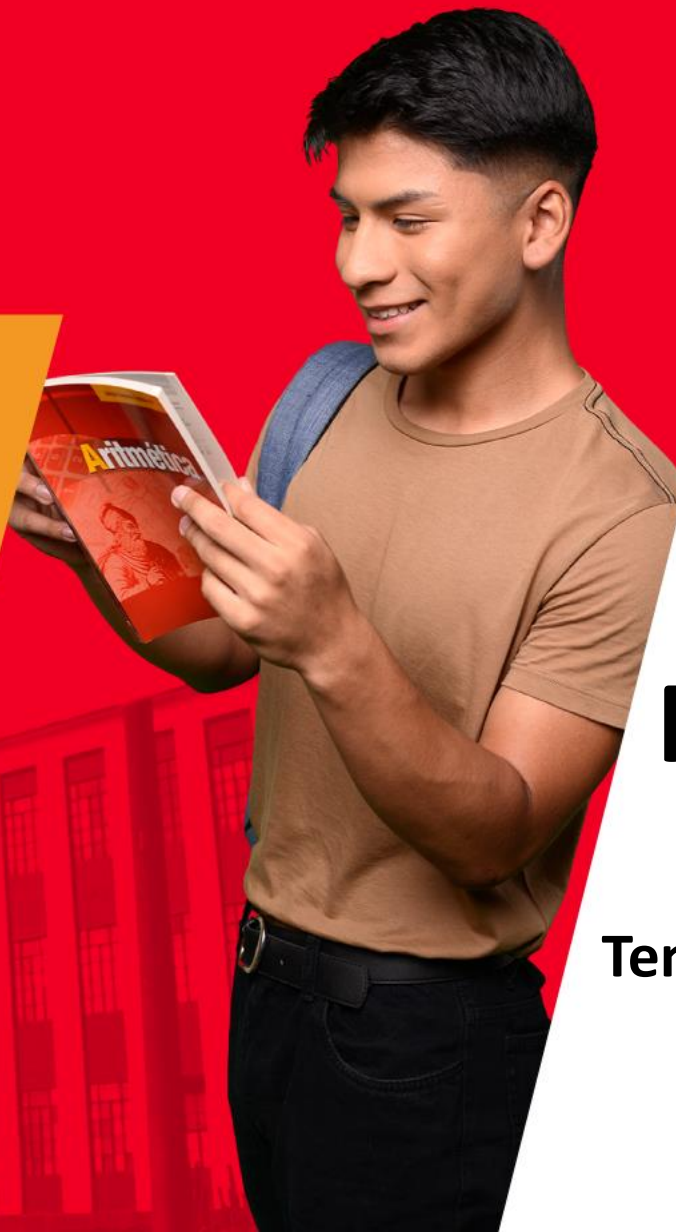


academiacesarvallejo.edu.pe

Ciclo

**INTENSIVO
UNI**



— ACADEMIA —
**CÉSAR
VALLEJO**

— ACADEMIA —
**CÉSAR
VALLEJO**

RAZ. MATEMÁTICO

Tema: OPERACIONES MATEMÁTICAS II

— ACADEMIA —

RESOLUCIÓN DE LA PRÁCTICA DIRIGIDA

Problema 2

Se define la operación matemática $*$ en $A=\{1; 2; 3; 4; 5\}$ mediante la siguiente tabla:

$*$	5	4	3	2	1
1	2	1	4	1	5
2	4	2	3	5	1
3	1	3	2	3	4
4	5	4	3	2	1
5	3	5	1	4	2

Si a^{-1} es el elemento inverso de a , determine verdadero (V) o falso (F) según corresponda y elija la secuencia correcta en A.

- I. La operación es cerrada. (V)
- II. La operación es conmutativa. (V)
- III. La operación posee elemento neutro.... (V)
- IV. $3^{-1} * 1^{-1} = 2$ (F)
- V. $5^{-1} = 2$ (V)

- A) VFVVF
- B) VVVVF
- C) VFVVV
- D) VVVVF
- E) FVVVF

Resolución:

Nos piden: determinar el valor de verdad de las proposiciones.

- I. La operación es cerrada.
- II. La operación es conmutativa.

