academiacesarvallejo.edu.pe

Ciclo

INTENSIVO UNI

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

TRIGONOMETRÍA

Tema: Funciones trigonométricas I

DOMINIO DE LAS FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS

Definición

Es el conjunto de valores que puede asumir la variable independiente

Notación
Domf o Df

Análisis del dominio

$$\frac{1}{x} \in R \rightarrow x \neq 0$$

$$\sqrt[n]{x} \in R, n\ par \rightarrow x \geq 0$$

$$\tan\theta \text{ y } \sec\theta \rightarrow \theta \neq \{(2n+1)\frac{\pi}{2}, n \in Z\}$$

$$\cot\theta \text{ y } \csc\theta \rightarrow \theta \neq \{n\pi, n \in Z\}$$

$$sen\theta\ y\ cos\theta \rightarrow \theta \in R$$

Dominio de las F.T. básicas

Función	Dominio
f(x)=senx	$\mathbb{R}$
f(x)=cosx	$\mathbb{R}$
f(x)=tanx	$\mathbb{R} - (2n+1)\frac{\pi}{2}$
f(x)=cotx	$\mathbb{R} - n\pi$
f(x)=secx	$\mathbb{R} - (2n+1)\frac{\pi}{2}$
f(x)=cscx	$\mathbb{R} - n\pi$ n$\in \mathbb{Z}$

APLICACIÓN 1

(Examen UNI 2003-I)

Halle los valores de x en el intervalo de $<0;\pi>$ para los cuales existe f si:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{1+\text{sen}x - 2\cos^2 x}}$$

A) $[\frac{\pi}{3};\frac{2\pi}{3}]$ B) $[\frac{\pi}{6};\frac{5\pi}{6}]$ C) $<\frac{\pi}{3};\frac{2\pi}{3}>$

D) $<\frac{\pi}{6};\frac{5\pi}{6}>$ E) $<\frac{\pi}{3};\frac{5\pi}{6}>$

RESOLUCIÓN

f existe o está definida en $\mathbb{R}$ si

$$1+\text{sen}x - 2\cos^2 x > 0$$

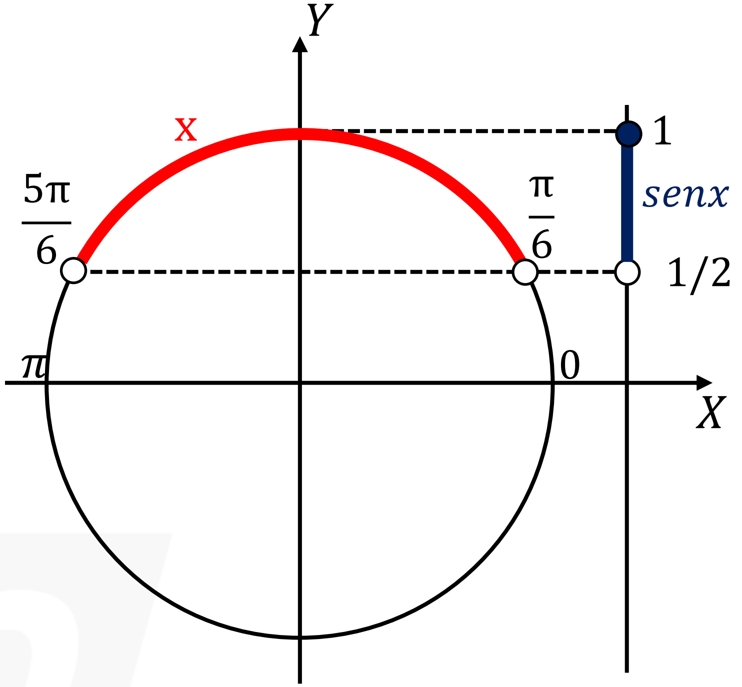
$$1+\text{sen}x - 2(1-\text{sen}^2 x) > 0$$

$$2\text{sen}^2 x + \text{sen}x - 1 > 0$$

$$(2\text{sen}x - 1)\underbrace{(\text{sen}x+1)}_{+} > 0$$

$$2\text{sen}x - 1 > 0 \rightarrow \text{sen}x > \frac{1}{2}$$

Veamos en la CT los valores de x en $<0;\pi>$



$$\therefore x \in <\frac{\pi}{6};\frac{5\pi}{6}>$$

APLICACIÓN 2

(Examen UNI 2003-I)

