

academiacesarvallejo.edu.pe

Ciclo

**INTENSIVO
UNI**



ACADEMIA
**CÉSAR
VALLEJO**

ACADEMIA
**CÉSAR
VALLEJO**

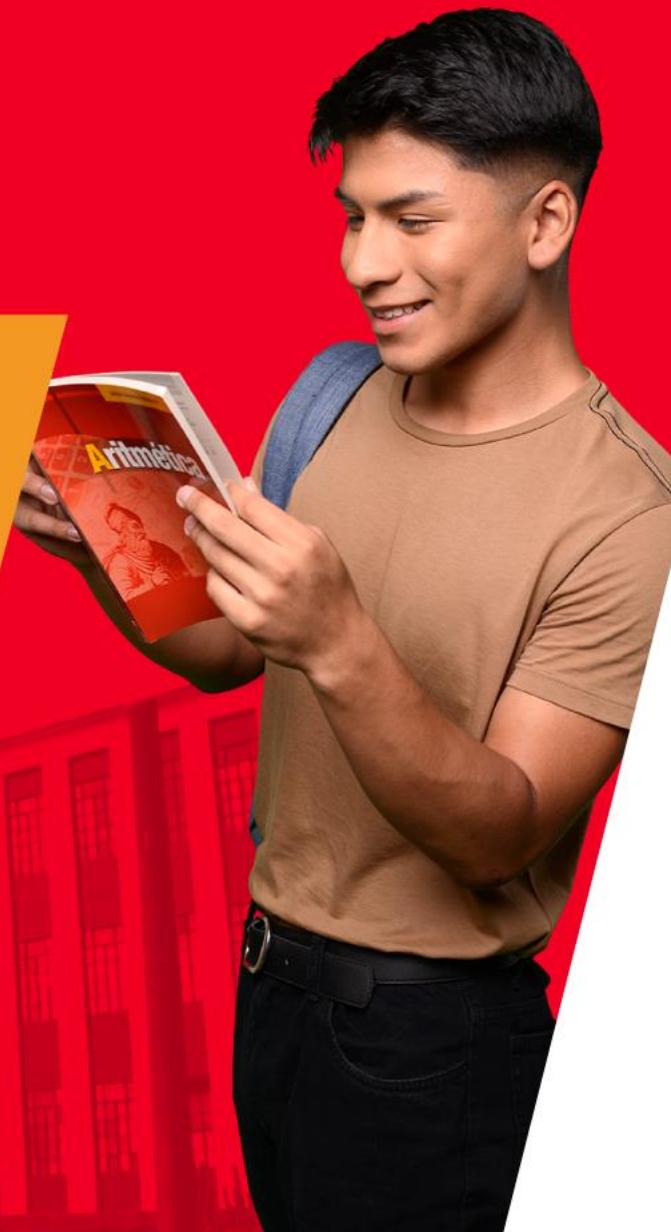
ACADEMIA
**CÉSAR
VALLEJO**

ACADEMIA
**CÉSAR
VALLEJO**

academiacesarvallejo.edu.pe

Ciclo

**INTENSIVO
UNI**



ÁLGEBRA

Teoría

Semana 6

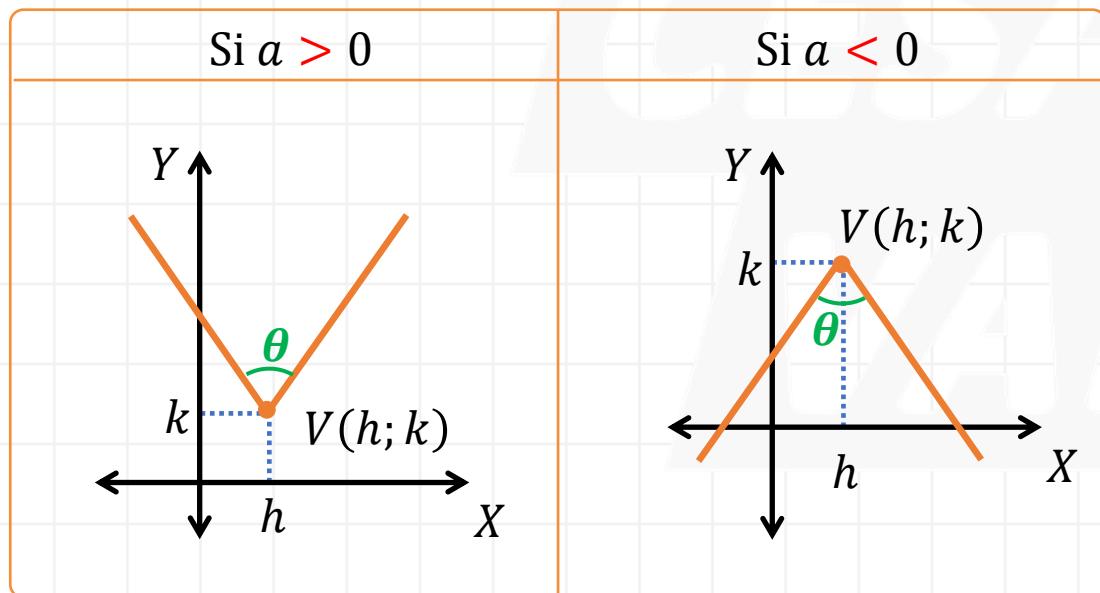
Tema: Gráfica de funciones II

FUNCIÓN VALOR ABSOLUTO

Regla de correspondencia:

$$f(x) = a|x - h| + k \quad a \neq 0$$

- $\text{Dom } f = \mathbb{R}$ (si no es dato)
- $\text{Ran } f \subset \mathbb{R}$
- Su gráfica tiene la forma de una uve cuyo vértice esta ubicada en $V = (h; k)$



Nota:

Si $a = \pm 1 \rightarrow \theta = 90^\circ$



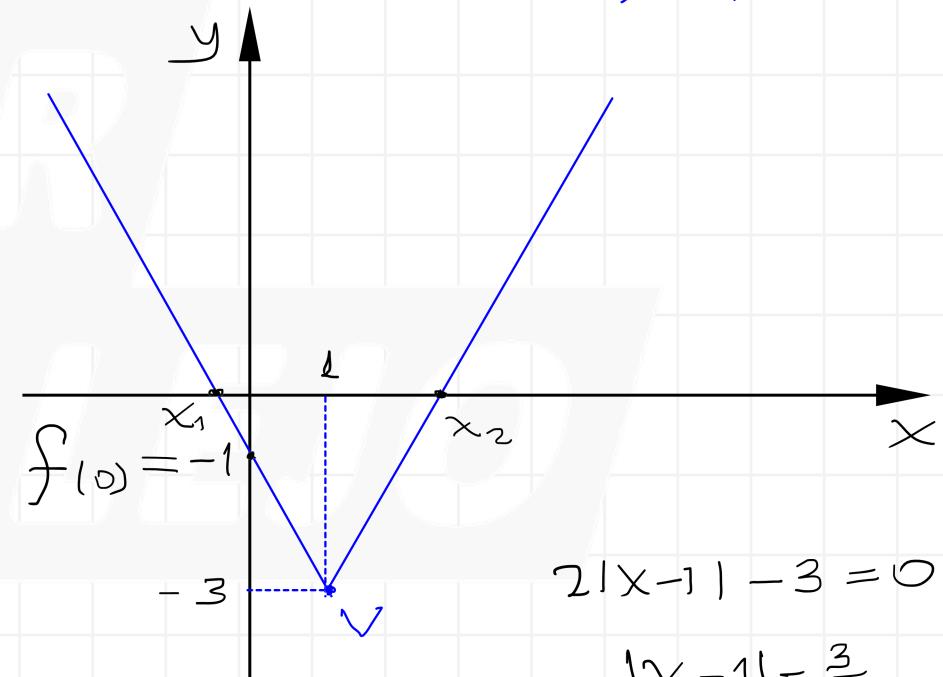
Ejercicio

Grafique $f(x) = 2|x - 1| - 3$

Resolución:

Se nota que: $h = 1$; $k = -3$

Vértice: $V = (1, -3)$



$$2|x - 1| - 3 = 0$$

$$|x - 1| = \frac{3}{2}$$

$$x - 1 = \frac{3}{2} \quad \vee \quad x - 1 = -\frac{3}{2}$$

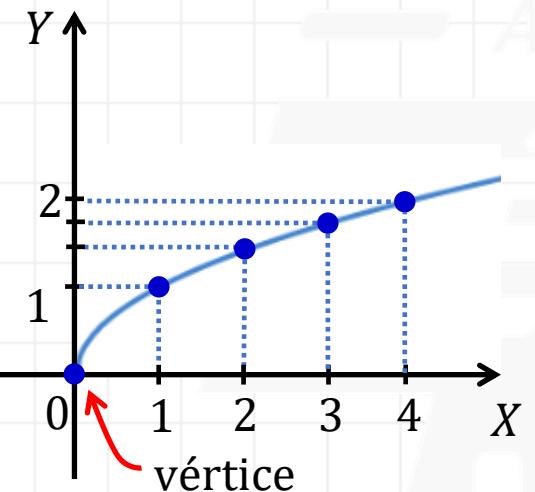
$$x_2 = \frac{5}{2} \quad \vee \quad x_1 = -\frac{1}{2}$$

