academiacesarvallejo.edu.pe

Ciclo
INTENSIVO
UNI

ACADEMIA
CÉSAR
VALLEJO

ACADEMIA
CÉSAR
VALLEJO

RAZ. MATEMÁTICO

Tema: LÓGICA PROPOSICIONAL

RESOLUCIÓN DE LA PRÁCTICA DIRIGIDA

Problema 1

Halle la matriz principal de

$\sim\{(p \wedge q) \rightarrow \sim[(\sim q \rightarrow \sim q) \rightarrow (q \rightarrow p)]\}$

A) VFFF
B) FFVV
C) FFFV
D) FVVF
E) FVFV

Resolución:

Nos piden: La matriz principal.

Elaborando la tabla de verdad, tenemos lo siguiente:

p	q	~{	(p ∧ q)	→	~	[(~q	→	~q)	→	(q	→	p)] }
V	V	V	V	F	F	F	V	F	V	V	V	V
V	F	F	F	V	F	V	V	V	V	F	V	V
F	V	F	F	V	V	F	V	F	F	V	F	F
F	F	F	F	V	F	V	V	V	V	F	V	F

∴ La matriz principal es VFFF

Problema 2

Simplifique la siguiente expresión:
$(q \rightarrow p) \leftrightarrow \sim(p \,\Delta\, q)$

A) $\sim q$
B) $q \wedge p$
C) $p \vee q$
D) $\sim p$
E) $p \rightarrow q$

Resolución:

Nos piden simplificar la expresión.

Como la expresión tiene símbolos ↔ y Δ se complicaría al aplicar propiedades.

Para simplificar la proposición hallamos su matriz principal

p	q	(q	→	p)	↔	~ (	p	Δ	q)
V	V	V	V	V	**V**	V	V	**F**	V
V	F	F	V	V	**F**	F	V	**V**	F
F	V	V	F	F	**V**	F	F	**V**	V
F	F	F	V	F	**V**	V	F	**F**	F

Finalmente observamos que alternativa tiene la misma matriz principal

p	q	$p \vee q$	$p \rightarrow q$	$p \wedge q$	$q \rightarrow p$	p
V	V	V	**V**	V	V	V
V	F	V	**F**	F	V	V
F	V	V	**V**	F	F	F
F	F	F	**V**	F	V	F

∴ La proposición luego de simplificar es $p \rightarrow q$

Problema 3

Determine la matriz principal de

$$(p \rightarrow q) \rightarrow [(p \vee \sim q) \rightarrow (p \wedge q)]$$

A) VVVV
B) VVVF
[✓ C) VFVF]
D) FVFV
E) VFFF

Resolución:

Nos piden: La matriz principal

p	q	(p	$\rightarrow$	$\sim q)$	$\rightarrow$	$[(p$	$\vee$	$\sim q)$	$\rightarrow$	(p	$\wedge$	$q)]$
V	V	V	F	F	V	V	V	F	V	V	V	V
V	F	V	V	V	F	V	V	V	F	V	F	F
F	V	F	V	F	V	F	F	F	V	F	F	V
F	F	F	V	V	F	F	V	V	F	F	F	F

∴ La matriz principal es: VFVF

Problema 4

Se define la proposición

$p \# q \equiv \sim p \lor q$

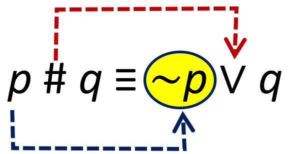
Halle cuantas V y F tiene la matriz principal de

$(p \# \sim q) \to (\sim p \# q)$.

- A) 3 V y 1 F
- B) 2 V y 2 F
- C) 4V
- D) 4 V
- E) 1 V y 3 F

Resolución:

De la definición, notamos que:



$p \# q \equiv \sim p \lor q$

Reemplazamos en lo pedido

$$(\underbrace{p \# q}_{\sim p \lor q}) \to (\underbrace{\sim p \# q}_{(p \lor q)})$$

p	q	$(\sim p$	$\lor$	$q)$	$\to$	$(p$	$\lor$	$q)$
V	V	F	**V**	V	V	V	**V**	V
V	F	F	**F**	F	V	V	**V**	F
F	V	V	**V**	V	V	F	**V**	V
F	F	V	**V**	F	F	F	**F**	F

∴ La matriz principal tiene: 3V y 1F

Problema 5

¿Cuáles de las siguientes proposiciones son tautologías?

