academiacesarvallejo.edu.pe

Ciclo INTENSIVO UNI

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

academiacesarvallejo.edu.pe

Ciclo
INTENSIVO
UNI

ÁLGEBRA

Gráfica de relaciones

Semana 07

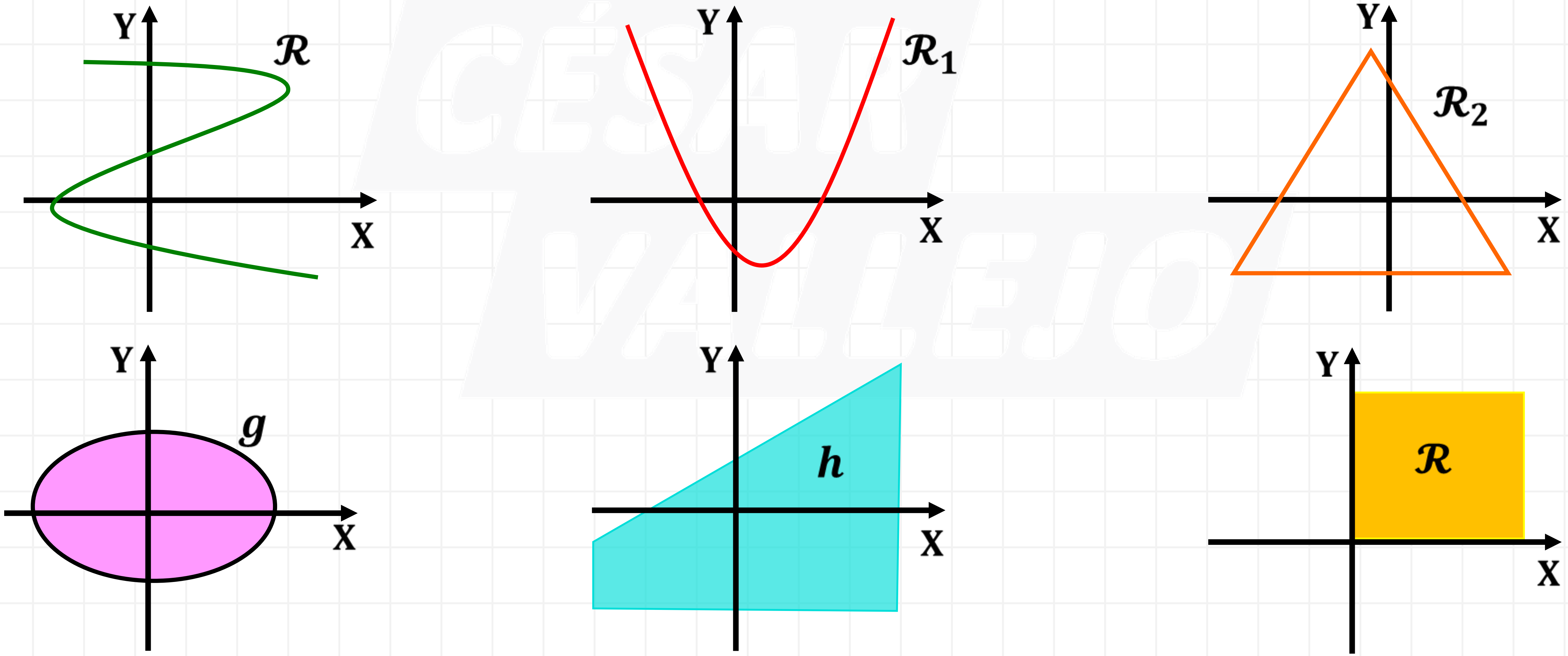
Docente : César Velásquez M

GRÁFICA DE RELACIONES

RELACIÓN

Una relación $\mathcal{R}$ de $\mathbb{R}$ en $\mathbb{R}$ es un subconjunto de $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$. Es decir $\boxed{\mathcal{R} \subset \mathbb{R} \times \mathbb{R}}$

Ejemplos



RELACIONES DEFINIDAS POR ECUACIONES

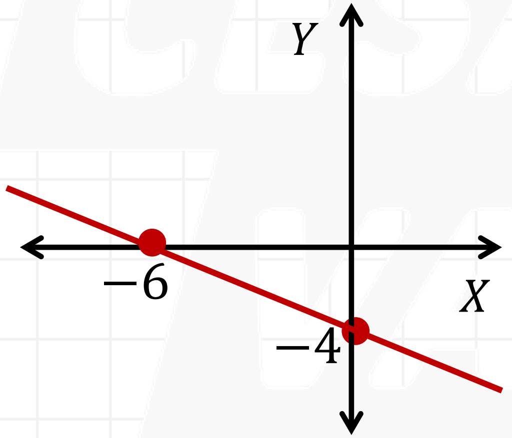
1.- RECTAS

$$ax + by + c = 0$$

Ejemplos

- Grafique $2x + 3y + 12 = 0$

x	y
0	-4
-6	0



EJERCICIO

Grafique $xy - 2x - 3y + 6 = 0$.

