (27)$$

$$\tilde{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} \tilde{\theta}_m(t) \\ \tilde{\omega}_m(t) \end{bmatrix}; \quad u(t) = T'_m(t); \quad \mathbf{K}_e = \begin{bmatrix} K_{oth} \\ K_{ow} \end{bmatrix}$$

Donde en el caso ideal  $\tilde{\mathbf{A}} \equiv \mathbf{A}$  y  $\tilde{\mathbf{B}} \equiv \mathbf{B}$  e  $y(t)$  corresponde a la variable de estado tomada de la planta física real. En nuestro caso la misma, es  $\theta_m(t)$  y por tanto la salida del observador sera  $\tilde{\theta}_m(t)$ . Reordenando la ecuación, se define el modelo de Observador Asintótico como:

$$O_{asintotico} : \begin{cases} \dot{\tilde{\mathbf{x}}}(t) = \left[ \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} - \mathbf{K}_e \mathbf{C} \right] \tilde{\mathbf{x}}(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{J_{eq}} \end{bmatrix} u(t) + \mathbf{K}_e y(t) \\ y(t) = \mathbf{C} * \mathbf{x}(t) \end{cases}$$

Luego de verificada la observabilidad del sistema con salida  $\theta_m(t)$  de la planta, verificación que se realizó previamente en el informe, se procede a ubicar los polos del observador en el plano s. Se ve que el polinomio característico obtenido luego del calcular el determinante de la matriz  $s\mathbf{I} - [\tilde{\mathbf{A}} - \mathbf{K}_e \mathbf{C}]$  define los polos del observador. Por tanto según los valores que se le asignen a  $K_{oth}$  y a  $K_{ow}$ , de desplazaran los polos del observador. Se solicita ubicar los dos polos iguales y reales en  $p_{obsd1,2} = -3200 \frac{rad}{s}$ .

$$\det\left(\begin{bmatrix} s + K_{oth} & -1 \\ K_{ow} & s \end{bmatrix}\right) = s^2 + sK_{oth} + K_{ow}$$

$$P_{obs} = s^2 + sK_{oth} + K_{ow}$$

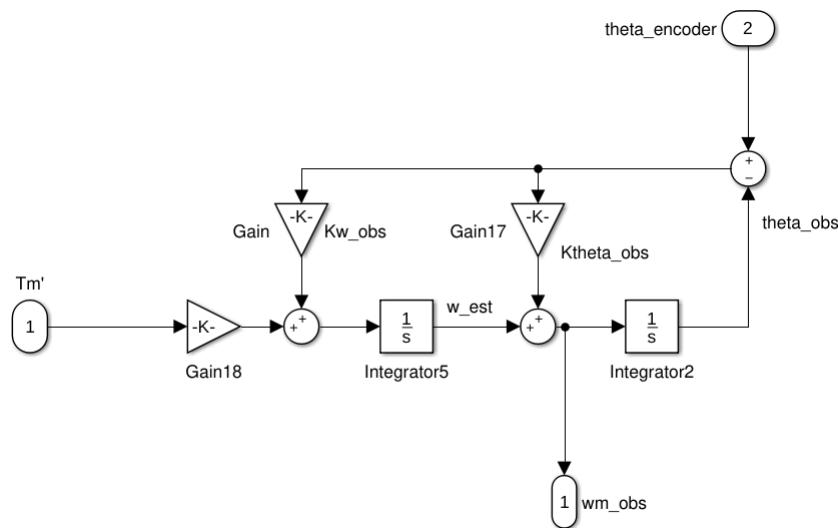
por otro lado,

$$P_{obsd} = (s + 3200)^2 = s^2 + 6400s + 3200^2$$

Haciendo  $P_{obs} = P_{obsd}$ ,

$$\mathbf{K}_{oth} = 6400 \left[\frac{1}{s}\right]$$

$$\mathbf{K}_{ow} = 3200^2 \left[\frac{1}{s^2}\right]$$



*Figura 20:Diagrama de bloques del observador*

#### 2.2.4. Simulación en tiempo continuo con modelo completo NL

En principio se analizara los resultados obtenidos en el seguimiento de consignas de movimiento  $q^*(t) \equiv \frac{1}{r}\theta_m(t)$  con perfil trapezoidal de posición. Se ensayara al sistema, con un perfil trapezoidal de posición con un tiempo de rampa  $\Delta t_{ramp} = 5\text{s}$  y un posición final  $q^*(\Delta t_{ramp}) = 2\pi$ . Es decir se solicita una vuelta completa de la articulación del robot en  $5\text{s}$  y luego una vuelta en sentido opuesto de igual manera.

