

[academiacesarvallejo.edu.pe](http://academiacesarvallejo.edu.pe)

Ciclo

**INTENSIVO  
UNI**



— ACADEMIA —  
**CÉSAR  
VALLEJO**

— ACADEMIA —  
**CÉSAR  
VALLEJO**

— ACADEMIA —  
**CÉSAR  
VALLEJO**

— ACADEMIA —  
**CÉSAR  
VALLEJO**

[academiacesarvallejo.edu.pe](http://academiacesarvallejo.edu.pe)

Ciclo

**INTENSIVO  
UNI**



— ACADEMIA —  
**CÉSAR  
VALLEJO**

— ACADEMIA —  
**CÉSAR  
VALLEJO**

**ÁLGEBRA**

Ecuaciones polinomiales

Semana 02

Docente: Gustavo Poma Quiroz

1. Dado el polinomio  $P(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$  de coeficientes enteros. Si 4 es una raíz doble y  $(2 + \sqrt{3})$  es una raíz simple, calcule  $P(6)$  aumentado con el término independiente.

A) 56

~~B) 68~~

C) 58

D) 46

E) 72

### Resolución

De los datos:

- 4 es raíz doble
- $2 + \sqrt{3}$  es raíz Por Paridad  $2 - \sqrt{3}$  es raíz

Recordar:

Una ec. de raíces  $\alpha$  y  $\beta$  es

$$x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta = 0.$$

Juego:

$$P(x) = 1(x-4)^2(x-(2+\sqrt{3}))(x-(2-\sqrt{3}))$$

$$P(x) = (x-4)^2(x^2 - 4x + 1)$$

Podemos:  $P(6) = (6-4)^2(6^2 - 4(6) + 1) = 52$

$$TI = P(0) = (0-4)^2(0^2 - 4(0) + 1) = 16$$

$$\therefore P(6) + TI = 52 + 16 = \underline{\underline{68}}$$

2. Respecto a la ecuación cuadrática en variable  $x$   
 $x^2 - 2ax + a^2 + b^2 = 0$

Indique el valor de verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones.

I. Si  $\{a, b\} \subset \mathbb{R} - \{0\}$ , la ecuación tiene raíces no reales. (V)

II. Si  $b=0$ , las raíces son reales. (F)

III. Si  $a=0$ , las raíces son complejas no reales. (F)

A) VVV

B) FVV

C) VFV

D) VFF

E) FFF

## Resolución

De:  $x^2 - 2ax + a^2 + b^2 = 0$

$$\Rightarrow \Delta = (-2a)^2 - 4(1)(a^2 + b^2)$$

$$\Delta = 4\cancel{a^2} - 4\cancel{a^2} - 4b^2 = -4b^2$$

$$\{a, b\} \subset \mathbb{R} - \{0\}$$

I)  $\Delta = \underbrace{-4b^2}_{(-)} < 0 \rightarrow$  la ec. tiene raíces no reales

II)  $b=0 \Rightarrow$  reempl. en la ec.

$$x^2 - 2ax + a^2 = 0$$

$$(x-a)^2 = 0 \rightarrow \text{raíces: } \underline{a; a}$$

No necesariamente son reales.

III)  $a=0 \Rightarrow$  reempl. en la ec.

$$x^2 + b^2 = 0$$

Contra Ejemplo: Si  $b=0$ :  $x^2 = 0 \rightarrow$  raíces  $\underline{0; 0}$  reales.

3. Determine los valores que toma  $a$  para que la ecuación

$$x^4 + (a+1)x^3 + (10+a)x^2 + (9+a)x + 9 = 0$$

tenga raíces no reales.

- A)  $\langle -6; 6 \rangle$   
 B)  $\langle -\infty; -6 \rangle \cup \langle 6; +\infty \rangle$   
 C)  $\langle -4; 4 \rangle$   
 D)  $\langle -9; 9 \rangle$   
 E)  $\langle -\infty; -9 \rangle \cup \langle 9; +\infty \rangle$

### Resolución

$$|x| < a \rightarrow -a < x < a$$

(+)

fact. por aspa doble especial.

$$x^4 + (a+1)x^3 + (10+a)x^2 + (9+a)x + 9 = 0$$

$x^2$   $x^2$   $ax^2$   $1$   $9 \Rightarrow 9x^2$   $1 \Rightarrow x^2$   $10x^2$

$$\Rightarrow (x^2 + ax + 9)(x^2 + x + 1) = 0$$

$$\Delta < 0$$

$$\Delta < 0$$

raíces no reales.

$$a^2 - 4(1)(9) < 0$$

$$a^2 < 36$$

$$|a| < 6$$

$$-6 < a < 6$$

$$\text{so } a \in \langle -6; 6 \rangle$$

también:

$$a^2 - 6^2 < 0$$

$$(a-6)(a+6) < 0$$

$$P: 6; -6$$



4. Si el producto de sus dos raíces positivas de la ecuación bicuadrada

$$4x^4 + (a+5)x^3 - nx^2 + (b-3)x + 3n - 4 = 0$$

es  $\sqrt{35}$ , calcule la división de la suma de los cuadrados de las raíces de la ecuación y  $(a+b+n)$ .

