

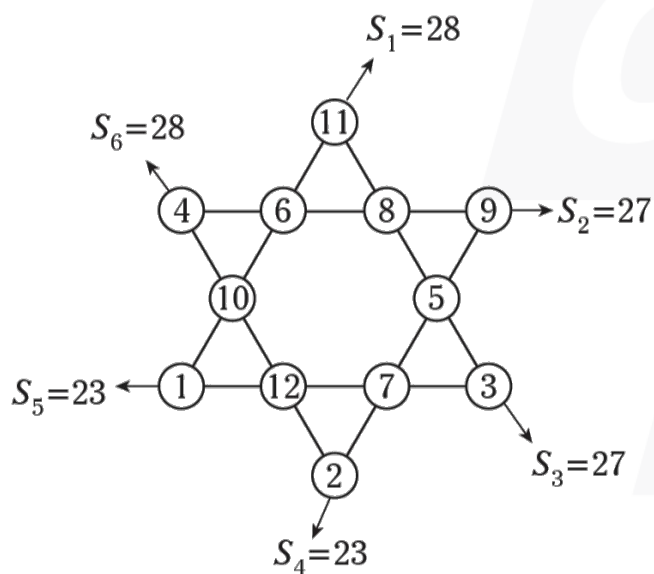
— ACADEMIA —

# PRÁCTICA DIRIGIDA

## SEMANA 2

### Problema 4

En la figura se tiene los números del 1 al 12 y las sumas de los números de cada cuatro casillas colineales ( $S_1, S_2, \dots, S_6$ ).  
¿Cuántos números se deben mover como mínimo para que todas las sumas indicadas sean iguales ( $S_1=S_2=\dots=S_6$ )?



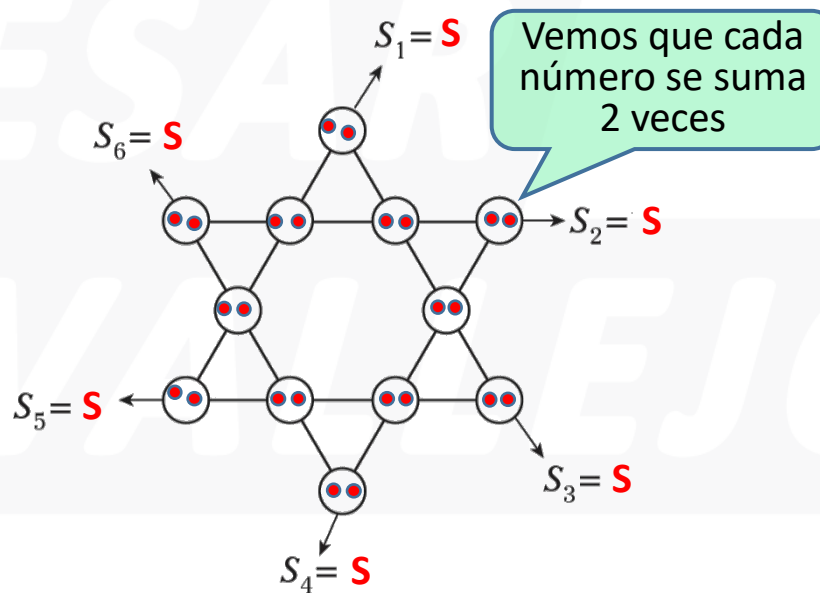
- A) 1  
B) 2  
☒ C) 3  
D) 4  
E) 6

### Resolución:

Nos piden: La cantidad de números que se deben mover como mínimo.