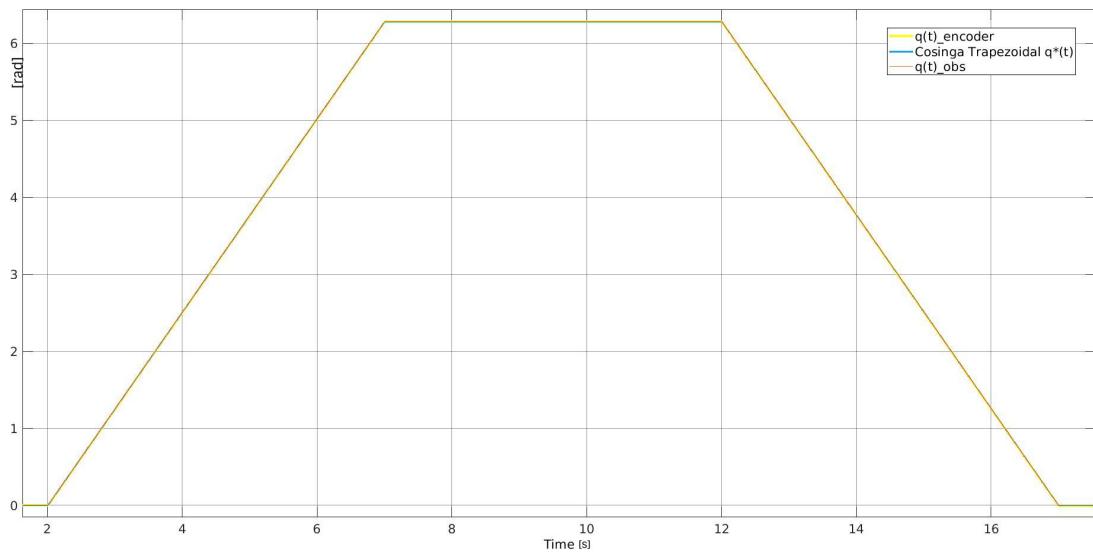


Figura 21: Seguimiento de consigna trapezoidal de  $q^*(t)$

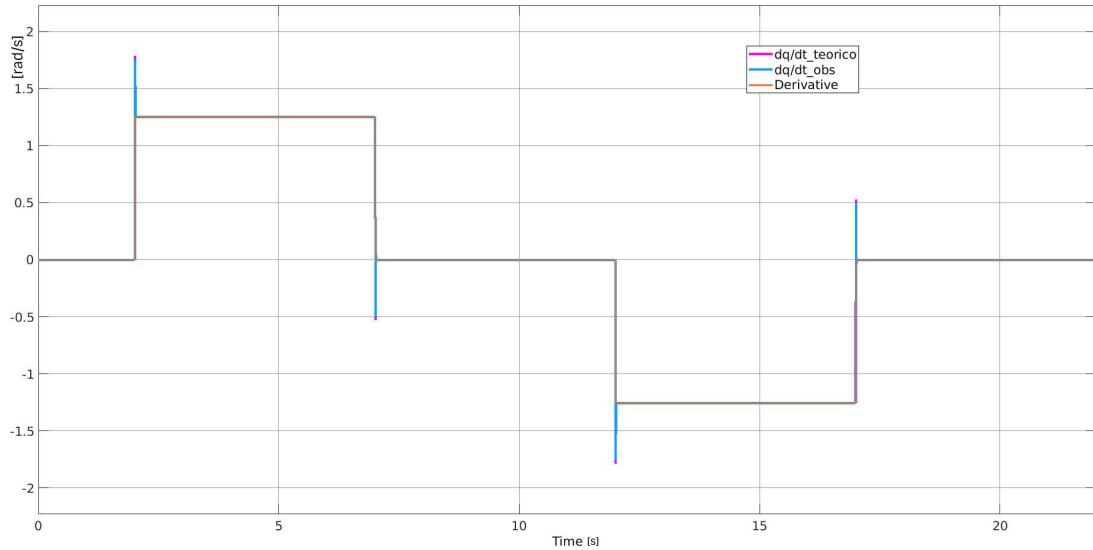


Figura 22: Velocidades observadas, teóricas de la planta y de consigna.

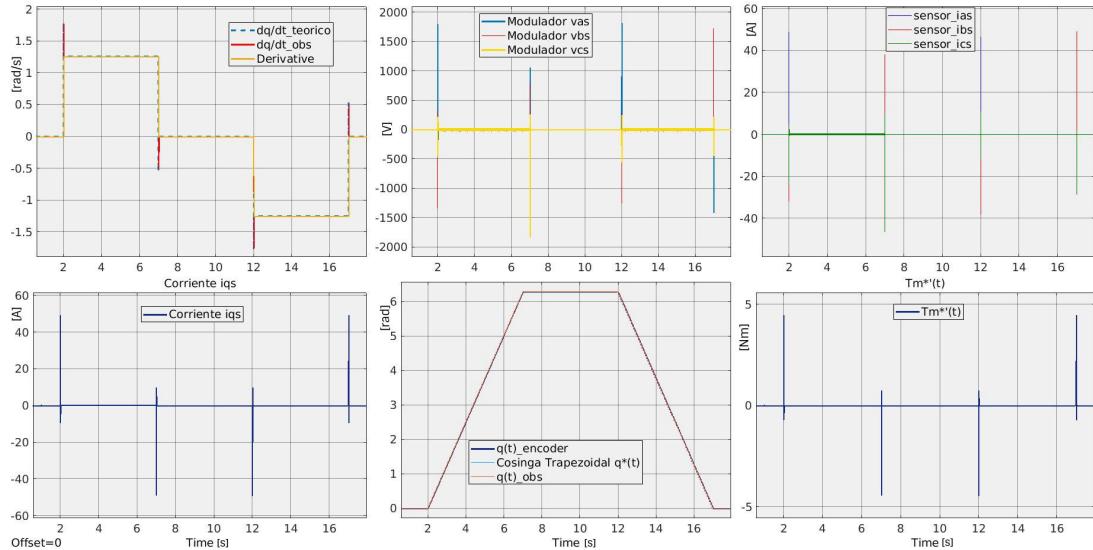


Figura 23: Respuesta del sistema ante seguimiento de posición trapezoidal

Como análisis de las curvas obtenidas, se puede ver que el controlador de movimiento exterior PID junto con el modulador de torque equivalente, están funcionando adecuadamente al observar que la consigna se posición angular  $q^*(t)$  se cumple en su mayor medida. Pero, el perfil, no es el perfil mas conveniente de usar por el motivo de que un perfil trapezoidal en posición implica un perfil de velocidad en el cual se tiene un escalón de velocidad que a su vez implica un impulso de gran magnitud de aceleración. Esto implica grandes picos de corriente y tensión en la maquina como puede observarse en la gráfica anterior, esto implicaría un posible daño permanente en la maquina, ya que se ha superado ampliamente los límites especificados por el fabricante del motor. Estos límites son los siguientes:

- Velocidad máxima del rotor  $\omega_{m\ nom} = 691.15 \frac{rad}{s}$  lo que implica una velocidad máxima en la articulación  $\omega_{q\ nom} = 2.2 \frac{rad}{s}$ . La velocidad máxima alcanzada no supera los límites, siendo  $\omega_{q\ ensayo} = 1.78 \frac{rad}{s}$ .
- Torque pico máximo en salida del reductor  $T_{q\ max} = 29.42 Nm$  y  $T_{q\ nom} = 7.26 Nm$ . Siendo  $T_{q\ ensayo\ max} = 1401.78 Nm$ , el par máximo pico es ampliamente superado.
- La corriente máxima pico eficaz soportada es  $I_{s\ max} = 2.0 A_{carms}$  y una corriente nominal  $I_{s\ nom} = 0.4 A_{carms}$ . El valor pico de corriente  $I_{s\ max\ ensayo} = 34.457 A_{Ac rms}$ , muy superior al límite.
- Tensión de fase máxima admisible  $V_{s\ max} = 19.56 A$ . Tensión máxima observada,  $V_{s\ max\ ensayo} = 1791 V$

Observando mas en detalle el perfil de velocidad consigna, en los tiempos donde el perfil de posición presenta los quiebres se tiene una gran diferencia con la velocidad real de la maquina. Esto se debe a los grandes sobrepicos de aceleración que implica tener un perfil de posición trapezoidal. A continuación se presentan la gráfica correspondiente.

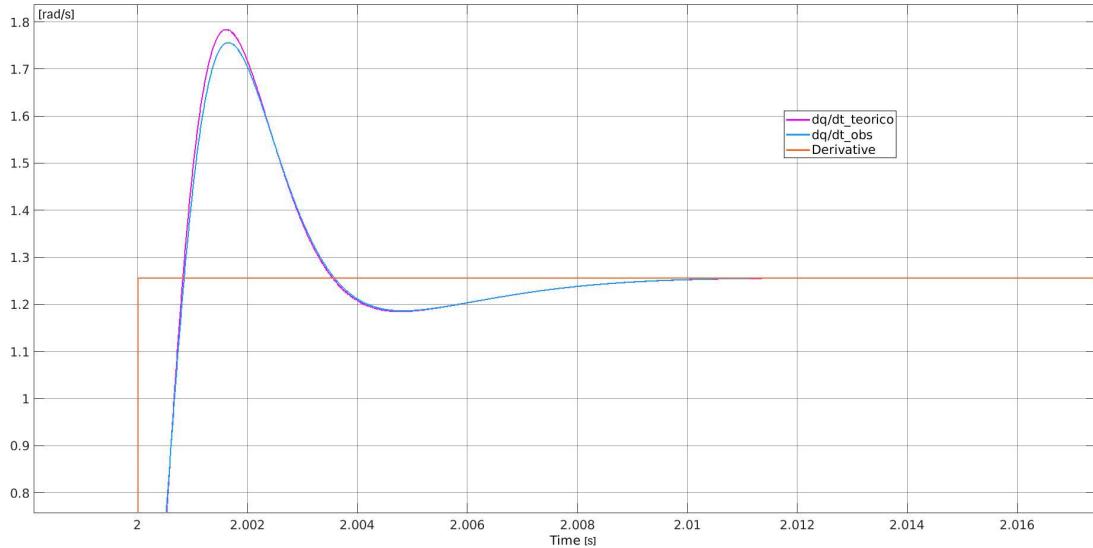


Figura 24: Efecto sobre velocidad angular de la maquina por sobrepico de aceleración

A continuación se muestra el mismo efecto sobre las curvas de posición de la maquina. A demás del problema de sobre pico que se observara, también podrá notarse otro problema relacionado al observador. A causa de implementar un observador PD, el mismo no es capaz de rechazar las perturbaciones del sistema, y debido a que en el tiempo  $t = 1s$ , se aplico un escalón de carga del sistema, esto implicara un desplazamiento de la curva correspondiente a  $\theta_q(t)$  con respecto a  $\theta_{qobs}(t)$ .

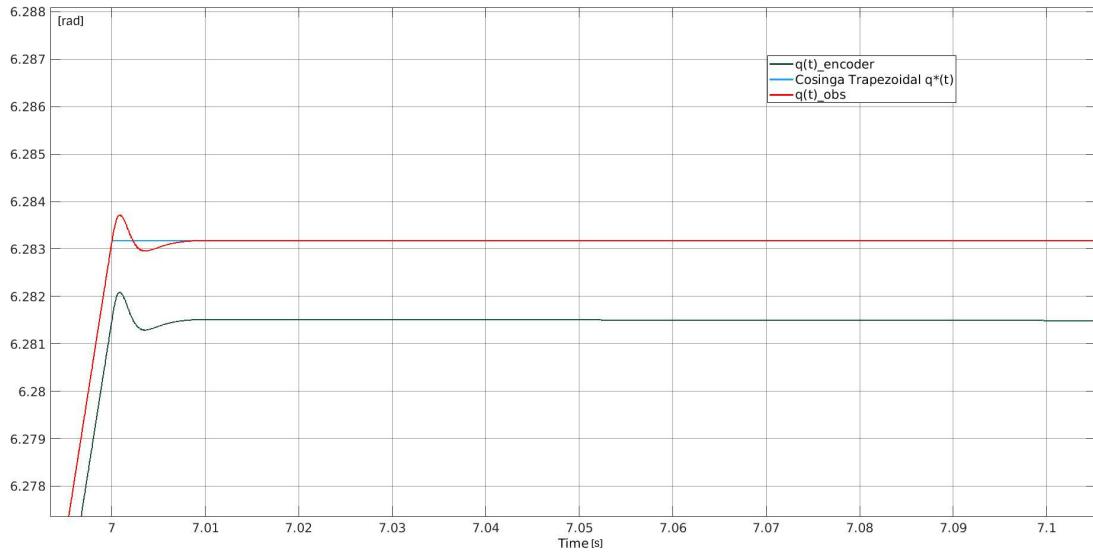


Figura 25: Visualización de sobreímpetu en posición angular de la máquina y falta de rechazo a perturbaciones