Resolución

2.- CIRCUNFERENCIA, ELIPSE E HIPÉRBOLA

$$\boldsymbol{ax^2 + by^2 + cx + dy + e = 0} \qquad \mathbf{ab \neq 0}$$

Si la relación está bien definida, esta genera:

- Una circunferencia si: $a = b$
- Una elipse si: $a \neq b \ \wedge \ ab > 0$
- Una hipérbola si: $ab < 0$

Recodar

- La ecuación de la circunferencia:

$$\boldsymbol{(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2}$$

Centro: $(h; k)$ Radio: $r > 0$

- La ecuación de la elipse:

$$\boldsymbol{\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1}$$

Ejercicio

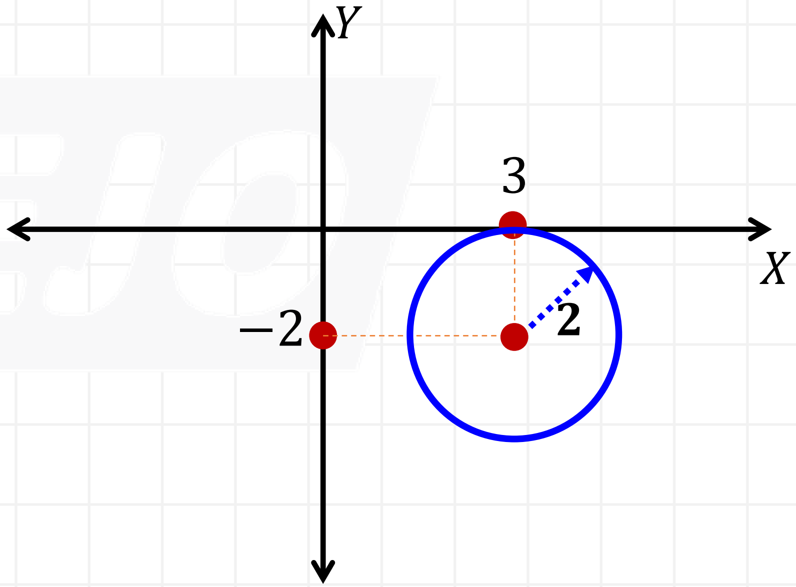
Grafique $x^2 + y^2 - 6x + 4y + 9 = 0$

Resolución

$$\underline{x^2 - 6x + 9} + \underline{y^2 + 4y + 4} = 0 + 4$$

$$\boldsymbol{(x-3)^2 + (y+2)^2 = 2^2}$$

Centro: $(3; -2)$ Radio: $r = 2$

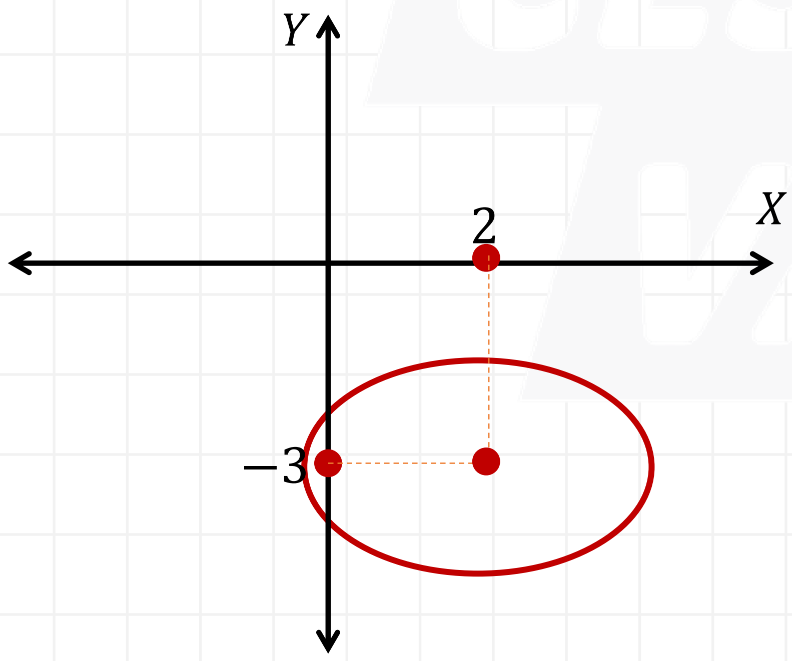


- Grafique $4x^2 + 9y^2 - 16x + 54y + 61 = 0$

Resolución

$$4(x^2 - 4x + \mathbf{4}) + 9(y^2 + 6y + \mathbf{9}) = \mathbf{36} \quad \div 36$$

$$\frac{(x-2)^2}{3^2} + \frac{(y+3)^2}{2^2} = \mathbf{1} \qquad C = (\mathbf{2}; -\mathbf{3})$$



