

## Funciones trigonométricas I

Intensivo UNI 2024 - III

1. Determine el rango de la función  $f$  si

$$f(x) = 6\sin x - 2\cos 2x - 1$$

A)  $\left[-\frac{21}{4}; 7\right]$

B)  $\left[-\frac{21}{4}; 6\right]$

C)  $[-4; 7]$

D)  $[-7; 7]$

E)  $\left[-\frac{21}{4}; 5\right]$

2. Halle el rango de la función definida por

$$f(x) = \frac{\sin 3x - \sin x}{\sin x + \cos x} + 1$$

A)  $\mathbb{R}$

B)  $\langle -\sqrt{2}; \sqrt{2} \rangle$

C)  $[-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$

D)  $[-\sqrt{2}; \sqrt{2}] - \{1\}$

E)  $[-\sqrt{2}; \sqrt{2}] - \{-1\}$

3. Determine el dominio de la función definida por

$$f(x) = \sqrt{\frac{\text{vers}(x) - \text{cov}(x)}{\text{vers}(x) + \text{cov}(x)}}$$

A)  $\left[\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right]$

B)  $\left[\frac{\pi}{4}; \frac{5\pi}{4}\right]$

C)  $\left[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{4}\right]$

D)  $\left[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$

E)  $\left[\frac{3\pi}{4}; \frac{5\pi}{4}\right]$

4. Determine el dominio y rango de la siguiente

$$\text{función: } f(x) = \frac{1}{\sqrt{\tan x + \cot x}}; n \in \mathbb{Z}.$$

A)  $Df = \left\langle n\pi; n\pi + \frac{\pi}{2} \right\rangle$

$$Rf = \left\langle 0; \frac{\sqrt{2}}{2} \right\rangle$$

B)  $Df = \left[ 2n\pi; 2n\pi + \frac{\pi}{2} \right]$

$$Rf = \left[ 0; \frac{\sqrt{2}}{2} \right]$$

C)  $Df = \left\langle n\pi; n\pi + \frac{\pi}{2} \right\rangle$

$$Rf = \langle 0; \sqrt{2} \rangle$$

D)  $Df = \left\langle n\pi; n\pi + \frac{3\pi}{2} \right\rangle$

$$Rf = \langle 0; \sqrt{2} \rangle$$

E)  $Df = \left\langle 2n\pi; 2n\pi + \frac{3\pi}{2} \right\rangle$

$$Rf = \left\langle 0; \frac{\sqrt{2}}{2} \right\rangle$$

5. Determine el rango de la función  $f$  si

$$f(x) = \cos\left(\frac{\pi}{4}\sqrt{4x - x^2}\right)$$

A)  $\left[0; \frac{1}{2}\right]$

B)  $[0; \sqrt{2}]$

C)  $[0; 1]$

D)  $\left[0; \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$

E)  $\left[\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$

6. Determine el rango de la función definida por

$$f_{(x)} = \frac{2\operatorname{sen}^2 x + \operatorname{sen} 2x}{\operatorname{sen} 2x \operatorname{sen} x \csc 2x}$$

- A)  $[-2\sqrt{2}; 2\sqrt{2}] - \{-2; 2\}$   
 B)  $[-2; 2] - \left\{-\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right\}$   
 C)  $\left\langle -\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2} \right\rangle - \{0\}$   
 D)  $[-2\sqrt{2}; 2\sqrt{2}] - \{0\}$   
 E)  $[-2; 2] - \{0\}$
7. Dada la siguiente función  $f$  con regla de correspondencia:  
 $f(x) = |1 - \operatorname{cov}(x)| + \operatorname{cov}(x)$   
 determine el rango.

- A)  $\left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right]$   
 B)  $[-1; 1]$   
 C)  $[0; 1]$   
 D)  $\left[0; \frac{3}{2}\right]$   
 E)  $[2; 4]$

8. Si  $f(x) = \frac{\operatorname{sen} x}{\operatorname{sen} x + \cos x}$  y su rango es

$$Rf = \left[\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}+3}{2}\right],$$

calcule su dominio, si  $x \in (0; \pi)$ .