Como se menciono anteriormente, el sistema no es capaz de rechazar perturbaciones, ya que se hace uso de un observador PD. Para ver mas detalladamente este comportamiento, se dará una consigna de posición nula y se efectuara un escalón de carga al sistema nominal  $T_{lnom} = 1.57 Nm$  en  $t = 1 s$ . Importante observar que la escala es de  $10^{-5}$ .

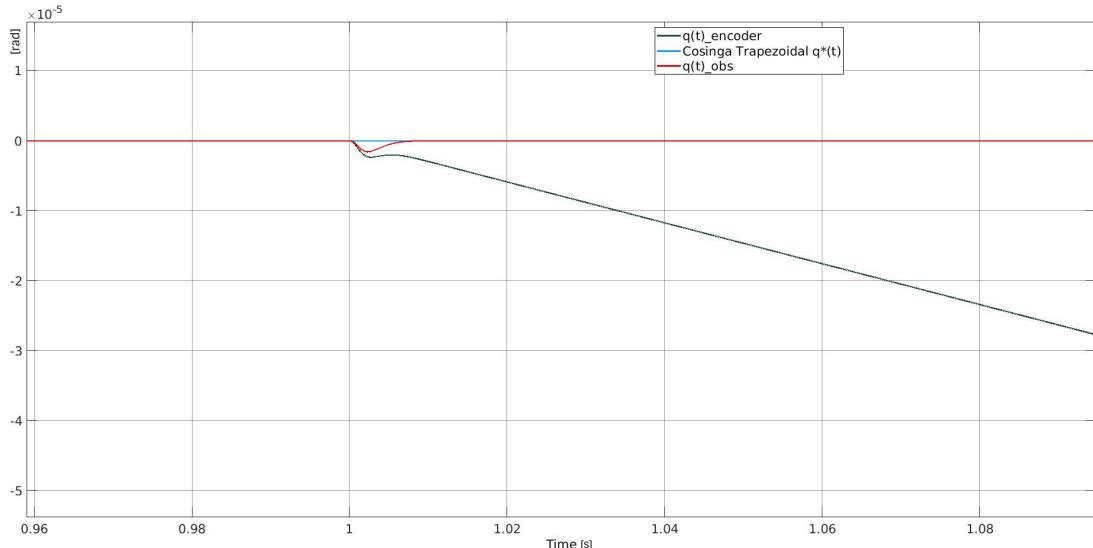


Figura 26: Rechazo a perturbación sin control integrativo en observador visto en desplazamiento angular

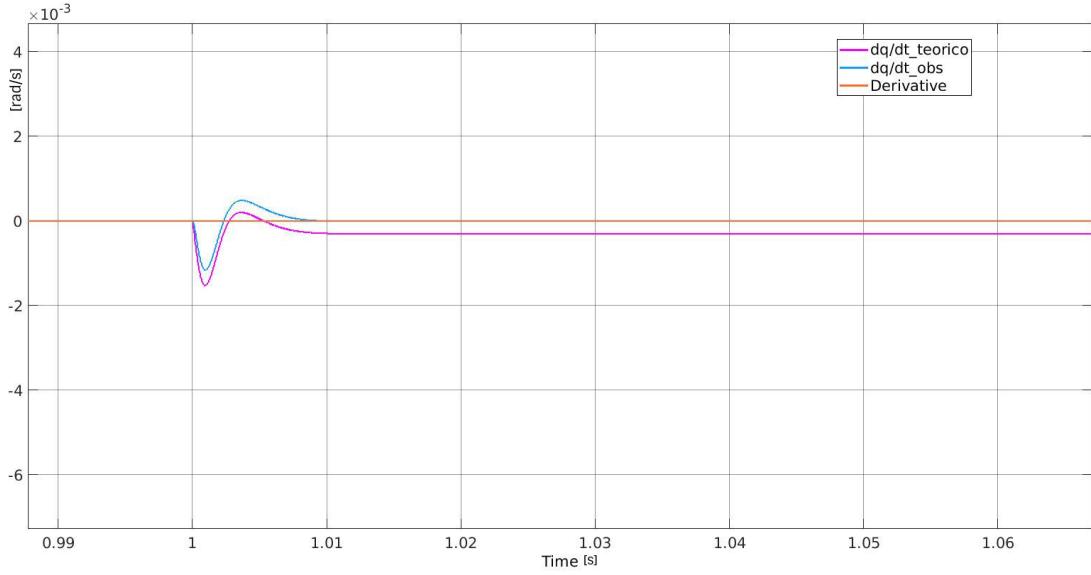


Figura 27: Rechazo a perturbación sin control integrativo en observador visto en velocidad angular

Un observador asintótico con la estructura de la ecuación (26), no es capaz de observar las perturbaciones externas de la planta observable. Si se analiza la dinámica del error de observación,