3.- ROMBO

$$\boxed{|x - h| + |y - k| = l}$$

Centro : $(h; k)$

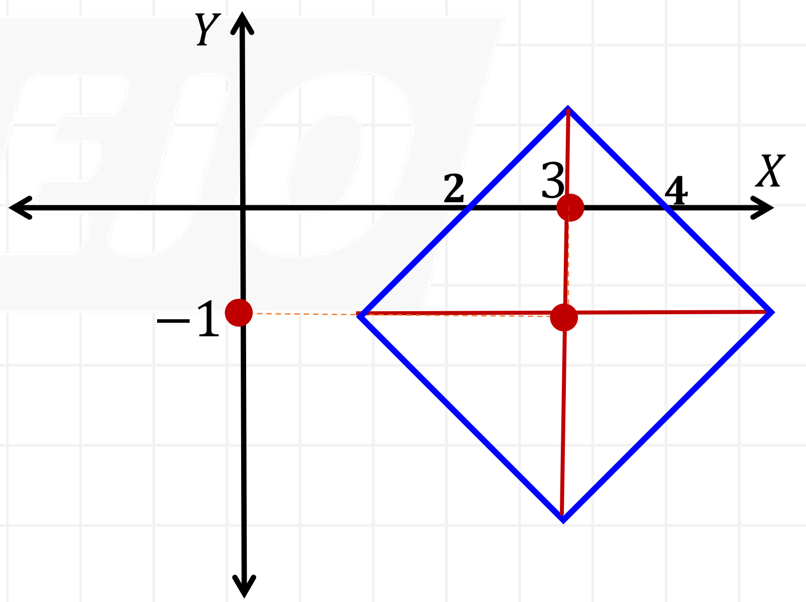
Diagonal : $2l$

Ejercicios

- Grafique $|x - 3| + |y + 1| = 2$

Resolución

$C = (\mathbf{3}; -\mathbf{1})$ Diagonal: $2l = 4$



RELACIONES DEFINIDAS POR INECUACIONES

Para graficar: $R(x;y) \gtreqless 0$

1. Grafique la frontera de la región, mediante:

$$R(x;y) = 0$$

2. Evalué un punto de una de las regiones en la desigualdad, **si esta se "verifica", la región que contiene el punto representa la relación**, en caso contrario la región al otro lado de la frontera es la gráfica buscada. Además:

- La frontera es parte de la gráfica si la desigualdad está dada por $\geq$ o $\leq$.
- La frontera no es parte de la gráfica si la desigualdad está dada por $>$ o $<$.