I. $\sim[(p\vee\sim q)\wedge q]\rightarrow p$
II. $[(p\wedge q)\vee q]\leftrightarrow q$
III. $[\sim p\wedge(q\vee\sim r)]\leftrightarrow[(\sim p\wedge q)\vee\sim(p\vee r)]$

A) sólo I
B) sólo II
C) I y II
[✓ D) II y III]
E) I, II y III

Observación.
TAUTOLOGIA : Ocurre cuando todos los valores de la matriz principal son verdaderos.
CONTRADICCIÓN : ocurre cuando todos los valores de la matriz principal son falsos.
CONTINGENCIA: ocurre cuando los valores de la matriz principal hay por lo menos uno falso y por lo menos uno verdadero.

Resolución:

Nos piden: El valor de verdad de las siguientes proposiciones

Reduzcamos las proposiciones utilizando las leyes del álgebra proposicional

I. $\sim[(p\vee\sim q)\wedge q]\rightarrow p$

Ley de la condicional
$p\rightarrow q\equiv\sim p\vee q$

$\sim[\sim((p\vee\sim q)\wedge q)]\vee p$

Doble negación
$\sim(\sim p)\equiv p$

$[(p\vee\sim q)\wedge q]\vee p$

Ley de Absorción
$(\sim p\vee q)\wedge p\equiv p\wedge q$

$[(q\wedge p]\vee p$

Ley de Absorción
$p\vee(p\wedge q)\equiv p$

p

p puede ser V o F

Contingencia

II. $[((p\wedge q)\vee q]\leftrightarrow q$

Ley de Absorción
$(p\wedge q)\vee q\equiv q$

$q\leftrightarrow q\equiv V$

Tautología

III. $[\sim p\wedge(q\vee\sim r)]\leftrightarrow[(\sim p\wedge q)\vee\sim(p\vee r)]$

Ley de Morgan
$\sim(p\vee q)\equiv\sim p\wedge\sim q$

$[\sim p\wedge(q\vee\sim r)]\leftrightarrow[(\sim p\wedge q)\vee(\sim p\wedge\sim r)]$

Ley Distributiva
$(p\wedge q)\vee(p\wedge r)\equiv p\wedge(q\vee r)$

$$\underbrace{[\sim p\wedge(q\vee\sim r)]}_{S}\leftrightarrow\underbrace{[\sim p\wedge(q\vee\sim r)]}_{S}\equiv V$$

Tautología

Entonces:
I. **Contingencia**
II. **Tautología**
III. **Tautología**

$\therefore$ *Las tautologicas son II y III*

Problema 7

Determine en cuál de los siguientes casos la información que se da es suficiente para conocer el valor de verdad de las proposiciones compuestas.

