



CÉSAR VALLEJO



CÉSAR VALLEJO







ÁLGEBRA

Ecuaciones polinomiales

Semana 02

Docente: Gustavo Poma Quiroz

1. Dado el polinomio $P_{(x)} = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$ de coeficientes enteros. Si 4 es una raíz doble y $(2 + \sqrt{3})$ es una raíz simple, calcule $P_{(6)}$ aumentado con el término independiente.

A) 56 B) 68 C) 58 D) 46 E) 72

Resolución

De la deitos

· 4 ej raíz doble

e 2+13 e vaíz Por 2-13 e vaíz Parrodad

Recordar

 Juego:

$$P(x) = \frac{1}{2} (x - 4)^{2} (x - (2 + \sqrt{3})) (x - (2 - \sqrt{3}))$$

$$P(x) = (x-4)^{2} (x^{2} - 4x + 1)$$

Piden:
$$P(6) = (6-4)^2(6^2-4(6)+1)=52$$

 $TI = P(0) = (0-4)^2(0^2-4(0)+1)=16$

$$69P(6)+TI=52+16=68$$

- 2. Respecto a la ecuación cuadrática en variable x $x^2-2ax+a^2+b^2=0$
 - Indique el valor de verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones.
 - I. Si $\{a, b\} \subset \mathbb{R} \{0\}$, la ecuación tiene raíces no reales. (\vee)
 - II. Si b=0, las raíces son reales. (F)
 - III. Si a = 0, las raíces son complejas no reales.
 - A) VVV B) FVV C) VFV D) VFF E) FFF

Resolución

De: $\chi^2 - 2ax + a^2 + b^2 = 0$

$$\Rightarrow \triangle = (-2a)^2 - 4(1)(2+6)$$

$$\Delta = 462 - 462 = -462 = -462$$

J)
$$\Delta = -4b^2 < 0 \rightarrow La$$
 ec. tiene raice) no realej

I)
$$b=0 \Rightarrow Veenpl. en la ec.$$

$$x^2 - 22x + a^2 = 0$$

$$(x-z)^2=0 \rightarrow Vallej: z; z$$

No necesavizmente

Son reale

$$\overline{\mathbb{I}}$$
) $z=0 \Rightarrow reempl. en la ec.$

$$x^2 + 6^2 = 0$$

Contra Si b=0:
$$\chi^2=0 \rightarrow vaice 0;0$$

gemplo realej

3. Determine los valores que toma *a* para que la ecuación

$$x^4 + (a+1)x^3 + (10+a)x^2 + (9+a)x + 9 = 0$$
 tenga raíces no reales.

$$A)$$
 $\langle -6; 6 \rangle$

B)
$$\langle -\infty; -6 \rangle \cup \langle 6; +\infty \rangle$$

C)
$$\langle -4; 4 \rangle$$

D)
$$\langle -9; 9 \rangle$$

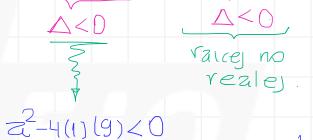
E)
$$\langle -\infty; -9 \rangle \cup \langle 9; +\infty \rangle$$

$$|X| < 2 \rightarrow -2 < X < 2$$



$$x^{4} + (a+1)x^{3} + (10+a)x^{2} + (9+a)x + 9 = 0$$
 $x^{2} + (a+1)x^{3} + (10+a)x^{2} + (9+a)x + 9 = 0$
 $x^{2} + (a+1)x^{3} + (10+a)x^{2} + (9+a)x + 9 = 0$
 $x^{2} + (a+1)x^{3} + (10+a)x^{2} + (10+a)x^{2} + (10+a)x + 9 = 0$
 $x^{2} + (a+1)x^{3} + (10+a)x^{2} + (10+a)x + 9 = 0$
 $x^{2} + (a+1)x^{3} + (10+a)x^{2} + (10+a)x + 9 = 0$
 $x^{2} + (a+1)x^{3} + (10+a)x^{2} + (10+a)x + 9 = 0$
 $x^{2} + (a+1)x^{3} + (10+a)x^{2} + (10+a)x + 9 = 0$
 $x^{2} + (a+1)x^{3} + (10+a)x^{2} + (10+a)x + 9 = 0$
 $x^{2} + (a+1)x^{3} + (10+a)x^{2} + (10+a)x + 9 = 0$
 $x^{2} + (a+1)x^{3} + (a+1)x^{2} + (a+$

$$\Rightarrow$$
 $(x^2 + ax + 9)(x^2 + x + 1) = 0$



$$-4(1)(9) < 0$$
 $+ 2 < 36$
 $-2 < 6 < 0$

$$|a|<6$$
 (2-6)(2+6)<0



4. Si el producto de sus dos raíces positivas de la ecuación bicuadrada $4x^4+(a+5)x^3-nx^2+(b-3)x+3n-4=0$ es $\sqrt{35}$, calcule la división de la suma de los cuadrados de las raíces de la ecuación y (a+b+n).