Ejercicios

Grafique $|x-2| + y - 1 \leq 0$

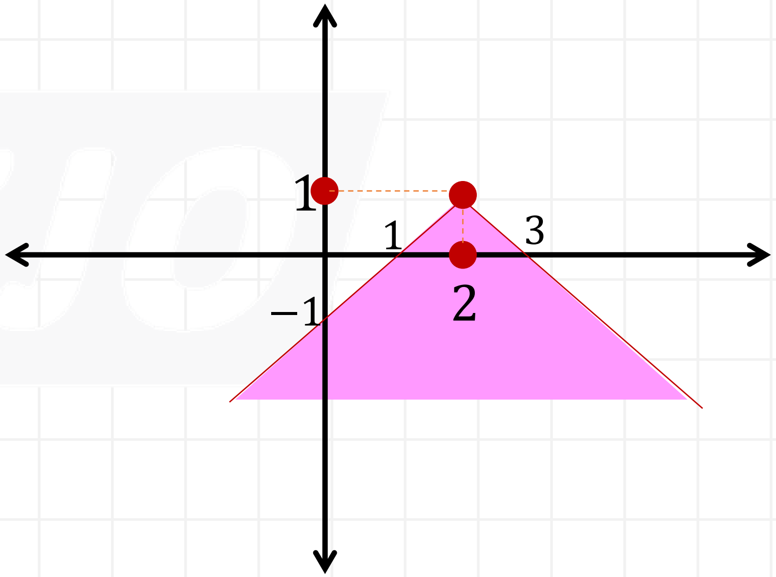
Resolución

$$y \leq -|x-2|+1$$

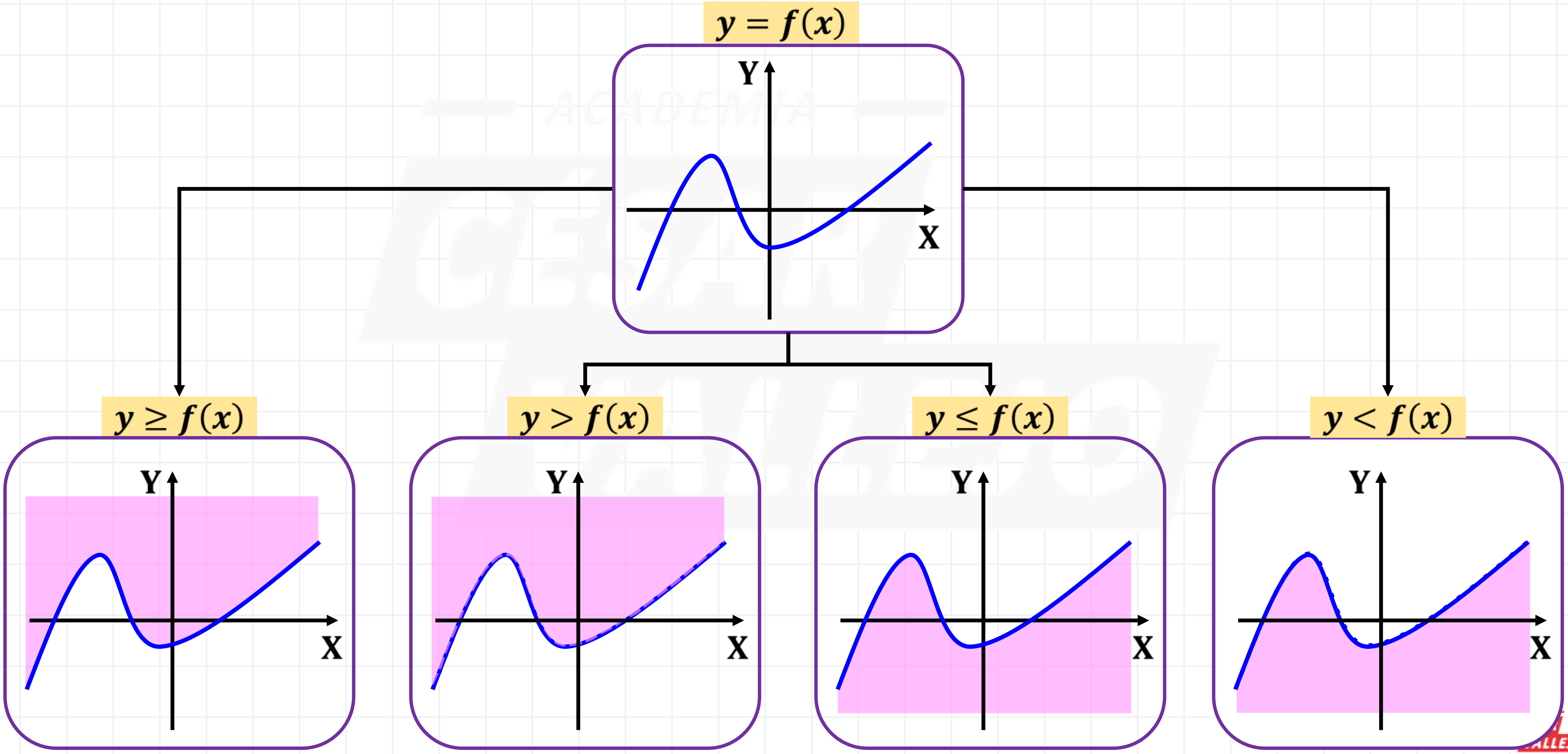
- Graficamos $y = -|x-2|+1$ Vértice $(2;1)$

