

## Circunferencia trigonométrica II

### Intensivo UNI 2024 - III

- Determine la variación de la siguiente expresión:  

$$E = \cos\left(\frac{\pi|x|}{1+x^2}\right) + 1$$

A) [2; 4]      B) [1; 4]      C) [1; 2]  
 D) [0; 1]      E) [1; 3]
- Determine la variación de la siguiente expresión:  

$$E = \sqrt{2(1 + \operatorname{sen} x + \cos x + \operatorname{sen} x \cos x)}$$

A)  $[1 - \sqrt{2}; 1 + \sqrt{2}]$   
 B)  $[\sqrt{2} - 1; \sqrt{2} + 1]$   
 C)  $[0; \sqrt{2} + 1]$   
 D)  $[0; \sqrt{2}]$   
 E)  $[0; \sqrt{2} - 1]$
- Si  $\frac{\pi}{8} \leq x \leq \frac{\pi}{4}$ , determine la suma del máximo y mínimo valor de la expresión  

$$E = \frac{1 - \tan^2 x + 4 \tan x}{\tan x}$$

A) 10      B) 8      C) 6  
 D) 4      E) 12
- Si  $0 \leq x < \pi$ , determine la variación de la siguiente expresión:  

$$E = \operatorname{sen} x (\operatorname{sen} x + 4) + 6$$

A) [6; 11]      B) [4; 9]      C) [2; 11]  
 D) [2; 9]      E) [3; 11]
- Si  $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ , determine la suma del máximo y mínimo valor de la expresión  

$$E = \sqrt{2} \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + 2$$

A) 3      B) 5      C) 4  
 D)  $2\sqrt{3}$       E)  $2\sqrt{2}$
- Determine los valores de la variable, tal que la expresión esté correctamente definida.  

$$E = \sqrt{1 - \operatorname{sen} x} + \sqrt{2 \operatorname{sen} x - 1}; 0 \leq x \leq \pi$$

A)  $\left[\frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}\right]$       B)  $\left[0; \frac{5\pi}{6}\right]$       C)  $\left[\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{2}\right]$   
 D)  $\left[\frac{\pi}{6}; \pi\right]$       E)  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$
- Si  $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ , determine la variación de la expresión  

$$E = \cos^4 x - \operatorname{sen}^4 x + 1$$

A) [-1; 2]      B) [0; 2]      C) [1; 2]  
 D) [0; 1]      E) [2; 3]
- Determine el mínimo valor de la expresión  

$$E = \tan^2 x + 4 \tan x$$

A) 0      B) -4      C) 2  
 D) -1      E) 1
- Determine la variación de la siguiente expresión:  

$$E = |1 - \operatorname{sen} x| + 2 |\operatorname{sen} x + 2|$$

A) [4; 6]      B) [0; 6]      C) [1; 5]  
 D) [0; 5]      E) [1; 3]

10. Determine el máximo valor de la siguiente expresión:

$$E = \sqrt{2(1 - \sin x)(1 - \cos x)}$$

- A)  $1 + \sqrt{5}$       B)  $1 + \sqrt{2}$       C)  $\sqrt{2}$   
 D)  $1 + \sqrt{3}$       E)  $1 + 2\sqrt{3}$

11. Calcule el intervalo al que pertenece  $\theta$ , para que verifique  $3\tan^2\theta \leq 1$ ;  $k \in \mathbb{Z}$ .

- A)  $\left[-\frac{\pi}{12} + k\pi; \frac{\pi}{12} + k\pi\right]$   
 B)  $\left[-\frac{\pi}{8} + k\pi; \frac{\pi}{8} + k\pi\right]$   
 C)  $\left[-\frac{\pi}{3} + k\pi; \frac{\pi}{3} + k\pi\right]$   
 D)  $\left[-\frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2}; \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2}\right]$   
 E)  $\left[-\frac{\pi}{6} + k\pi; \frac{\pi}{6} + k\pi\right]$

12. Si  $\frac{1}{2} < \sin\theta < \frac{\sqrt{3}}{2}$ , calcule la variación de  $|\cot\theta|$ .

- A)  $\left\langle 0; \frac{\sqrt{3}}{3} \right\rangle$       B)  $\left\langle \frac{\sqrt{3}}{3}; \sqrt{3} \right\rangle$       C)  $\left\langle \frac{\sqrt{3}}{3}; 1 \right\rangle$   
 D)  $\langle 1; \sqrt{3} \rangle$       E)  $\langle \sqrt{3}; 2 \rangle$

13. Si  $2|\sin 2\theta| \leq \sqrt{3}$ , calcule la variación de la expresión  $2\sqrt{3}|\cos\theta|$ , donde  $2\theta \in \langle 0; 2\pi \rangle$ .

- A)  $[0; \sqrt{3}]$   
 B)  $[0; \sqrt{3}] \cup [3; 2\sqrt{3}]$   
 C)  $[0; 2\sqrt{3}]$   
 D)  $[0; \sqrt{3}] \cup [2; 2\sqrt{3}]$   
 E)  $[0; 2] \cup [3; 2\sqrt{3}]$

14. Si  $\csc\theta = 1 + \tan\alpha$ , calcule la variación de  $\theta$ .

Considere que  $\alpha \in \left\langle \pi; \frac{5\pi}{4} \right\rangle$  y  $\theta \in \langle 0; 2\pi \rangle$ .

