academiacesarvallejo.edu.pe

Ciclo

INTENSIVO UNI

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

GEOMETRÍA

Tema: Semejanza de triángulos

SEMEJANZA DE TRIÁNGULOS

OBJETIVOS

1. Entender a la semejanza como una herramienta que nos permite aplicar los criterios aprendidos en el tema de Proporcionalidad.

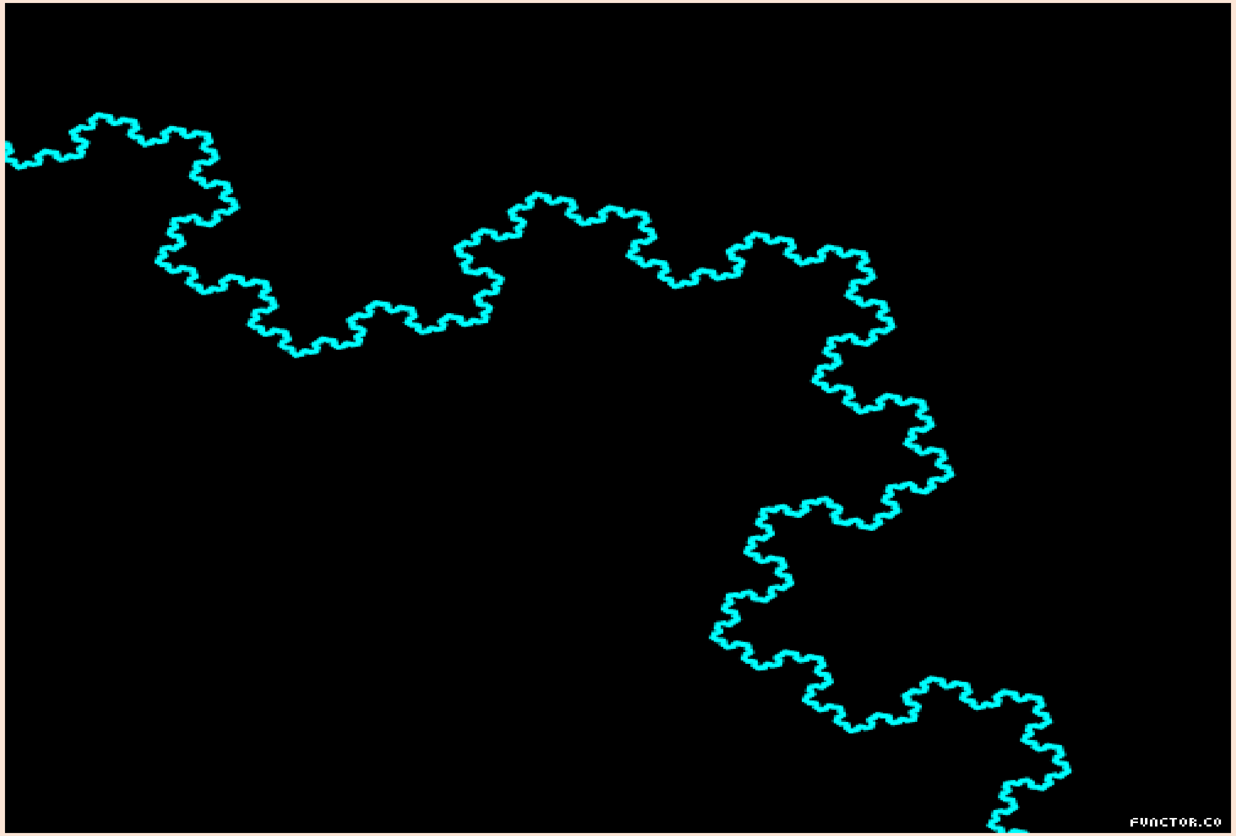
2. Aprender los criterios de semejanza y teoremas diversos.

3. Aplicar lo aprendido en problemas examen de admisión UNI.

SEMEJANZA

La semejanza es una de las operaciones geométricas, mediante la cual relacionamos dos figuras que tienen la misma forma, pero que generalmente son de diferente tamaño. Es de suma importancia conocer sus características para poder realizar diversas construcciones que implican trabajos a gran escala luego del implemento de la maquetación del proyecto.

Su aplicación se presenta en casi todos los campos, que van desde los diseños arquitectónicos, hasta la matemática más abstracta o aplicativa como la de los fractales.



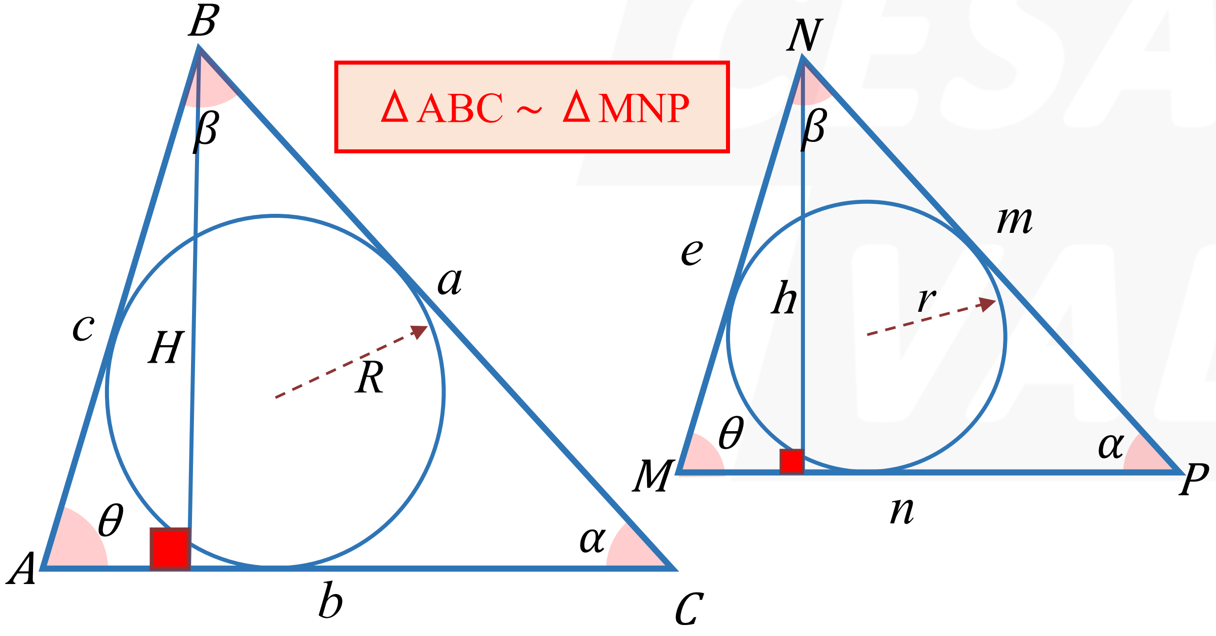
SEMEJANZA DE TRIÁNGULOS

DEFINICIÓN:

Un triángulo será semejante a otro, si los ángulos interiores del primero son de igual medida que los ángulos del segundo y las longitudes de sus lados homólogos son proporcionales.