**Condición:** todas las sumas indicadas deben ser iguales.

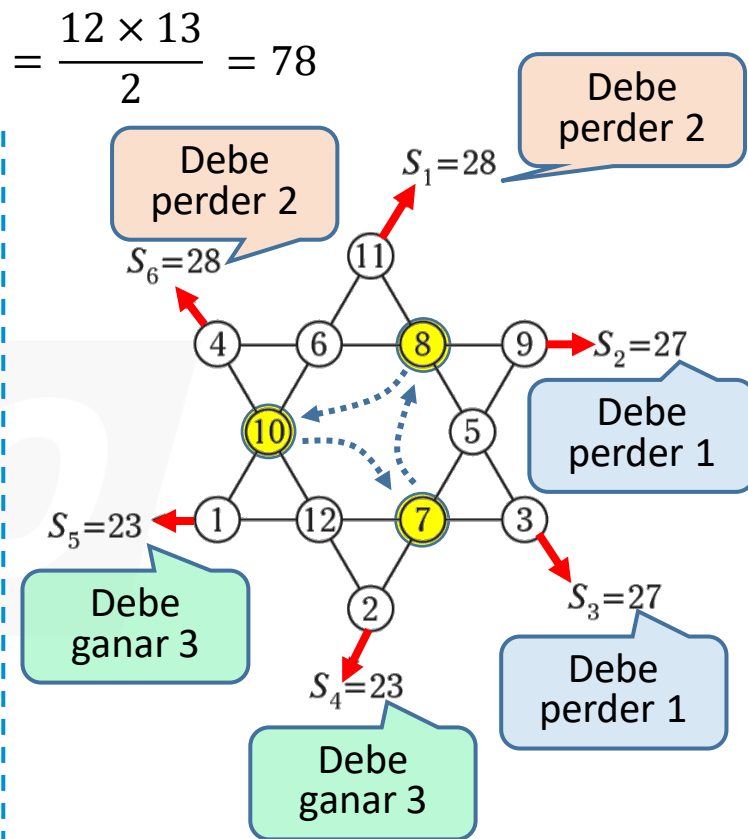
Números a ubicar: 1; 2; 3; ...; 12  $\rightarrow$  Suma total =  $\frac{12 \times 13}{2} = 78$



Al sumar resulta

$$S + S + S + S + S + S = 2(1 + 2 + 3 + \dots + 12)$$

$$6S = 2(78) \rightarrow S = 26 \text{ constante}$$

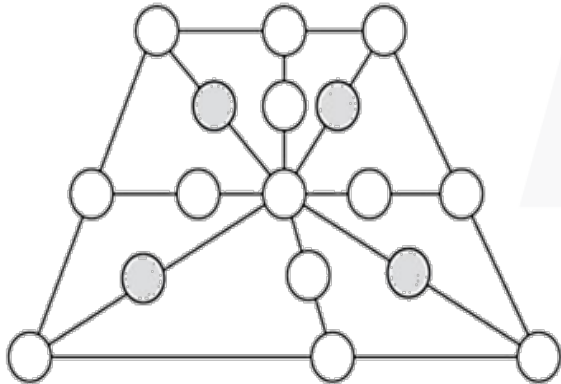


$\therefore$  Se deben mover 3 números

### Problema 05

Manuel tiene una colección de monedas cuyos valores son 20 uk (cinco monedas), 15 uk (tres monedas), 10 uk (tres monedas) y 5 uk (seis monedas). Cada domingo tiene como pasatiempo colocar las monedas en el tablero que muestra el gráfico, de forma que los números ubicados en cada hilera de tres casillas conectadas sumen lo mismo. Cierta domingo decide empezar colocando una moneda de 5 uk en uno de los casilleros sombreados. ¿Cuánto sumarán, como mínimo, los valores de los otros tres casilleros sombreados? Considere que en cada casillero circular solo se ubica una moneda.

