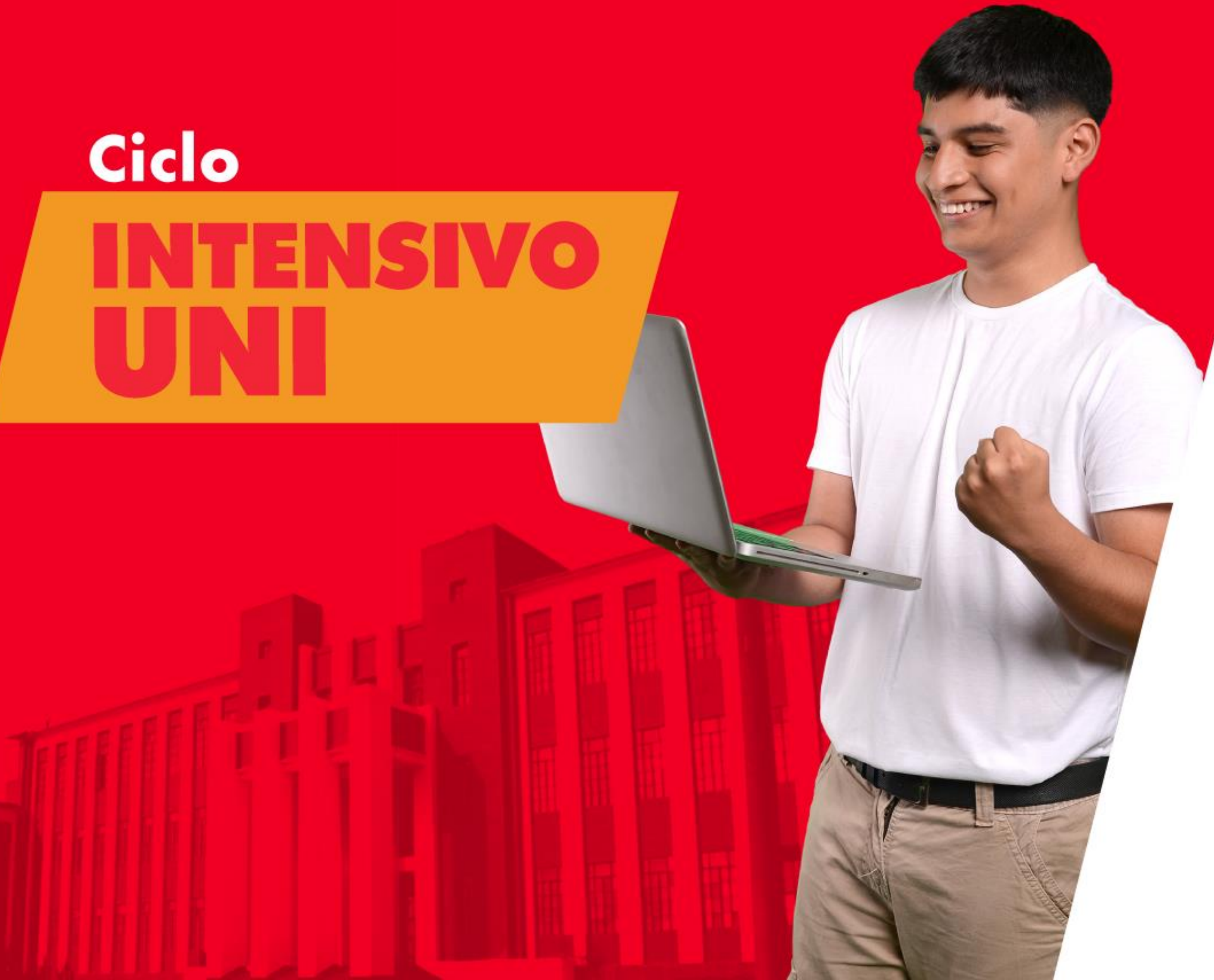
academiacesarvallejo.edu.pe

Ciclo

INTENSIVO UNI



ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

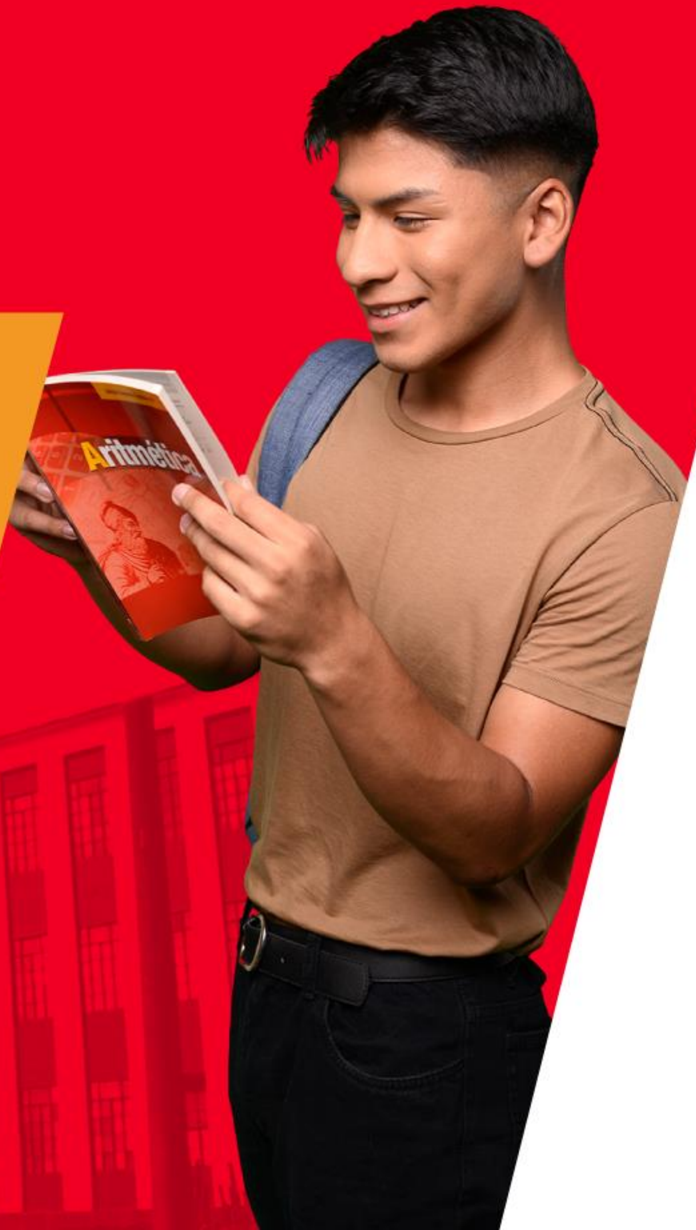
ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

academiacesarvallejo.edu.pe

Ciclo
INTENSIVO UNI



ACADEMIA
CÉSAR VALLEJO

ACADEMIA
CÉSAR VALLEJO

ÁLGEBRA

Expresiones con valor absoluto e irracionales

Semana 04

Docente: Gustavo Poma Quiroz

VALOR ABSOLUTO

El valor absoluto de un número real x denotado por $|x|$ se define de la siguiente manera

$$|x| = \begin{cases} x & ; x > 0 \\ 0 & ; x = 0 \\ -x & ; x < 0 \end{cases}$$

Ejemplos

- $|13| = 13$
- $|0| = 0$
- $|-9| = -(-9) = 9$
- $|-\sqrt{5}| = -(-\sqrt{5}) = \sqrt{5}$

$|\underbrace{x}_{\text{positivo}}| = x$ En forma práctica, las barras se eliminan.

$|\underbrace{x}_{\text{negativo}}| = -x$ En forma práctica, le cambiamos de signo.

- $|\underbrace{x^2 + 5}_{\text{siempre positivo}}| = x^2 + 5$

Como $x^2 \geq 0$; $\forall\, x \in \mathbb{R}$
$\rightarrow x^2 + 5 \geq 5$

- $|\underbrace{3^x + 2}_{\text{siempre es }(+)}| = 3^x + 2$

Como $3^x > 0$
$\rightarrow 3^x + 2 > 2$

- $\big|\underbrace{|x| + 1}_{\text{siempre positivo}}\big| = |x| + 1$