LADOS HOMÓLOGOS:

Son aquellos lados cuyas longitudes mantienen la misma razón y además son los que se oponen a ángulos de igual medida.

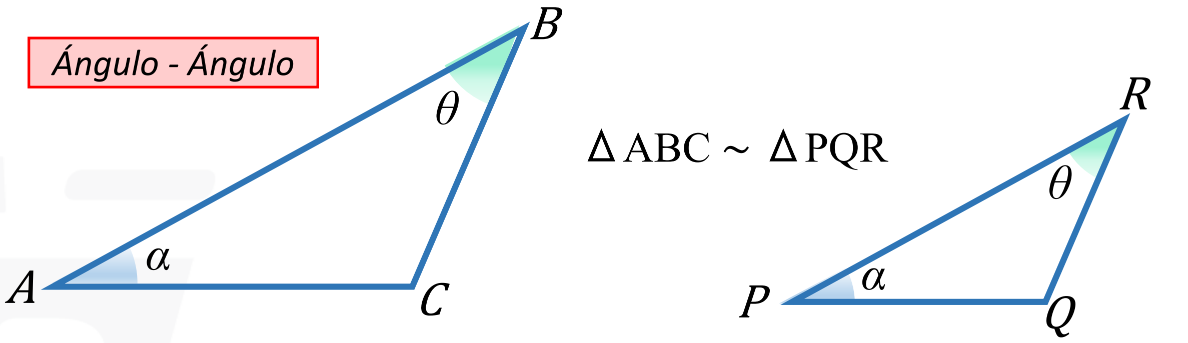


$\Delta ABC \sim \Delta MNP$

$$\frac{c}{e}=\frac{a}{m}=\frac{b}{n}=\frac{H}{h}=\frac{R}{r}=\cdots=k$$

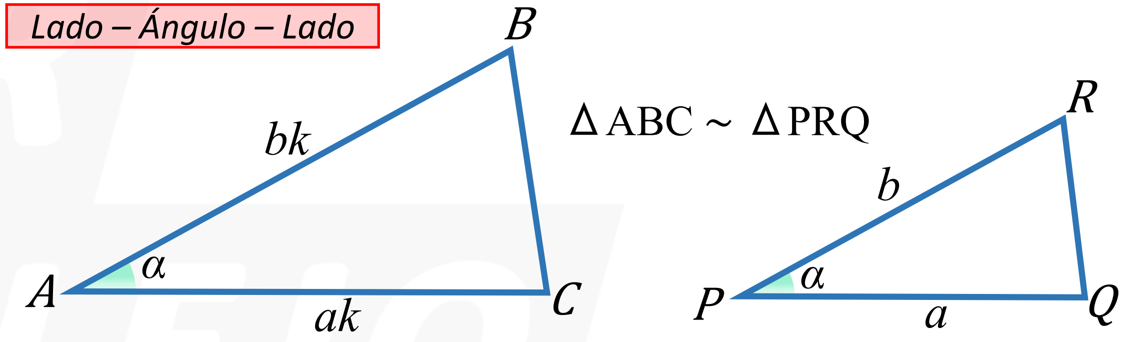
CRITERIOS DE SEMEJANZA

Ángulo - Ángulo



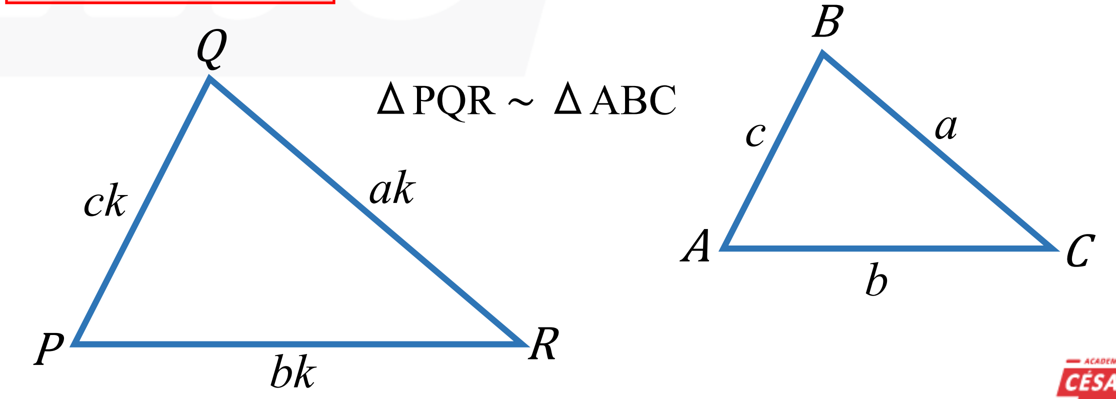
$\Delta ABC \sim \Delta PQR$

Lado – Ángulo – Lado



$\Delta ABC \sim \Delta PRQ$

Lado – Lado – lado



$\Delta PQR \sim \Delta ABC$

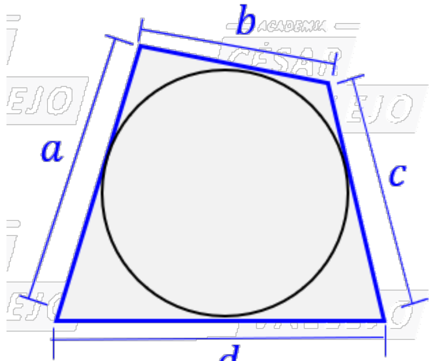
UNI **2011-I**

ABCD es un cuadrilátero inscrito en una circunferencia de radio *r* y circunscrito a una circunferencia de radio *R*. Si $\overline{BD}$ interseca a $\overline{AC}$ en *I*, *3BI = AI* y *AB + CD* = a cm (a >0), calcule la longitud (en cm) de $\overline{BC}$.

