Aplicación 1:

En el estudio del movimiento oscilatorio se calcula la velocidad del cuerpo con la siguiente ecuación.

$$v = A^x\sqrt{B^2 - C}$$

Si A es el tiempo y C es área, calcula x

Analizamos lo que se encuentra dentro de la raiz.

$[B]^2 = [C] = L^2$

Para toda la ecuación:

$[v] = [A]^x\left[\sqrt{\underbrace{B^2 - C}_{L^2}}\right]$

$LT^{-1} = T^x \cdot \sqrt{L^2} \rightarrow x = -1$

Dirigida 4

Si la ecuación dimensional

$$mv^2 \operatorname{sen}(wy - \varphi) = \pi\frac{\sqrt{x}}{y^2}$$

es homogénea, calcule las dimensiones de x e y, donde:

m: masa ---------- M

v: velocidad ------------ LT^{-1}

w: velocidad angular ------------ T^{-1}

~~A) L^4M^2; T~~ B) L^4M^2; T^{-2} C) $L^{-4}M^2$; T^{-1}

D) L^4M^{-2}; T^{-1} E) $L^{-4}M^2$; T

$\boxed{\omega = \frac{\theta}{t}} \rightarrow [\omega] = \frac{1}{T} = T^{-1}$

Analizamos el argumento de la R-T:

$[\omega y] = [\varphi] = 1$

ángulos

$[\omega][y] = 1$

$T^{-1}[y] = 1$

$[y] = T$

Analizamos toda la ecuación:

$[m][v]^2[\operatorname{sen}(\omega y - \varphi)] = [\pi]\frac{\sqrt{[x]}}{[y]^2}$

$M(LT^{-1})^2 = \frac{\sqrt{[x]}}{T^2}$

$\therefore [x] = M^2L^4$

Dirigida 5

Se ha determinado que la rapidez de un fluido se expresa mediante la siguiente ecuación:

$$v = \sqrt{\frac{2P}{A} + 2BY} \text{ ---------- } (\ )^2$$

P: presión; Y: altura. Calcule $\left[\frac{A}{B}\right]$.

A) $M^2L^{-2}T^{-2}$ B) $ML^{-4}T^{-2}$ ~~C) $ML^{-4}T^2$~~

D) $M^3L^4T^{-3}$ E) ML^3T^{-2}

$v^2 = \frac{2P}{A} + 2BY$

$[v]^2 = \frac{\cancel{[2]}[P]}{[A]} = \cancel{[2]}[B][Y]$

(*)

(**)

DE (*) $(LT^{-1})^2 = \frac{ML^{-1}T^{-2}}{[A]}$

$[A] = ML^{-3}$ ------- (I)

DE (**) $(LT^{-1})^2 = [B].L$

$[B] = LT^{-2}$

------- (II)

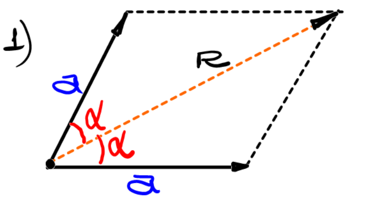
Piden:

$\left[\frac{A}{B}\right] = \frac{ML^{-3}}{LT^{-2}}$

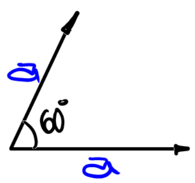
$= ML^{-4}T^2$

Casos particulares del método del paralelogramo.

1)

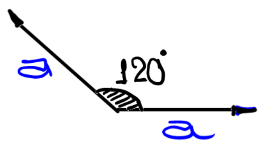


2)



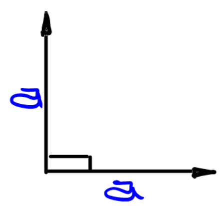
$\boxed{R = a\sqrt{3}}$

3)



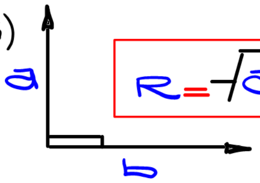
$\boxed{R = a}$

4)



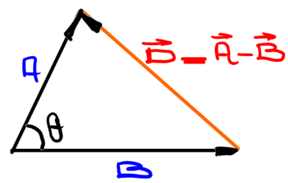
$\boxed{R = a\sqrt{2}}$

5)