Dada la función f, definida por:

$$f(x) = \frac{senx + cosx}{1 - senx + cosx}$$

Si k es un número entero no negativo, entonces los puntos de discontinuidad de f son:

A) $\left\{\frac{1}{2}(4k+1)\pi\right\}$ B) $\{(2k+1)\pi\} \cup \{k\pi\}$

C) $\left\{\frac{1}{2}(4k+1)\pi\right\} \cup \{(2k+1)\pi\}$

D) $\{2k\pi\}$ E) $\{k\pi\}$

RESOLUCIÓN

RANGO DE LAS FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS

Definición

Es el conjunto de valores que puede asumir la variable dependiente

Notación
Ranf o Rf

Análisis del rango

Establecer las restricciones a criterio

Reducir la regla de correspondencia de ser posible

A partir del dominio se forma la función reducida

Si no es posible reducir, podemos aplicar relaciones de desigualdades, funciones crecientes o decrecientes, suma y producto de funciones

Rango de las F.T. básicas

Función	Rango
f(x)=senx	[-1;1]
f(x)=cosx	[-1;1]
f(x)=tanx	$\mathbb{R}$
f(x)=cotx	$\mathbb{R}$
f(x)=secx	$\langle -\infty; -1] \cup [1; +\infty \rangle$
f(x)=cscx	$\langle -\infty; -1] \cup [1; +\infty \rangle$

APLICACIÓN 3

(Examen UNI 2016-II)

Sea f: $\left\langle \frac{\pi}{6};\frac{7\pi}{6} \right\rangle \to R$ *definida por*

$f(x) = 2cos^2\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$+4cosx

Determine el rango de f

A)$[-4;\frac{\sqrt{3}}{2}>$ B)$[-4;\frac{1+4\sqrt{3}}{2}>$

C)$[-4;\frac{1+2\sqrt{3}}{2}>$ D)$[-2;\sqrt{3}>$

E)$[-2;2\sqrt{3}>$

RESOLUCIÓN

PERIODO DE LAS FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS

Definición

f es una función periódica si $\exists\ \mathrm{T} \neq 0 / \forall\ x$ y $x + T \in Domf$ se cumple:
$f(x+T) = f(x)$

El periodo (si existe) es el menor valor positivo de T que cumple
f(x+T)=f(x)

Periodo de las F.T. básicas

Función	Periodo
f(x)=senx	2π
f(x)=cosx	2π
f(x)=tanx	π
f(x)=cotx	π
f(x)=secx	2π
f(x)=cscx	2π

Análisis del Periodo

Función	Periodo
$y = sen^n(Bx)$	* n par $\rightarrow T = \frac{\pi}{\lvert B\rvert}$
$y = cos^n(Bx)$	
$y = sec^n(Bx)$	* n impar $\rightarrow T = \frac{2\pi}{\lvert B\rvert}$
$y = csc^n(Bx)$	

Función	Periodo
$y = tan^n(Bx)$	* $T = \frac{\pi}{\lvert B\rvert}$
$y = cot^n(Bx)$	

APLICACIÓN 4

(Examen UNI 2012-I)

Determine el periodo de la función:

f(x)=$|cos^4 x - sen^4 x|$

A)$\frac{\pi}{16}$ $B)\ \frac{\pi}{8}$ C)$\frac{\pi}{4}$

D)$\frac{\pi}{2}$ $E)\ \frac{3\pi}{8}$

RESOLUCIÓN :

APLICACIÓN 5

(Examen UNI 2000-I)

Sea la función trigonométrica:

$f(x)=\left|sen\frac{x}{2}\right|+\left|cos\frac{x}{2}\right|$

Su periodo y rango serán respectivamente

A) $\frac{\pi}{2}$ y $[0;1]$ B) $\frac{\pi}{2}$ y $[0;\sqrt{2}]$

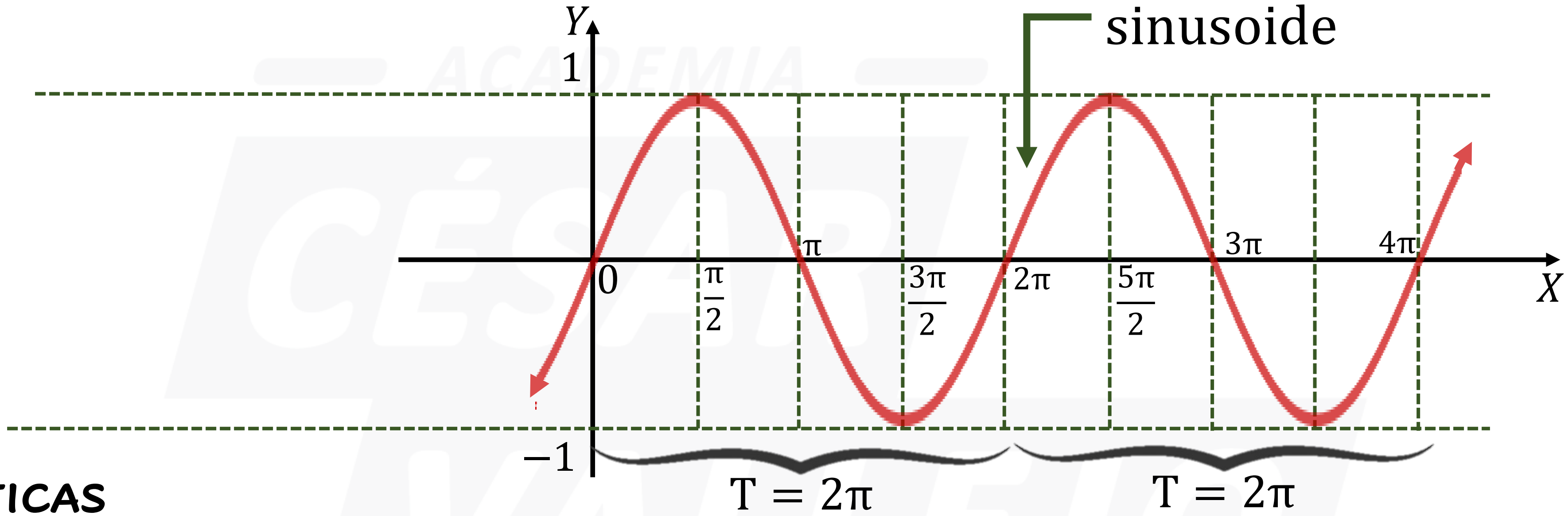
C) $\frac{\pi}{4}$ y $[1;\sqrt{2}]$ D) $\frac{\pi}{2}$ y $[1;\sqrt{2}]$

E) π y $[1;\sqrt{2}]$

RESOLUCIÓN :

GRÁFICA DE LA FUNCIÓN SENO

$$F.T(seno) = \{(x;y) \in \mathbb{R}^2 / y = senx; x \in Dom(seno)\}$$



CARACTERÍSTICAS

$Domf = \mathbb{R}$

$Ranf = [-1; 1]$

Creciente : $\left\langle 2k\pi - \frac{\pi}{2}; 2k\pi + \frac{\pi}{2} \right\rangle$

Decreciente: $\left\langle 2k\pi + \frac{\pi}{2}; 2k\pi + \frac{3\pi}{2} \right\rangle; k \in \mathbb{Z}$

Es una función continua

Es una función impar:

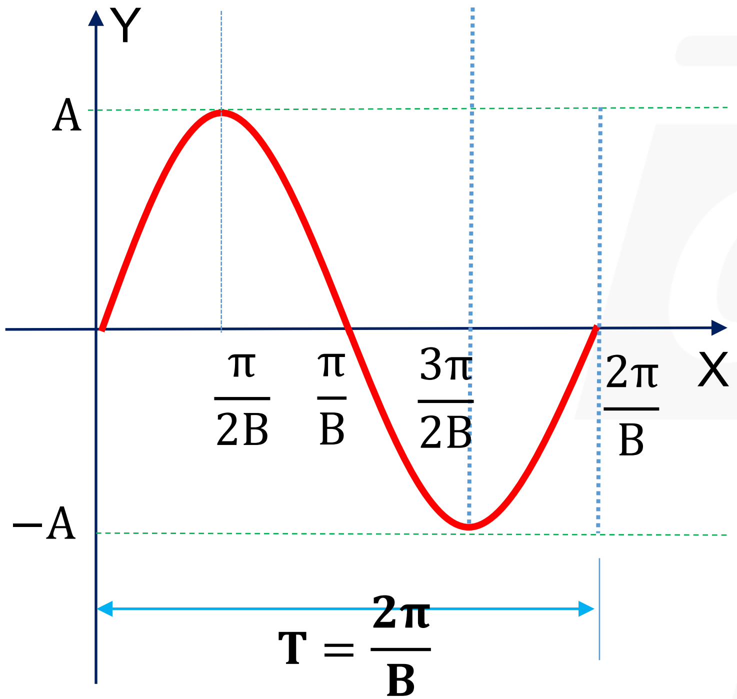
$\mathbf{sen(-x) = -senx}$

Es una función periódica

$\mathbf{T = 2\pi}$

$sen(x + 2\pi) = senx$

Analicemos la función
$f_{(x)} = Asen(Bx); A > 0$



Donde:

$A = Amplitud$

$f_{(x)}\text{máx} = A$

$f_{(x)}\text{mín} = -A$

Ejemplo 1

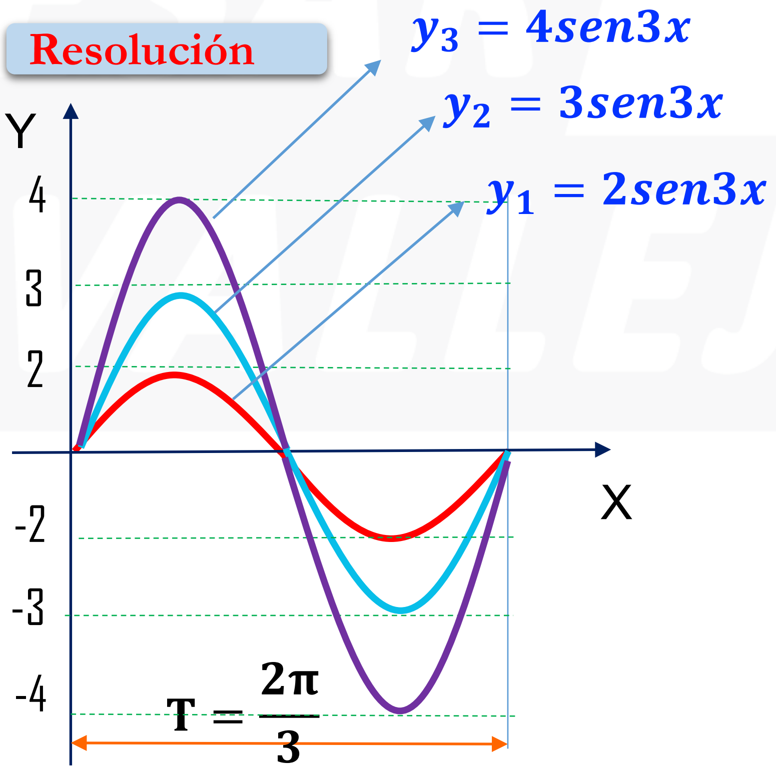
Grafique las siguientes funciones

$y_1 = 2sen3x$

$y_2 = 3sen3x$

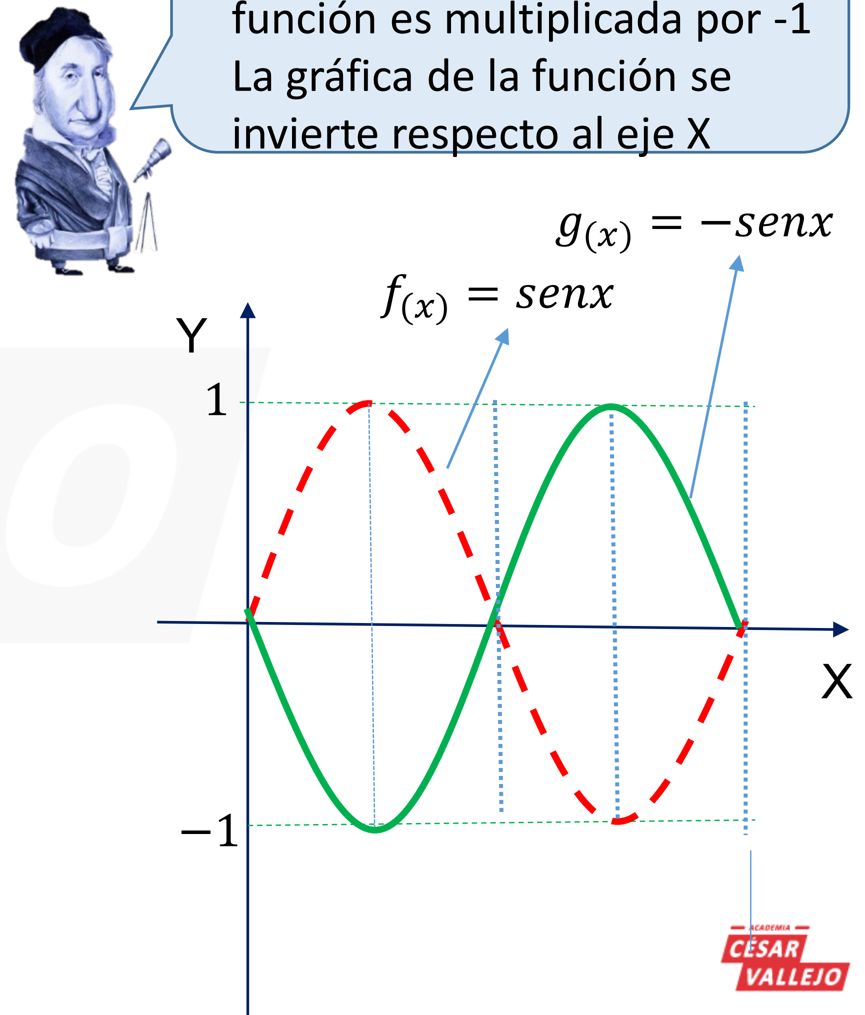
$y_3 = 4sen3x$

Resolución



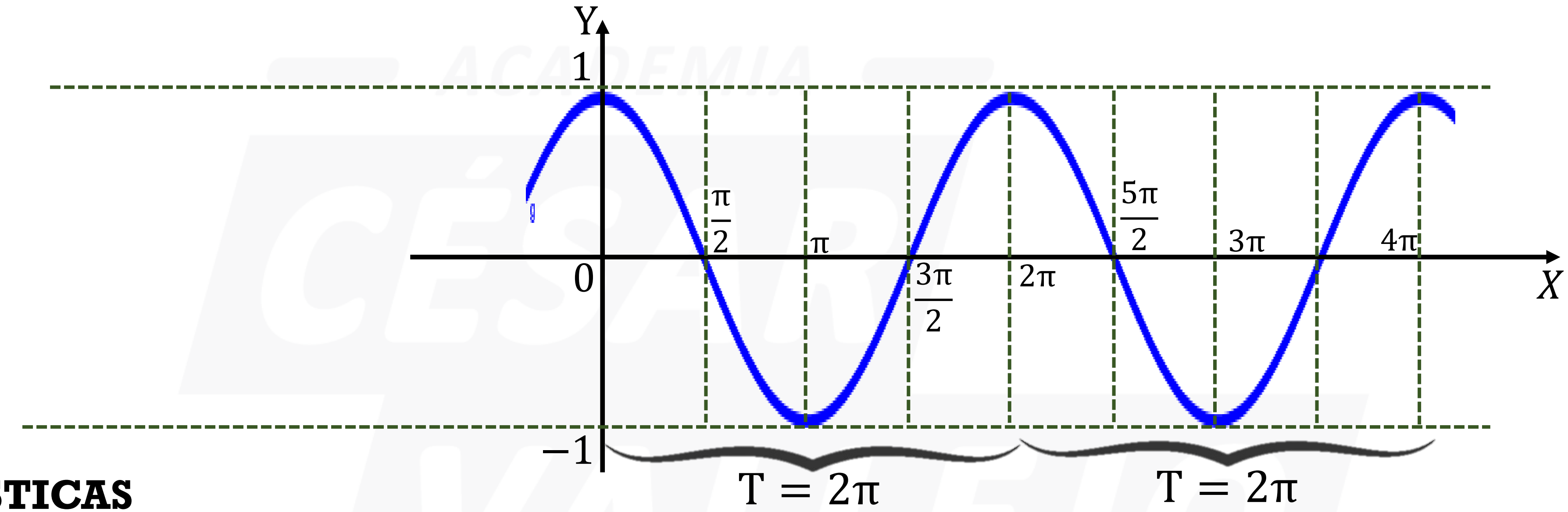
Observación

Cuando la regla de correspondencia de una función es multiplicada por -1
La gráfica de la función se invierte respecto al eje X



GRÁFICA DE LA FUNCIÓN COSENO