A) $\frac{a}{2}$ B) $\frac{a}{3}$ C) $\frac{a}{4}$

D) $\frac{a}{5}$ E) $\frac{a}{6}$

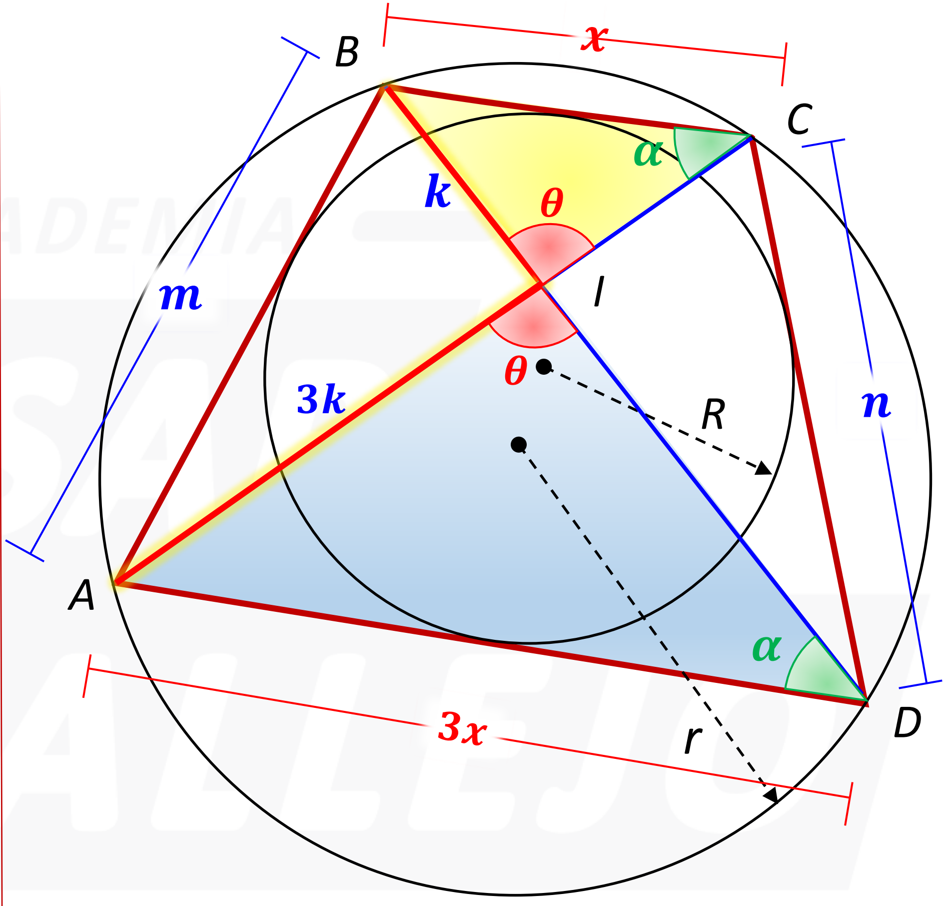
TEOREMA



$\boxed{a+c=b+d}$

Resolución

Piden: $BC = x$



Datos: $3BI = AI$

$\underbrace{AB + CD}_{m+n} = a$

- ABCD: Inscrito

  m∢BCA = m∢ADB = α

  m∢BIC = m∢AID = θ

- ΔBCI ~ ΔADI: (CASO A-A) $\frac{AD}{x} = \frac{3k}{k}$

  ⇨ $AD = 3x$

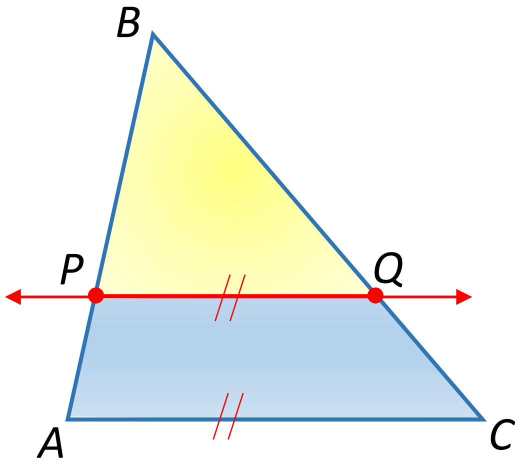
- Por teorema de Pitot

  $\underbrace{m+n}_{a} = x + 3x$

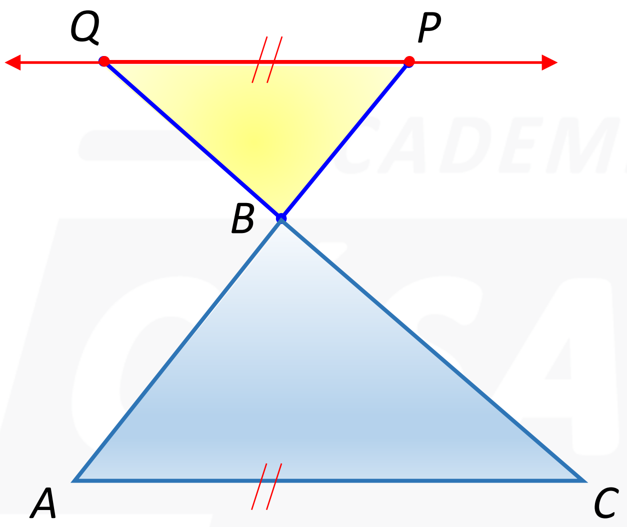
Clave **C**

$\boxed{\therefore\ x = \frac{a}{4}}$

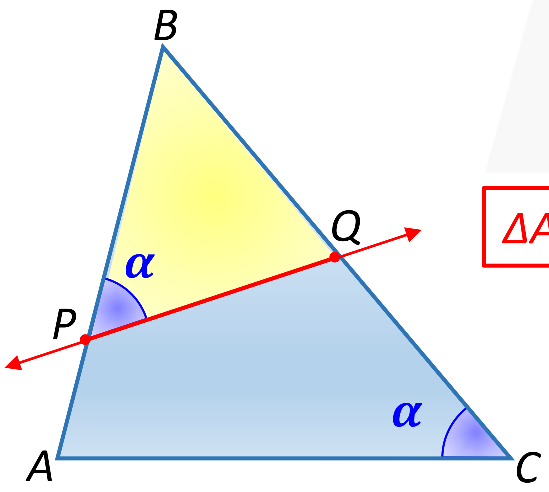
SITUACIONES FRECUENTES DONDE SE PRESENTA SEMEJANZA.