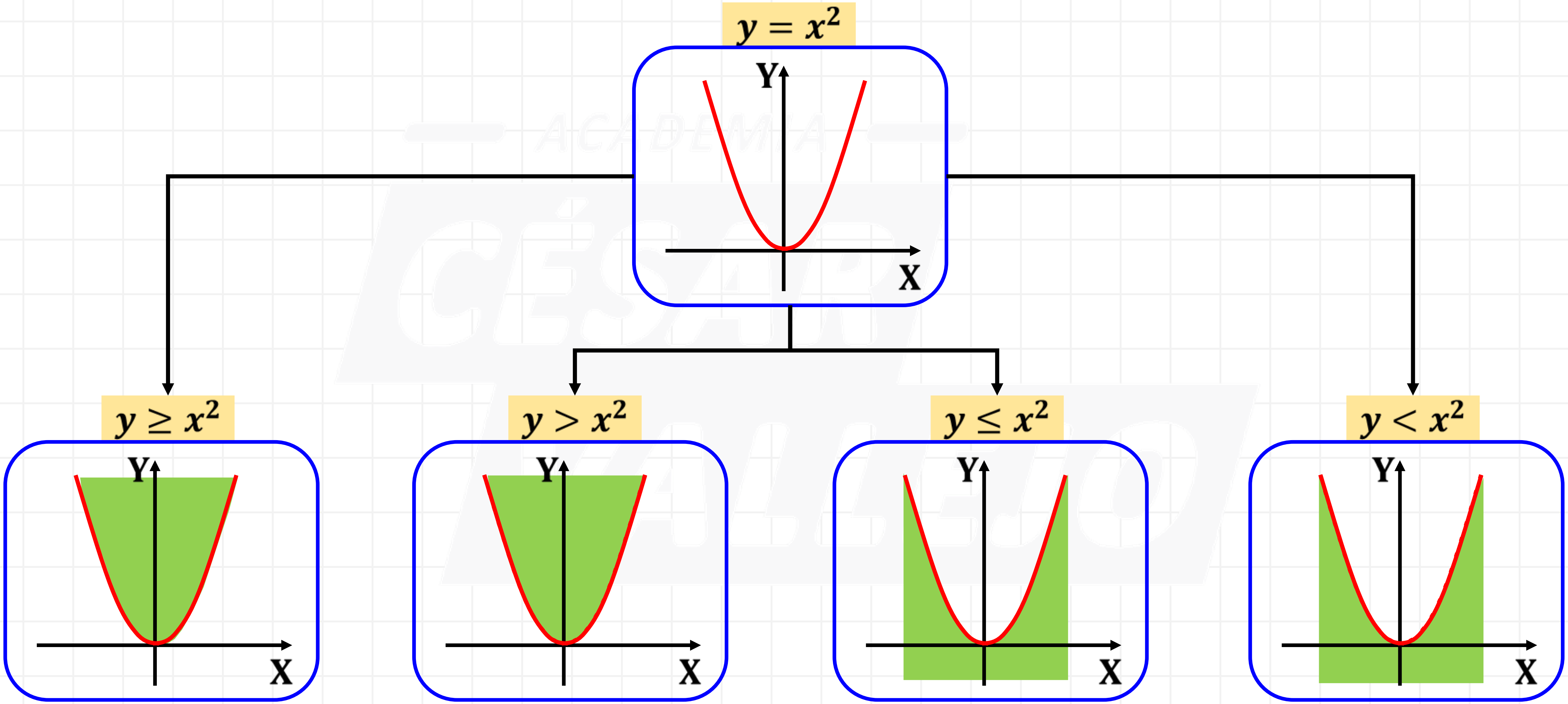
$a < 0$

- ¿Que región sombreamos?