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{e}}(t) &= [\mathbf{A} - \mathbf{K}_e \mathbf{C}] \mathbf{e}(t) + \mathbf{B}_d d(t); \quad \mathbf{e}(t_o) = \mathbf{x}_o \\ \mathbf{e}(t) &= \mathbf{x}(t) - \tilde{\mathbf{x}}(t);\end{aligned}$$

Luego si los polos del observador se encuentran los suficientemente lejos del origen para hacer al observador estable y rápido,  $\mathbf{e}(t) = \mathbf{x}(t) - \tilde{\mathbf{x}}(t)$  tenderá a ser nulo solo si el término  $\mathbf{B}_d = d(t)$ , es decir si no existe perturbación alguna en la planta siendo observada. Este error permanente entre las variables de estado de la planta y las variables de estado observadas, se debe a la falta control integrativo dentro del observador. A continuación se determinarán los nuevos polos del observador con la acción integrativa y se ubicarán todos los polos reales y negativos en  $p_{1,2,3} = -3200 \frac{rad}{s}$ .

Siendo las nuevas ecuaciones desagregadas del observador las siguientes,

$$\begin{cases} \frac{d\tilde{\theta}_m(t)}{dt} &= \tilde{\omega}_m(t) + K_\theta(\theta_m(t) - \tilde{\theta}_m(t)) \\ \frac{d\tilde{\omega}_m(t)}{dt} &= \frac{T'_m}{J_{eq}}(t) + K_\omega(\theta_m(t) - \tilde{\theta}_m(t)) + K_{\omega i} \int (\theta_m(t) - \tilde{\theta}_m(t)) dt \end{cases}$$

se aplica la transformación de Laplace a las ecuaciones para obtener la función del transferencia del observador,

$$\begin{cases} \tilde{\Theta}_m(s)s^2 &= \tilde{\Omega}_m(s)s + K_\theta(\Theta_m(s) - \tilde{\Theta}_m(s))s \\ \tilde{\Omega}_m(s)s &= \frac{T'_m}{J_{eq}}(s) + K_\omega(\Theta_m(s) - \tilde{\Theta}_m(s)) + \frac{1}{s}K_{\omega i}(\Theta_m(s) - \tilde{\Theta}_m(s)) \end{cases}$$

Agrupando términos, se obtiene las funciones de transferencia de la salida  $\tilde{\Theta}_m$  respecto tanto a la entrada  $\Theta_m$  y  $\frac{T'_m}{J_{eq}}$ . Los polos del observador se definen por el polinomio característico,

$$P_{obs} = s^3 + K_\theta s^2 + K_\omega s + K_{\omega i}$$

Por otro lado el polinomio deseado es,

$$P_d = (s + 3200)^3 = s^3 + 3 * 3200s^2 + 3 * 3200^2s + 3200^3 = s^3 + 9600s^2 + 307.2 \times 10^5 s^2 + 3.2768 \times 10^{10}$$

Por ultimo quedan definidas las ganancias del observador como,

$$K_\theta = 9600 \frac{1}{s}$$

$$K_\omega = 307.2 \times 10^5 \frac{1}{s^2}$$

$$K_{\omega i} = 3.2768 \times 10^{10} \frac{1}{s^3}$$

Los resultados obtenidos luego de implementar la mejora, se puede observar tanto en la posición angular como en la velocidad angular que el control es capaz de rechazar perturbaciones con el nuevo observador.