- A)  $\left\langle \frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4} \right\rangle$   
 B)  $\left\langle \frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6} \right\rangle$   
 C)  $\left\langle \frac{\pi}{3}; \frac{2\pi}{3} \right\rangle$   
 D)  $\left\langle \frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6} \right\rangle - \left\{ \frac{\pi}{2} \right\}$   
 E)  $\left\langle \frac{3\pi}{4} - \pi \right\rangle$

15. Si  $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ , determine la suma del máximo y mínimo valor de la expresión

$$E = |\sin x| + |\cos x|$$

- A)  $1 + \sqrt{2}$       B)  $1 + \sqrt{3}$       C) 2  
 D)  $2 + \sqrt{3}$       E) 1

16. Si  $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ , determine la variación de la expresión

$$E = \cot\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + 4$$

- A)  $[-1; 1]$       B)  $[3; 5]$       C)  $[0; 3]$   
 D)  $[0; 5]$       E)  $[2; 3]$

17. Si  $\frac{\pi}{8} \leq x \leq \frac{\pi}{4}$ , determine la variación de la expresión

$$E = \frac{1 - \tan^2 x}{\tan x} + 2$$

- A)  $[0; 2]$       B)  $[3; 5]$       C)  $[2; 4]$   
 D)  $[0; 4]$       E)  $[2; 5]$

18. Determine la variación de la expresión

$$E = \sqrt{(\cot x + 1)(\cot x + 3)} + 3$$

- A)  $[\sqrt{2}; +\infty)$   
 B)  $[1; +\infty)$   
 C)  $[1; \sqrt{2}]$   
 D)  $[0; 1]$   
 E)  $[1; 3]$

19. Si
- $0 < x < \frac{\pi}{2}$
- , determine el mínimo valor de la expresión

$$E = \tan^3 x + 3 \cot x$$

- A) 2                      B) 4                      C) 3  
 D) 5                      E) 1

20. Si
- $\tan \beta = \sqrt{3} \sin \theta$
- ,
- $\theta \in \langle -2; 2 \rangle$
- , halle los valores que toma
- $\beta$
- en el intervalo
- $\langle \frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2} \rangle$
- .

- A)  $[\frac{5\pi}{6}; \frac{4\pi}{3}]$   
 B)  $[\frac{2\pi}{3}; \frac{4\pi}{3}]$   
 C)  $[\frac{3\pi}{4}; \frac{4\pi}{3}]$   
 D)  $[\frac{2\pi}{3}; \frac{5\pi}{6}]$   
 E)  $[\frac{2\pi}{3}; \frac{3\pi}{4}]$

21. Si
- $\frac{1-2\sqrt{2}}{2} \leq \frac{2\csc \beta + 1}{2} \leq \frac{1}{2}$
- ;
- $\beta \in \langle 0; 2\pi \rangle$
- ,

calcule la variación de  $\sqrt{\cot \beta + 2}$ .

- A)  $[1; \sqrt{2}]$   
 B)  $[\sqrt{2}; \sqrt{3}]$   
 C)  $[1; \sqrt{3}]$   
 D)  $[0; \sqrt{2}]$   
 E)  $[\sqrt{2}; 2]$

22. Se sabe que
- $\theta$
- es un arco del tercer cuadrante. Indique el máximo valor que toma
- $\cot \theta$
- si se verifica que

$$\tan^2 \theta (2 \tan \theta - 5) \geq 2(56 + 37 \tan \theta)$$

- A) 8                      B)  $\frac{1}{4}$                       C) 4  
 D)  $\frac{1}{2}$                       E)  $\frac{1}{8}$

23. Si
- $0 \leq x \leq \pi$
- , determine los valores de la variable, tal que la expresión esté correctamente definida.

$$E = \log(\sin x) + \log(-\cos x)$$

- A)  $\langle 0; \frac{\pi}{2} \rangle$                       B)  $[0; \frac{5\pi}{6}]$                       C)  $\langle \frac{\pi}{2}; \pi \rangle$   
 D)  $[\frac{\pi}{2}; \pi]$                       E)  $[0; \frac{\pi}{2}]$

24. Si
- $\sin \theta \in [-\frac{3}{4}; -\frac{1}{2}] \cup \langle \frac{3}{4}; 1 \rangle$
- ,

calcule la variación de  $|\tan \theta|$ .

- A)  $[\frac{3\sqrt{7}}{7}; +\infty)$   
 B)  $[\frac{\sqrt{3}}{3}; +\infty)$   
 C)  $[\frac{\sqrt{3}}{3}; +\infty) - \{3; \frac{\sqrt{7}}{7}\}$   
 D)  $\langle 3\frac{\sqrt{7}}{7}; +\infty \rangle$   
 E)  $[0; +\infty) - \{\frac{\sqrt{3}}{3}; 3\frac{\sqrt{7}}{7}\}$

25. Determine la variación de
- $\cot(\sin^2 x + \sin x)$
- ;
- $x \in \langle 0; \pi \rangle$

- A)  $[0; +\infty)$   
 B)  $\langle 0; +\infty \rangle$   
 C)  $[\cot 3; +\infty)$   
 D)  $\langle \cot 3; +\infty \rangle$   
 E)  $[1; +\infty)$