A)  $\frac{12}{23}$

B) 3

C)  $\frac{1}{2}$

D)  $\frac{24}{51}$

E)  $\frac{12}{13}$

Resolución

5. Si  $5 + \sqrt{5}$  es raíz del polinomio

$$P(x) = x^3 + (3m + 2n - 8)x^2 - (5m - 3n - 15)x + 80$$

$\{m; n\} \subset \mathbb{Q}$ . Halle el valor de  $17m + 5n$ .

~~A) 43~~

B) 41

C) 42

D) 44

E) 45

### Resolución

Por dato:

$$x_1 = 5 + \sqrt{5} \xrightarrow[\text{Paridad}]{\text{Por}} x_2 = 5 - \sqrt{5} \text{ es raíz}$$

Por Cardano:

$$\begin{aligned} \text{Product. raíces} &= (5 + \sqrt{5})(5 - \sqrt{5})x_3 = -80 \\ 20x_3 &= -80 \rightarrow x_3 = -4 \end{aligned}$$

$$\text{Suma raíces} = \underbrace{x_1 + x_2}_{10} + \underbrace{x_3}_{-4} = -(3m + 2n - 8)$$

$$-6 = 3m + 2n - 8 \Rightarrow 3m + 2n = 2$$

$$\begin{aligned} \text{Suma Producto B.} &= \underbrace{x_1 x_2}_{20} + \underbrace{x_1 x_3 + x_2 x_3}_{x_3(x_1 + x_2)} = -(5m - 3n - 15) \\ &\quad \underbrace{(-4)}_{(-4)} \quad \underbrace{(10)}_{(10)} \end{aligned}$$

$$20 = 5m - 3n - 15 \Rightarrow 5m - 3n = 35$$

$$\begin{aligned} \text{Juego: } 3m + 2n &= 2 \\ 5m - 3n &= 35 \\ \hline m &= 4, n = -5 \end{aligned}$$

$$\text{Por lo tanto } 17m + 5n = 17(4) + 5(-5) = \underline{\underline{43}}$$

6. Dada la ecuación cuadrática

$$(m+1)x^2 + (2m+5)x + \frac{m+1}{4} = 0$$

Determine  $m$  tal que la ecuación tenga soluciones reales.

- A)  $\langle -\infty; -4 \rangle \cup \langle -2; +\infty \rangle$
- B)  $\langle -\infty; -4 \rangle \cup \langle -2; +\infty \rangle - \{-1\}$
- C)  $\langle -\infty; -2 \rangle \cup \langle 4; +\infty \rangle$
- D)  $\langle -\infty; -3 \rangle \cup \langle -2; +\infty \rangle - \{-1\}$
- E)  $\langle -4; -2 \rangle$

Resolución



7. Sea el polinomio cuadrático

$$P(x) = ax^2 + bx + c$$

Si la suma y producto de raíces son iguales indique las proposiciones correctas.

I.  $b = -c \forall \{a, b, c\} \subset \mathbb{C}$  (V).

II. Si  $b^2 + 4ab > 0$ ,  $\{a, b, c\} \in \mathbb{R}$  las raíces son reales. (V)

III. Si  $\{a, b, c\} \subset \mathbb{R}$  y las raíces no son reales entonces  $ab > 0$ . (F)

A) II y III

B) solo III

C) I, II y III

D) I y III

~~E) I y II~~

### Resolución

$$ax^2 + bx + c = 0; \{a, b, c\} \subset \mathbb{R}$$

$$\bullet \Delta > 0 \rightarrow x_1 \neq x_2 \in \mathbb{R}$$

$$\bullet \Delta = 0 \rightarrow x_1 = x_2 \in \mathbb{R}$$

$$\bullet \Delta < 0 \rightarrow x_1, x_2 \in \mathbb{C} \text{ Imaginarios}$$

$$P(x) = ax^2 + bx + c$$

Por dato:  $x_1 + x_2 = x_1 x_2$

$$-\frac{b}{a} = \frac{c}{a} \Rightarrow c = -b$$

I)  $b = -c; \forall \{a, b, c\} \subset \mathbb{C}$

II)  $\Delta = b^2 - 4ac$

$$\Delta = b^2 - 4a(-b) = b^2 + 4ab > 0 \rightarrow \text{tiene raíces reales}$$

III)  $\{a, b, c\} \subset \mathbb{R}$  y raíces no son reales

$$\Delta < 0$$

Obj. Contra Ej.

