academiacesarvallejo.edu.pe

Ciclo

INTENSIVO UNI

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

academiacesarvallejo.edu.pe

Ciclo
INTENSIVO UNI

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

ARITMÉTICA

Tema: **Teoría de Conjuntos**
Docente: **Erick Condeña**

OBJETIVOS

1. Conocer la determinación de conjuntos.

2. Distinguir las distintas relaciones entre conjuntos y los conjuntos especiales.

3. Entender como resolver problemas contextualizados de conjuntos

TEORÍA DE CONJUNTOS

NOCIÓN DE CONJUNTOS

Se entiende por conjunto a la reunión de objetos, de cualquier forma o naturaleza, a los cuales se les llamará **elementos del conjunto**.

Generalmente a los conjuntos se les denota mediante letras mayúsculas y a sus elementos encerrados entre signos de colección como: { } ; ( ) ; [ ].

Ejemplo:

- $A = \{a; e; i; o; u\}$
- $B = \{2; 4; 6; 8; 10; 12; 14\}$
- $C = \{Francia, Dinamarca, Australia, Tunez\}$

CARDINAL DE UN CONJUNTO

Indica la cantidad de elementos diferentes que posee un conjunto. Se denota $\boldsymbol{n(A)}$: cardinal del conjunto A.

Ejemplo:

- $A = \{1; 2; \{2\}; 3; \{3\}\}$ $\qquad \boldsymbol{n(A) = 5}$

DETERMINACIÓN DE UN CONJUNTO

1) Por Extensión:

Cuando se listan todos y cada uno de los elementos que conforman el conjunto.

Ejemplo:

- $B = \{6; 9; 12; 15; 21; 24\}$

2) Por Comprensión:

Es cuando se señala una propiedad o característica común de todos los elementos de un conjunto.

Ejemplo:

- $B = \{n/n \text{ es múltiplo de 3 entre 5 y 25}\}$

También:

- $B = \{3x/x \in \mathbb{N}; 1 < \mathrm{x} < 9\}$

Aplicación 1

Dados los conjuntos:

$M = \{(2x + 3) \,/\, x \in \mathbb{Z} \wedge -2 < x < 2\}$

$P = \{(2x + 3) \in \mathbb{Z} \,/\, -2 < x < 2\}$

Halle: $n(P) - n(M)$

Resolución:

RELACIONES ENTRE CONJUNTOS

1) Inclusión $(\subset)$:

$$\boldsymbol{A \subset B \leftrightarrow (\forall x \in A \rightarrow X \in B)}$$

Se lee:

"A está incluido en B"

"A está contenido en B"

"A es subconjunto de B"

Ejemplo:

Sea el conjunto: $S = \{1;\ 2;\ \{2\};\ 3;\ \{5\};\ \{7;8\};\ 9\}$

Entonces:

- $\{9\} \subset S$
- $\{5\} \not\subset S$
- $\{1;3\} \subset S$
- $\{7;8;9\} \not\subset S$
- $\{1;\{2\}\} \subset S$
- $\{11\} \not\subset S$

Nota:

Para todo conjunto A se cumple: $A \subset A$

2) Igualdad $(=)$:

$$A = B \leftrightarrow (A \subset B \text{ y } B \subset A)$$

Ejemplo:

Sean los conjuntos:

- $\mathbb{N} = \{1; 2; 3; \dots\}$
- $\mathbb{Z}^+ = \{1; 2; 3; \dots\}$

$\Rightarrow$ $\mathbb{N} = \mathbb{Z}^+$

3) Comparables:

$$A \subset B \text{ o } B \subset A \text{ pero no ambos}$$

Ejemplo:

Sean los conjuntos:

- $\mathbb{N} = \{1; 2; 3; \dots\}$
- $\mathbb{Z} = \{\dots; -2; -1; 0; 1; 2; \dots\}$

$\Rightarrow$ $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$ pero $\mathbb{Z} \not\subset \mathbb{N}$

Entonces, $\mathbb{N}$ y $\mathbb{Z}$ son comparables.

Nota:

Dos conjuntos comparables no son iguales.

