

Operaciones matemáticas II

Intensivo UNI 2024 - III

1. La operación # se define en \mathbb{R} como
 $a \# b = a^2 + b^2$.

Según esto, podemos afirmar lo siguiente:

- I. $\forall a \in \mathbb{R}; \forall b \in \mathbb{R}; a \# b = b \# a$
II. $\forall a \in \mathbb{R}; \forall b \in \mathbb{R}; \forall c \in \mathbb{R}; (a \# b) \# c = a \# (b \# c)$
III. $\forall a \in \mathbb{R}; a \# 0 = a$
IV. $\forall a \in \mathbb{R}; \forall b \in \mathbb{R}; a \# b = 0$

- A) I y II
B) I, II y III
C) I y IV
D) solo I
E) III y IV

2. Se define la operación matemática * en
 $A = \{1; 2; 3; 4; 5\}$ mediante la siguiente tabla:

*	5	4	3	2	1
1	2	1	4	1	5
2	4	2	3	5	1
3	1	3	2	3	4
4	5	4	3	2	1
5	3	5	1	4	2

Si a^{-1} es el elemento inverso de a , determine verdadero (V) o falso (F) según corresponda y elija la secuencia correcta en A.

- I. La operación es cerrada.
II. La operación es conmutativa.
III. La operación posee elemento neutro.
IV. $3^{-1} * 1^{-1} = 2$
V. $5^{-1} = 2$

- A) VFVVV B) VVVVF C) VFVVV
D) VVVVF E) FVVVF

3. Se define en \mathbb{R} la siguiente operación matemática mediante la tabla

*	1	3	6
4	5	9	15
5	7	11	17
7	11	15	21

Indique el valor de verdad (V) o falsedad (F) de cada una de las siguientes proposiciones de acuerdo a la operación matemática:

- I. Cumple la propiedad de clausura en los \mathbb{N} .
II. Cumple la propiedad conmutativa.
III. $\forall a, b, c \in \mathbb{R}$ se cumple que $(a * b) * c = a * (b * c)$.

- A) VVV B) VFV C) FFV
D) FVF E) VVF

4. Se define en el conjunto de los números reales positivos la siguiente operación matemática:

$$a \Delta b = 2(a + b)\sqrt{(a^b + b^a)}$$

Calcule el valor de E.

$$E = \frac{(2\Delta 5)}{(5\Delta 2)} + \frac{(2\Delta 3) - (3\Delta 2)}{(50\Delta 100) + (3\Delta 6)}$$

- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

5. Se define la siguiente operación matemática representada por el operador *:

$$3(a * b) = 7(b * a) - 4a - 4b$$

Además, e es el elemento neutro.

Determine el valor de

$$2023e^{2024e} + e^{2023e^{2024}}$$

- A) 2024 B) 4024 C) 1
D) 0 E) 2023

6. Se define en \mathbb{R} la operación matemática mediante la siguiente regla de definición:

$$a @ b = 2(b @ a) - 2ab - a - b - 1$$

Calcule el valor de A .

$$A = \frac{\left(2 @ -\frac{1}{2}\right)^{(20 @ 23)}}{\left(-2 @ -\frac{1}{2}\right)^{(23 @ 20)}}$$

- A) -1 B) 1 C) 1/16
D) -1/16 E) 1/2

7. Considere al operador Δ definido en $A = \{1; 2; 3; 4; 5\}$, además, es cerrado y conmutativo cuyo elemento neutro es 1.

Δ	1	2	3	4	5
2	2		$2x+y$		$z-3$
1	x	y	$3x$	$2y$	
3		z			$w-2$
5			$z-2$		w
4	z				

Calcule $x+y+z+w$.

- A) 8 B) 9 C) 10
D) 11 E) 12

8. Para la operación ϕ definida en el conjunto $A = \{1; 2; 3; 5\}$ mediante la siguiente tabla:

ϕ	1	2	3	5
5	1	2	3	5
3	2	1	0	3
2	3	0	1	2
1	5	3	2	1

Se afirma:

- I. Es cerrada en el conjunto A .
II. Es conmutativa.
III. Posee elemento neutro.

Son ciertas:

- A) solo I
B) I y II
C) II y III
D) I y III
E) I, II y III

9. Encuentre, si existe, el valor del elemento neutro de la siguiente operación matemática definida en \mathbb{R} :

$$a * b = \sqrt[3]{a^3 + b^3 + |ab|}$$

- A) 1
B) 0
C) a
D) -1
E) No existe neutro.

10. Se define en \mathbb{Z} la siguiente operación matemática:

$$a \# b = a + b + 8$$

Calcule el valor de x en la siguiente expresión:

$$(12^{-1} \# (8 \# x^{-1})) = ((-16)^{-1} \# (-20)^{-1}) \# (-8)^{-1}$$

Considere que a^{-1} es el elemento inverso de a .

- A) 0 B) -16 C) -32
D) 32 E) 16

11. Se define

$$a \oplus b = \frac{1}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b} - 2}$$

En dicha operación, ¿el inverso de qué número es la unidad?