$\boxed{R = \sqrt{a^2 + b^2}}$

Vector Diferencia

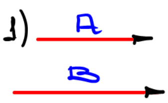


$\vec{D} = \vec{A} - \vec{B}$

$\boxed{|\vec{D}| = \sqrt{A^2 + B^2 - 2AB\cos\theta}}$

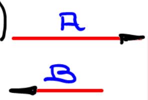
Casos particulares del método del polígono

1)



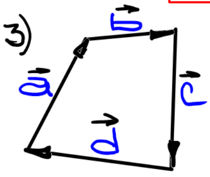
$\boxed{R_{MÁX} = A + B}$

2)



$\boxed{R_{MÍN} = A - B}$

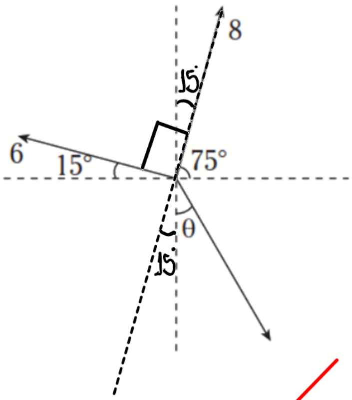
3)



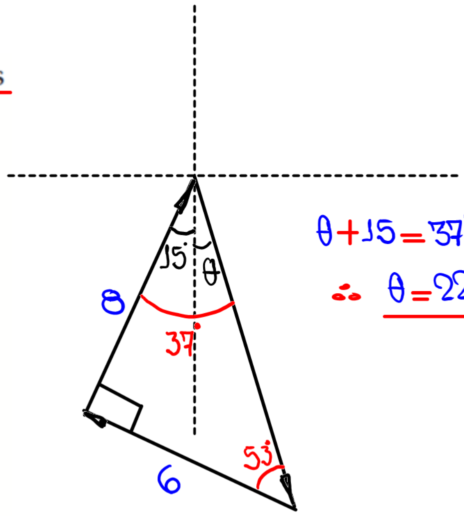
$\boxed{\vec{R} = \vec{0}}$

Dirigida 6

Si la resultante de los vectores mostrados es nula, calcule el valor de θ.



A) 32° B) 37° C) 22°
D) 53° E) 45°

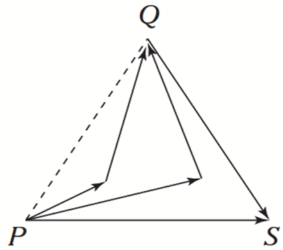


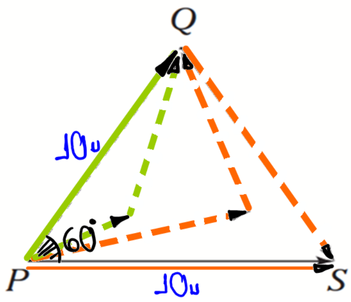
$\theta + 15 = 37°$

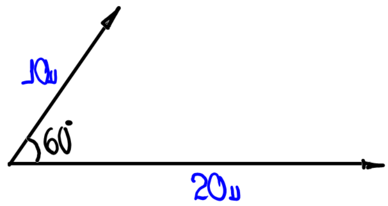
$\therefore \theta = 22°$

Aplicación 2:

Los puntos P, Q y S son vértices del triángulo equilátero cuyos lados miden 10 u. Determine el módulo de la resultante de los vectores mostrados.