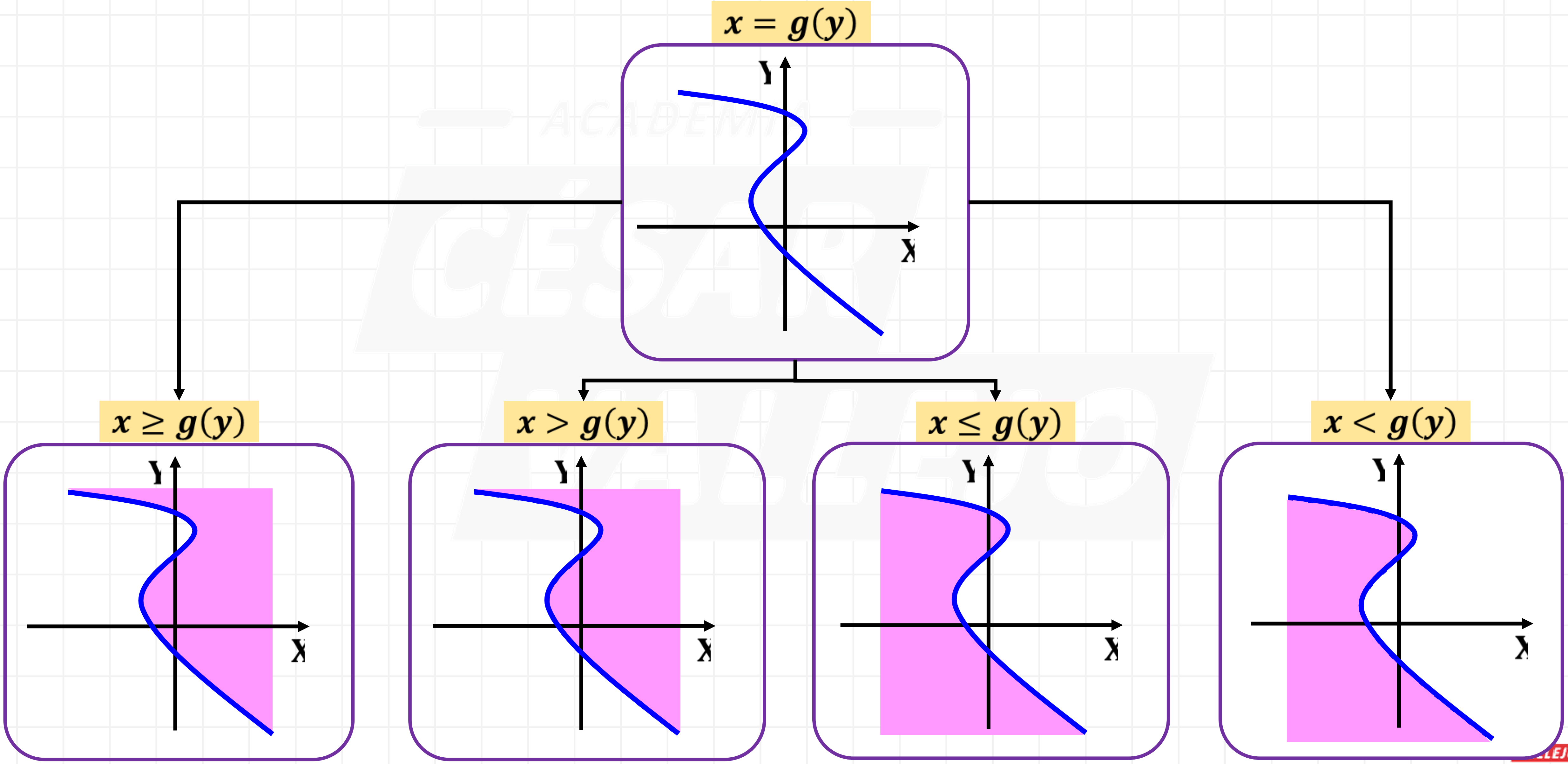


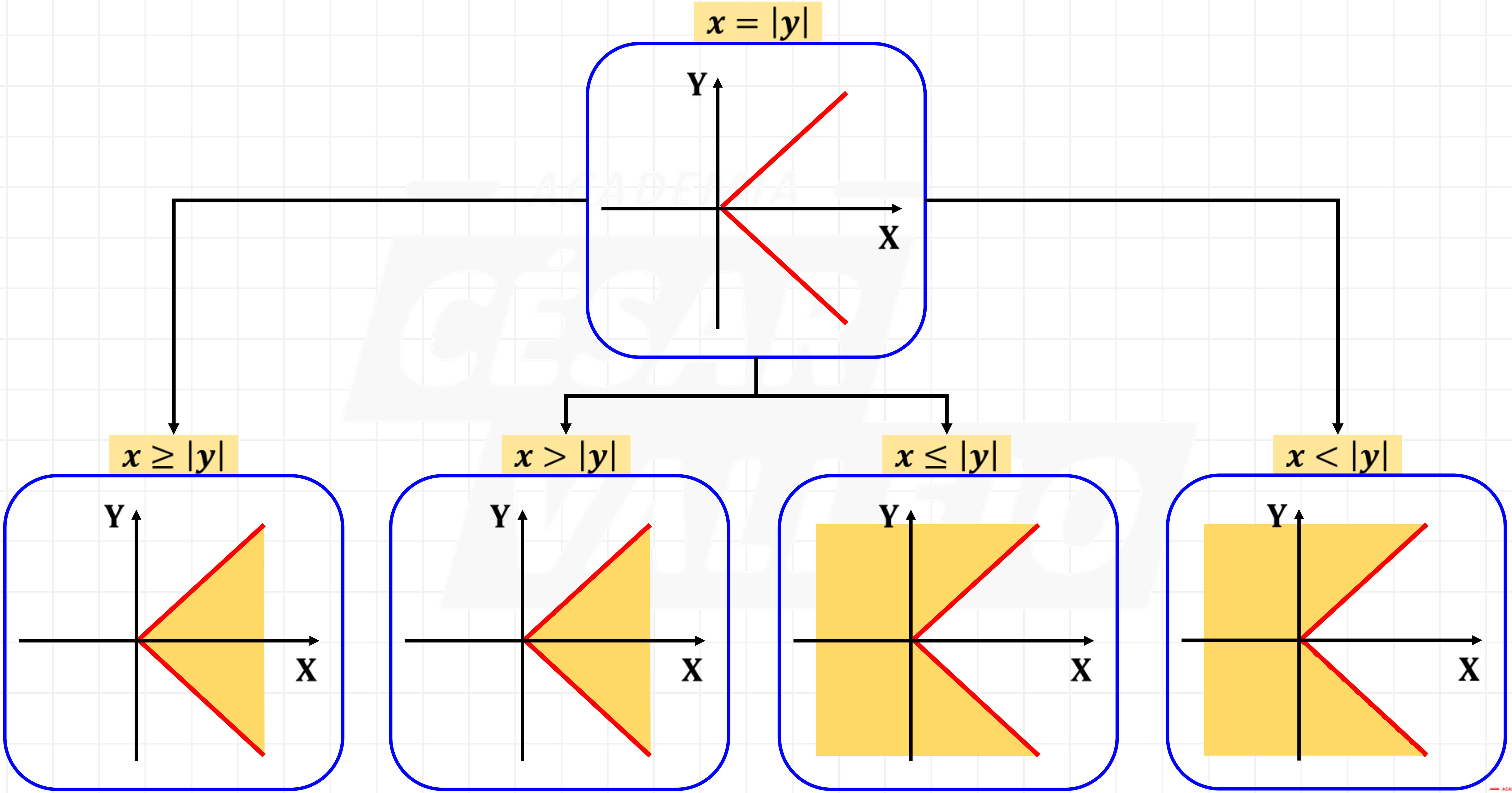
CASO I : $\mathcal{R} = \{(x; y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \ / y \gtrless f(x)\}$




$y = x^2$
Y
X
$y \geq x^2$
$y > x^2$
$y \leq x^2$
$y < x^2$

CASO II : $\mathcal{R} = \{(x;y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \;/ x \gtreqless g(y)\}$



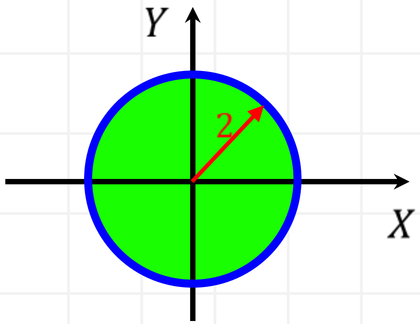

$x = |y|$
Y
X
$x \geq |y|$
$x > |y|$
$x \leq |y|$
$x < |y|$

CASO III: Relaciones de la forma

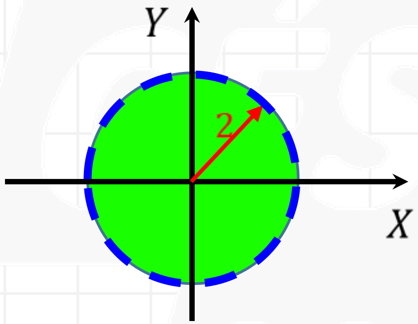
$$\mathcal{R} = \{(\boldsymbol{x};\boldsymbol{y}) \in \mathbb{R}\times\mathbb{R} \ / \ \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}) \lesseqgtr \boldsymbol{k}\}$$