$$F.T(\text{coseno}) = \{(x;y) \in \mathbb{R}^2 / y = \cos x; x \in \text{Dom}(\text{coseno})\}$$



CARACTERÍSTICAS

$\text{Domf} = \mathbb{R}$

$\text{Ranf} = [-1; 1]$

Creciente : $\langle 2k\pi + \pi\ ;\ 2k\pi + 2\pi \rangle$

Decreciente: $\langle 2k\pi; 2k\pi + \pi \rangle; k \in \mathbb{Z}$

Es una función continua

Es una función par:

$\mathbf{\cos(-x) = -\cos x}$

Es una función periódica

$\mathbf{T = 2\pi}$

$\cos(x + 2\pi) = \cos x$

Ejemplo 1

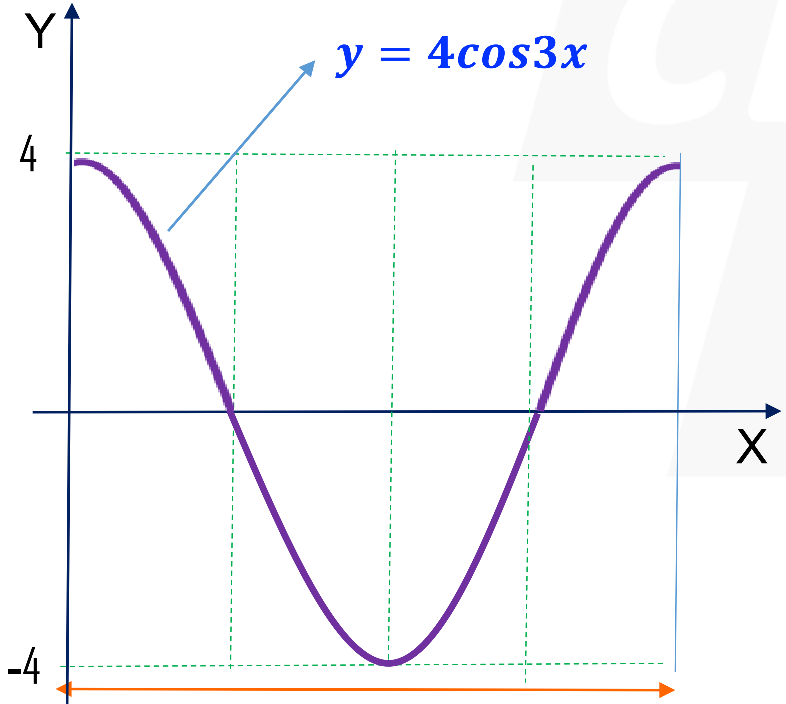
Grafique : y= 4cos3x

Resolución

la función tiene la forma:

y=AcosBx

Donde: A=4 y B=3



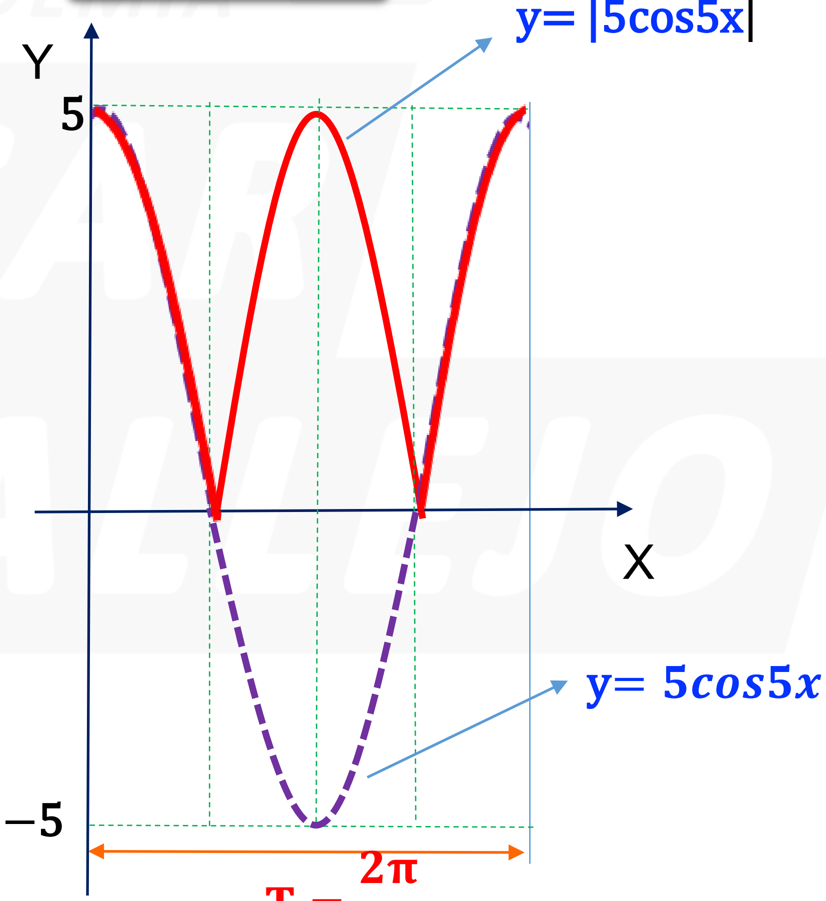
$$T = \frac{2\pi}{3}$$

Ejemplo 2

Grafique

y= |5cos5x|

Resolución



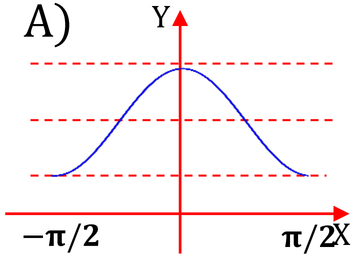
$$T = \frac{2\pi}{5}$$

APLICACIÓN 2

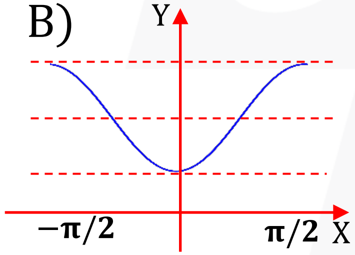
(EX - UNI 2012-I)

Cuál de los gráficos mostrados representa a la función $y = \cos(2x - \pi)$? , en un intervalo de longitud un período.

