academiacesarvallejo.edu.pe

Ciclo INTENSIVO UNI

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

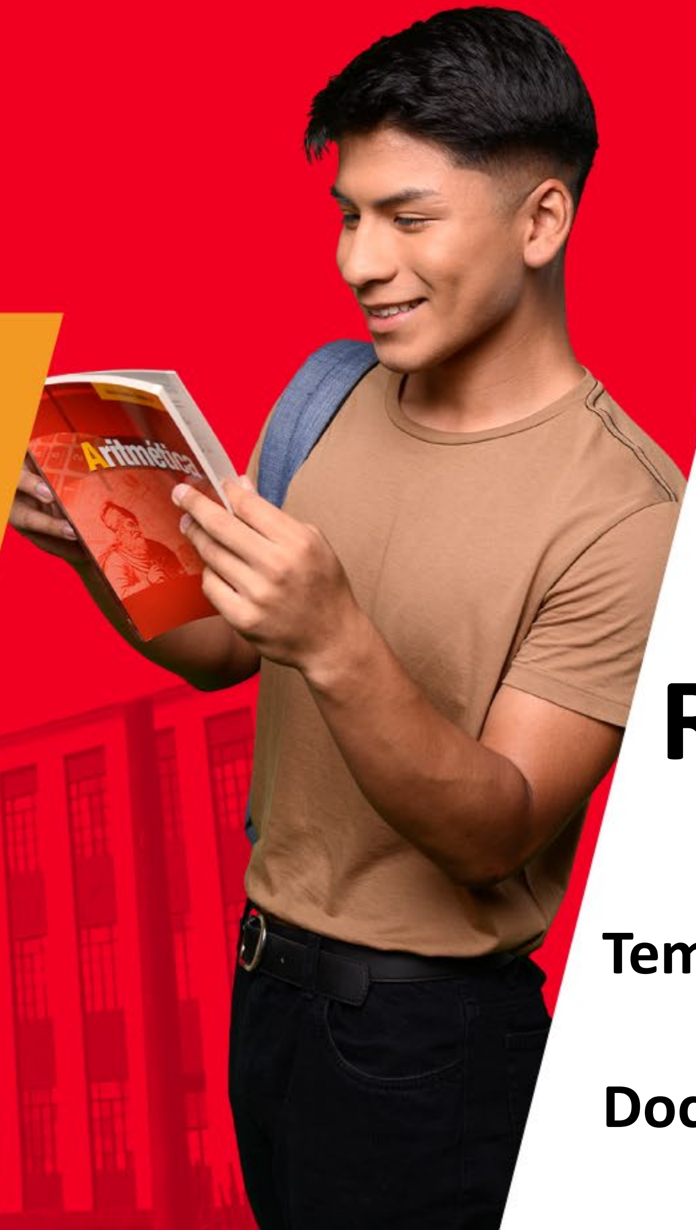
ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

academiacesarvallejo.edu.pe

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

Ciclo
INTENSIVO UNI



RAZ. MATEMÁTICO

Tema: OPERACIONES MATEMÁTICAS II

Docente: Armando Luján Navarro

OPERACIONES MATEMÁTICAS II

*	2	3	5	7
3	3	5	7	2
7	7	2	3	5
2	2	3	5	7
5	5	7	2	3

- PROPIEDAD DE CERRADURA O DE CLAUSURA
- PROPIEDAD CONMUTATIVA
- ELEMENTO NEUTRO
- ELEMENTO INVERSO

OBJETIVOS:

Conocer, analizar y aplicar de manera correcta las propiedades de clausura, conmutativa, elemento neutro y elemento inverso de las operaciones matemáticas.

*	1	2	3	4
1	2	4	1	3
2	4	1	3	2
3	1	3	2	4
4	3	2	4	1

PROPIEDAD DE CLAUSURA O CERRADURA

En un conjunto $A \neq \phi$ definimos una operación matemática simbolizada por (*) y encontramos la siguiente propiedad:

Si al realizar la operación representada por (*) con dos elementos cualesquiera del conjunto A el resultado termina siendo un elemento del conjunto A, entonces la operación cumple con la propiedad de clausura o cerradura y, por consiguiente, la operación es cerrada en el conjunto A.

$$\boxed{\forall\ a\ ;\ b \in A \rightarrow a*b \in A}$$

APLICACIÓN 1

Se define en $\mathbb{R}$: $a*b = 3a^2 + b$

¿ La operación es cerrada en $\mathbb{N}$?