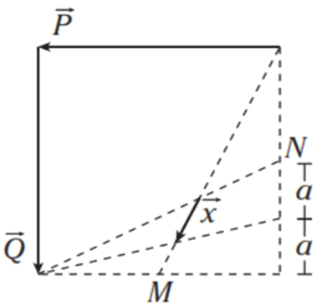


$R = \sqrt{10^2 + 20^2 + 2 \times 10 \times 20 \times \cos 60°}$

$\therefore R = 10\sqrt{7}\,u$

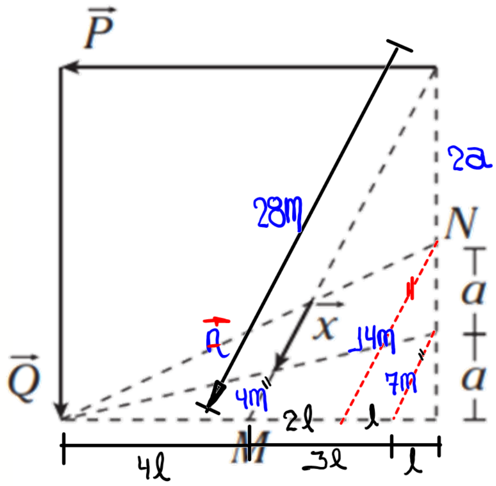
Dirigida 9

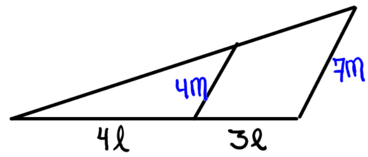
La figura mostrada es un cuadrado, donde M y N son puntos medios de los lados del cuadrado. Calcule $\vec{x}$ en función de los vectores $\vec{P}$ y $\vec{Q}$.

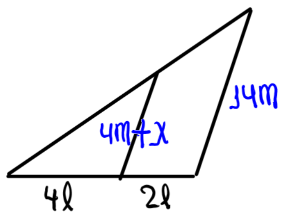


A) $\frac{3}{20}(\vec{P}+\vec{Q})$ B) $\frac{7}{25}(2\vec{P}-\vec{Q})$ C) $\frac{2}{21}(\vec{P}+2\vec{Q})$

D) $\frac{5}{7}(3\vec{P}+2\vec{Q})$ E) $\frac{4}{5}(\vec{P}-\vec{Q})$





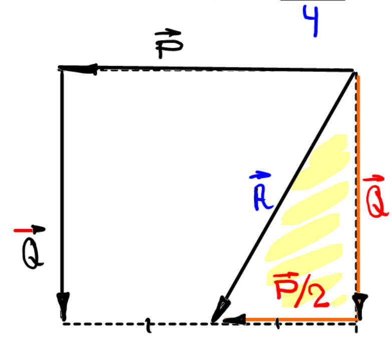


$\frac{14m}{6l} = \frac{4m + x}{4l}$

$x = \frac{16m}{3}$

$\frac{\vec{R}}{28m} = \frac{\vec{x}}{\frac{16m}{3}}$

$\vec{R} = \frac{21\vec{x}}{4}$



$\frac{\vec{P}}{2} + \vec{Q} = \vec{R}$

$\frac{\vec{P} + 2\vec{Q}}{2} = \frac{21\vec{x}}{4}$

$\therefore \vec{x} = \frac{2}{21}(\vec{P} + 2\vec{Q})$

Aplicación 4:

Sean los vectores $\vec{A} = (2\hat{\imath} + 3\hat{\jmath} + \hat{k})$ y $\vec{B} = (\hat{\imath} + 3\hat{\jmath} + \hat{k})$. Determine el vector unitario paralelo al vector $\vec{A} \times \vec{B}$.

Piden: $\boxed{\hat{\mu}_{\vec{A}\times\vec{B}} = \dfrac{\vec{A}\times\vec{B}}{|\vec{A}\times\vec{B}|}}$

$$\vec{A}\times\vec{B} = \begin{array}{ccc} + & - & + \\ \end{array}$$

$$\vec{A}\times\vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \end{vmatrix} = -\hat{\jmath} + 3\hat{k}$$

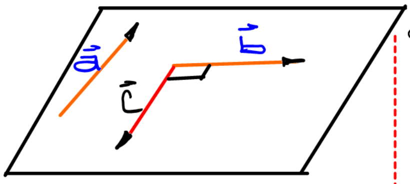
$$|\vec{A}\times\vec{B}| = \sqrt{(-1)^2 + 3^2} = \sqrt{10}$$

$$\hat{\mu}_{\vec{A}\times\vec{B}} = \boxed{\frac{-\hat{\jmath} + 3\hat{k}}{\sqrt{10}}}$$

Dirigida 13

Encuentre un vector de módulo 2 que estando contenido en el plano que determinan los vectores $\vec{a} = 2\vec{i} + 4\vec{j} + 3\vec{k}$ y $\vec{b} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$ sea perpendicular al vector $\vec{b}$.