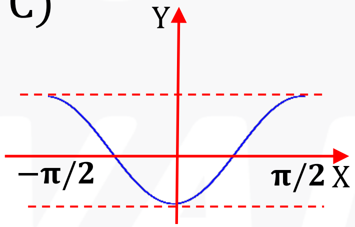
A)



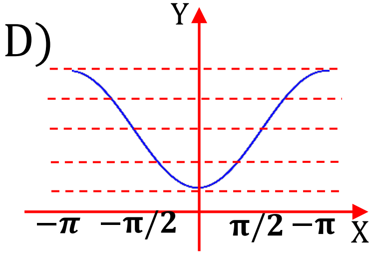
B)



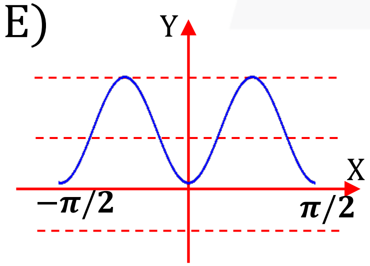
C)



D)



E)



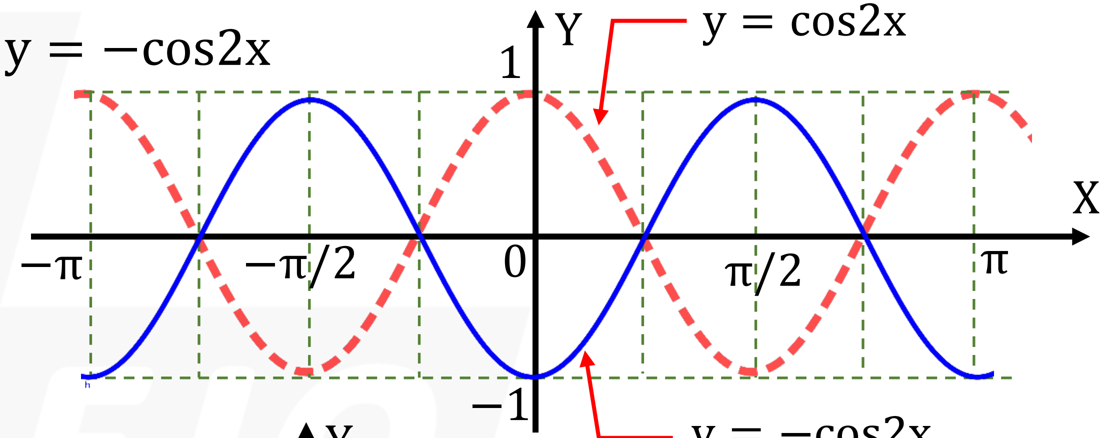
RESOLUCIÓN:

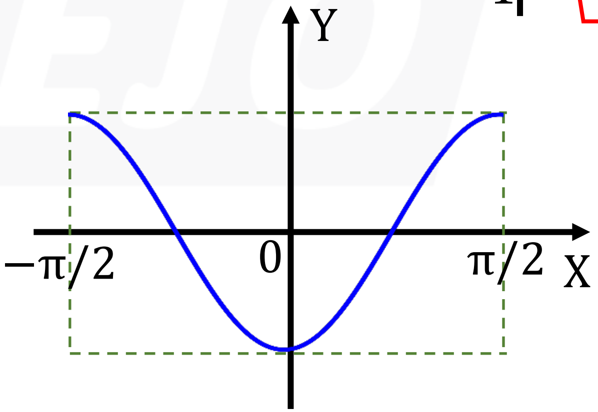
Piden la gráfica de $y = \cos(2x - \pi)$

$y = \cos(-(\pi - 2x))$

$y = \cos(\pi - 2x)$

$y = -\cos 2x$





ACADEMIA
CÉSAR
VALLEJO

GRACIAS

SÍGUENOS:

academiacesarvallejo.edu.pe