$$\{3x^2 - 2x + 2\}$$

$$b^2 + 4ab < 0$$

(+) (+)

Si  $ab > 0$  no cumple la proposición

8. Sea la ecuación bicuadrada

$$2x^4 - mx^2 + \left(m - \frac{3}{2}\right) = 0; m > 3$$

tal que  $CS = \{\alpha; -\alpha\}; \alpha > 0$ .

Determine  $m + \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \times \alpha$ .

A) 9

B) 6

C) 10

D) 8

E) 12

Resolución

9. Determine la suma de los valores de  $n$  para que la ecuación  $(x^2 - x - 6)(x^2 - 4x + n) = 0$  presente 3 soluciones.

A) 4

~~B) -5~~

C) -9

D) -6

E) 8

### Resolución

$$(x^2 - x - 6)(x^2 - 4x + n) = 0$$

$$\begin{array}{r} x \quad \quad -3 \\ x \quad \quad 2 \end{array}$$

$$P(x) = (x-3)(x+2)(x^2 - 4x + n) = 0$$

Soluciones: 3; -2; ☁

Caso I:  $(x-3)(x+2)(\underbrace{x^2 - 4x + n}_{\text{Sol. única}}) = 0$   
 $\Delta = 0$

$$\hookrightarrow (-4)^2 - 4(1)(n) = 0 \Rightarrow n = 4$$

Caso II: raíces sean: 3; -2; ☁  
 3 es raíz de  $x^2 - 4x + n$ .  
 $\hookrightarrow$  dif. de las otras raíces.

$$\hookrightarrow \text{reempl: } (3)^2 - 4(3) + n = 0$$

$$n = 3$$

Caso III: raíces sean: 3; -2; ☁  
 -2 es raíz de  $x^2 - 4x + n$   
 $\hookrightarrow$  dif. de las otras

$$\hookrightarrow \text{reempl: } (-2)^2 - 4(-2) + n = 0$$

$$n = -12$$

Suma de valores  $n$ :  $4 + 3 - 12 = \underline{\underline{-5}}$

10. Halle el conjunto solución de la siguiente ecuación.

$$\frac{(a+b)x}{a-b} + \frac{ax}{a+b} - \frac{a-b}{a+b} = \frac{ax}{a-b} + \frac{(a+b)^2}{a^2-b^2}$$

donde  $a$  y  $b$  son constantes reales no nulos tal que  $a \neq \pm b$ .

A)  $\{1\}$

B)  $\{2a\}$

C)  $\{2b\}$

☒ D)  $\{2\}$

E)  $\{4\}$

Resolución

$$\left( \frac{a+b}{a-b} + \frac{a}{a+b} - \frac{a}{a-b} \right) x = \frac{a-b}{a+b} + \frac{(a+b)^2}{(a+b)(a-b)}$$

$$\left( \frac{b}{a-b} + \frac{a}{a+b} \right) x = \frac{a-b}{a+b} + \frac{a+b}{a-b}$$

$$\left[ \frac{ab+b^2+a^2-ab}{(a-b)(a+b)} \right] x = \frac{(a-b)^2 + (a+b)^2}{(a+b)(a-b)} \quad \text{Legendre}$$

$$(a^2+b^2) x = 2(a^2+b^2)$$

$$x = 2$$

$$CJ = \{2\}$$

11. Si en la ecuación  $2x^2 + 3x + m = 0$  las raíces difieren en 1, determine  $E = \frac{m}{m+2}$ .

A)  $\frac{5}{16}$

~~B)  $\frac{5}{21}$~~

C)  $\frac{16}{21}$

D)  $\frac{21}{16}$

E)  $\frac{1}{5}$

### Resolución

De la ecuación  $2x^2 + 3x + m = 0$

Sea sus raíces:  $x_1, x_2$ .

Por dato:  $x_1 - x_2 = 1$ .