A) $\sqrt{3}\hat{\imath} - \sqrt{2}\hat{\jmath}$
B) $\sqrt{2}\hat{\imath} - \sqrt{3}\hat{\jmath}$
C) $\sqrt{2}\hat{\imath} - \sqrt{2}\hat{\jmath}$
D) $\sqrt{5}\hat{\imath} - \sqrt{2}\hat{\jmath}$
E) $\sqrt{2}\hat{\imath} - \sqrt{5}\hat{\jmath}$



Cuando tres vectores se encuentran en un mismo plano, uno de ellos se puede expresar en combinación lineal de los otros dos vectores.

$$\boxed{\vec{c} = \alpha\vec{a} + \beta\vec{b}} \text{ -------- } (1)$$

Por dato los vectores b y C son perpendiculares.

$$\vec{b}\cdot\vec{c} = 0$$

$$\vec{b}\cdot(\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}) = 0$$

$$\alpha(\vec{b}\cdot\vec{a}) + \beta\vec{b}\cdot\vec{b} = 0$$

$$\alpha(1\times 2 + 1\times 4 + 1\times 3)$$

$$+\beta(1\times 1 + 1\times 1 + 1\cdot 1) = 0$$

$$9\alpha + 3\beta = 0$$

$$\beta = -3\alpha$$

EN (1)

$$\vec{c} = \alpha\vec{a} - 3\alpha\vec{b}$$

$$\vec{c} = \alpha(\vec{a} - 3\vec{b})$$

$$\vec{c} = \alpha(2\hat{\imath} + 4\hat{\jmath} + 3\hat{k} - 3\hat{\imath} - 3\hat{\jmath} - 3\hat{k})$$

$$\vec{c} = \alpha(-\hat{\imath} + \hat{\jmath}) \text{ ------- } (2)$$

Por dato el módulo del vector C es igual a 2

$$|\vec{c}| = \alpha\sqrt{1^2 + 1^2} = 2$$

$$\alpha = \sqrt{2}\ u$$

EN (2)

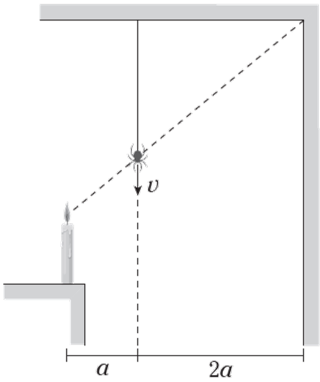
$$\vec{c} = -\sqrt{2}\hat{\imath} + \sqrt{2}\hat{\jmath}$$

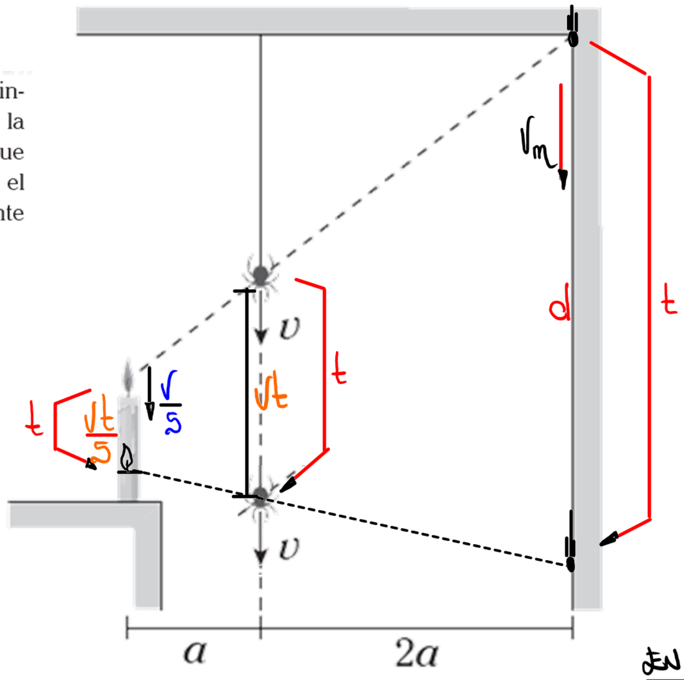
Observamos que hay dos vectores perpendiculares al vector b, son el vector C y el vector -C.

$$\therefore\ \boxed{-\vec{c} = \sqrt{2}\hat{\imath} - \sqrt{2}\hat{\jmath}}$$

Dirigida 15

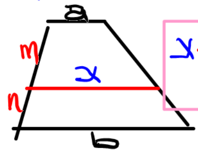
En la figura, la vela se consume con la quinta parte de rapidez con la que desciende la araña. ¿Cuál es la rapidez media con la que se desplaza la sombra sobre la pared hasta el momento en que la araña llegue a pasar frente a la base de la vela?