Ordenamos la tabla:

$*$	1	2	3	4	5
1	5	1	4	1	2
2	1	5	3	2	4
3	4	3	2	3	1
4	1	2	3	4	5
5	2	4	1	5	3

Hay simetría

- III. La operación posee elemento neutro

Si $e=4$

$$\text{IV. } \underbrace{3^{-1}}_1 * \underbrace{1^{-1}}_3 = 2 \quad \Rightarrow \quad 1 * 3 = 4$$

$$\text{V. } 5^{-1} = 2$$

$*$	1	2	3	4	5
1	5	1	4	1	2
2	1	5	3	2	4
3	4	3	2	3	1
4	1	2	3	4	5
5	2	4	1	5	3

∴ La secuencia correcta es: VVVVF

Problema 4

Se define en el conjunto de los números reales positivos la siguiente operación matemática:

$$a \Delta b = 2(a + b)\sqrt{(a^b + b^a)}$$

Calcule el valor de E

$$E = \frac{(2 \Delta 5)}{(5 \Delta 2)} + \frac{(2 \Delta 3) - (3 \Delta 2)}{(50 \Delta 100) + (3 \Delta 6)}$$

~~A) 1~~
D) 4

B) 2

C) 3
E) 5

Resolución:

Nos piden: El valor de E

$$a \Delta b = 2(a + b)\sqrt{(a^b + b^a)}$$

Hallando: $b \Delta a$

$$b \Delta a = 2(b + a)\sqrt{(b^a + a^b)}$$

Se observa que:

$$a \Delta b = b \Delta a$$

En el problema

$$E = \underbrace{\frac{(2 \Delta 5)}{(5 \Delta 2)}}_1 + \underbrace{\frac{(2 \Delta 3) - (3 \Delta 2)}{(50 \Delta 100) + (3 \Delta 6)}}_0 = 1$$

∴ El valor de E es: 1

Problema 08

Para la operación f definida en el conjunto $A = \{1; 2; 3; 5\}$ mediante la siguiente tabla:

ϕ	1	2	3	5
5	1	2	3	5
3	2	1	0	3
2	3	0	1	2
1	5	3	2	1

Se afirma:

- I. Es cerrada en el conjunto A.
- II. Es conmutativa.
- III. Posee elemento neutro.

Son ciertas:

- A) Solo I
- B) I y II
- C) II y III
- D) I y III
- E) I, II y III

Resolución:

Nos piden: indicar las proposiciones ciertas.

I. Es cerrada en el conjunto A. (F)

*	1	2	3	5
5	1	2	3	5
3	2	1	0	3
2	3	0	1	2
1	5	3	2	1

$\notin A$

La operación no es cerrada en A.

II. Es conmutativa. (V)

Ordenamos la tabla:

*	1	2	3	5
1	5	3	2	1
2	3	0	1	2
3	2	1	0	3
5	1	2	3	5

Hay
simetría

La operación es conmutativa.

III. Posee elemento neutro. (V)

*	1	2	3	5
5	1	2	3	5
3	2	1	0	3
2	3	0	1	2
1	5	3	2	1

$e=5$

•• Son correctas II y III.

Problema 10

Se define en \mathbb{Z} la siguiente operación matemática:

$$a \# b = a + b + 8$$

Calcule el valor de x en la siguiente expresión:

$$(12^{-1} \# (8 \# x^{-1})) = ((-16)^{-1} \# (-20)^{-1}) \# (-8)^{-1}$$

Considere que a^{-1} es el elemento inverso de a .

- A) 0
- B) -16
- C) -32
- D) 32
- E) 16

Resolución:

Nos piden: Calcular el valor de x .

Tenemos: $a \# b = a + b + 8$

Cálculo del elemento neutro (e):

$$\begin{aligned} a \# e &= a \\ a + e + 8 &= a \end{aligned}$$

El neutro es: $e = -8$

Luego:

$$(12^{-1} \# (8 \# x^{-1})) = ((-16)^{-1} \# (-20)^{-1}) \# (-8)^{-1}$$

$$(-28 \# (8 \# (-16 - x))) = (0 \# 4) \# -8$$

$$(-28 \# (8 + (-16 - x) + 8)) = (0 + 4 + 8) \# -8$$

$$(-28 + (8 + (-16 - x) + 8)) + 8 = (0 + 4 + 8) + 8$$

$$-28 - x = 0 + 4 \rightarrow x = -32$$

Cálculo del elemento inverso (a^{-1}):

$$a \# a^{-1} = e$$

$$a + a^{-1} + 8 = -8$$

$$a^{-1} = -16 - a \quad \left\{ \begin{array}{l} 12^{-1} = -16 - 12 = -28 \\ x^{-1} = -16 - x \end{array} \right.$$

$$(-16)^{-1} = -16 - (-16) = 0$$

$$(-20)^{-1} = -16 - (-20) = 4$$

$$(-8)^{-1} = -16 - (-8) = -8$$

\therefore El valor de x es: -32

Problema 11

Se define define

$$a \oplus b = \frac{1}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b} - 2}$$