- A) 30 uk
- B) 35 uk
- C) 40 uk
- D) 50 uk
- E) 55 uk

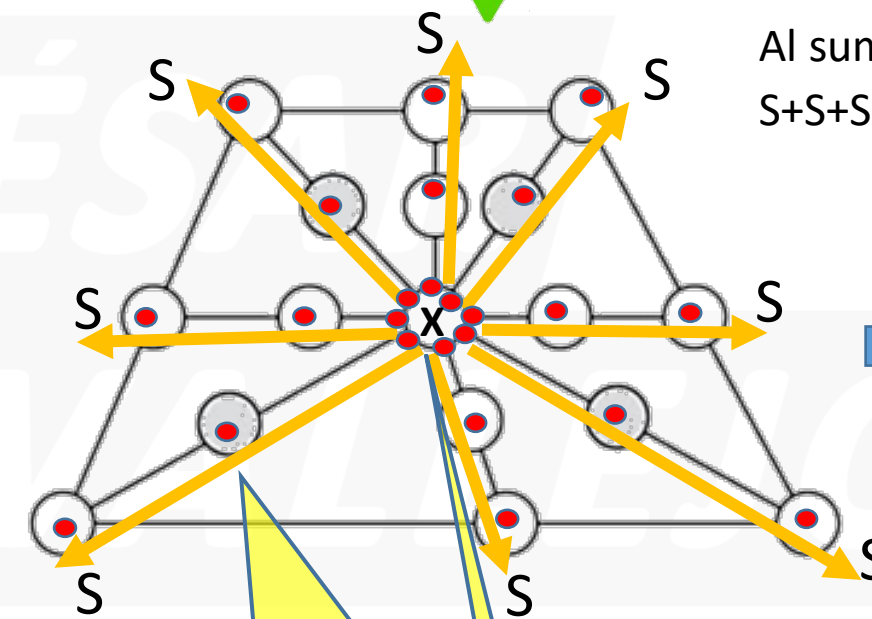


### Resolución:

Nos piden: la suma mínima de los valores de los otros tres casilleros sombreados

**CONDICIÓN:** la suma en cada hilera de tres casillas es la misma.

A distribuir: 20 uk (cinco), 15 uk (tres), 10 uk (tres) y 5 uk (seis) → SUMA TOTAL = 205



Al sumar resulta

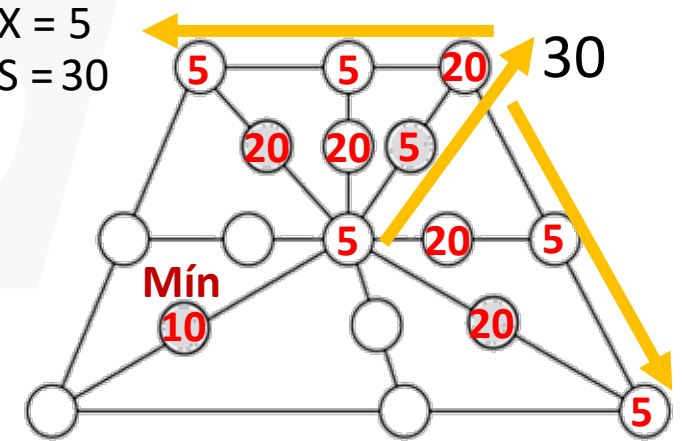
$$S+S+S+S+S+S+S+S = \left( \text{Suma de todos} \right) + \text{repetidos}$$

$$8S = 205 + 7X$$

A elegir de: 20 uk, 15 uk, 10 uk, 5 uk

$$X = 5$$

$$S = 30$$



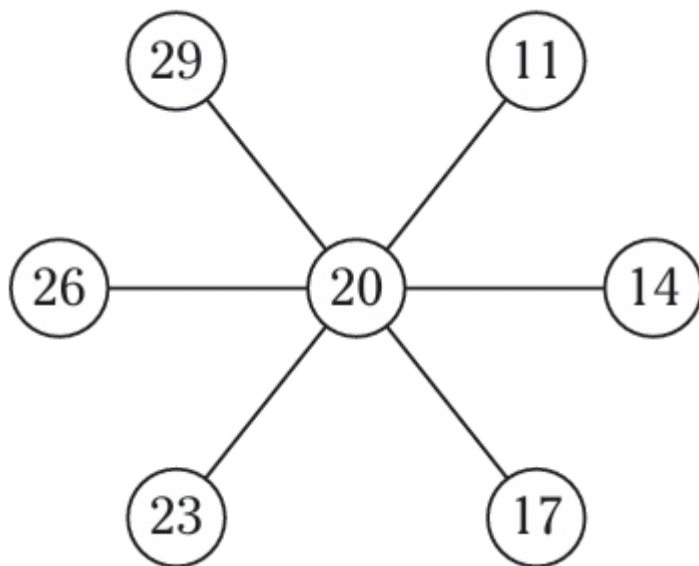
Si partimos del centro entonces cada número se toma 1 vez

Excepto el central que se toma 7 veces más

La mínima suma de las otras tres sombreadas es 10+20+20 = 50

**Problema 07**

¿Cuál es la menor cantidad de números que debemos cambiar de posición en el gráfico para que la suma de los números ubicados en los círculos unidos por una línea recta sean iguales y, además, la máxima posible?



- A) 2   D) 5   B) 3   **C) 4**   E) 6

**Resolución:**

Piden: la menor cantidad de números a cambiar de posición.