Si la regla fuera:
$a*b = 3a^2 - b$
¿Es cerrada en $\mathbb{N}$?

Resolución:

Sean a y b números naturales $(\mathbb{N})$ entonces:

$$\mathbb{N} * \mathbb{N} = \underbrace{3(\mathbb{N})^2}_{\mathbb{N}} + \mathbb{N} = \mathbb{N}$$

$\therefore$ Por lo tanto la operación con (*) es cerrada en $\mathbb{N}$.

APLICACIÓN 2

En A={2; 3; 5; 7} se define la operación matemática representada en el operador (*) mediante la siguiente tabla:

*	2	3	5	7
3	3	5	7	2
7	7	2	3	5
2	2	3	5	7
5	5	7	6	3

$\in$ **A**

$\in$ **A**

$\notin$ **A = { 2; 3; 5; 7}**

¿La operación es cerrada en A?

Resolución:

Para saber si la operación es cerrada en A, verificar que todos los elementos del conjunto A estén presentes tanto en la columna, en la fila de entrada y también en el cuerpo de la tabla. Si es así, la operación es cerrada en A.

Notamos que $6 \notin A$ $\therefore$ La operación definida no es cerrada en A.

PROPIEDAD CONMUTATIVA

Para todo par de elementos del conjunto A, si el orden de dichos elementos en la operación matemática representada por (*) no altera el resultado de la misma, entonces la operación es conmutativa en A.

$$\boxed{\forall\ a\ ;\ b \in A \rightarrow a{*}b = b{*}a}$$

APLICACIÓN 3

Se define en $\mathbb{Q}$ $\quad \boldsymbol{a * b} = \boxed{\boldsymbol{a + b - ab}}$

¿Esta operación cumple la propiedad conmutativa?

Resolución:

Para saber si la operación cumple o no con la propiedad de la conmutatividad, calculamos $\boldsymbol{b * a}$

$$b * a = \boxed{b + a - ba}$$

Comparamos los resultados en ambos casos

$$(a + b - ab)\ \ y\ \ (b + a - ba)$$

Son iguales, es decir, el resultado es el mismo.

$\therefore$ La operación representada por $(*)$ **es conmutativa.**

APLICACIÓN 4

En A= {a; b; c; d} se define una operación matemática representada por el operador (*) mediante la siguiente tabla. ¿Es conmutativa la operación?

mismo orden

*	a	b	c	d
a	a	b	c	d
b	b	c	d	a
c	c	d	a	b
d	d	a	b	c

Hay simetría

Resolución:

Criterio de la diagonal:

Se ordena la fila y la columna de entrada.

Se traza la diagonal principal.

Se verifica simetría a ambos lados de la diagonal.

$\therefore$ La operación **sí** es conmutativa

ELEMENTO NEUTRO

Sea **e** un elemento del conjunto A, tal que al operarlo con cualquier elemento **a**, del conjunto A, tanto a derecha como izquierda, da como resultado el mismo elemento **a**.

Si este elemento **e** existe, se ***denominará elemento neutro.***

$$\exists!\, e \in A \,/\, \forall\, a \in A \rightarrow a*e = e*a = a$$

Por ejemplo:

En la adición, el elemento neutro es el 0.

a + 0 = 0 + a = a ➡ e = 0

En la multiplicación el elemento neutro es el 1.

a x 1 = 1 x a = a ➡ e = 1

Si una operación matemática tiene elemento neutro, éste es único.

APLICACIÓN 5

Se define en $\mathbb{Z}$: a*b = a + b – 3. ¿Cuál es el elemento neutro?

Resolución:

Por definición, operamos el neutro por izquierda y por derecha.

$\underbrace{e * a}$ = a

e + $\cancel{a}$ – 3 = $\cancel{a}$

e = 3

$\underbrace{a * e}$ = a

$\cancel{a}$ + e – 3 = $\cancel{a}$

e = 3

Se observa que, para ambos casos, **e** tiene el mismo valor

∴ El elemento neutro es 3

APLICACIÓN 6

Se define en

A= {a; b; c; d}

*	a	b	c	d
a	d	a	b	c
b	a	b	c	d
c	b	c	d	a
d	c	d	a	b

NOTA:
Un elemento ***e*** que cumpla solamente

$$a * \boldsymbol{e} = a$$

Se llama **elemento neutro por la derecha.**

¿Cuál es, si tiene, el elemento neutro?