En dicha operación, ¿el inverso de qué número es la unidad?

- ~~A) 1/3~~
 B) 0
 C) 2
 D) 3
 E) 4

Resolución:

Nos piden determinar el inverso de qué número es la unidad

$$a \oplus b = \frac{1}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b} - 2}$$

Hallemos el elemento neutro e.

Por definición

$$a \oplus e = a$$

$$\frac{1}{\frac{1}{a} + \frac{1}{e} - 2} = a$$

$$\cancel{1} = \cancel{1} + \frac{a}{e} - 2a$$

$$0 = a \left(\frac{1}{e} - 2 \right)$$

$$0 \rightarrow e = \frac{1}{2}$$

Por definición:

$$X \oplus X^{-1} = e$$

Dato: $X^{-1} = 1 \rightarrow X \oplus 1 = e$

$$\frac{\cancel{1}}{\frac{1}{x} + \frac{1}{1} - 2} = \frac{\cancel{1}}{2}$$

$$\frac{1}{x} - 1 = 2$$

$$\therefore x = \frac{1}{3}$$

Problema 12

Se define en \mathbb{R} la operación matemática

$$m * n = \frac{mn}{2\sqrt{2}}$$

¿El inverso de qué número es la unidad?

- A) 1
- B) 2
- C) 4
- ☒ D) 8
- E) 16

Resolución:

Nos piden determinar el inverso de qué número es la unidad

$$m * n = \frac{mn}{2\sqrt{2}}$$

Hallemos el elemento neutro e .

Por definición

$$m * e = m$$

$$\frac{me}{2\sqrt{2}} = m$$

$$\frac{me}{2\sqrt{2}} - m = 0$$

$$m \left(\frac{e}{2\sqrt{2}} - 1 \right) = 0$$

$$0 \rightarrow e = 2\sqrt{2}$$

Por definición:

$$X * X^{-1} = e$$

Dato: $X^{-1} = 1 \rightarrow X * 1 = e$

$$\frac{X \cdot 1}{2\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$$

$$X = (2\sqrt{2})^2$$

$$\therefore \underline{\underline{X = 8}}$$

Problema 13

La operación matemática es definida mediante la siguiente tabla:

#	a	b	c	d
a	b	c	d	a
b	c	d	a	b
c	d	a	b	c
d	a	b	c	d

Halle $E = \frac{(d^{-1} \# c) \# (d^{-1} \# c)}{(b^{-1} \# a) \# (a^{-1} \# d)}$

,siendo x^{-1} el elemento inverso de x

A) $\frac{a}{b}$

B) $\frac{a}{d}$

C) 1

D) $\frac{c}{a}$

E) $\frac{d}{c}$

Resolución:

Nos piden: $E = \frac{(d^{-1} \# c) \# (d^{-1} \# c)}{(b^{-1} \# a) \# (a^{-1} \# d)}$

#	a	b	c	d
a	b	c	d	a
b	c	d	a	b
c	d	a	b	c
d	a	b	c	d

$e = d$

Por definición de inversas

$$a * a^{-1} = d$$

↓
c

$$b * b^{-1} = d$$

↓
b

$$d * d^{-1} = d$$

↓
d

Reemplacemos en lo que nos piden:

$$E = \frac{(d^{-1} \# c) \# (d^{-1} \# c)}{(b^{-1} \# a) \# (a^{-1} \# d)} = \frac{(d \# c) \# (d \# c)}{(b \# a) \# (c \# d)} = \frac{(c) \# (c)}{(c) \# (c)} = 1$$

∴ El valor de lo que nos piden es 1

Problema 15

En el conjunto $Q = \{1; 3; 5; 7\}$ se define la operación ∇ según la siguiente tabla.