I. $(p \vee q) \rightarrow q$ si $p \rightarrow q$ es falso

II. $(p \leftrightarrow q) \vee q$ si $p \rightarrow q$ es verdad

III. $[(p \vee r) \wedge \sim q] \rightarrow r$ si p es verdad y q es falso

IV. $[(p \vee r) \wedge \sim q] \rightarrow r$ si q es verdad

A) I, II y III

[✓ B)] I, II y IV

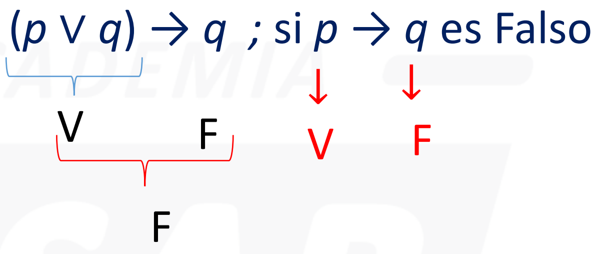
C) todas

D) Ninguna

E) solo III

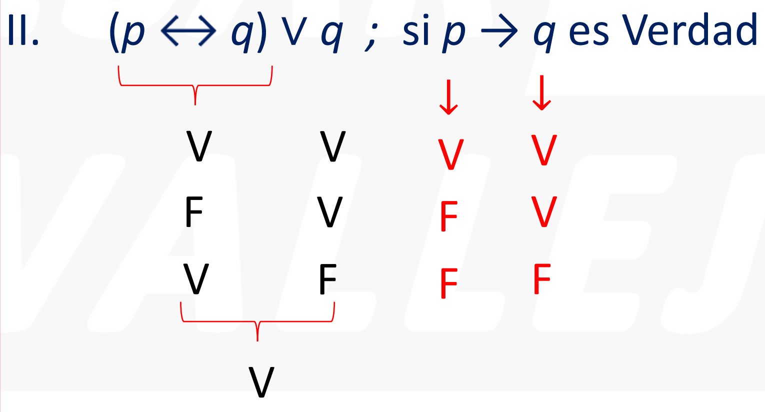
Resolución:

Nos piden: El caso donde la información que se da es suficiente para conocer el valor de verdad de las proposiciones compuestas.



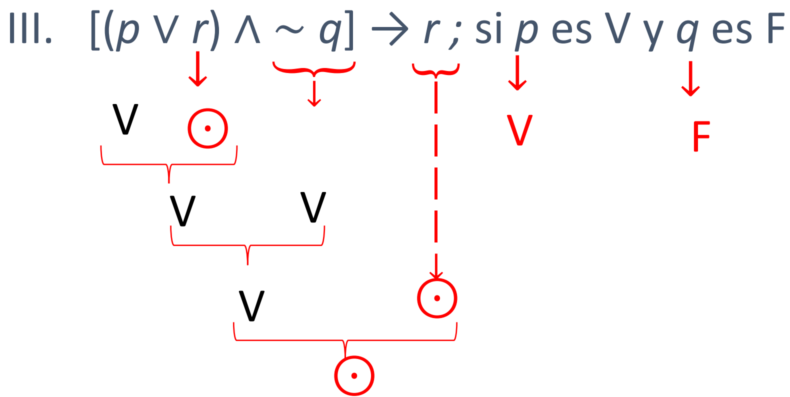
I. $(p \vee q) \rightarrow q$; si $p \rightarrow q$ es Falso

Información es suficiente



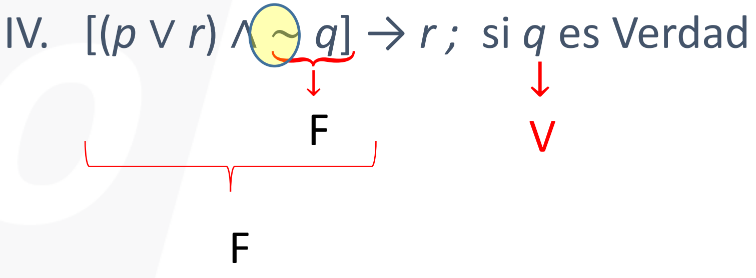
II. $(p \leftrightarrow q) \vee q$; si $p \rightarrow q$ es Verdad

Información es suficiente



III. $[(p \vee r) \wedge \sim q] \rightarrow r$; si p es V y q es F

Información es insuficiente



IV. $[(p \vee r) \wedge \sim q] \rightarrow r$; si q es Verdad

Información es suficiente

∴ Es suficiente en **I. II y IV**

Problema 8

La proposición

$[\sim (p \rightarrow \sim r)] \vee [(\sim r \wedge \sim q) \vee (r \leftrightarrow \sim p)]$

es falsa. Halle, respectivamente, los valores de verdad de p, q y r.