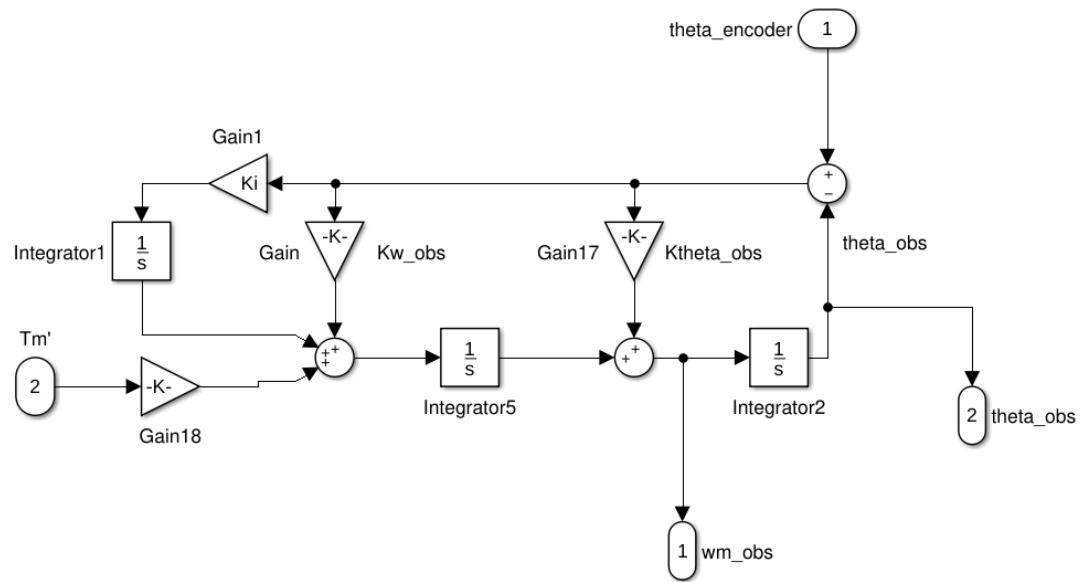


Figura 28: Observador completo con acción integral

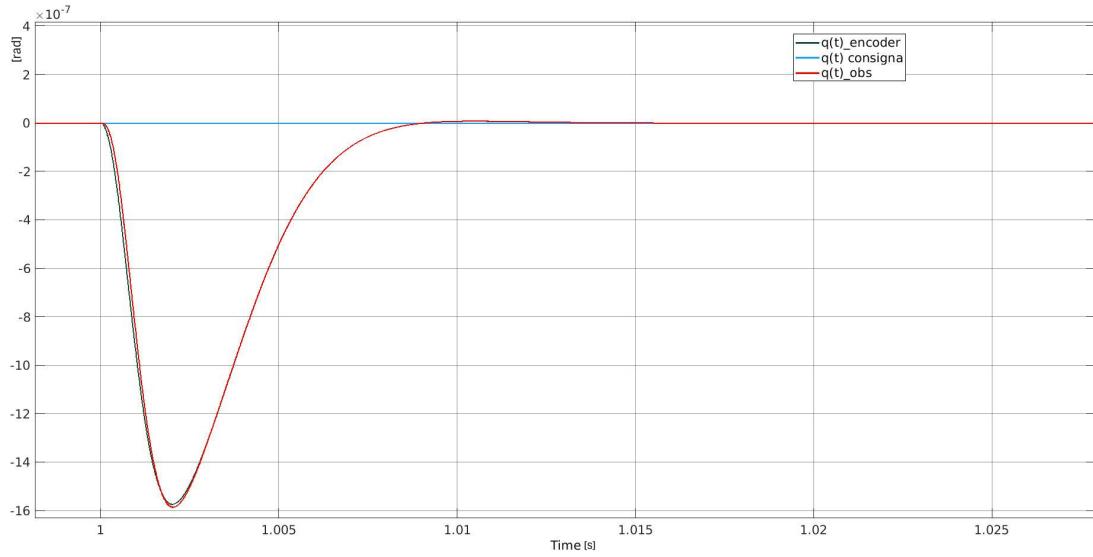


Figura 29: Rechazo a perturbación observado en desplazamiento angular

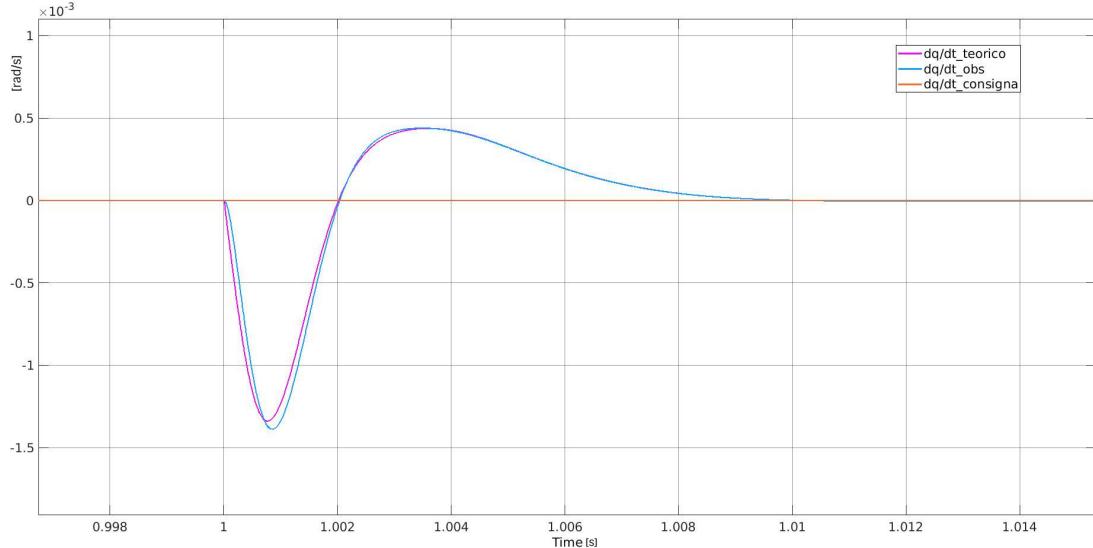


Figura 30: Rechazo a perturbación observado en velocidad angular

### 2.2.5. Implementación de perfil de aceleración trapezoidal para limitación de Jerk

Un perfil de posición trapezoidal, conlleva grandes picos de aceleración y por tanto grandes sacudidas en el sistema que, por un lado podría dañar eléctricamente a la maquina y por otro lado mecánicamente por las magnitudes del 'jerk' o sacudida. Una solución a la limitación del pico de aceleración en el sistema, sería optar por un perfil de velocidad trapezoidal. Esto implica que el perfil de aceleración tendrá escalones de aceleración con su magnitud limitada por la pendiente de la rampa de velocidad. Por lo tanto implementar un perfil de este tipo, sería una gran mejora y permitiría trabajar por debajo de los límites especificados por la maquina eléctrica. Pero en el caso tal que se tenga una limitación de Jerk en la maquina, entonces sera necesario hacer uso de un perfil trapezoidal de aceleración.

Por estos motivos, se desarrollara un perfil trapezoidal de aceleración que al ser integrado numéricamente o bien analíticamente, determinara un perfil de velocidad de consigna del controlador externo PID para

llover a la articulación angular del robot de una posición angular inicial a una final en un determinado tiempo.

- **Restricciones físicas:**

Es importante resaltar que asociado a cada una de las restricciones del sistema habrá que asociarle una restricción en la consigna del perfil de aceleraciones quien determinará el movimiento final de la articulación (si el control está bien implementado).