- A) $\frac{12}{23}$ B) 3 C) $\frac{1}{2}$
- D) $\frac{24}{51}$ E) $\frac{12}{13}$

Resolución

CÉSAR

5. Si $5 + \sqrt{5}$ es raíz del polinomio

$$P_{(x)} = x^3 + (3m + 2n - 8)x^2 - (5m - 3n - 15)x + 80$$

 $\{m; n\} \subset \mathbb{Q}$. Halle el valor de 17m + 5n.

A) 43 D) 44

B) 41

C) 42

E) 45

Resolución

Por dato:

$$X_1 = 5 + \sqrt{5}$$
 Por $X_2 = 5 - \sqrt{5}$ ej raíz Pavieolad

Por Cardanos

Product =
$$(5+\sqrt{5})(5-\sqrt{5})X_3 = -80$$

value = $20X_3 = -80 \rightarrow X_3 = -4$

$$Suma = X_1 + X_2 + X_3 = -(3m + 2n - 8).$$

$$-6 = 3m + 2\eta - 8 \Rightarrow 3m + 2\eta = 2$$

Suma.
$$= X_1 X_2 + X_1 X_3 + X_2 X_3 = -(5m - 3n - 15)$$
B. $= X_1 X_2 + X_1 X_3 + X_2 X_3 = -(5m - 3n - 15)$

$$20 = 5m - 3n - 15 \Rightarrow 5m - 3n = 35$$

Juego:
$$3m+2\eta=2$$
. $5m-3\eta=35$

$$M = 4$$
, $N = -5$

$$80 17m + 5\eta = 17(4) + 5(-5) = \frac{4}{3}$$

6. Dada la ecuación cuadrática

$$(m+1)x^2 + (2m+5)x + \frac{m+1}{4} = 0$$

Determine *m* tal que la ecuación tenga soluciones reales.

A)
$$\langle -\infty; -4 \rangle \cup \langle -2; +\infty \rangle$$

B)
$$\langle -\infty; -4 \rangle \cup \langle -2; +\infty \rangle - \{-1\}$$

C)
$$\langle -\infty; -2 \rangle \cup \langle 4; +\infty \rangle$$

D)
$$\langle -\infty; -3 \rangle \cup \langle -2; +\infty \rangle - \{-1\}$$

E)
$$\langle -4; -2 \rangle$$

7. Sea el polinomio cuadrático

$$P_{(x)}=ax^2+bx+c$$

Si la suma y producto de raíces son iguales indique las proposiciones correctas.

- I. $b = -c \ \forall \{a, b, c\} \subset \mathbb{C} \ (\lor)$.
- II. Si $b^2+4ab>0$, $\{a,b,c\}\in\mathbb{R}$ las raíces son reales. (\lor)
- III. Si $\{a, b, c\} \subset \mathbb{R}$ y las raíces no son reales entonces ab > 0.
- A) II y III D) I y III
- B) solo III C) I, II y III

$$P(x) = ax^2 + bx + C$$

Por dato:
$$X_1 + X_2 = X_1 X_2$$

$$-\frac{b}{a} = \frac{c}{a} \Rightarrow c = -b$$

$$D = B^{2} - 4a(b) = B^{2} + 4ab > 0 \rightarrow \text{tiene value}$$

$$Vealer$$

Obj. Contra
$$\xi_{1}$$
.

 $3x - 2x + 2$
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)
 (4)

INTENSIVO UNI

8. Sea la ecuación bicuadrada

$$2x^4 - mx^2 + \left(m - \frac{3}{2}\right) = 0; m > 3$$

tal que CS = $\{\alpha; -\alpha\}; \alpha > 0$.

Determine
$$m + \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \times \alpha$$
.

- A) 9 B) 6 C) 10
- D) 8 E) 12

Resolución

CÉSAR

$$(x^2-x-6)(x^2-4x+n)=0$$

presente 3 soluciones.