∇	5	7	3	1
7	7	1	5	3
3	3	5	1	7
1	1	3	7	5
5	5	7	3	1

Luego, sea x^{-1} el **elemento inverso** de $x \in Q$, según la operación ∇ , halle:

$$E = \frac{3^{-1} + 5^{-1}}{7^{-1} + 1^{-1}}$$

- A) $\frac{31}{53}$ B) 2 C) 1
 D) $\frac{5}{3}$ E) 3

Resolución:

Nos piden: El valor de E.

∇	5	7	3	1
7	7	1	5	3
3	3	5	1	7
1	1	3	7	5
5	5	7	3	1

Primero procedemos a calcular el elemento neutro (e):

$$\rightarrow e = 5$$

∇	5	7	3	1
7	7	1	5	3
3	3	5	1	7
1	1	3	7	5
5	5	7	3	1

Ahora procedemos a calcular los elementos inversos:

- $1^{-1} = 1$
- $3^{-1} = 7$
- $5^{-1} = 5$
- $7^{-1} = 3$

Reemplazando en lo pedido obtenemos:

$$E = \frac{3^{-1} + 5^{-1}}{7^{-1} + 1^{-1}} = \frac{7 + 5}{3 + 1} = \frac{12}{4} = 3$$

Problema 16

En la tabla, se define la operación $\#$ en el conjunto $\{a; b; c\}$ Según esto se afirma

- I. $b^{-1} = a$.
- II. $b \# b^{-1} = c$.
- III. $c^{-1} \# b^{-1} = c$.

Son verdaderas

#	a	b	c
a	c	c	a
b	c	a	b
c	a	b	c

- A) solo I
- B) solo II
- C) solo III
- ☒ D) I y II
- E) I y III

Resolución:

Nos piden: Las proposiciones verdaderas.

#	a	b	c
a	c	c	a
b	c	a	b
c	a	b	c

#	a	b	c
a	c	c	a
b	c	a	b
c	a	b	c

Primero procedemos a calcular el elemento neutro (e):

$$\rightarrow e = c \quad (II)$$

Ahora procedemos a calcular los elementos inversos:

- $a^{-1} = a$ o b
- $b^{-1} = a \quad (I)$
- $c^{-1} = c$

Analizando cada proposición obtenemos:

$$I. b^{-1} = a \dots\dots\dots (V)$$

$$II. b \# b^{-1} = c \dots\dots (V)$$

$$III. c^{-1} \# b^{-1} = \dots (F)$$

$$c. c \# a = a$$

•• Son verdaderas: I y II

Problema 18

Se define en $A=\{a; b; c; d\}$ la siguiente operación matemática mediante el operador asterisco (*) que cumple la propiedad conmutativa y tiene elemento neutro c.

*	a	b	c	d
d	c	a	-	b
b	-	c	-	-
a	b	d	-	c
c	-	-	-	-

Determine x si se cumple además que $(a^{-1} * x^{-1})^{-1} * c^{-1} = b^{-1} * a^{-1}$ donde a^{-1} es el elemento inverso de a.

- A) a B) b ~~C) c~~
D) d E) e

Resolución:

Nos piden: El valor de x:

Ordenando la tabla:

*	a	b	c	d	
a	b	d	a	c	$a^{-1} = d$
b	d	c	b	a	$b^{-1} = b$
c	a	b	c	d	$c^{-1} = c$
d	c	a	d	b	$d^{-1} = a$

$$(a^{-1} * x^{-1})^{-1} * c^{-1} = b^{-1} * a^{-1}$$

$$\underbrace{(d * x^{-1})^{-1}}_a * c = \underbrace{b * d}_a$$

$$\Rightarrow \underbrace{(d * x^{-1})^{-1}}_d = a$$

$$\Rightarrow d * \underbrace{x^{-1}}_c = d$$

$$\Rightarrow x^{-1} = c$$

$$\Rightarrow x = c$$



El valor de x es c

Problema 19

La operación matemática representada por el operador $*$ y definida en $A=\{1; 2; 3; 4; 5\}$ tiene elemento neutro "e" y $\forall a \in A$ existe un a^{-1} que es el elemento inverso de a . Complete la tabla e indique el valor de verdad de las proposiciones.