Como $|x| \geq 0$; $\forall\, x \in \mathbb{R}$
$\rightarrow |x| + 1 \geq 1$

TEOREMAS CON VALOR ABSOLUTO

Considere que cada expresión este bien definida en los

1. $\lvert x\rvert \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$	**2.** $\lvert xy\rvert = \lvert x\rvert\lvert y\rvert$	**3.** $\lvert -x\rvert = \lvert x\rvert$
• $\lvert x+9\rvert \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$	• $\lvert 3x\rvert = \lvert 3\rvert\lvert x\rvert = 3\lvert x\rvert$	• $\lvert 3-x\rvert = \lvert -(3-x)\rvert = \lvert x-3\rvert$
4. $\left\lvert \frac{x}{y}\right\rvert = \frac{\lvert x\rvert}{\lvert y\rvert}\ ; y \neq 0$	**5.** $\lvert x\rvert^2 = \lvert x^2\rvert = x^2$	**6.** $\sqrt{x^2} = \lvert x\rvert$
$\left\lvert \frac{x-3}{x+2}\right\rvert = \frac{\lvert x-3\rvert}{\lvert x+2\rvert}$	• $\lvert x-4\rvert^2 = (x-4)^2$	• $\sqrt{(x-3)^2} = \lvert x-3\rvert$

Consecuencia :

$$\lvert 3x-6\rvert = 3\lvert x-2\rvert$$

$$\lvert -4x-20\rvert = 4\lvert x+5\rvert$$

$$\lvert a-b\rvert = \lvert b-a\rvert$$

$$\sqrt[2n]{x^{2n}} = \lvert x\rvert \ ; \quad n \in \mathbb{N}$$

• $\sqrt[4]{(x-3)^4} = \lvert x-3\rvert$

ECUACIONES CON VALOR ABSOLUTO

Son ecuaciones donde la incógnita este afectado del valor absoluto.