Por Cardano:

$$\bullet x_1 + x_2 = -\frac{3}{2} \quad \bullet x_1 x_2 = \frac{m}{2}$$

Por Legendre:

$$(x_1 + x_2)^2 - (x_1 - x_2)^2 = 4x_1 x_2$$

$$\underbrace{\left(-\frac{3}{2}\right)^2 - 1^2}_{\frac{5}{4}} = 4\left(\frac{m}{2}\right)$$

$$\frac{5}{4} = 2m \Rightarrow m = \frac{5}{8}$$

$$\therefore E = \frac{m}{m+2} = \frac{\frac{5}{8}}{\frac{5}{8} + 2} = \frac{5}{21}$$

12. Dado el polinomio  $P(x) = mx^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$  de coeficientes enteros. Si 3 es una raíz doble,  $(2 + \sqrt{3})$  es una raíz simple y  $P(2) = 5$ , calcule  $P(6)$ .

A) 810

B) -680

C) -580

D) 720

E) -195

Resolución



13. Al resolver la ecuación

$$x^2 + nx + m = 0$$

se obtiene como conjunto solución a  $\{\Delta; \Delta+2\}$  donde  $\Delta$  es el discriminante. Calcule el producto de raíces.

A) 8

B) 12

C) 18

D) 36

~~E) 24~~

Resolución

Notamos:  $\Delta = n^2 - 4m$  ✓

Por cardano:

$$x_1 + x_2 = -n$$

$$x_1 x_2 = m$$

Por dato:

$$x_1 - x_2 = 2$$

Por Legendre:

$$(x_1 + x_2)^2 - (x_1 - x_2)^2 = 4x_1 x_2$$

$$(-n)^2 - (2)^2 = 4m$$

$$n^2 - 4 = 4m$$

$$\underbrace{n^2 - 4m}_{\Delta} = 4$$

raíces:  $\Delta = 4$ ;  $\Delta + 2 = 6$

So Producto raíces =  $4(6) = \underline{\underline{24}}$

14. Determine la secuencia correcta de verdad (V) o falsedad (F) según corresponda con respecto al polinomio  $P_{(x)} = 3x^2 - 3x + \lambda$ , donde  $\lambda \in \mathbb{R}$ .

I. Si  $\frac{3}{4} < \lambda$ , entonces presenta raíces complejas conjugadas.

II.  $\exists \lambda \in \mathbb{Z}$ , tal que  $P_{(x)}$  presenta raíces enteras.

III. Si  $\lambda \in \left(0; \frac{3}{4}\right]$ , entonces  $P_{(x)}$  presenta raíces reales positivas.

A) VFV

B) VFF

C) VVV

D) VVF

E) FFF

Resolución

15. Dado el polinomio  $F(x) = ax^2 + bx + 70$ .

Si la suma de cuadrados y el producto de raíces son 74 y 35 respectivamente, halle el máximo valor de  $F(1)$ .

A) 104

B) 82

C) 96

D) 192

E) 164

Resolución

Sea las raíces:  $x_1; x_2$

Por dato es

$$x_1^2 + x_2^2 = 74$$

$$; \underline{x_1 x_2} = 35$$

$$x_1^2 + x_2^2 + 2x_1 x_2 = 74 + 2x_1 x_2 ; \frac{70}{a} = 35 \Rightarrow a = 2$$

$$(x_1 + x_2)^2 = 74 + 2(35)$$

$$\left(-\frac{b}{a}\right)^2 = 144 \Rightarrow b^2 = 576$$

$$b = \pm 24$$

reempl:  $F(x) = 2x^2 + bx + 70$

1)  $b = 24 : F(1) = 2(1)^2 + 24(1) + 70 = 96$

2)  $b = -24 : F(1) = 2(1)^2 - 24(1) + 70 = 48$

Max

16. El polinomio  $P(x) = x^4 + mx^3 - 20x^2 + nx + p$  tiene como raíz doble a  $-3$  y como una raíz simple a  $5$ . Calcule el valor de  $m \cdot p - n$ .

A)  $-24$

B)  $-32$

C)  $-12$

D)  $-20$

E)  $-18$

Resolución

17. Si una raíz de la ecuación  
 $4x^4 - (3m+2)x^2 + m - 1 = 0$   
es el cuadruple de la otra raíz, halle un valor de  $m$ .

A) -8

B) 6

C) 5

D) 7

E) -5

Resolución

18. Halle la suma de cuadrados de las raíces no reales de la ecuación  $x^8 - 13x^4 + m - 1 = 0$  si el producto de raíces es 36.

A) -8

B) -6

C) -10

D) 14

E) -28

Resolución



19. Dada la ecuación  $3x^4+ax^3+bx^2+cx+d=0$  de coeficientes enteros. Si dos de sus raíces son  $(4+i)$  y  $(5+\sqrt{2})$ , halle el valor de  $(d+a)$ .