4) Disjuntos:

Dos conjuntos son disjuntos si no tienen ningún elemento en común.

Ejemplo:

Los conjuntos $\mathbb{Z}^+$ y $\mathbb{Z}^-$ son disjuntos.

5) Coordinables o equipotentes:

Dos conjuntos A y B, son coordinables si entre sus elementos se puede establecer una correspondencia biunívoca.

Ejemplo:

Dado los conjuntos de los naturales y el conjunto de los pares:

$$\begin{array}{ccccccccc} \mathbb{N} = \{ & 1; & 2; & 3; & 4; & 5; & 6; & 7; & \dots\} \\ & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \\ \mathbb{P} = \{ & 2; & 4; & 6; & 8; & 10; & 12; & 14; & \dots\} \end{array}$$

Esta relación biunívoca hace que ambos conjuntos tengan la **misma cantidad de elementos**.

Aplicación 2

Si los conjuntos:
$A=\{2^{a+3};\ 81\}$ y $B=\{64;\ 3^{2b-6}\}$ son iguales.
Hallar: $a+b$.

Resolución:

CONJUNTOS ESPECIALES

1) Conjunto Potencia:

Es aquel cuyos elementos son todos los posibles subconjuntos que se pueden formar con los elementos de un conjunto.

Ejemplo:

Sea el conjunto: $A=\{1;\ 2;\ 3;4\}$

Entonces el conjunto potencia de A es:

$$P(A)=\{\phi;\ \{1\};\ \{2\};\ \{3\};\ \{4\};\ \{1;2\};\ \{1,3\};\ \{1;4\};\ \{2;3\};\ \{2;4\};\ \{3;4\};\ \{1;2;3\};\ \{1;2;4\};\ \{1;3;4\};\ \{2;3;4\};\ \underbrace{\{1;2;3;4\}}_{\text{No es propio}}\ \}$$

Además: $n[P(A)]=16=2^4$

$$\boxed{n[P(A)]=2^{n(A)}}$$

$$\boxed{[\text{Nº de subconjuntos propios de A}]=2^{n(A)}-1}$$

Aplicación 3

Dado el conjunto:

$$P = \left\{ x/x \in \mathbb{Z} \wedge 3 < \frac{x+7}{2} < 6 \right\}$$

Halle el número de subconjuntos propios de "P".

Resolución:

OPERACIONES ENTRE CONJUNTOS

1) Unión ($\cup$):

$\boldsymbol{A \cup B = \{x/x \in A \vee x \in B\}}$ Se lee: A o B

2) Intersección ($\cap$):

$\boldsymbol{A \cap B = \{x/x \in A \wedge x \in B\}}$ Se lee: A y B

3) Diferencia ($-$):

$\boldsymbol{A - B = \{x/x \in A \wedge x \notin B\}}$ Se lee: A pero no B

4) Diferencia Simétrica ($\triangle$):

$\boldsymbol{A \triangle B = \{x/x \in (A \cup B) \wedge x \notin (A \cap B)\}}$ Se lee: Solo A o Solo B

5) Complemento (A^C):

$\boldsymbol{A^C = \{x/x \notin A \wedge x \in \mathbb{U}\}}$ Se lee: No A

Observación:

1) Para $\boldsymbol{A \subset B}$: $\boldsymbol{A \cup B = B}$ $\boldsymbol{A \cap B = A}$

2) Si $\boldsymbol{A}$ y $\boldsymbol{B}$ **son conjuntos disjuntos:** $\boldsymbol{A \cap B = \emptyset}$

Aplicación 4

Dados los conjuntos:

$A = \{2;\ 5;\ 7;\ 8\}$; $B = \{2;\ 5;\ 9\}$ y $U = \{2;\ 4;\ 5;\ 7;\ 8;\ 9\}$

Halle:

a) $A \cup B$ b) $A \cap B$ c) $A - B$ d) $B - A$ e) $A \,\Delta\, B$ f) A^c

Resolución:

Aplicación 5

Carlos debe almorzar pollo o pescado (o ambos) en su almuerzo de cada día del mes de marzo. Si en su almuerzo durante 20 días hubo pollo y durante 25 días hubo pescado, entonces, el número de días que almorzó pollo y pescado es:

EXAMEN UNI 2003 - I

Resolución:

LEYES DEL ÁLGEBRA DE CONJUNTOS

1) Idempotencia:

- $A \cup A = A$
- $A \cap A = A$

2) Conmutativa:

- $A \cup B = B \cup A$
- $A \cap B = B \cap A$

3) Asociativa:

- $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$
- $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$

4) De la Diferencia:

- $A - B = A \cap B^C$

5) Distributiva:

- $A \cup (B \cap C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
- $A \cap (B \cup C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

6) De Morgan:

- $(A \cup B)^C = A^C \cap B^C$
- $(A \cap B)^C = A^C \cup B^C$

7) Absorción:

- $A \cup (A \cap B) = A$
- $A \cap (A \cup B) = A$
- $A \cup (A^C \cap B) = A \cup B$
- $A \cap (A^C \cup B) = A \cap B$

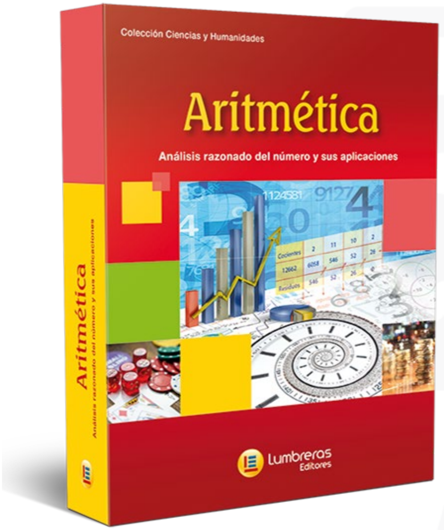
8) Del Complemento:

- $\phi^C = \mathbb{U}$
- $\mathbb{U}^C = \phi$
- $(A^C)^C = A$
- $A \cap A^C = \phi$
- $A \cup A^C = \mathbb{U}$

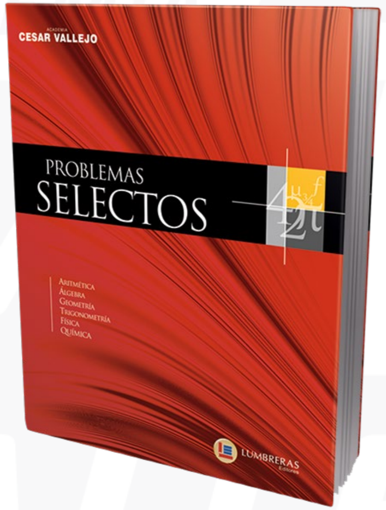
9) De La Unidad:

- $A \cup \mathbb{U} = \mathbb{U}$
- $A \cap \mathbb{U} = A$
- $A \cup \phi = A$
- $A \cap \phi = \phi$

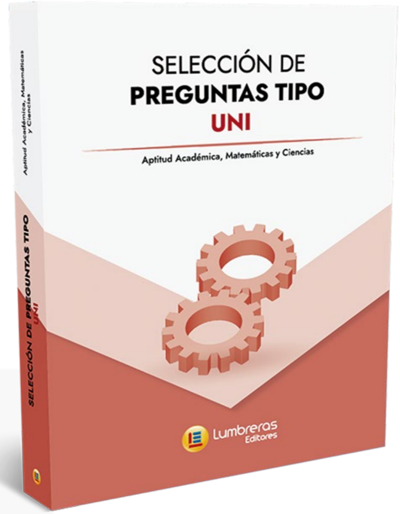
BIBLIOGRAFÍA



Aritmética:
Análisis razonado del número y sus aplicaciones



Problemas Selectos:
Matemáticas,
Ciencias Naturales



Selección de preguntas tipo UNI: Aptitud académica, Matemática y Ciencias

ACADEMIA
CÉSAR
VALLEJO

GRACIAS

SÍGUENOS:

academiacesarvallejo.edu.pe