**Números a distribuir:**

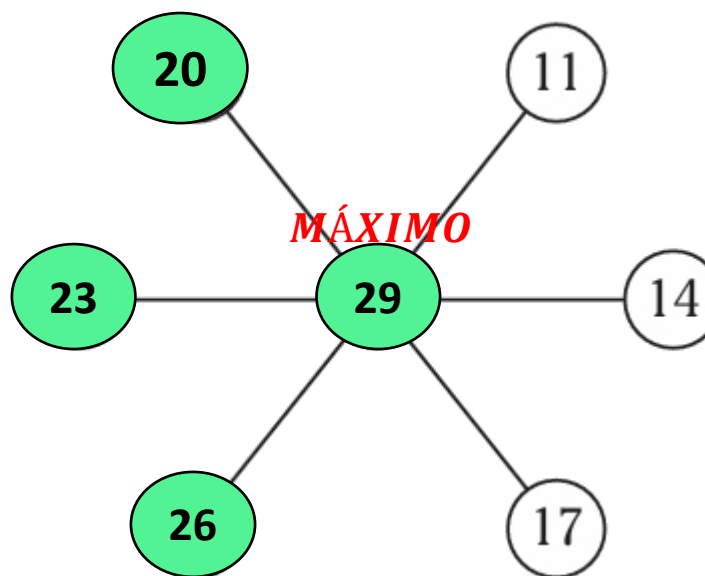
**Ordenamos los números de menor a mayor**

11 ; 14 ; 17 ; 20 ; 23 ; 26 ; **29**

suman 37

suman 37

suman 37

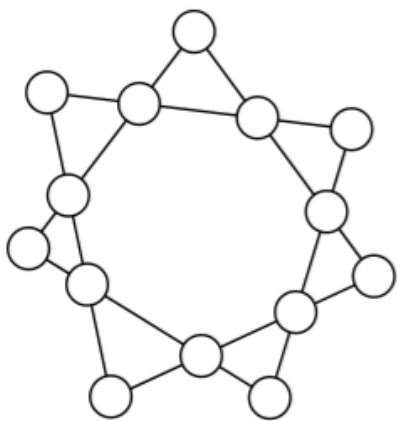


**MÁXIMO**

• La cantidad de números a cambiar como mínimo es: **4**

### Problema 09

Distribuya los primeros 14 números naturales, uno por cada casilla circular, de manera que la suma de los números ubicados en las casillas unidas por una misma línea recta dé un mismo resultado. Halle dicho resultado.



- A) 28   ~~B) 30~~   C) 31   D) 32   E) 26

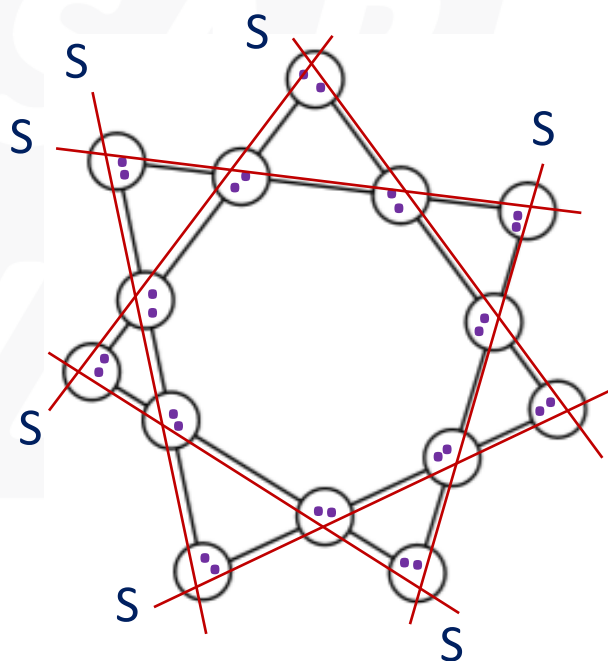
### Resolución:

Nos piden: El valor de la suma constante.

De la información debemos distribuir los números:

1   2   3   4   5   6   7   8   9   10   11   12   13   14

$$Suma = \frac{14 \times 15}{2} = 105$$



*Se observa que cada valor distribuido es sumado dos veces.*

$$S + S + S + S + S + S + S = 2 \overbrace{(1 + 2 + 3 + \dots + 14)}^{105}$$

$$7S = 2 \times 105$$

$$S = 30$$

∴ El valor de la suma constante es 30

**Problema 11**

En las casillas del tablero de  $5 \times 5$  que se muestra en la figura, se deben escribir números enteros positivos, de tal manera que los números escritos en las casillas vecinas, en horizontal o vertical, difieran en 1. Si los números 5 y 7 ya se han escrito, ¿cuál es el menor número que se puede escribir en la esquina inferior derecha del tablero?