A) 1119

B) 337

C) 391

D) 440

E) 345

Resolución

20. Se tiene las siguientes ecuaciones equivalentes:

$$x^3 - 9x^2 + mx + n = 0$$

$$x^2 - 4x - 5 = 0$$

Determine una ecuación cuadrática de raíces

$$m - n \text{ y } \frac{n}{5}.$$

A)  $x^2 - 40x + 375 = 0$

B)  $x^2 + 13x + 30 = 0$

C)  $x^2 - 13x + 30 = 0$

D)  $x^2 - 15x + 50 = 0$

E)  $x^2 + 5x - 50 = 0$

Resolución

21. Determine la condición para que las ecuaciones  $x^3+2x+a=0$  y  $x^2+x+b=0$  presenten una raíz en común.

A)  $(b+a)^2+(b-2)(b^2-3b+a)=0$

~~B)  $(b+a)^2+(b-3)(b^2-2b+a)=0$~~

C)  $(b-a)^2+(b-3)(b^2-2b-a)=0$

D)  $(b-a)^2+(b-2)(b^2-2b+a)=0$

E)  $(b+a)^2+(b-3)(b^2-2a+b)=0$

Resolución

Sea la raíz común:  $\psi$ , reempl. en la ec.

$$\begin{aligned} \psi^3+2\psi+a=0 & ; \psi^2+\psi+b=0 \\ \psi^3+\psi^2+b\psi=0 & \quad \leftarrow \times \psi \end{aligned}$$

$$\psi^2 = -\psi - b$$

$$\psi^2 - 2\psi + b\psi - a = 0$$

$$-\psi - b - 2\psi + b\psi - a = 0 \Rightarrow \psi = \frac{a+b}{b-3}$$

reemp  $\psi$  en  $x^2+x+b=0$

$$\Rightarrow \left( \frac{a+b}{b-3} \right)^2 + \left( \frac{a+b}{b-3} \right) + b = 0$$

$$\Rightarrow (b-a)^2 + (b-3)(b^2-2b+a) = 0$$

$$(b-3)^2$$

22. Determine  $a$  para que se cumpla que la ecuación  $x^3 - 12x^2 + ax - 48 = 0$  tenga una raíz que sea media aritmética de las otras dos.

A)  $-44$

B)  $46$

C)  $-46$

D)  $44$

E)  $60$

Resolución

23. Determine la suma de cuadrados de las raíces de la siguiente ecuación.

$$(x-6)(x-8)(x+5)(x+3)=504$$

A) 134

B) 137

C) 140

D) 142

E) 124

Resolución

24. Sea el polinomio  $P_{(x)}$  tal que  $n \in \mathbb{N} \wedge n \geq 2$ .

$$P_{(x)} = x^3 - 3nx^2 + (3n^2 - 1)x - n(n^2 - 1)$$

Indique la secuencia correcta de verdad (V) o falsedad (F) respecto a las siguientes proposiciones.

- I. El producto de dos raíces es  $(n^2 - 1)$ .
- II. Las raíces están en P.A.
- III. Si  $k \in \mathbb{N}$ ,  $k > n$ , entonces  $P_{(k)}$  es múltiplo de 6.

A) VVV

B) VVF

C) FVV

D) VFV

E) VFF

Resolución



— ACADEMIA —

**CÉSAR**

**VALLEJO**

academiacesarvallejo.edu.pe

Ciclo

**INTENSIVO  
UNI**



— ACADEMIA —  
**CÉSAR  
VALLEJO**

— ACADEMIA —  
**CÉSAR  
VALLEJO**

**ÁLGEBRA**

Números Complejos

Semana 01

Test en línea

1. Determine el valor de  $m$ , de modo que en la ecuación  $x^2 - (m+4)x + 3m = 0$ , una de las raíces es el triple de la otra.

A)  $-1$

B)  $2$

C)  $3$

D)  $4$

E)  $-6$

Resolución

2. Si  $2 + \sqrt{5}$  es una raíz del polinomio de coeficientes racionales

$$P(x) = 2x^3 - 10x^2 + px + q$$

Halle el valor de  $p+q$ .

- A) 8
- B) 9
- C) 13
- D) -10
- E) -8

Resolución

3. La ecuación bicuadrada

$$x^4 - 40x^2 + (200 - 2q) = 0$$

tiene sus raíces en progresión aritmética. Determine el valor de  $\sqrt[3]{q-1}$ .

- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 4
- E) 5

Resolución



**GRACIAS**

SÍGUENOS:   

[academiacesarvallejo.edu.pe](http://academiacesarvallejo.edu.pe)