Ejemplos:

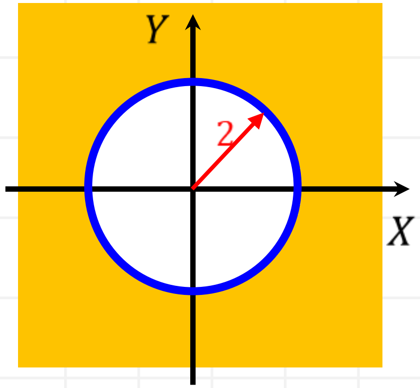
$x^2 + y^2 \leq 4$



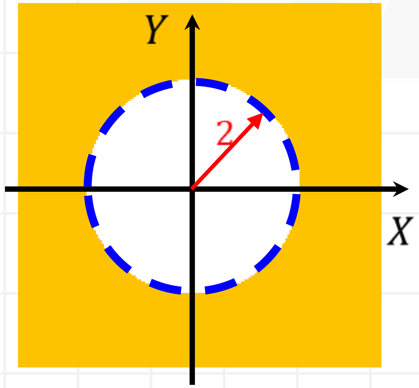
$x^2 + y^2 < 4$



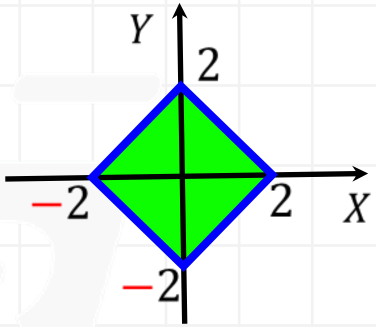
$x^2 + y^2 \geq 4$



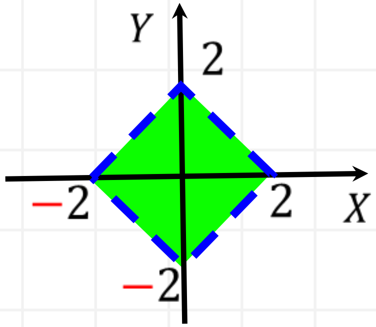
$x^2 + y^2 > 4$



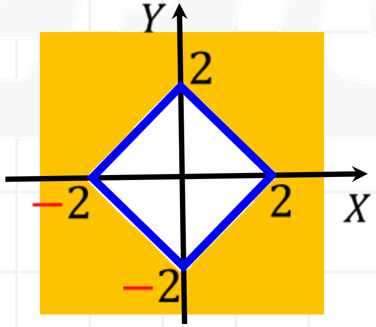
$|x| + |y| \leq 2$



$|x| + |y| < 2$



$|x| + |y| \geq 2$



$|x| + |y| > 2$

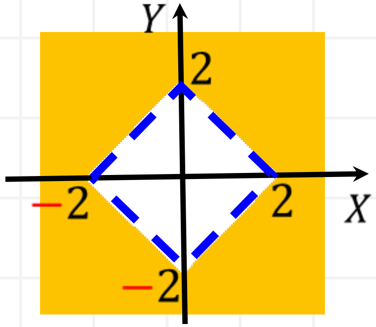


GRÁFICO EN EL CAMPO DE LOS COMPLEJOS

Ejercicios

Determine la gráfica de todos los $z \in \mathbb{C}$ tal que cumpla la siguiente igualdad:

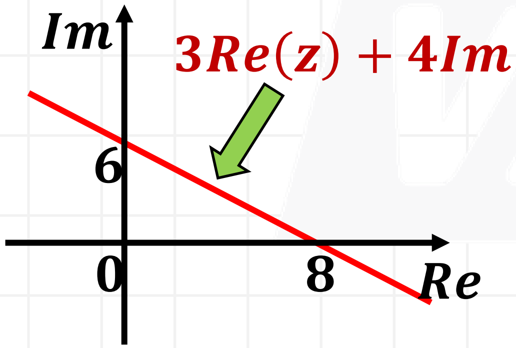
$$\boldsymbol{3Re(z) + 4Im(z) = 24}$$

Resolución

Sea $z = x + yi$, reemplacemos en la igualdad

$3\boldsymbol{x} + 4\boldsymbol{y} = 24$

x	y
0	6
8	0



- Grafique $|z-2-3i| = 4$

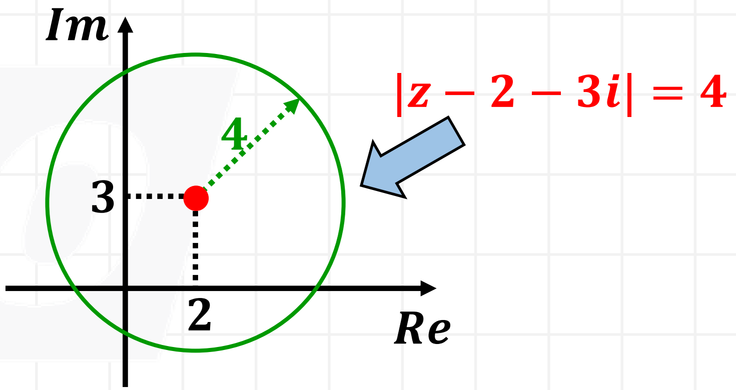
Resolución

Sea $z = x + yi$, y reemplacemos en la igualdad

$|x + yi - 2 - 3i| = 4 \;\rightarrow\; |(x-2) + (y-3)i| = 4$

$\rightarrow \sqrt{(x-2)^2 + (y-3)^2} = 4 \qquad \ldots(\;)^2$

$\rightarrow (x-2)^2 + (y-3)^2 = 4^2 \qquad \begin{cases} \text{Centro: } (\mathbf{2};\mathbf{3}) \\ \text{Radio: } \mathbf{4} \end{cases}$