5				
		7		

- A) 4    B) 2    C) 5    D) 1    ~~E) 3~~

**Resolución:**

Nos piden el menor número que se puede escribir en la esquina inferior derecha del tablero.

**Condición**

los números escritos en las casillas vecinas, en horizontal o vertical, difieran en 1.

5	6	5	6	5
6	5	6	5	6
5	6	7	6	5
6	5	6	5	4
6	5	5	4	3

A partir de la casilla central (7) escribimos los menores números posibles que cumplan la condición, hasta llegar a la casilla inferior derecha.

Luego completamos las demás casillas

- ∴ El menor número que se puede escribir en la esquina inferior derecha es 3

**Problema 14**

Complete la cuadrícula de  $3 \times 3$  mostrada, escribiendo en cada casilla uno de los siguientes números: 1; 3; 5; 7; 9; 11; 15, sin repetirlos, de modo que la suma de los tres números escritos en la misma fila, columna o diagonal sea la misma. Halle la suma de los números que deben ser escritos en las casillas sombreadas.

	17	
13		

A) 4

~~B) 6~~

C) 8

D) 10

E) 12

**Resolución:**

Nos piden: la suma de los números de las casillas sombreadas

**Números a distribuir:** 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17

	17	
13	9	b
	a	



$$a + 17 = 2(9)$$

$$b + 13 = 2(9)$$

$$a + b = 6$$

•• La suma de casillas sombreadas es 6

**Problema 15**

Se distribuyen 9 tarjetas sobre una mesa, como se muestra en el gráfico. ¿Cuántas tarjetas se deben mover, como mínimo, para que la suma de los números de las tarjetas en cada fila, columna y diagonal sea la misma?

Considere que las tarjetas sombreadas no deben moverse.

A) 2

B) 3

C) 4

D) 5

E) 6

12	6	9
6	9	6
9	12	12

**Resolución:**

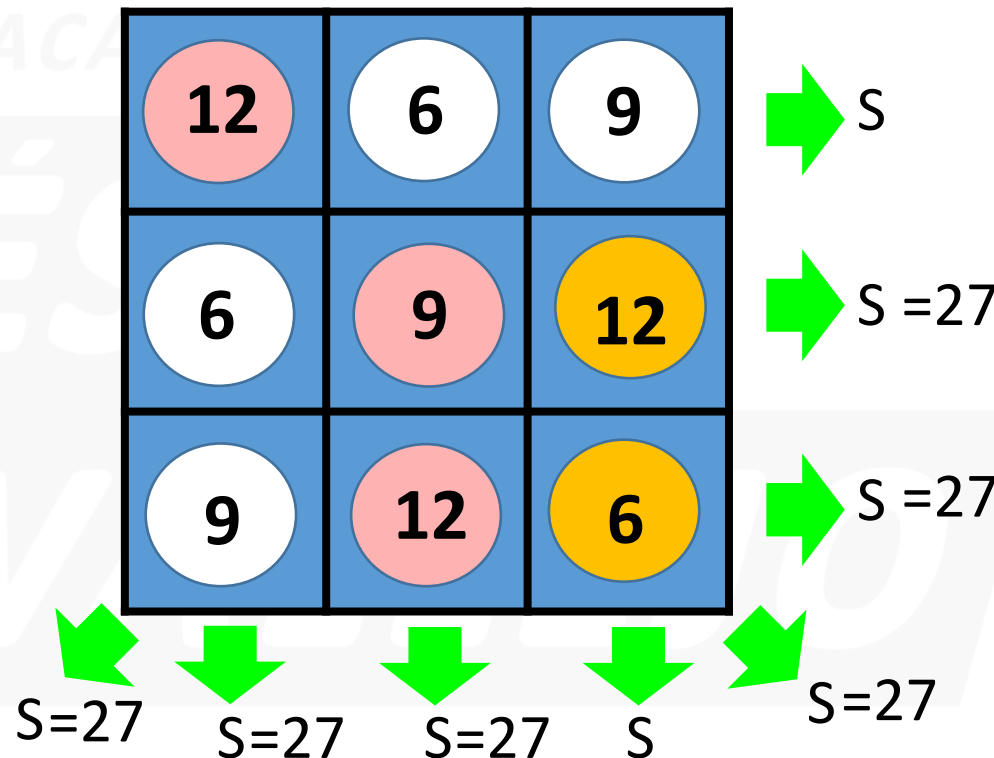
Nos piden: el menor número de tarjetas que se debe mover.