A) VVV

[✓ B) FVF]

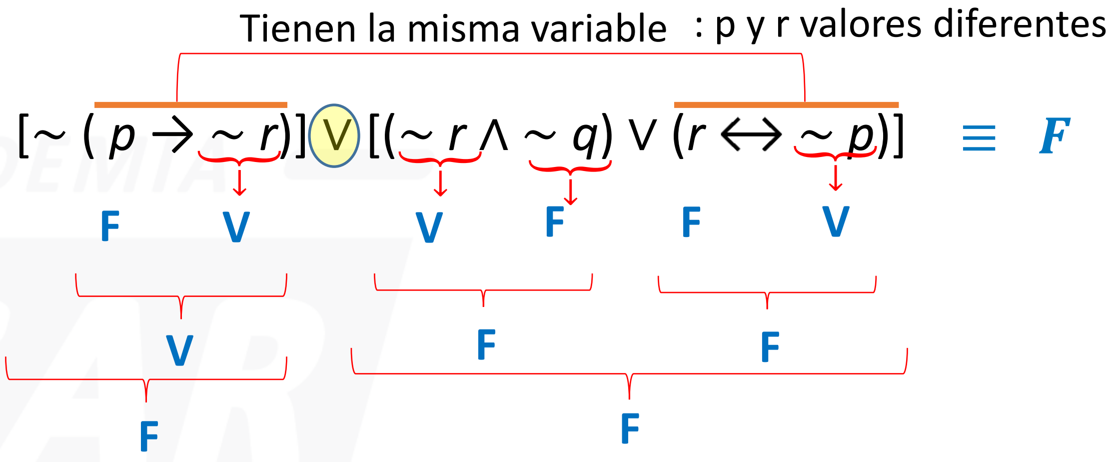
C) VFV

D) FVV

E) VVF

Resolución:

Nos piden: Los valores de verdad de p, q y r.



Tienen la misma variable : p y r valores diferentes

$$[\sim (p \rightarrow \underbrace{\sim r}_{V})] \vee [(\underbrace{\sim r}_{V} \wedge \underbrace{\sim q}_{F}) \vee (r \leftrightarrow \underbrace{\sim p}_{V})] \equiv F$$

F V V F F V

V F F

F F

Se deduce: $p \equiv F$ $q \equiv V$ $r \equiv F$

∴ Los valores de verdad de p, q y r son **FVF**

Problema 9

Sabiendo que el valor de verdad de la proposición compuesta

$$[(r\to\sim s)\to r]\to[(s\leftrightarrow r)\,\Delta\sim r]$$

es falso. Simplifique la siguiente expresión

$$[(r\leftrightarrow u)\wedge(t\,\Delta\, s)]\to t$$

A) $\sim q$

B) q

C) p

D) V

E) F

Resolución:

Nos piden: simplificar la expresión.

Dato: $\underbrace{[(r\to\sim s)\to r]}_{V}\to\underbrace{[(s\leftrightarrow r)\,\Delta\sim r]}_{F}\equiv$ **falso**

$[(s\leftrightarrow r)\,\Delta\sim r]\equiv \textbf{F} \Rightarrow (s\leftrightarrow r)\equiv\sim r$

- $s\equiv r \Rightarrow \sim r\equiv V \Rightarrow \boxed{s\equiv r\equiv F}$
- $s\not\equiv r \Rightarrow \sim r\equiv F \Rightarrow \boxed{r\equiv V,\ s\equiv F}$

$[(r\to\sim s)\to r]\equiv \textbf{V}$

- Si $\boxed{s\equiv r\equiv \textbf{F}} \Rightarrow [(F\to\sim F)\to F]\equiv \textbf{F}$ ✗
- Si $\boxed{r\equiv \textbf{V},\ s\equiv \textbf{F}} \Rightarrow [(V\to\sim F)\to V]\equiv \textbf{V}$ ✓