- A)  $\left\langle \frac{\pi}{4}; \frac{5\pi}{6} \right\rangle - \left\{ \frac{3\pi}{4} \right\}$   
 B)  $\langle -1; 1 \rangle$   
 C)  $\left[\frac{\pi}{4}; \frac{2\pi}{3}\right]$   
 D)  $\left[\frac{\pi}{4}; \frac{5\pi}{6}\right] - \left\{\frac{3\pi}{4}\right\}$   
 E)  $\left[\frac{\pi}{4}; \frac{2\pi}{3}\right]$

9. Señale la verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:

I. Si  $0 < x < \frac{\pi}{2}$ , entonces  $\operatorname{sen} 2x > \cos x$ .

II. Si  $0 < x < \frac{\pi}{2}$ , entonces  $\cos 2x > \operatorname{sen} x$ .

III. Si  $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ , entonces  $\operatorname{sen} x > \cos x$ .

- A) FFV                      B) FFF                      C) FVF  
 D) FVV                      E) VVV

10. Si la función  $f$  está definida por

$$f_{(x)} = \sqrt{\cos^2(x) - 12\cos(x) + 36}$$

calcule la suma del valor mínimo y el valor máximo de  $f$ .

- A) 5                      B) 7                      C) 6  
 D) 18                      E) 20

11. Respecto a la función

$$f(x) = 4\operatorname{sen}^4 x + 4\cos^4 x$$

señale la verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:

I. Si  $\frac{3\pi}{4} < x < \pi$ , entonces  $f$  es creciente.

II. La función tiene periodo  $T = \frac{\pi}{2}$ .

III. Si  $x = \frac{\pi}{2}$ , entonces  $f$  es mínimo.

- A) FFV                      B) VVF                      C) VFV  
 D) VFF                      E) VVV

12. Sea la función  $f$  definida por

$$f_{(x)} = \frac{|\operatorname{sen}(x)|}{\operatorname{sen}(x)} + \frac{\cos(x)}{|\cos(x)|}$$

Determine el rango de la función  $f$ .

- A)  $\{-1; 0; 1\}$   
 B)  $\{-2; 0; 2\}$   
 C)  $\{-2; -1; 0; 1; 2\}$   
 D)  $[-1; 1]$   
 E)  $[-2; 2]$

13. Sea la función  $f$  definida por

$$f(x) = \sin(x) + \cos(x) + \sin(x)\cos(x) + 1,$$

Calcule el máximo valor de la función  $f$ .

- A)  $1 + \sqrt{2}$   
 B) 3  
 C)  $\frac{3}{2} + \sqrt{2}$   
 D)  $3 + \sqrt{2}$   
 E)  $\frac{3}{2} + 2\sqrt{2}$

14. Si el dominio de la función  $f$ , definida por

$$f(x) = \sqrt{5 - m \sin x - (m+1) \cos x}$$

es todos los números reales, calcule el número de valores enteros que admite  $m$ .

- A) 4  
 B) 6  
 C) 8  
 D) 10  
 E) 12

15. ¿Para que los valores de  $x$  en  $\left[\frac{\pi}{4}; \frac{7\pi}{4}\right]$  la función  $f$ , definida por

$$f(x) = \sqrt{|\sin x| - |\cos x|}$$

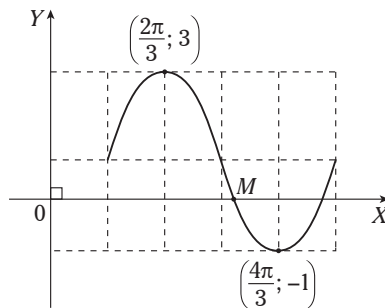
- A)  $x \in \left[\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right]$   
 B)  $x \in \left[\frac{6\pi}{4}; \frac{9\pi}{4}\right]$   
 C)  $x \in \left[\frac{3\pi}{4}; \frac{5\pi}{4}\right]$   
 D)  $x \in \left[\frac{3\pi}{3}; \frac{5\pi}{3}\right]$   
 E)  $x \in \left[\frac{3\pi}{4}; \frac{3\pi}{2}\right]$

16. Calcule el rango de la siguiente función  $f$ :

$$f(x) = \frac{\sec x - 2 \cos x}{\sin x + \cos x}; x \in \left(-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right)$$

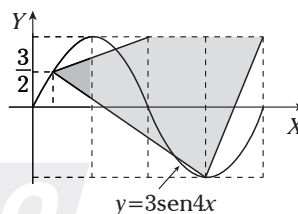
- A)  $[2; \infty)$   
 B)  $\langle -2; \infty)$   
 C)  $\langle -\infty; -2]$   
 D)  $\langle -\infty; -2)$   
 E)  $\langle -2; 2]$