$\Delta ABC \sim \Delta PBQ$

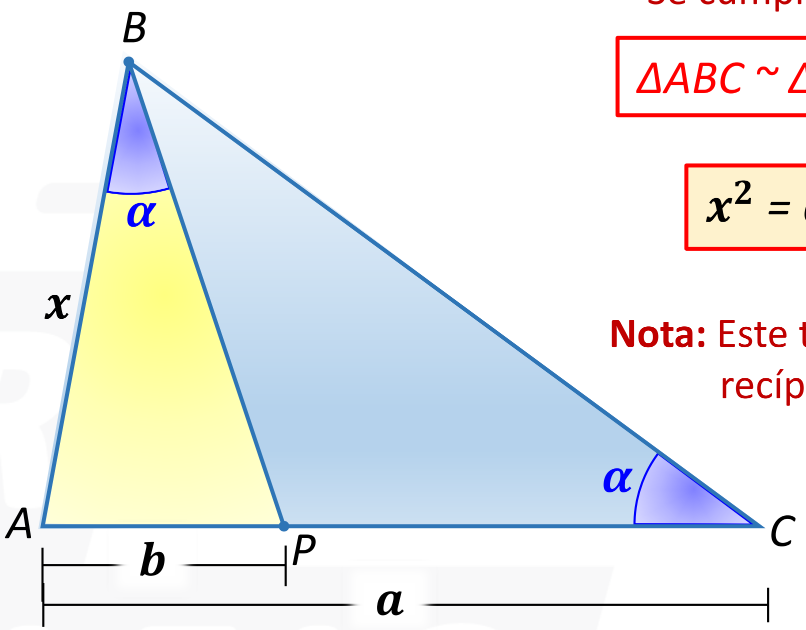


$\Delta ABC \sim \Delta PBQ$



$\Delta ABC \sim \Delta QBP$

TEOREMAS

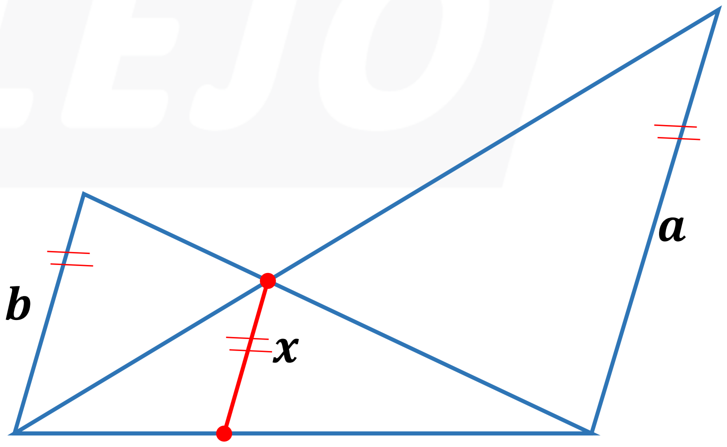


Se cumple:

$\Delta ABC \sim \Delta APB$

$$x^2 = a.b$$

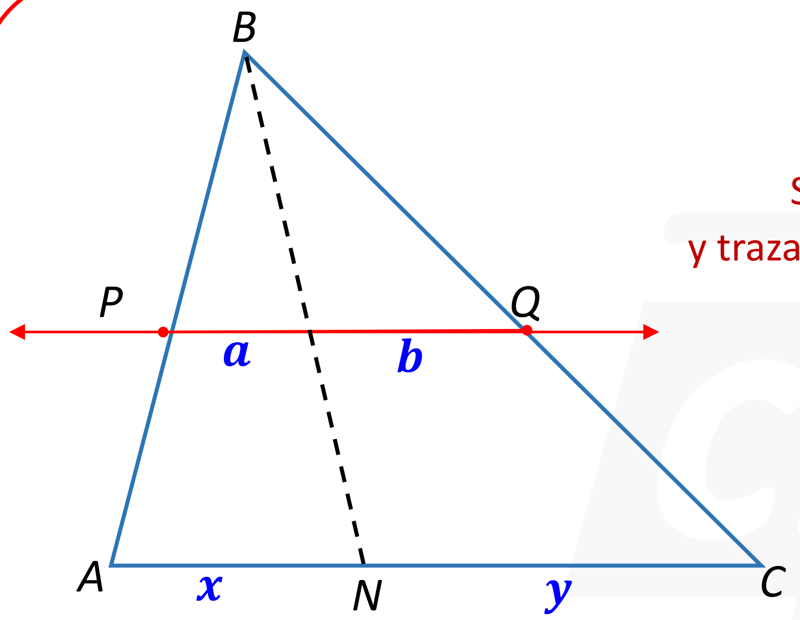
Nota: Este teorema es recíproco.



Se cumple:

$$x = \frac{a.b}{a+b}$$

A continuación algunas relaciones adicionales como resultado de la semejanza.

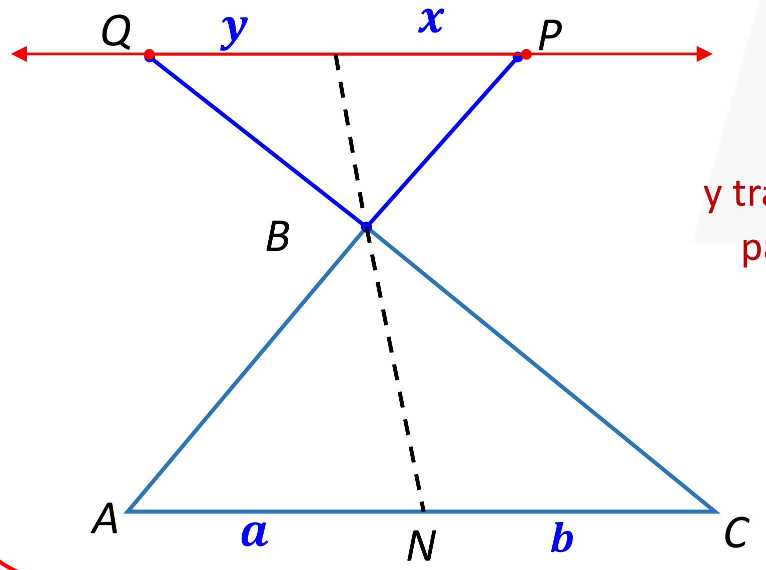


Si $\overline{PQ} \parallel \overline{AC}$

y trazamos la ceviana $\overline{BN}$

Se cumple:

$$\frac{a}{b} = \frac{x}{y}$$



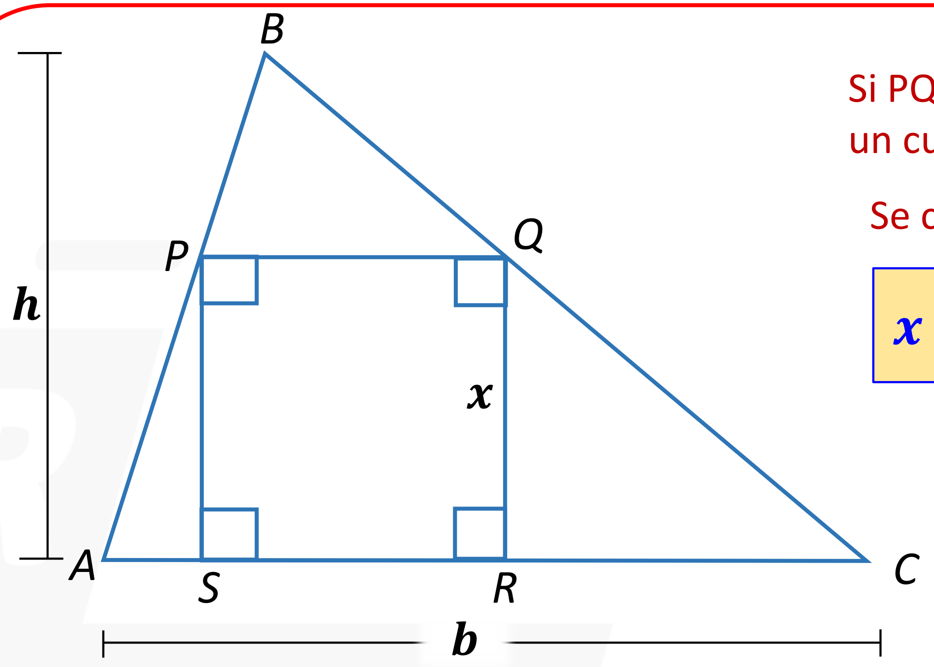
Si $\overline{QP} \parallel \overline{AC}$

y trazamos la ceviana $\overline{BN}$

para luego prolongarla

Se cumple:

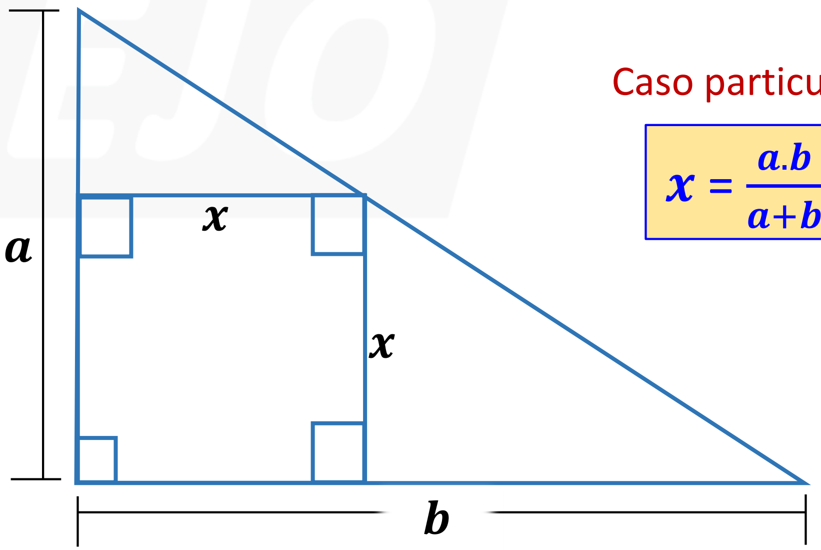
$$\frac{a}{b} = \frac{x}{y}$$



Si PQRS es un cuadrado

Se cumple:

$$x = \frac{b\,.h}{b+h}$$



Caso particular:

$$x = \frac{a.b}{a+b}$$

UNI

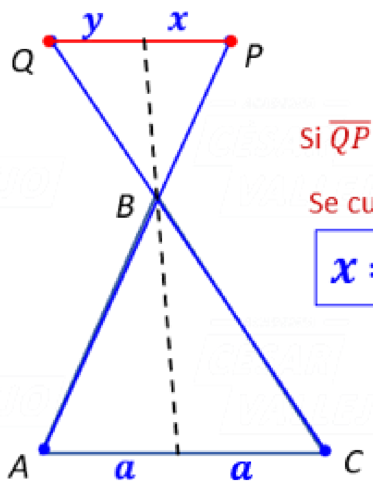
2002-II

Sea $ABCD$ un cuadrado de lado L, M es el punto medio del lado $\overline{AD}$, E es un punto en el lado $\overline{AB}$, P es la intersección de $\overline{MB}$ con $\overline{EC}$ y F es tal que $\overline{DF}$ contiene a P (F e $\overline{EB}$). Sabiendo que AE =EF. Calcula FB.

A) $\frac{\sqrt{2}}{2}$L B) $\frac{L}{2}$ C) $\frac{L}{3}$

D) $\frac{L}{4}$ E) $\frac{\sqrt{2}}{3}$L

OBSERVACIÓN



Si $\overline{QP} \parallel \overline{AC}$

Se cumple:

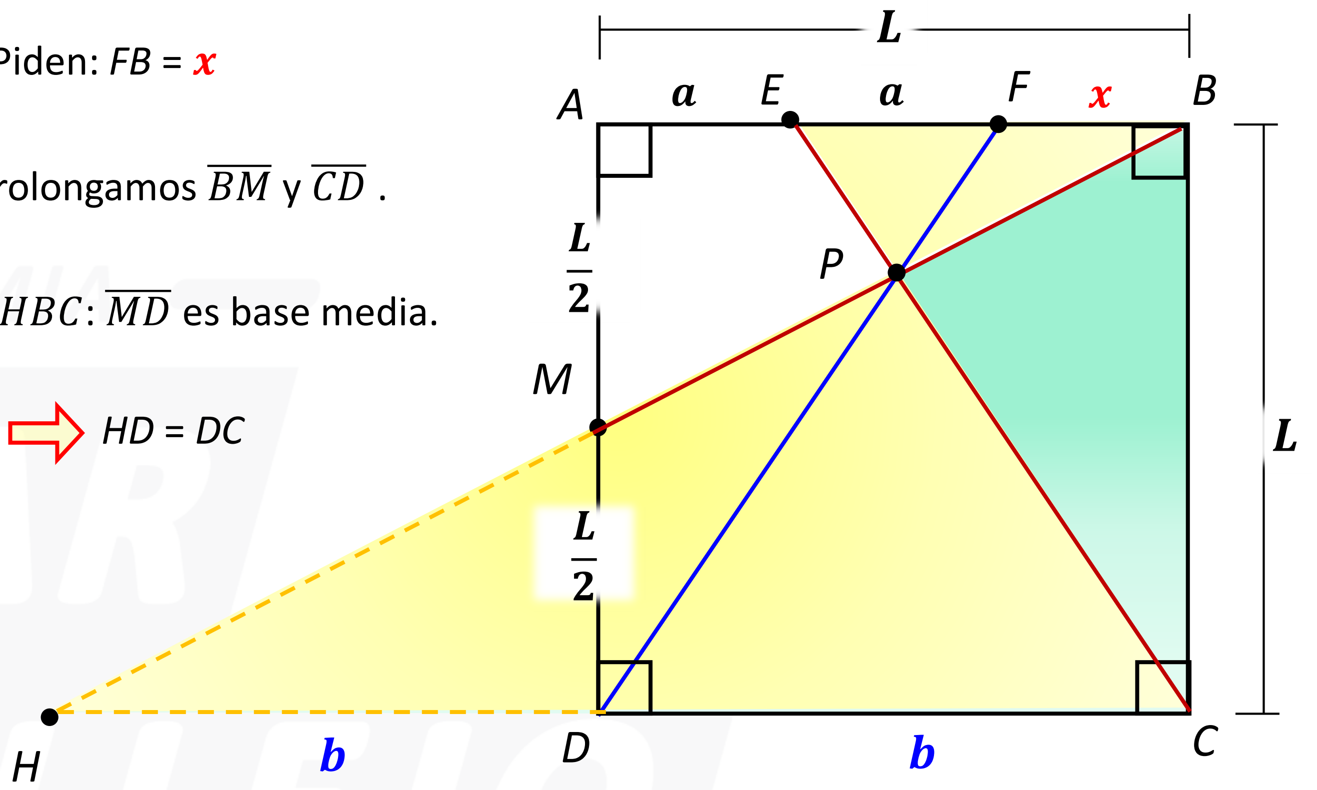
$\boxed{x = y}$

Resolución

Piden: FB = x

- Prolongamos $\overline{BM}$ y $\overline{CD}$.
- ΔHBC: $\overline{MD}$ es base media.

⇒ HD = DC



- Por la observación: x = a

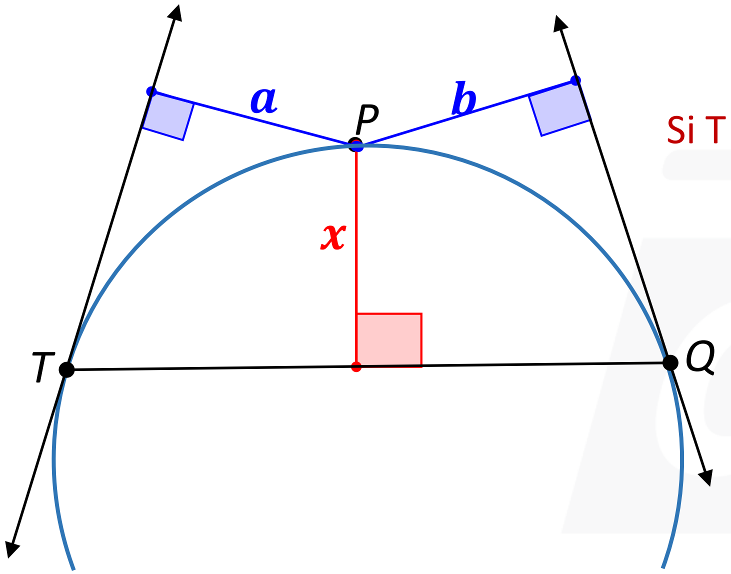
⇒ $3a = L$

$\boxed{\therefore\ x = \frac{L}{3}}$

Clave C

TEOREMAS ADICIONALES

Caso 1:

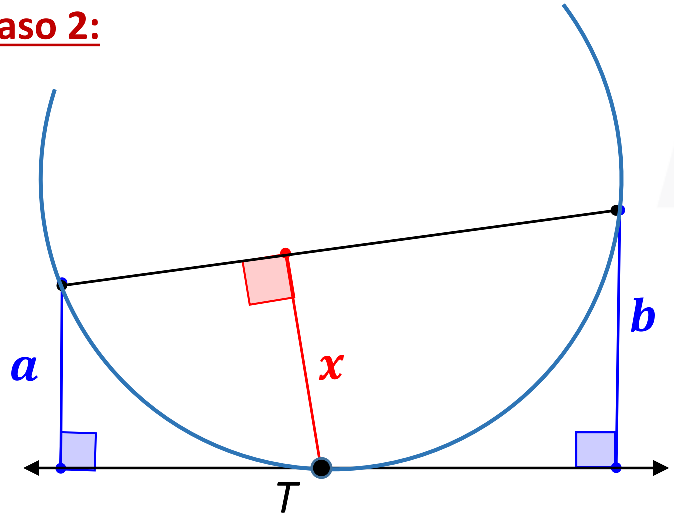


Si T y Q son puntos de tangencia.

Se cumple:

$$\boxed{x^2 = a.b}$$

Caso 2:

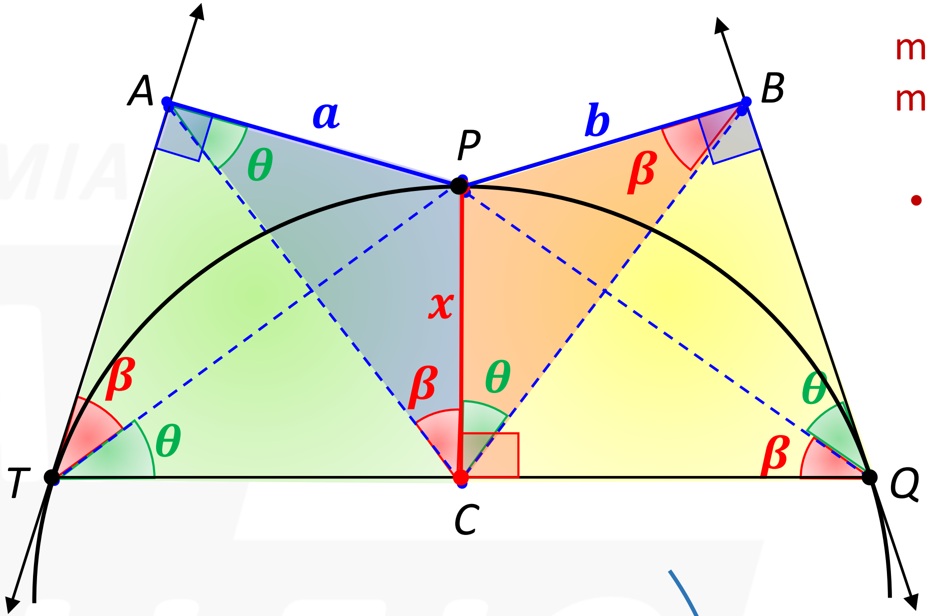


Si T es punto de tangencia.