Luego, en lo pedido:

$$[(r\leftrightarrow u)\wedge(t\,\Delta\, s)]\to t\equiv[(\underbrace{V\leftrightarrow u}_{})\wedge(\underbrace{t\,\Delta\, F}_{})]\to t$$

$$\equiv[\ u\ \wedge\ t\ ]\to t$$

$$\equiv\sim[\ u\wedge t\ ]\vee t\equiv\underbrace{(\sim u\vee\overbrace{\sim t)\vee t}^{V}}_{V}$$

Del complemento
$\boldsymbol{V\vee F\equiv V}$
$\boldsymbol{F\vee V\equiv V}$
$\boldsymbol{t\vee\sim t\equiv V}$

$\therefore$ Resulta V

Problema 10

Si la proposición (*p* ∧ *q*) → (*q* → *r*) es falsa, halle el valor de verdad de las siguientes fórmulas:

I. ∼ (*p* ∨ *r*) → (*p* ∨ *q*)
II. (*p* ∨ ∼ *q*) → (∼ *r* ∧ *q*)
III. [(*p* ∧ *q*) ∨ (*q* ∨ ∼ *r*)] ↔ (*p* ∨ ∼ *r*)

A) VVF
B) VFV
[✓ C) VVV]
D) VFF
E) FVV

Resolución:

Nos piden: El valor de verdad de las siguientes fórmulas.

Del dato: $\underbrace{(\underbrace{p}_{V} \wedge \underbrace{q}_{V})}_{V} \rightarrow \underbrace{(\underbrace{q}_{V} \rightarrow \underbrace{r}_{F})}_{F} \equiv F$

➡ $\boxed{p \equiv V}$ $\boxed{q \equiv V}$ $\boxed{r \equiv F}$

Ahora reemplazamos los valores de p, q y r en las proposiciones:

I. $\underbrace{\underbrace{\sim \underbrace{(\underbrace{p}_{V} \vee r)}_{V}}_{F} \rightarrow (p \vee q)}_{Ⓥ}$

II. $\underbrace{(p \vee \sim q) \rightarrow \underbrace{(\underbrace{\sim r}_{V} \wedge \underbrace{q}_{V})}_{V}}_{Ⓥ}$

III. $\underbrace{\underbrace{[\underbrace{(\underbrace{p}_{V} \wedge \underbrace{q}_{V})}_{V} \vee (q \vee \sim r)]}_{V} \leftrightarrow \underbrace{(\underbrace{p}_{V} \vee \sim r)}_{V}}_{Ⓥ}$

∴ Los valores de verdad son: VVV

Problema 12

Se sabe que (p∧ q) y (q→ t) son falsas. ¿Cuáles de las siguientes proposiciones son verdaderas?

I. (~ p ∨ t) ∨ s

II. ~ [p ∧ (~ q ∨ ~ p)]

III. [~ p ∨ (q ∧ ~ t)] ↔ {(p → q) ∧ ~ (q ∧ t)}

A) I
B) II
[✓ C) I, II y III]
D) I y II
E) II y III

p	q	p ∧ q	p ∨ q	p → q	p ↔ q	p Δ q
V	V	V	V	V	V	F
V	F	F	V	F	F	V
F	V	F	V	V	F	V
F	F	F	F	V	V	F

Resolución:

Nos piden determinar las proposiciones verdaderas.

$$(\underset{F}{\underset{\downarrow}{p}} \wedge \underset{V}{\underset{\downarrow}{q}}) \equiv F \qquad (\underset{V}{\underset{\downarrow}{q}} \to \underset{F}{\underset{\downarrow}{t}}) \equiv F$$

$q \equiv V$

$t \equiv F$

$p \equiv F$

Analizamos las proposiciones dadas:

I. $$\underbrace{(\underbrace{\underbrace{\sim p}_{V} \vee \underbrace{t}_{F}}_{V}) \vee \underset{\downarrow}{s}}_{V}$$

II. $$\underbrace{\sim [\,\underbrace{\underset{F}{\underset{\downarrow}{p}} \wedge (\underbrace{\underbrace{\sim q}_{F} \vee \underbrace{\sim p}_{V}}_{F})}_{F}\,]}_{V}$$