Ejemplos

- $|3x - 2| = 15$
- $|x^2 + x - 12| = |2x + 4|$

Resolución de ecuaciones con valor absoluto

Tener en cuenta la definición y propiedades del valor absoluto en el proceso de la resolución de la ecuación.

Teoremas

- $|x| = a \leftrightarrow a \geq 0 \wedge (x = a \vee x = -a)$
- $|x| = |a| \leftrightarrow x = a \vee x = -a$

Aplicación:

Resolver $|x^2 - 2| = x$ e indicar la suma de sus cuadrados de las soluciones

A) 12 B) 13 C) 5 D) 10 E) 25

Resolución:

Aplicación:

Determine el producto de soluciones de la ecuación:

$$|2x-1|+|6x-3|=|5-10x|-|x+2|$$

A) 2   B) 8   C) 0   D) -6 E) -1

Resolución:

INECUACIONES CON VALOR ABSOLUTO

Son inecuaciones en donde la incógnita se encuentra afectada por el valor absoluto.

Ejemplos

- $|x-7| \leq 3$
- $|2x+1| > x+3$

Para la resolución utilizaremos los siguientes teoremas

Teorema 1

$$|x| < a \leftrightarrow \{a > 0 \wedge (-a < x < a)\}$$

$$|x| \leq a \leftrightarrow \{a \geq 0 \wedge (-a \leq x \leq a)\}$$

Ejemplo

- $|x| < 5 \quad \leftrightarrow \quad -5 < x < 5$
- $|x| \leq 7 \quad \leftrightarrow \quad -7 \leq x \leq 7$

Ejercicio:

Resuelva la inecuación siguiente

$$|2x-19| \leq 13-x$$

Resolución:

Teorema 2

$$|x| > a \leftrightarrow \{ x > a \lor x < -a \}$$

$$|x| \geq a \leftrightarrow \{ x \geq a \lor x \leq -a \}$$

Ejercicio:

Halle el conjunto solución de

$$|3x - 1| \geq x + 2$$

Resolución:

Teorema 3

$$|x| \lesseqgtr |y| \leftrightarrow (x + y)(x - y) \lesseqgtr 0$$

Mantener mismo símbolo

Ejercicio:

Resuelva $|2x + 7| \leq |x + 5|$

Resolución:

EXPRESIONES IRRACIONALES

Conjunto de valores admisible (CVA)

Es el conjunto de valores reales de la variable que garantiza la existencia de la expresión en $\mathbb{R}$.

Tener en cuenta para el cálculo del CVA.

$$\sqrt[\text{Par}]{f_{(x)}} \in \mathbb{R} \Leftrightarrow f_{(x)} \geq 0$$

$$\sqrt[\text{Impar}]{g_{(x)}} \in \mathbb{R} \Leftrightarrow x \in \mathbb{R}$$

$$\frac{P_{(x)}}{Q_{(x)}} \in \mathbb{R} \Leftrightarrow Q_{(x)} \neq 0$$

ECUACIONES IRRACIONALES

Son aquellas ecuaciones donde al menos en uno de los lados presenta una expresión irracional.

Ejemplos

- $\sqrt{3x+8} = x - 13$
- $\sqrt[3]{x^3+8x+19} = x + 5$

Resolución de la ecuación irracional

Existen varios métodos para resolver ecuaciones irracionales, entre ellas tenemos:

Primer método

Utilizar la potenciación para eliminar los radicales y luego verificar los valores obtenidos en la ecuación inicial.

Aplicación:

Resuelva la ecuación siguiente:

$$\sqrt{3x+7}=x-1$$

Resolución:

Segundo método Utilizar el cambio de variable.

Aplicación:

Resuelva $x^2-2\sqrt{x^2+3}=5$

Resolución:

INECUACIONES IRRACIONALES

Son aquellas inecuaciones donde al menos en uno de los lados presenta una expresión irracional.

Ejemplos

- $\sqrt{x-1} < 3$
- $\sqrt{x+5} + 4 \geq \sqrt[3]{x+2}$

Resolución de la inecuación irracional

Se pueden aplicar los siguientes pasos:

I) Hallar el CVA.

II) Le damos sentido lógico a la desigualdad.

III) **Eliminamos radicales.**

IV) **CS** $=\mathbf{I} \cap \mathbf{II} \cap \mathbf{III}$

Aplicación:

Halle la suma de soluciones enteras del conjunto solución de $\sqrt{x-1} \leq 3 - x$.

A) 3 B) 5 C) 7 D) 8 E) 10

Resolución:

ACADEMIA
CÉSAR
VALLEJO

GRACIAS

SÍGUENOS:

academiacesarvallejo.edu.pe