Se cumple:

$$\boxed{x^2 = a.b}$$

DEMOSTRACIÓN:



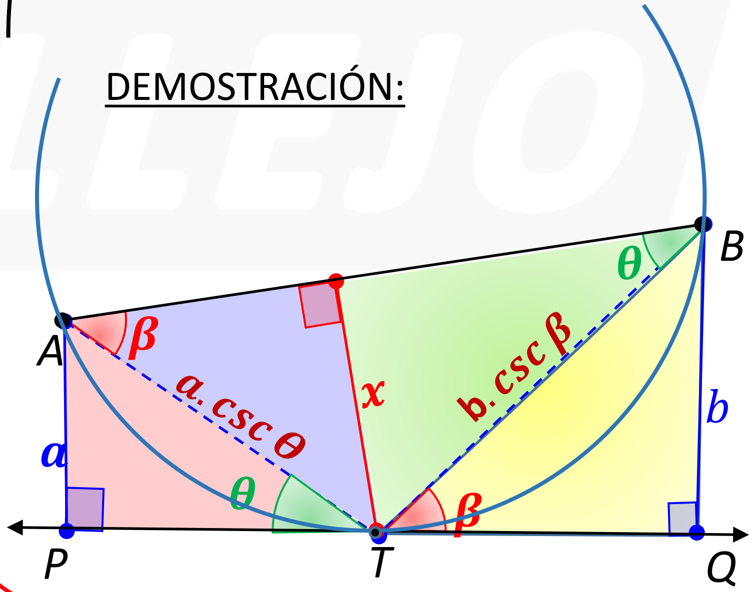
m∢ATP = m∢TQP = β
m∢BQP = m∢QTP = θ

- $TAPC$ y $CPBQ$ son inscriptibles:
- $\Delta APC \sim \Delta CPB$:

$$\frac{x}{b} = \frac{a}{x}$$

$$\therefore x^2 = a.b$$

DEMOSTRACIÓN:



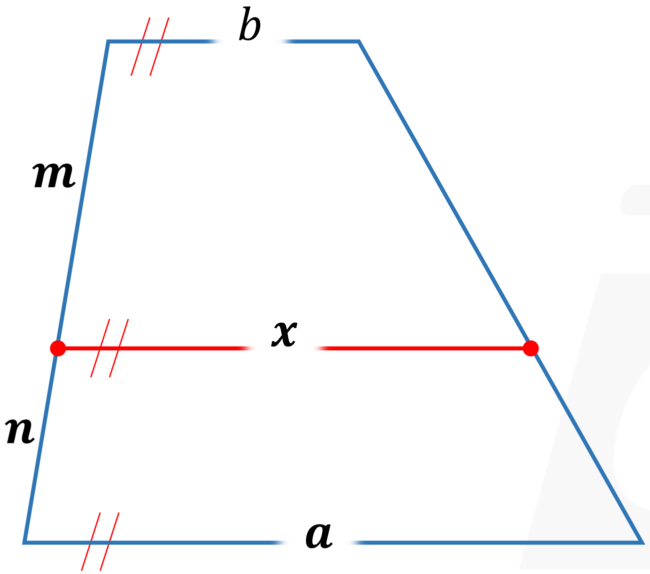
- Por la observación anterior:

m∢BAT = m∢BTQ = β
m∢ABT = m∢ATP = θ

- $x = a.\csc\theta.(\operatorname{sen}\beta)$
- $x = b.\csc\beta.(\operatorname{sen}\theta)$

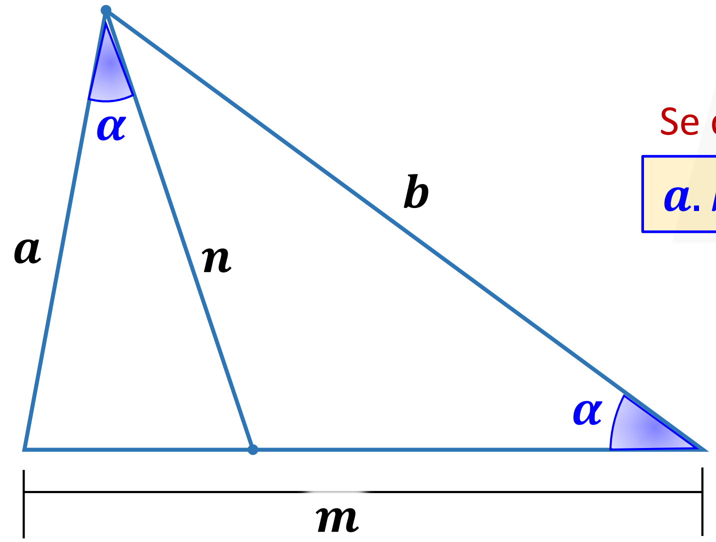
$$\therefore x^2 = a.b$$

TEOREMAS ADICIONALES



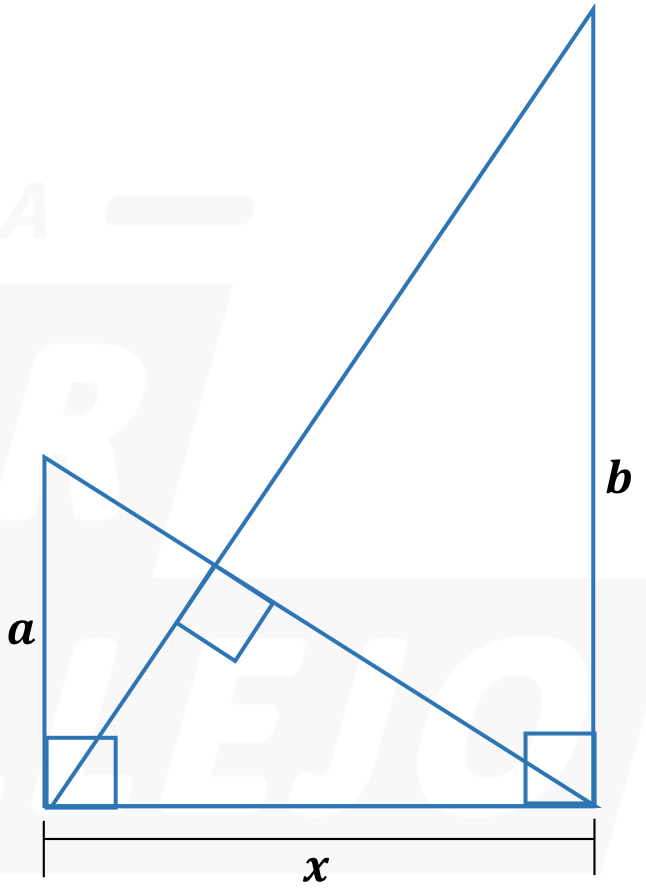
Se cumple:

$$x = \frac{a.m + b.n}{m+n}$$



Se cumple:

$$a.b = m.n$$



Se cumple:

$$x^2 = a.b$$

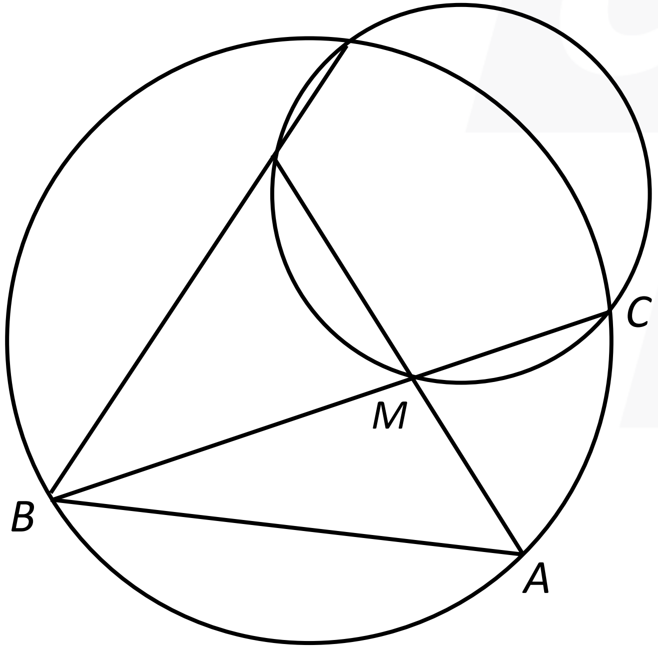
UNI

2018-I

Según el gráfico AM = 1u, AC = 2u y AB = 3u. Calcule BC (en u).

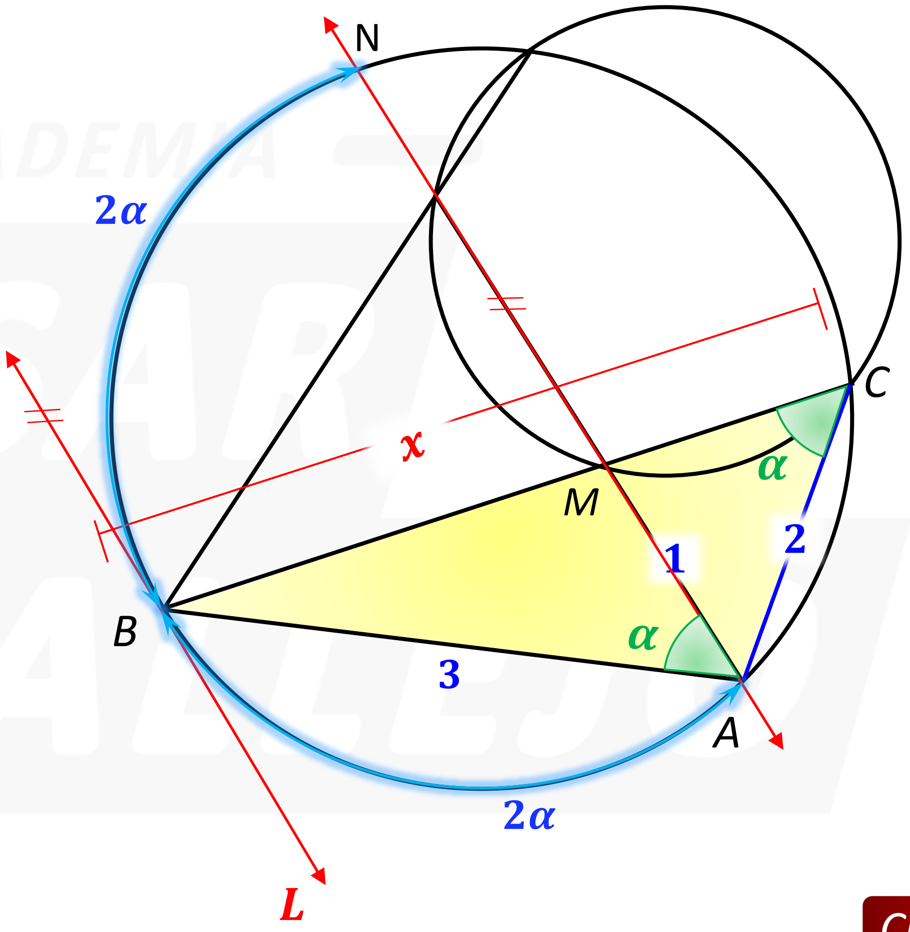
A) 4 B) $\sqrt{17}$ C) 5

D) 6 E) 7

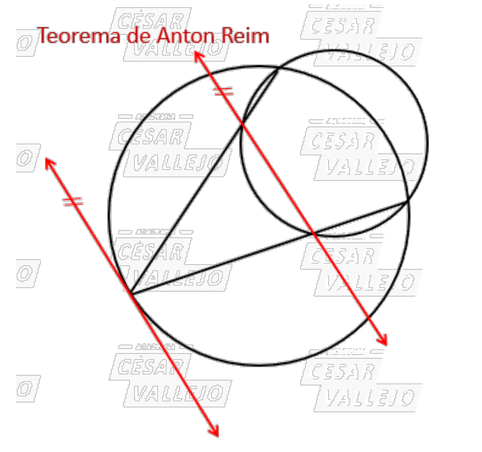


Resolución

Piden: $BC = x$



OBSERVACIÓN



- Trazamos la tangente por B.
- Por observación: $\overleftrightarrow{L} \parallel \overleftrightarrow{AN}$

$\Rightarrow m\widehat{BN} = m\widehat{BA} = 2\alpha$

- ΔBCA : Por semejanza.

$3(2) = 1(x)$

Clave D

$\therefore x = 6$

NOTA: En este problema el triángulo ABC no cumple con el teorema de existencia.

ACADEMIA
CÉSAR
VALLEJO

GRACIAS

SÍGUENOS:

academiacesarvallejo.edu.pe