17. En el senoide de la función mostrada, ¿cuál es la abscisa del punto  $M$ ?



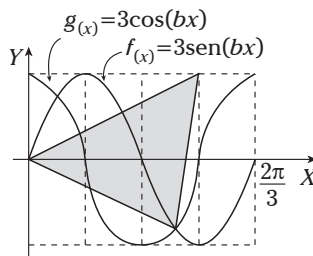
- A)  $\frac{2\pi}{9}$   
 B)  $\frac{5\pi}{9}$   
 C)  $\frac{10\pi}{9}$   
 D)  $\frac{14\pi}{9}$   
 E)  $\frac{7\pi}{9}$

18. A partir del gráfico, calcule el área de la región sombreada.



- A)  $\frac{27\pi}{32}$   
 B)  $\frac{23\pi}{32}$   
 C)  $\frac{39\pi}{32}$   
 D)  $\frac{\pi}{32}$   
 E)  $\frac{47\pi}{32}$

19. Halle el área de la región sombreada.



- A)  $\frac{\pi}{4}(5 + 3\sqrt{2}) u^2$   
 B)  $\frac{\pi}{8}(5 + 3\sqrt{2}) u^2$   
 C)  $\frac{\pi}{4}(5 - 3\sqrt{2}) u^2$   
 D)  $\frac{\pi}{8}(5 - 3\sqrt{2}) u^2$   
 E)  $\frac{\pi}{8}(5 + 2\sqrt{2}) u^2$

20. Determine el dominio de

$$f(x) = \sqrt{\sin x - \cot x}; \quad x \in \left\langle 0; \frac{\pi}{2} \right\rangle$$

A)  $\left\langle 0; \arcsen\left(\frac{(\sqrt{5}-1)}{2}\right) \right\rangle$

B)  $\left\langle 0; \arccos\left(\frac{(\sqrt{5}-1)}{2}\right) \right\rangle$

C)  $\left[ \arcsen\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right); \frac{\pi}{2} \right]$

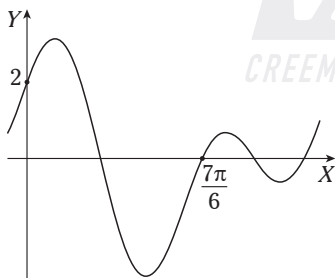
D)  $\left\langle 0; \arcsen\frac{\sqrt{5}-1}{2} \right\rangle$

E)  $\left[ \arccos\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right); \frac{\pi}{2} \right]$

21. En el gráfico, se representa la función

$$f(x) = A \cos x + B \sin x \cos x$$

Determine el valor de  $A+B$ .



A) 6  
D) 2

B) 4

C) 10  
E) 8

22. ¿En cuántos puntos la gráfica de la función  $f$  definida por

$$f(x) = \sqrt{x} - 4|\cos x|$$

interseca al eje  $X$  si  $x \in \langle 0; 3\pi \rangle$ ?

A) 6  
D) 9

B) 7

C) 8  
E) 10

23. Determine el rango de la función definida por

$$f(x) = \sqrt{3}|\sin x| - |\cos x|$$

si  $\pi \leq x \leq 2\pi$ .

A)  $[-\sqrt{3}; 1]$

B)  $[-1; 0]$

C)  $[-\sqrt{3}; 0]$

D)  $[-1; \sqrt{3}]$

E)  $[-1; 1]$

24. Determine el rango de la función definida por

$$f(x) = \sin x - \cos x; \quad x \in \left\langle \frac{2\pi}{3}; \pi \right\rangle$$

A)  $\left\langle \frac{3\sqrt{3} + 2\pi}{6}; \pi \right\rangle$

B)  $\langle 1; \sqrt{2} \rangle$

C)  $\langle -1; 1 \rangle$

D)  $\langle -2; 0 \rangle$

E)  $\langle 0; 2 \rangle$

25. Sea la función  $f$ , definida por

$$f(x) = \frac{2\sin^2(x) + 4\sin(x) + 1}{\sin^2 x + 2\sin(x) + 3}$$

Cálculo el rango de  $f$ .

A)  $\left[-\frac{1}{2}; 0\right]$

B)  $\left[-\frac{1}{2}; 0\right]$

C)  $\left[-\frac{1}{2}; 3\right]$

D)  $\left[-\frac{1}{2}; \frac{7}{6}\right]$

E)  $\left[-\frac{1}{2}; \frac{7}{6}\right]$