*	3	1	5	2	4
5	2^{-1}	5^{-1}	4^{-1}	-	1^{-1}
2	-	-	-	2^{-1}	-
1	5	3^{-1}	5^{-1}	-	-
3	4^{-1}	1^{-1}	-	-	5
4	3^{-1}	-	4	-	5^{-1}

I. La operación matemática cumple la propiedad conmutativa

II. El elemento neutro de la operación matemática es 4

III. $(3^{-1} * 4) * 1^{-1} = (1 * 2) * 3^{-1}$

A) FVV

B) VVF

C) VFV

D) FFV

E) FFF

Resolución

Nos piden: Indicar el valor de verdad de las proposiciones

Por definición: $n * n^{-1} = e \rightarrow e * e^{-1} = e \rightarrow e * e = e^{-1} \rightarrow 2^{-1} = 2$

Ordenamos la tabla:

*	3	1	5	2	4
3	4^{-1}	1^{-1}	-	3	5
1	5	3^{-1}	5^{-1}	1	2
5	2	5^{-1}	4^{-1}	5	1^{-1}
2	3	1	5	2^{-1}	4
4	3^{-1}	-	4	4	5^{-1}

Para que 1 tenga inverso

$$1^{-1} = 4$$

$$4^{-1} = 1$$

$$3^{-1} = 5$$

$$5^{-1} = 3$$

*	3	1	5	2	4
3	1	4	2	3	5
1	5	5	3	1	2
5	2	3	1	5	4
2	3	1	5	2	4
4	5	2	4	4	3

I. Es conmutativa (F)

II. $e=4$ (F)

III. $(3^{-1} * 4) * 1^{-1} = (1 * 2) * 3^{-1}$ (V)

$$(5 * 4) * 4 = (1 * 2) * 5$$

$$4 * 4 = 1 * 5$$

La secuencia correcta es FFV

Problema 20

Se define en R la operación matemática $*$ que posee una única regla de definición. En la siguiente tabla se muestran algunos de sus resultados:

$*$	7	11	15
2	28	44	60
5	70	110	150
7	98	154	210

Calcule 8^{-1} si a^{-1} es el elemento inverso de a .

- A) $1/2$
- B) $1/4$
- C) $1/8$
- D) $1/16$
- ☒ E) $1/32$

Resolución:

Nos piden determinar el valor de 8^{-1} .

De la tabla:

$$2 * 7 = 28 = 2(2)(7)$$

$$2 * 11 = 44 = 2(2)(11)$$

$$5 * 7 = 70 = 2(5)(7)$$

$$5 * 15 = 150 = 2(5)(15)$$

$$a * b = 2ab$$

Cálculo del elemento neutro:

$$a * e = a$$

$$2ae = a$$

$$2e = 1$$

$$e = 1/2$$



$$a^{-1} = \frac{1}{4a}$$

$$\therefore 8^{-1} = \frac{1}{4(8)} = \frac{1}{32}$$

Cálculo del elemento inverso:

$$a * a^{-1} = e$$

$$2a \cdot a^{-1} = 1/2$$

Problema 21

Se tiene la siguiente tabla definida en R:

\downarrow	3	1	6
2	3	1	6
4	5	3	8
5	6	4	9

Halle $7^{-1} \downarrow 2^{-1}$ si se cumple que a^{-1} es el elemento inverso de a .

- A) -3
- B) -5
- C) 0
- D) -4
- E) -2

Resolución:

Nos piden el valor de $7^{-1} \downarrow 2^{-1}$

De la tabla:

\downarrow	3	1	6
2	3	1	6
4	5	3	8
5	6	4	9

$$a \downarrow b = a + b - 2$$

1er paso,

calculamos el elemento neutro.

$$a \downarrow e = a$$

$$a + e - 2 = a$$

$$e = 2$$

2do paso,

calculamos el elemento inverso.

$$a \downarrow a^{-1} = e$$

$$a + a^{-1} - 2 = 2$$

$$a^{-1} = 4 - a$$

3er paso, reemplazamos

$$7^{-1} \downarrow 2^{-1}$$

$$(4 - 7) \downarrow (4 - 2)$$

$$(-3) \downarrow (2)$$

$$-3 + 2 - 2 = -3$$

∴ El valor de $7^{-1} \downarrow 2^{-1} = -3$



GRACIAS

SÍGUENOS:   

academiacesarvallejo.edu.pe