III. $$\underbrace{[\underbrace{\underbrace{\sim p}_{V} \vee (\underbrace{q \wedge \sim t}_{})}_{V}] \leftrightarrow \{\underbrace{(\underbrace{\underbrace{p}_{F} \to \underbrace{q}_{V}}_{V}) \wedge \underbrace{\sim (\underbrace{\underbrace{q}_{V} \wedge \underbrace{t}_{F}}_{F})}_{V}}_{V}\}}_{V}$$

∴ Las proposiciones verdaderas son: <u>I, II y III</u>

Problema 13

Con respecto a la proposición Si Juan es ingeniero, entonces no es novato y tiene contactos, ¿cuáles de las proposiciones I, II y III son su equivalente?

I. Si Juan es novato o no tiene contactos, entonces no es ingeniero.

II. Juan es ingeniero y no es novato y tiene contactos.

III. Juan no es ingeniero, o no es novato y tiene contactos

A) solo I B) solo II C) solo III

D) I y III E) I y II

Resolución:

Nos piden: De las proposiciones I, II y III sus equivalente

p: Juan es ingeniero.

q: Juan es novato.

r: Juan tiene contactos.

De la condicional

$\boxed{p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q}$

$$p \rightarrow (\sim q \wedge r) \equiv \sim p \vee (\sim q \wedge r)$$

I. Si $\underbrace{\text{Juan es novato}}_{(\ q}$ o $\underbrace{\text{no tiene contactos}}_{\sim r\ )}$, entonces $\underbrace{\text{no es ingeniero.}}_{\sim p}$

$$(\ q \quad \vee \quad \sim r\ ) \quad \rightarrow \quad \sim p$$

$\equiv (q \vee \sim r) \rightarrow \sim p$

$\sim (q \vee \sim r) \vee \sim p$

$\boxed{(\sim q \wedge r) \vee \sim p}$

II. $\underbrace{\text{Juan es ingeniero}}_{p}$ y $\underbrace{\text{no es novato}}_{\sim q}$ y $\underbrace{\text{tiene contactos.}}_{r}$

$$p \quad \wedge \quad \sim q \quad \wedge \quad r$$

$\equiv p \wedge \sim q \wedge r$

III. $\underbrace{\text{Juan no es ingeniero}}_{\sim p}$, o $\underbrace{\text{no es novato}}_{\sim q}$ y $\underbrace{\text{tiene contactos}}_{r}$

$$\sim p \quad \vee (\quad \sim q \quad \wedge \quad r \quad)$$

$\equiv \sim p \vee (\sim q \wedge r)$

∴ Las proposiciones equivalentes a la mostrada son: **I y III**

Problema 15

La proposición
“ si $|x - y| = x - y$, entonces $x - y > 1$ ”
es equivalente a

A) Si $x - y > 1$, entonces $|x-y| \neq x-y$.
B) $x - y \leq 1$ pero $|x - y| = x - y$.
C) $x - y > 1$ pero $|x - y| \neq x - y$.
D) $x - y \leq 1$ o $|x - y| \neq x - y$.
E) $x - y > 1$ o $|x - y| \neq x - y$

Resolución:

Nos piden: La proposición equivalente

Simbolizando obtenemos:

si $|x - y| = x - y$, entonces $x - y > 1$

$$|x - y| = x - y \rightarrow x - y > 1$$

- $\sim(|x - y| = x - y) \vee (x - y > 1)$

$$(|x - y| \neq x - y) \vee (x - y > 1)$$

$$(x - y > 1) \vee (|x - y| \neq x - y)$$

$$\boxed{x - y > 1 \text{ o } |x - y| \neq x - y}$$ ✓

- $\sim(x - y > 1) \rightarrow \sim(|x - y| = x - y)$

$$(x - y \leq 1) \rightarrow (|x - y| \neq x - y)$$

$$\boxed{\text{Si } x - y \leq 1\text{, entonces } |x-y| \neq x-y}$$

Recordemos que:

$$\boxed{p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q}$$

$$\boxed{p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p}$$

∴ La equivalente es: $x - y > 1$ o $|x - y| \neq x - y$

Problema 18

Simplificar

$[(\sim r \vee q) \rightarrow (q \rightarrow p)] \wedge \sim (p \wedge q)$

A) q B) p C) $\sim p$

D) $\sim q$ E) $\sim p \vee q$

Resolución:

Nos piden: Simplificar

$$[(\sim r \vee q) \rightarrow (q \rightarrow p)] \wedge \sim (p \wedge q)$$

De la condicional

$p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q$

$$[(\sim r \vee q) \rightarrow (\sim q \vee p)] \wedge \sim (p \wedge q)$$

$$[\sim(\sim r \vee q) \vee (\sim q \vee p)] \wedge \sim (p \wedge q)$$

De D´Morgan

$\sim (p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$

$$[\{\sim(\sim r) \wedge (\sim q)\} \vee (\sim q \vee p)] \wedge (\sim p \vee \sim q)$$

De la doble negación

$\sim (\sim p) \equiv \sim p$

$$[\{r \wedge (\sim q)\} \vee (\sim q \vee p)] \wedge (\sim p \vee \sim q)$$

De la Asociatividad

$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r$

$$[\{(r \wedge \sim q) \vee \sim q\} \vee p] \wedge (\sim p \vee \sim q)$$

De la Absorción

$p \vee (p \wedge q) \equiv p$

$$[\sim q \vee p] \wedge (\sim p \vee \sim q)$$

De la condicional

$p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q$

$$(\sim q) \vee (p \wedge \sim p)$$

Se simplifica a $(\sim q \vee F) \equiv \sim q$

Problema 19

Si definimos

$$p \# q = p \vee \sim q$$
$$p © q = \sim p \wedge q$$

determine la verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:

I. $p \# q = \sim (p © q)$
II. $p \wedge (q \# p) = (\sim p © q)$
III. $(q © p) \rightarrow q = p \# q$

[✓ A) VVF]
B) VVV
C) FVV
D) VFV
E) FVF

Resolución:

Nos piden: Determinar el valor de verdad o falsedad de las proposiciones.

De las definiciones:

$$\sim (p \vee \sim q)$$

$$p \# q = \boxed{p \vee \sim q} \qquad p © q = \boxed{\sim p \wedge q}$$

$$\Rightarrow \boxed{p \# q = \sim (p © q)}$$

Veamos:

I. $p \# q = \sim (p © q)$ ……….. (**V**)

II. $p \wedge \underbrace{(q \# p)} = \underbrace{(\sim p © q)}_{p \wedge q}$ … (**V**)

$$\underbrace{p \wedge (q \vee \sim p)}_{p \wedge q}$$

III. $\underbrace{(q © p)} \rightarrow q = \underbrace{p \# q}_{p \vee \sim q}$ … (**F**)

$$\underbrace{(\sim q \wedge p) \rightarrow q}$$
$$\underbrace{\sim (\sim q \wedge p)} \vee q$$
$$\underbrace{(q \vee \sim p) \vee q}$$
$$(\underbrace{q \vee q}) \vee \sim p$$
$$q \vee \sim p$$

∴ La secuencia correcta es: **VVF**

Problema 21

Simplifique la siguiente expresión:

$(p \Delta q) \leftrightarrow q$

A) V

B) q

C) q

D) [✓ $\sim p$]

E) F

Resolución:

Nos piden simplificar

Construimos ahora su tabla de verdad:

El resultado final es la negación de p

p	q	(p	Δ	q)	↔	q
V	V	V	**F**	V	**F**	V
V	F	V	**V**	F	**F**	F
F	V	F	**V**	V	**V**	V
F	F	F	**F**	F	**V**	F

resultado final

∴ El valor de $(p \Delta q) \leftrightarrow q \equiv \sim \mathbf{p}$

ACADEMIA
CÉSAR
VALLEJO

GRACIAS

SÍGUENOS:

academiacesarvallejo.edu.pe