A) 4 D) -6

- C) -9

Resolución

$$(x^{2}-x-6)(x^{2}-4x+n)=0$$
 $x + x - 3$
 $x = 2$

$$P(x) = (x-3)(x+2)(x^2-4x+n) = 0$$

CayoI',
$$(X-3)(X+2)(x^2-4x+n)=0$$

Solvinca

$$(-4)^2 - 4(1)(n) = 0 = 7 \eta = 4$$

Casom: Yance sean:
$$3;-2;$$
 (2); O Dif de lay -2 ey range 2 -4x+n otrag

 $\gamma = -12.$

10. Halle el conjunto solución de la siguiente ecuación.

$$\frac{(a+b)x}{a-b} + \frac{ax}{a+b} - \frac{a-b}{a+b} = \frac{ax}{a-b} + \frac{(a+b)^2}{a^2-b^2}$$

donde a y b son constantes reales no nulos tal que $a \neq \pm b$.

$$\begin{bmatrix}
ab+b^{2}+a^{2}-ab \\
(a-b)(a+b)
\end{bmatrix} \times = \frac{(a-b)^{2}+(a+b)^{2}}{(a+b)(a-b)}$$

$$(a^{2}+b^{2}) \times = 2(2^{2}+b^{2})$$

$$\times = 2$$

$$c|=|2|$$

INTENSIVO UNI

11. Si en la ecuación $2x^2+3x+m=0$ las raíces difieren en 1, determine $E = \frac{m}{m+2}$.

A)
$$\frac{5}{16}$$
 B) $\frac{5}{21}$

C)
$$\frac{16}{21}$$

D)
$$\frac{21}{16}$$

E)
$$\frac{1}{5}$$

Resolución

De la ecuación $2x^2+3x+m=0$ Sea sus vaicej : X1; X2 For dato: $X_1 - X_2 = 1$ Por Cardanos • $X_1 + X_2 = -3/2$ • $X_1 X_2 = m/2$ Por Jegen dre.

$$(X_1 + X_2)^2 - (X_1 - X_2)^2 = \frac{1}{4} X_2 X_2$$

$$(-\frac{3}{2})^2 - 1^2 = 4(\frac{m}{2})$$

$$\frac{5}{4} = 2m \Rightarrow m = \frac{5}{8}$$

$$00 = \frac{m}{m+2} = \frac{5}{8} = \frac{5}{21}$$

12. Dado el polinomio $P_{(x)}=mx^4+ax^3+bx^2+cx+d$ de coeficientes enteros. Si 3 es una raíz doble, $(2+\sqrt{3})$ es una raíz simple y $P_{(2)}=5$, calcule $P_{(6)}$.

- A) 810 D) 720
- B) -680
- C) -580
- E) -195







































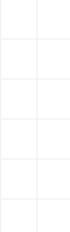














13. Al resolver la ecuación $x^{2}+nx+m=0$ Raices se obtiene como conjunto solución a $\{\Delta; \Delta+2\}$ donde Δ es el discriminante. Calcule el producto de raíces.

A) 8 B) 12 C) 18 **E** 24 D) 36

Resolución

Notamoj: 1 = 7-4m

Por cardano:

Por dato.

$$X_1 + X_2 = -N$$
 $X_1 \times X_2 = M$
 $X_1 \times X_2 = M$

$$(X_{1} + X_{2})^{2} - (X_{1} - X_{2})^{2} = 4X_{1}X_{2}$$
$$(-\eta)^{2} - (2)^{2} = 4m$$

$$\eta^2 - 4 = 4m.$$

$$\eta^2 - 4m = 4$$

Valley:
$$\Delta = 4$$
; $\Delta + 2 = 6$

- 14. Determine la secuencia correcta de verdad (V) o falsedad (F) según corresponda con respecto al polinomio $P_{(x)}=3x^2-3x+\lambda$, donde $\lambda \in \mathbb{R}$.
 - I. Si $\frac{3}{4}$ < λ , entonces presenta raíces complejas conjugadas.
 - II. $\exists \lambda \in \mathbb{Z}$, tal que $P_{(x)}$ presenta raíces enteras.
 - III. Si $\lambda \in \left\{0; \frac{3}{4}\right]$, entonces $P_{(x)}$ presenta raíces reales positivas.
 - A) VFV B) VFF C) VVV D) VVF E) FFF

Resolución

CÉSAR VALLEJO **15.** Dado el polinomio $F_{(x)} = ax^2 + bx + \underline{70}$. Si la suma de cuadrados y el producto de raíces son 74 y 35 respectivamente, halle el máximo valor de $F_{(1)}$.