Piden: $\boxed{V_m = \frac{d}{t}}$ ------ (1)

Por propiedades del trapecio:



$\boxed{x = \frac{an + bm}{m+n}}$

$vt = \frac{d \cdot \cancel{a} + \frac{vt}{5} \cdot 2\cancel{a}}{3\cancel{a}}$

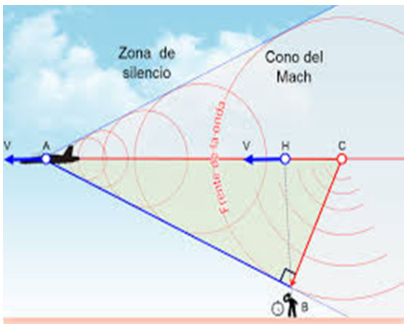
$d = \frac{13vt}{5}$

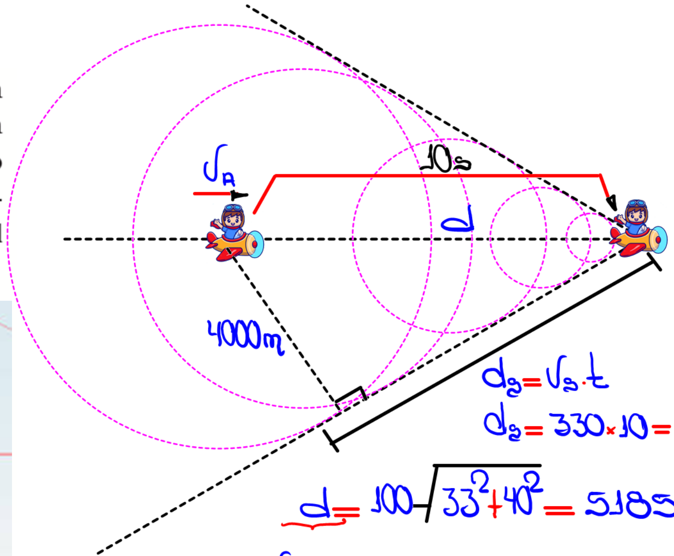
EN (1)

$V_m = \frac{\frac{13vt}{5}}{t} = \frac{13v}{5}$

16. Un avión vuela horizontalmente a la altura de 4 km sobre la superficie de la Tierra a una velocidad supersónica. Si el ruido llega luego de 10 s de haber pasado el avión sobre él, determine la rapidez con la que se desplaza el avión. (v_{sonido}=330 m/s).