**CONDICIÓN:** al sumar en fila horizontal, vertical o diagonal dé un mismo resultado.

**Cuadrado mágico**

**Propiedad**

Suma constante =  $3 (9) = 27$



Se deben mover 2 tarjetas



**Problema 18**

Complete el recuadro mostrado utilizando solo números pares, de modo que se cumplan las siguientes condiciones:

- La suma de los números ubicados en cada fila, columna y diagonal será la misma e igual a un cuadrado perfecto de dos cifras.
- El número ubicado en la esquina superior izquierda es el producto de las cifras de la constante mágica.

	22	

Dé como respuesta el número situado en la casilla sombreada.

- A) 8                      B) 10                      C) 14  
D) 50                      E) 26

**Resolución:**

Nos piden el número situado en la casilla sombreada.

Del enunciado:

Números a ubicar: ...; 22; ... (números pares)

3 x 6

(18)		
		x
	22	

Múltiplo de 2  
y múltiplo de 3

$$\text{Constante mágica} = (K)^2 = \overline{mn} = 36$$

**Propiedad**

a		
		c
	b	

$$b + c = 2(a)$$

$$22 + x = 2(18)$$

$$x = 14$$

∴ el número situado en la casilla sombreada es 14

**Propiedad:**

	y	

$$\text{Cte. mágica} = 3(y)$$

**Problema 19**

Un cuadrado mágico aditivo es tal que la suma de los números escritos en cada fila, columna y diagonal es la misma. Las casillas del cuadrado mágico mostrado se completan con números enteros positivos y la suma mágica es 63. Si  $a$ ;  $b$  y  $c$  son números impares múltiplos de 7, halle el mayor valor que toma  $a + n + x$ .

15	$a$	
	$b$	$n$
	$c$	$x$

- ~~A) 85~~   B) 57   C) 65   D) 78   E) 83

**Resolución:**

Piden: el mayor valor que toma  $a + n + x$ .

Sabemos que: Constante mágica =  $3(\text{término central})$

$$63 = 3(21) \longrightarrow b = 21$$

15	$a$	
	21	$n$
	$c$	$x$

**Propiedad**

$$a + c = 2(21)$$

$$a + c = 42$$

↓   ↓  
máx mín  
35   7

**Propiedad**

$$c + n = 2(15)$$

$$c + n = 30$$

↓   ↓  
mín máx  
7   23

**Propiedad**

$$15 + x = 2(21)$$

$$x = 27$$

$$\therefore \text{El mayor valor de: } a + n + x = 35 + 23 + 27 = 85.$$

↓   ↓   ↓  
máx máx 27

### Problema 21

En la siguiente figura se ha distribuido números formando un cuadrado mágico. Es decir, la suma de los números ubicados en cada fila, cada columna y cada diagonal es la misma. Halle el valor de  $x + y$ .

- A) 6
- B) 10
- C) 5
- D) 12
- E) 8

$2x+2$	$x$	$z+1$
$z-2$	$x+2$	$5x-6$
$y-1$	$2z+1$	$x-1$

#### RECORDAR:

$a$		
	$x$	
		$b$

$$a + b = 2x$$

	$a$	
	$x$	
$c$		$d$

$$a + b = c + d$$

### Resolución:

Nos piden el valor de  $x + y$ .

**CONDICIÓN:** Se tenga un cuadrado mágico aditivo.

$2x+2$	$x$	$z+1$
$z-2$	$x+2$	$5x-6$
$y-1$	$2z+1$	$x-1$

$$\checkmark 2x + 2 + x - 1 = 2(x + 2)$$

$$x = 3$$

8	3	$z + 1$
$z - 2$	5	9
$y - 1$	$2z + 1$	2

$$y - 1 + 2 = 3 + 5$$

$$y = 7$$

$\therefore$  El valor de  $(x + y) = \underline{\underline{10}}$