A) 104 D) 192

Resolución

B) 82



Sealaraice: Vi, X2

Por datos

$$\chi_1^2 + \chi_2^2 = 74$$
 ; $\chi_1 \chi_2 = 35$

$$X_1^2 + X_2^2 = 74$$
 ; $X_1 X_2 = 35$
 $X_1^2 + X_2^2 + 2X_1 X_2 = 74 + 2X_1 X_2$; $\frac{70}{2} = 35 \Rightarrow 2 = 2$

$$(x_1 + x_2)^2 = 74 + 2(35)$$
 $(-\frac{1}{2})^2 = 144 \implies 6^2 = 576$
 $6 = \pm 24$

Veempl:
$$F(x) = 2x^2 + bx + 70$$

$$b = -24$$
: $F(1) = 2(1)^{2} - 24(1) + 70 = 42$

INTENSIVO UNI 16. El polinomio $P_{(x)} = x^4 + mx^3 - 20x^2 + nx + p$ tiene como raíz doble a -3 y como una raíz simple a 5. Calcule el valor de $m \cdot p - n$. A) -24B) -32 C) -12 D) -20E) -18Resolución

- 18. Halle la suma de cuadrados de las raíces no reales de la ecuación $x^8 - 13x^4 + m - 1 = 0$
 - si el producto de raíces es 36.
 - A) -8D) 14

- B) -6
- C) 10
 - E) -28



20. Se tiene las siguientes ecuaciones equivalentes:

$$x^3 - 9x^2 + mx + n = 0$$

$$x^2 - 4x - 5 = 0$$

Determine una ecuación cuadrática de raíces

$$m-n$$
 y $\frac{n}{5}$.

A)
$$x^2 - 40x + 375 = 0$$

B)
$$x^2 + 13x + 30 = 0$$

C)
$$x^2 - 13x + 30 = 0$$

D)
$$x^2 - 15x + 50 = 0$$

E)
$$x^2 + 5x - 50 = 0$$

21. Determine la condición para que las ecuaciones $x^3+2x+a=0$ y $x^2+x+b=0$ presenten una raíz en común.

A)
$$(b+a)^2+(b-2)(b^2-3b+a)=0$$

B)
$$(b+a)^2+(b-3)(b^2-2b+a)=0$$

C)
$$(b-a)^2+(b-3)(b^2-2b-a)=0$$

D)
$$(b-a)^2+(b-2)(b^2-2b+a)=0$$

E)
$$(b+a)^2+(b-3)(b^2-2a+b)=0$$

Sea la rais común:
$$\Psi$$
, reempl. en laj ec.

 $4^{3}+24+a=0$, $4^{2}+4+b=0$
 $4^{2}+4^{2}+b=0$
 $4^{2}+4^{2}+b=0$
 $4^{2}-24+b+0=0$
 4^{2}



22. Determine *a* para que se cumpla que la ecua $ción x^3 - 12x^2 + ax - 48 = 0$ tenga una raíz que sea media aritmética de las otras dos.

B) 46

C) - 46

E) 60



23. Determine la suma de cuadrados de las raíces de la siguiente ecuación.

$$(x-6)(x-8)(x+5)(x+3)=504$$

A) 134 D) 142

B) 137

- C) 140
- E) 124





















































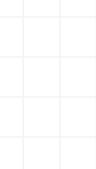












24. Sea el polinomio $P_{(x)}$ tal que $n \in \mathbb{N} \land n \ge 2$.

$$P_{(x)}=x^3-3nx^2+(3n^2-1)x-n(n^2-1)$$

Indique la secuencia correcta de verdad (V) o falsedad (F) respecto a las siguientes proposiciones.

- I. El producto de dos raíces es (n^2-1) .
- II. Las raíces están en P.A.
- III. Si $k \in \mathbb{N}$, k > n, entonces $P_{(k)}$ es múltiplo de 6.
- A) VVV B) VVF C) FVV D) VFV E) VFF

CÉSAR VALLEJO









ÁLGEBRA

Números Complejos

Semana 01

Test en línea

1. Determine el valor de *m*, de modo que en la ecuación $x^2-(m+4)x+3m=0$, una de las raíces es el triple de la otra.





































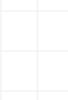












2. Si $2 + \sqrt{5}$ es una raíz del polinomio de coeficientes racionales

$$P_{(x)} = 2x^3 - 10x^2 + px + q$$

Halle el valor de p+q.

- A) 8
- B) 9
- C) 13
- D) –10
- E) -8

3. La ecuación bicuadrada $x^4-40x^2+(200-2q)=0$

tiene sus raíces en progresión aritmética. Determine el valor de $\sqrt[3]{q-1}$.

- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 4E) 5
- Resolución

- ACADEMIA -CÉSAR VALLEJO

GRACIAS









academiacesarvallejo.edu.pe