Resolución:

Criterio de la intersección:

Ubicar en el cuerpo de la tabla, una columna igual a la columna de entrada y una fila igual a la fila de entrada.

La intersección de la fila y la columna mencionadas nos dará el elemento neutro.

*	a	b	c	d
a	d	a	b	c
b	a	b	c	d
c	b	c	d	a
d	c	d	a	b

∴ El elemento neutro es b

ELEMENTO INVERSO

En una operación, con elemento neutro, tenemos un elemento **a** ∈ A, de modo tal que para éste, existe un elemento $\mathbf{a^{-1}}$ ∈ A que al ser operado, tanto a la derecha como a la izquierda de **a** , da como resultado el elemento neutro de la operación. Dicho elemento $\mathbf{a^{-1}}$ es denominado ***elemento inverso de*** **a**.

$$\text{Dado } \mathbf{e} \in \mathbf{A},\ \forall\ \mathbf{a} \in \mathbf{A},\ \exists\ \mathbf{a^{-1}} \in \mathbf{A}\ /\ \mathbf{a * a^{-1} = a^{-1} * a = e}$$

e : Elemento neutro

$\mathbf{a^{-1}}$: Elemento inverso de a

La adición en $\mathbb{R}$

inverso aditivo — neutro aditivo

$$3 + \boxed{(-3)} = 0$$
$$5 + \boxed{(-5)} = 0$$
$$\vdots$$
$$a + \boxed{(-a)} = 0$$

La multiplicación en $\mathbb{R}$

inverso multiplicativo — neutro multiplicativo

$$4 \times \boxed{\frac{1}{4}} = 1$$
$$6 \times \boxed{\frac{1}{6}} = 1$$
$$\vdots$$
$$a \times \boxed{\frac{1}{a}} = 1$$

APLICACIÓN 7

Se define en $\mathbb{R}$

$$a \lozenge b = \frac{2ab}{3}$$

Donde $\mathbf{a^{-1}}$ es el elemento inverso de a.

> ***Recuerda:***
> **Para neutro:** $\boxed{\mathbf{a * e = a}}$
> **Para inverso:** $\boxed{\mathbf{a * a^{-1} = e}}$

Calcule 4^{-1}

Resolución:

Primero calculamos el neutro:

$$\underbrace{\boxed{a \lozenge e = a}}$$

$$\frac{2ae}{3} = a$$

$$e = \frac{3}{2}$$

Luego calculamos $\mathbf{a^{-1}}$

$$\underbrace{\boxed{a \lozenge a^{-1} = e}}$$

$$\frac{2a \times a^{-1}}{3} = \frac{3}{2}$$

$$a^{-1} = \frac{9}{4a}$$

Reemplazamos a = 4 para obtener lo pedido

$$4^{-1} = \frac{9}{4(4)} = \frac{9}{16}$$

∴ El resultado es 9/16

APLICACIÓN 8

Se define en A = {a; b; c; d} una operación matemática mediante la siguiente tabla

*	a	b	c
a	e	c	a
b	c	d	b
c	a	b	c

Donde **n**$^{-1}$ es el elemento inverso de n. Calcule **a**$^{-1}$

A) a
B) b
C) c
D) d
E) e

Si una operación no es conmutativa aún puede tener elemento neutro. Que sea conmutativa no asegura que tenga neutro.

Resolución

Nos piden: El valor de **a**$^{-1}$

Primero hallamos el elemento neutro ***e***

*	a	b	c
a	e	c	a
b	c	d	b
c	a	b	c

e = c

Por definición de inversas

$a * a^{-1} = c \rightarrow b$

$b * b^{-1} = c \rightarrow a$

$c * c^{-1} = c \rightarrow c$

∴ El valor de **a**$^{-1}$ es b

Gráficamente

En el cuerpo de la tabla, señalamos el elemento neutro y procedemos a calcular los elementos inversos.

Criterio del rebote:

*	a	b	c
a	e	c	a
b	c	d	b
c	a	b	c

$a^{-1} = b$

$b^{-1} = a$

$c^{-1} = c$

ACADEMIA
CÉSAR VALLEJO

GRACIAS

SÍGUENOS:

academiacesarvallejo.edu.pe