A) 457 m/s
B) 584 m/s
C) 624 m/s
D) 718 m/s
E) 835 m/s





$d_s = V_s \cdot t$

$d_s = 330 \times 10 = 3300m$

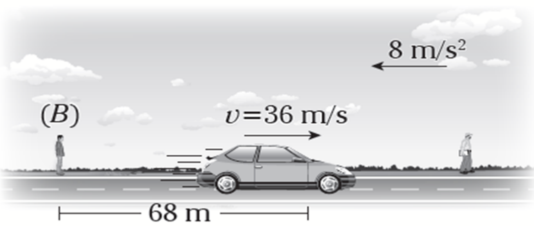
$d = 100\sqrt{33^2 + 40^2} = 5185m$

$V_A \times 10 = 5185$

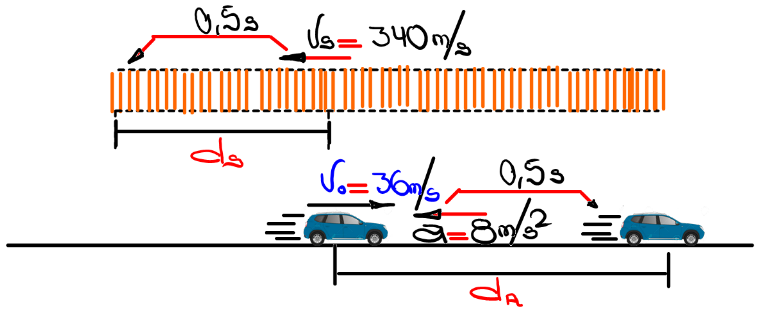
$\therefore V_A = 518{,}5\, m/s$

Dirigida 18

El auto mostrado realiza MRUV, de tal forma que en el instante mostrado el chofer toca el claxon durante 0,5 s. ¿Durante cuántos segundos escucha el sonido la persona B en reposo? (v_{sonido}=340 m/s)



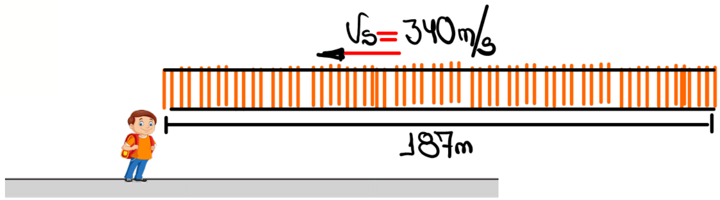
A) 0,5 s
~~B) 0,55 s~~
C) 0,6 s
D) 0,75 s
E) 0,8 s



$d_s = V_s t = 340 \times 0{,}5 = 170m$

$d_A = V_o t \pm \frac{at^2}{2} = 36 \times 0{,}5 - \frac{8 \times 0{,}5^2}{2} = 17m$

El tren de sonido que se produce es de 170 m + 17 m = 187 m



$\boxed{d = V_s t}$

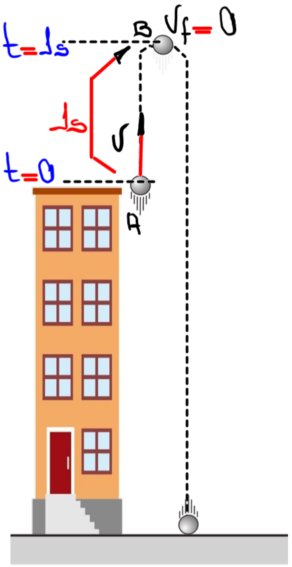
$187 = 340t$

$t = 0{,}55s$

Dirigida 20

Del borde de la azotea de un edificio se lanza verticalmente hacia arriba dos esferas con igual rapidez, de modo que la segunda esfera es lanzada cuando la primera alcanza su altura máxima, y llega a la base del edificio 1 s después que la primera. ¿Cuál es el intervalo de tiempo que emplea cada esfera desde su lanzamiento hasta llegar a la base del edificio de 75 m de altura? ($g = 10\ m/s^2$).

A) 1 s
B) 4 s
C) 3 s
~~D) 5 s~~
E) 6 s

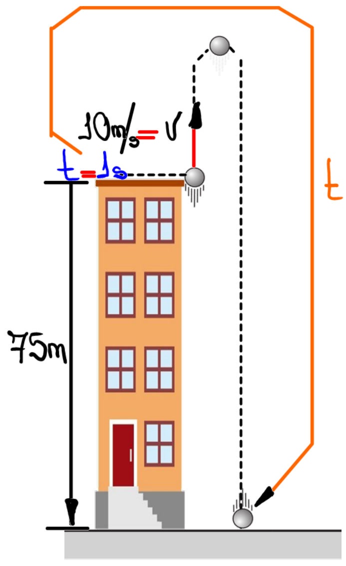


DE A→B

$$\boxed{V_f = V_0 \pm g t}$$

$$0 = V - 10 \times 1$$

$$V = 10\ m/s$$



$g = 10\ m/s^2$

Usamos una ecuación vectorial:

$$\boxed{\vec{h} = \vec{V_0} t + \frac{\vec{g} t^2}{2}}$$

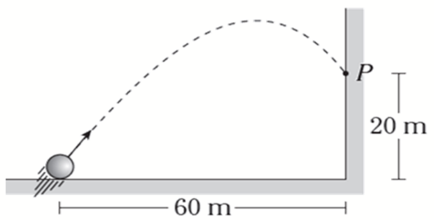
$$-75 = +10t - \frac{10 t^2}{2}$$

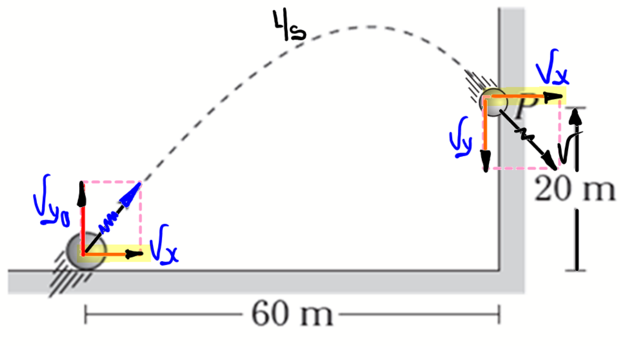
$$t^2 - 2t - 15 = 0$$

$$\therefore\ t = \cancel{-3s}\ y\ 5s$$

Aplicación 5:

La esfera se lanza tal como se muestra y choca en el punto P luego de 4 s. ¿Con qué rapidez impacta en P?





En la horizontal:

$$\boxed{d_x = V_x t}$$

$$60 = V_x \cdot 4$$

$$V_x = 15\ m/s$$

En la vertical:

$$\boxed{\vec{h} = \vec{V_{y0}} t + \frac{\vec{g} t^2}{2}}$$

$$+20 = V_{y0} \times 4 - \frac{10 \times 4^2}{2}$$

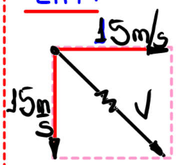
$$V_{y0} = 25\ m/s$$

$$\boxed{\vec{V_{yf}} = \vec{V_{y0}} + \vec{g} t}$$

$$-V_y = +25 - 10 \times 4$$

$$V_y = 15\ m/s$$

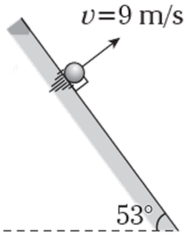
En P:

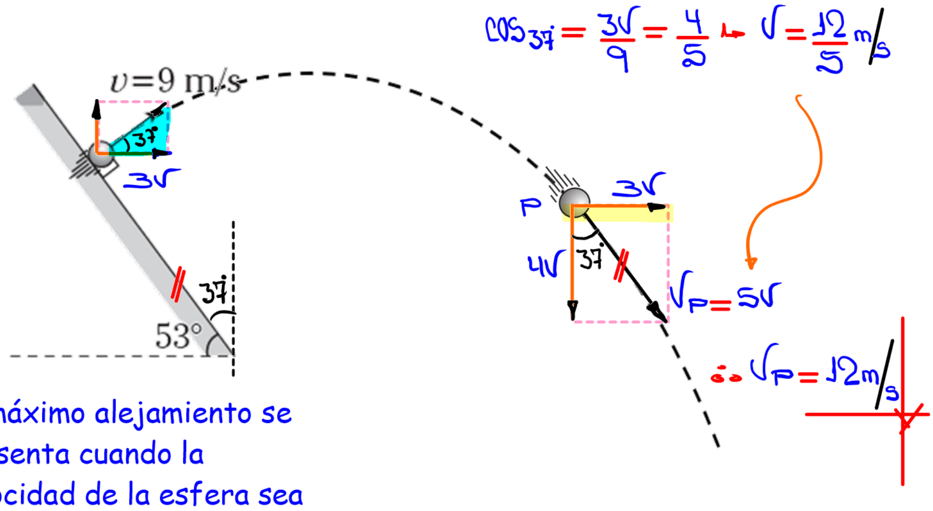


$$\therefore\ V = 15\sqrt{2}\ m/s$$

Dirigida 23

Una esfera es lanzada como se muestra en la figura. Determine su rapidez cuando su distancia respecto al plano inclinado es máxima.





$\cos 37° = \frac{3V}{9} = \frac{4}{5} \rightarrow V = \frac{12}{5}$ m/s

$\therefore V_P = 12$ m/s

El máximo alejamiento se presenta cuando la velocidad de la esfera sea paralela con la superficie.

A) 9 m/s
B) 10 m/s
C) 11 m/s
D) 12 m/s
E) 13 m/s

Si la ecuación que se muestra a continuación está correctamente escrita, determine $x+y-z$.