Observación

La ecuación $|z - h - ki| = r$ genera una circunferencia de centro $(h;k)$ y de radio r.

Observación

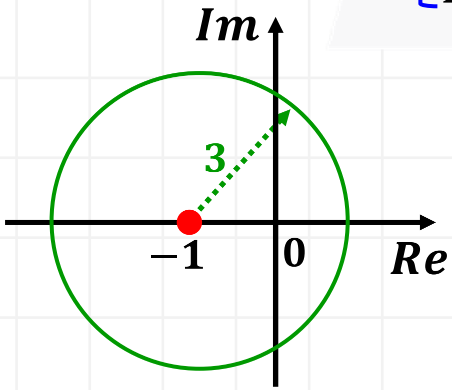
La ecuación $|z-h-ki|=r$ **genera una circunferencia de centro** $(h;k)$ **y de radio** r.

Ejercicios

- Grafique $|z+1|<3$

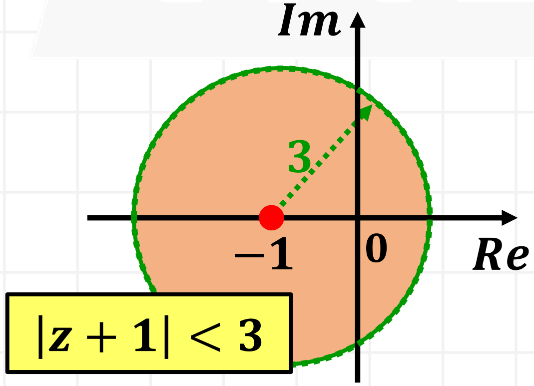
Resolución Graficamos $|z+1|=3$

$$|z+1+0i|=3 \quad \begin{cases} \text{Centro}: (-1;0) \\ \text{Radio}: 3 \end{cases}$$



Graficamos

$|z+1+0i|<3$



- Grafique

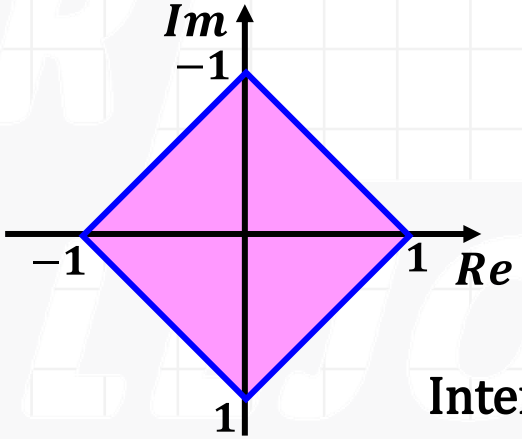
$A=\{z\in\mathbb{C} \,/\, |Re(z)|+|Im(z)|\leq 1 \;\wedge\; 0\leq Arg(z)\leq \pi/2\}$

Resolución

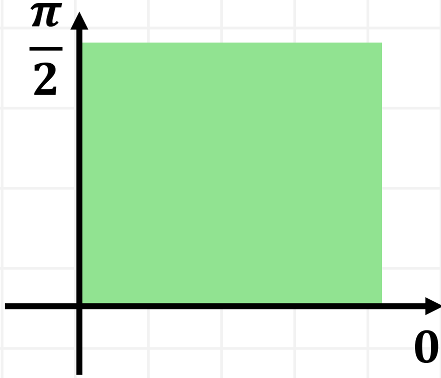
Sea $z=x+yi$,

en $|Re(z)|+|Im(z)|\leq 1$

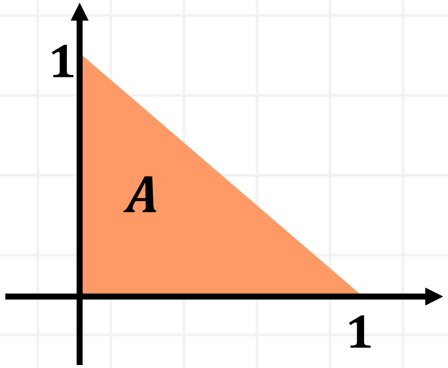
$\Rightarrow \quad |x|+|y|\leq 1$



$0\leq Arg(z)\leq \dfrac{\pi}{2}$



Intersectando las gráficas anteriores



ACADEMIA
CÉSAR
VALLEJO

ACADEMIA
CÉSAR VALLEJO

GRACIAS

SÍGUENOS:

academiacesarvallejo.edu.pe