- **Restricción de tensión:**

La restricción de tensión restringe la velocidad de giro de la articulación por lo que queda definida una velocidad máxima  $w_{max} = 692 \text{ rad/s}$ . Esta es, en el perfil de aceleraciones, el área del primer trapecio. A su vez cabe recalcar que dado que el perfil de posición es una función cubica con condiciones iniciales y finales de velocidad nulas, la velocidad máxima del trayecto será si o si mayor que la velocidad media demandada al perfil de posición debido a que debe compensar la suavidad del trayecto en los extremos. Por lo tanto, existe también una restricción sobre la velocidad media que se le puede pedir al perfil, es decir, que la misma no puede ser mayor o igual que la velocidad máxima definida por la restricción de tensión. Se recomienda establecer un criterio basado en la aplicación para asegurarse que el perfil sea reproducible  $w_{mediamax} = 0.8 * w_{max}$ . Luego el usuario puede elegir cualquier velocidad media inferior a esta.

- **Restricción de corriente:**

Esta define el máximo y el mínimo en el perfil de aceleraciones:

$$\alpha_{max} = \dots = 60 \text{ rad/s}^2$$

- **Restricción de Jerk:**

Las restricciones de sobreaceleración existen porque son estas sacudidas las que producen las fuerzas intrínsecas sobre las articulaciones del sistema y es la resistencia mecánica de la articulación la que determina su valor máximo permitido. Esto se ve reflejado en la pendiente de los trapecios del perfil de aceleración. Queda para profundizar sobre el tema encontrar una forma de calcular este Jerk máximo.

Dado que el perfil se genera resolviendo un sistema de ecuaciones si las restricciones antes mencionadas se satisfacen y el programa encuentra una solución de parámetros reales positivos entonces el movimiento es perfectamente reproducible con el control adecuado.

En relación al controlador se ha observado que el mismo sigue exitosamente y sin grandes desviaciones las consignas del perfil generado. De todas maneras, es posible por razones de seguridad implementar en el controlador un filtro sobre la señal de la acción de control para que no se supere un valor máximo, independientemente del perfil que exista.

La generación del perfil, fue llevado a cabo mediante la codificación de un programa que resuelve un sistema de ecuaciones determinado por las siguientes ecuaciones:

- Ecuación 1: Posición final angular en función de las variables  $tv1, tv2, tm, alfa$  que representan respectivamente al tiempo de la base del primer trapecio, el tiempo de la base del segundo trapecio, el tiempo a velocidad máxima constante y la aceleración máxima (altura de trapecios).
- Ecuación 2: Restricción de velocidad máxima para no superar el límite del pico de tensión de fase del motor, esta velocidad máxima representa el área del primer trapecio.
- Ecuación 3: Velocidad final nula, esto significa que las áreas de los trapecios deben ser iguales y opuestas.

- Ecuación 4: La suma de los tiempos de base de los trapecios y el tiempo a velocidad constante, debe ser igual al tiempo de la consigna  $t_f$ .

De esta forma, definiendo la posición final y el tiempo de la consigna, el programa resuelve el sistema y determina los parámetros necesarios para definir el perfil. Esta claro que en el caso de solicitar consignas que físicamente sean imposibles de cumplir por una limitación en la velocidad máxima, el perfil de aceleración no podrá ser implementado o sera triangular (caso particular de un trapecio).

A continuación, se mostrara el resultado de implementar el perfil mencionado de aceleración para llevar al articulación de robot de  $[0; 2\pi]$  con  $t_f = 6 s$  y luego  $[2\pi; 0]$  con  $t_f = 6 s$ .

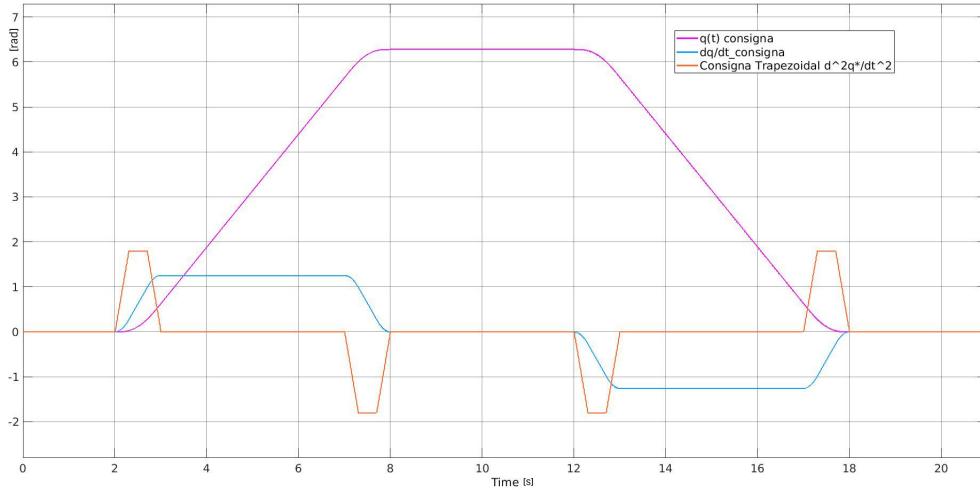


Figura 31: Perfiles de aceleración, velocidad y posición angular

Las curvas obtenidas para el seguimiento de la consigna, fueron las siguientes:

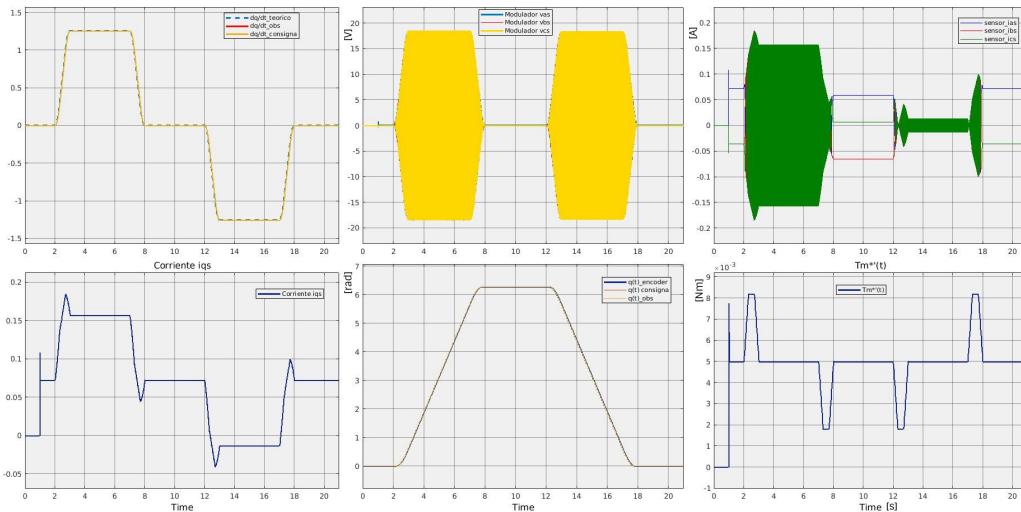


Figura 32: Perfiles de aceleración, velocidad y posición angular

El resultado del uso de un perfil de aceleración trapezoidal, se ve reflejado en todas la variables del sistema. La tensión pico de fase, disminuyo drásticamente y por debajo de los límites en comparación con los resultados obtenidos para un perfil de posición trapezoidal. Lo mismo sucede con la corriente y el torque electromagnético. Es importante destacar que la tensión pico de fase, esta estrechamente relacionada con la velocidad máxima que alcanza la maquina y la corriente de entrehierro  $i_{qs}(t)$  con la carga y las aceleraciones que requiere el sistema.

El modelo matematico de la ecuación (9) permite conocer la forma en la que varia la temperatura de los

devanados. Para el presente estudio, solo se tomo a la variable de estado  $\dot{T}_s(t)$  como una variable a ser monitorizada descartando sus efectos sobre las resistencias de los devanados del motor.

Para estudiar el cambio térmico, se ensayo un problema en el cual la articulación de robot rota una vuelta tanto en un sentido como en el otro, de forma periódica por un lapso de 100 s. Los resultados arrojaron una curva, en la cual la temperatura de los devanados, aumenta con el tiempo pero en el orden de centésimas de grado centígrado. Esto indica que el motor esta funcionando significativamente por debajo de las máximas exigencias estipuladas por el fabricante. Es importante destacar que un gran aumento en la temperatura de los devanados, podría modificar considerablemente las resistencia de los mismos y tal caso seria necesario incluir considerar a las resistencias de fase variables en función de la temperatura.

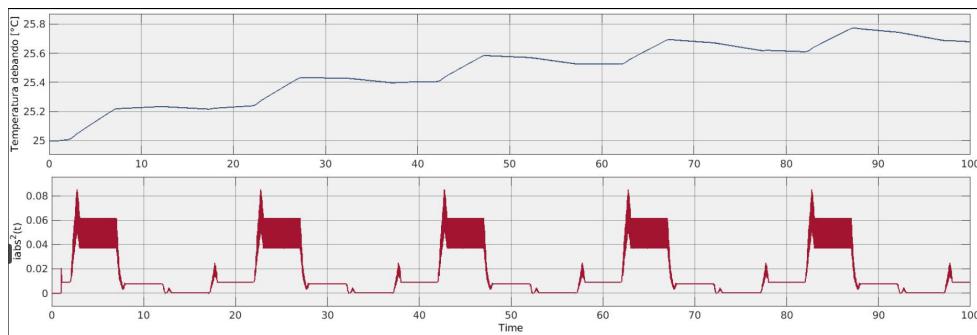


Figura 33: Perfiles de aceleración, velocidad y posición angular

### 3. Conclusiones

Se logró exitosamente diseñar, modelar y simular todas las etapas de un controlador de una máquina de CA así como previamente el modelado y estudio de la misma a lazo abierto. A pesar de que se hicieron varias simplificaciones, se tuvo que estudiar el sistema desde cero, sirviendo como método de aprendizaje, englobando todos los contenidos de la cátedra y aprendiendo sobre la manera en la que sería todo esto implementado a nivel del controlador en un sistema real. Se corrobora que el estudio de esta máquina eléctrica de CA luego de las simplificaciones y estrategias implementadas se asemeja al de un motor de CC. Se puede dejar como estudio futuro la manera en la que ejercer un control con reforzamiento/debilitamiento de campo a partir del uso de la corriente en directo.

Si bien todos los polos del sistema se encontraban en el semieje negativo del plano imaginario se observó sin embargo una importante migración de polos a lazo cerrado respecto a la inercia de la carga por lo que nos inclinamos a pensar que sería importante en un futuro realizar un modelo que contemple los cambios de inercia en función de la posición de las demás articulaciones y quizás encontrar una estrategia de control que sea capaz de actuar en base a estos cambios de inercia midiendo el estado de las otras posiciones articulares para darle la robustez necesaria al controlador.

Queda también considerar a futuro un modelo que contemple la resistencia del devanado como función de la temperatura para obtener un monitoreo más preciso de la misma.

Se puede concluir, en base al desarrollo y análisis presentado sobre los polos, sobre las matrices de controlabilidad y sobre de las respuestas a lazo cerrado que el sistema es controlable con eficiencia y el controlador considerablemente robusto por lo que es capaz de rechazar las perturbaciones externas dentro de los rangos establecidos.

### 4. Referencias

- [1] Guía del proyecto final de la materia Automática y máquinas eléctricas.
- [2] Ingeniería de Control Moderna, 5ta edición, Katsuhiko Ogata, 2010.
- [3] Apuntes de cátedra Automática y Maquinas Eléctricas. Profesor Ing. Gabriel Julián.