$P=M^x g^y A^z$

donde

m: masa

A: área

g: aceleración de la gravedad

P: presión

A) 8 B) 4 C) 5
D) 3 E) 2

$\boxed{P = M^x g^y A^z}$

$ML^{-1}T^{-2} = M^x (LT^{-2})^y (L^2)^z$

$ML^{-1}T^{-2} = M^x L^{y+2z} T^{-2y}$

$x = 1$

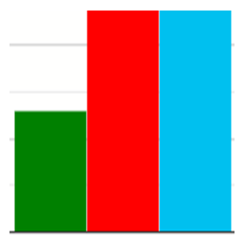
$y = 1$

$y + 2z = -1$

$1 + 2z = -1 \rightarrow z = -1$

$\therefore x + y - z = 3$

LEON MEDINA, ADRIEL DARYKSON	00H:00m:31s	1°
GRANDE VENTO, VANESSA EDITH	00H:01m:25s	2°
CHIRINOS SEGOVIA, KATHERINE BEATRIZ	00H:01m:32s	3°



Calcule el vector $\vec{x}$ si es perpendicular a los vectores $\vec{a}=(2; 3; -1)$ y $\vec{b}=(1; -2; 3)$; además, $\vec{x}\cdot(2; -1; 1)=-6$.

A) (1; 2; 3)
B) (−1; 2; 3)
C) (4; 5; −2)
D) (−5; 1; 3)
E) (−3; 3; 3)

CHIRINOS SEGOVIA, KATHERINE BEATRIZ	00H:01m:32s	1°
GALINDO PAUCAR, PITER JESUS	00H:01m:44s	2°
VARA SOLORZANO, LUCIANA PAOLA	00H:01m:47s	3°

$\vec{x} = (m; n; p)$

$\vec{x}\cdot\vec{a} = 2m + 3n - p = 0$ $\times 3$

$\vec{x}\cdot\vec{b} = m - 2n + 3p = 0$

$2m - n + p = -6$

$+$

$\bullet)\ 4m + 2n = -6$

$2m + n = -3$

$\bullet)\ 7m + 7n = 0$

$m = -n$

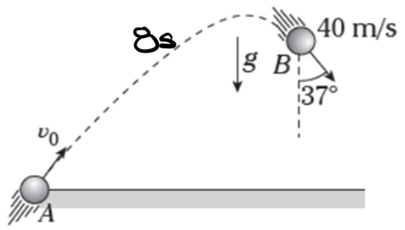
$2(-n) + n = -3 \rightarrow n = 3$

$m = -3$

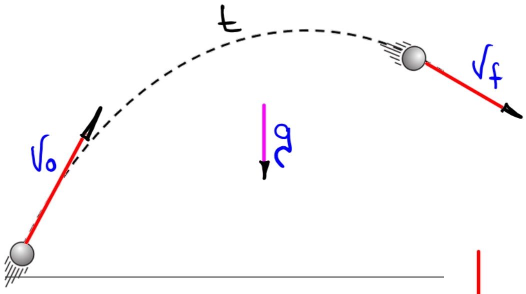
$p = 3$

$\therefore \vec{x} = (-3; 3; 3)$

Una esfera es lanzada desde la posición A. Si luego de 8 s se encuentra en la posición B, calcule v_0. ($g = 10$ m/s^2).

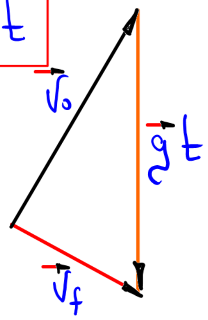


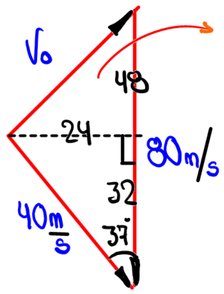
A) $25\sqrt{2}$ m/s
B) $20\sqrt{3}$ m/s
C) 24 m/s
D) 40 m/s
E) $24\sqrt{5}$ m/s



$$\boxed{\vec{V}_f = \vec{V}_0 + \vec{g}t}$$

$$\boxed{\vec{V}_f - \vec{V}_0 = \vec{g}t}$$





$V_0 = 24\sqrt{5}$ m/s