- A) 1/3 B) 0 C) 2
D) 3 E) 4

12. Se define en \mathbb{R} la operación matemática $m * n = \frac{mn}{2\sqrt{2}}$. ¿El inverso de qué número es la unidad?

- A) 1 B) 2 C) 4
D) 8 E) 16

13. La operación matemática es definida mediante la siguiente tabla:

#	a	b	c	d
a	b	c	d	a
b	c	d	a	b
c	d	a	b	c
d	a	b	c	d

Halle $E = \frac{(d^{-1} \# c) \# (d^{-1} \# c)}{(b^{-1} \# a) \# (a^{-1} \# d)}$, si x^{-1} es el elemento inverso de x .

- A) $\frac{a}{b}$ B) $\frac{a}{d}$ C) 1
D) $\frac{c}{a}$ E) $\frac{d}{c}$

14. Se define el operador \otimes mediante la siguiente tabla:

\otimes	1	2	3	4
1	3	4	1	2
2	4	1	2	3
3	1	2	3	4
4	2	3	4	1

Si x^{-1} : elemento inverso de x ,

halle el valor de $n = \sum_{x=1}^4 (x \otimes x^{-1} + x^{-1})$.

- A) 22 B) 32 C) 38
D) 42 E) 48

UNI 2016-I

15. En el conjunto $Q = \{1; 3; 5; 7\}$ se define la operación ∇ según la siguiente tabla:

∇	5	7	3	1
7	7	1	5	3
3	3	5	1	7
1	1	3	7	5
5	5	7	3	1

Luego, sea x^{-1} el intervalo de $x \in Q$, según la operación ∇ , halle

$$E = \frac{3^{-1} + 5^{-1}}{7^{-1} + 1^{-1}}$$

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{3}{5}$ C) 1
D) $\frac{5}{3}$ E) 3

16. En la tabla, se define la operación $\#$ en el conjunto $\{a; b; c\}$. Según esto, se afirma lo siguiente:

- I. $b^{-1} = a$
II. $b \# b^{-1} = c$
III. $c^{-1} \# b^{-1} = c$

Son ciertas:

#	a	b	c
a	c	c	a
b	c	a	b
c	a	b	c

- A) solo I
B) solo II
C) solo III
D) I y II
E) I y III

17. Se define el operador $@$ a través de la siguiente tabla:

@	a	b	c	d
a	d	c	b	a
b	a	d	c	b
c	b	a	d	c
d	c	b	a	d

y $x @ x^{-1} = N$. Si N es el elemento neutro, halle

$$K = ((a @ c^{-1}) @ N) @ d^{-1} - d @ b^{-1}$$

- A) $a - b$ B) $b - d$ C) $b - b$
D) $c - b$ E) $c - d$

18. Se define en $A = \{a; b; c; d\}$ la siguiente operación matemática mediante el operador asterisco (*) que cumple la propiedad conmutativa y tiene elemento neutro c :

*	a	b	c	d
d	c	a	-	b
b	-	c	-	-
a	b	d	-	c
c	-	-	-	-

Determine x si se cumple además que

$$(a^{-1} * x^{-1})^{-1} * c^{-1} = b^{-1} * a^{-1}$$

donde a^{-1} es el elemento inverso de a .

- A) a B) b C) c
D) d E) e

19. La operación matemática representada por el operador * y definida en $A = \{1; 2; 3; 4; 5\}$ tiene el elemento neutro e y $\forall a \in A$ existe un a^{-1} que es el elemento inverso de a . Complete la tabla e indique el valor de verdad (V) o falsedad (F) de las proposiciones.

*	3	1	5	2	4
5	2^{-1}	5^{-1}	4^{-1}	-	1^{-1}
2	-	-	-	2^{-1}	-
1	5	3^{-1}	5^{-1}	-	-
3	4^{-1}	1^{-1}	-	-	5
4	3^{-1}	-	4	-	5^{-1}

- I. La operación matemática cumple la propiedad conmutativa.

- II. El elemento neutro de la operación matemática es 4.

III. $(3^{-1} * 4) * 1^{-1} = (1 * 2) * 3^{-1}$

- A) FVV B) VVF C) VFV
D) FFV E) FFF

20. Se define en \mathbb{R} la operación matemática * que posee una única regla de definición. En la siguiente tabla se muestran algunos de sus resultados:

*	7	11	15
2	28	44	60
5	70	110	150
7	98	154	210

Calcule 8^{-1} si a^{-1} es el elemento inverso de a .

- A) $1/2$ B) $1/4$ C) $1/8$
D) $1/16$ E) $1/32$

21. Se tiene la siguiente tabla definida en \mathbb{R} :

\downarrow	3	1	6
2	3	1	6
4	5	3	8
5	6	4	9

Halle $7^{-1} \downarrow 2^{-1}$ si se cumple que a^{-1} es el elemento inverso de a .

- A) -3 B) -5 C) 0
D) -4 E) -2