FUNCIÓN RAÍZ CUADRADA

$$f(x) = \sqrt{x}; \quad Dom f = \mathbb{R}_0^+$$

Tabulando

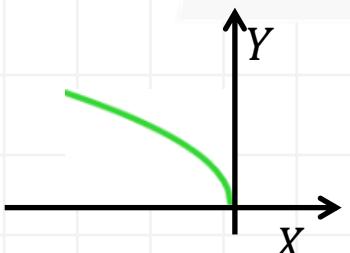
x	y
0	0
1	1
2	$\sqrt{2}$
3	$\sqrt{3}$
4	2



$$f(x) = -\sqrt{x}$$



$$f(x) = \sqrt{-x}$$

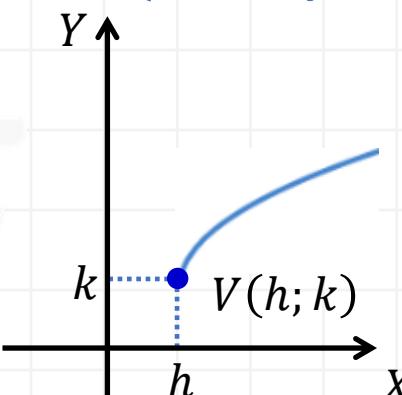


En general:

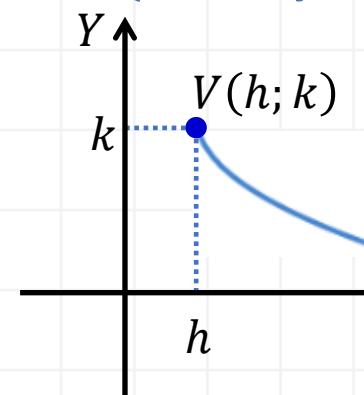
$$y = a\sqrt{x-h} + k$$

Vértice: $(h; k)$ Si $a > 0$

(Derecha y arriba)

Si $a < 0$

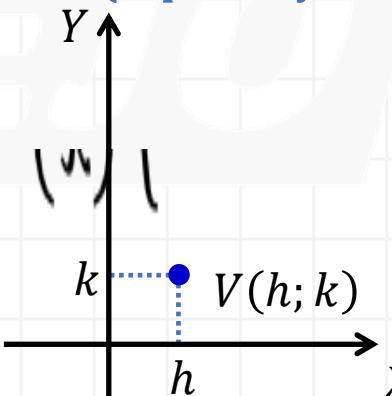
(Derecha y abajo)



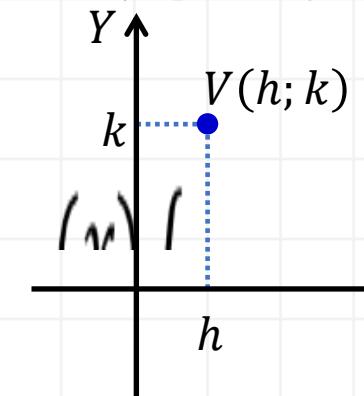
$$y = a\sqrt{h-x} + k$$

Vértice: $(h; k)$ Si $a > 0$

(Izquierda y arriba)

Si $a < 0$

(Izquierda y abajo)



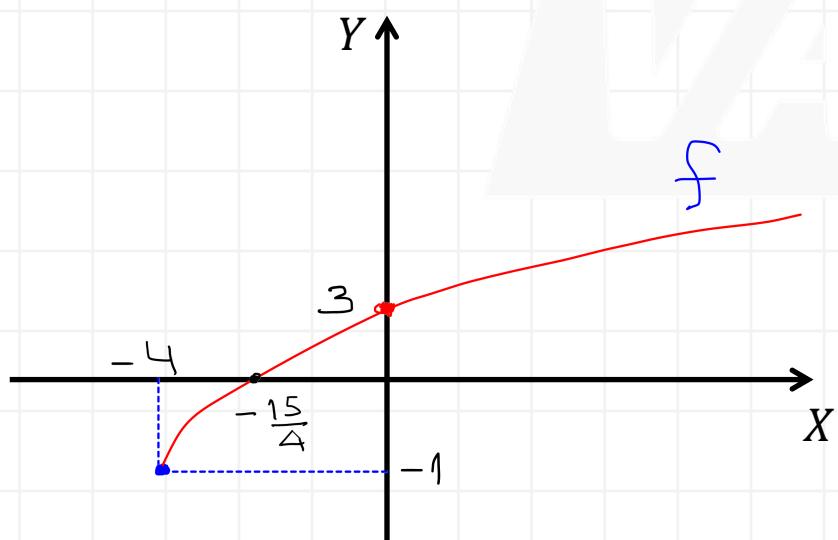
Aplicación

Sea la función $f(x) = 2\sqrt{x+4} - 1$. Determine la gráfica de f .

Resolución:

$$h = -4 ; k = -1 \rightarrow \sqrt{ } = (-4; -1)$$

$$a = 2 \downarrow 4$$

**Aplicación**

Determine la gráfica de la función

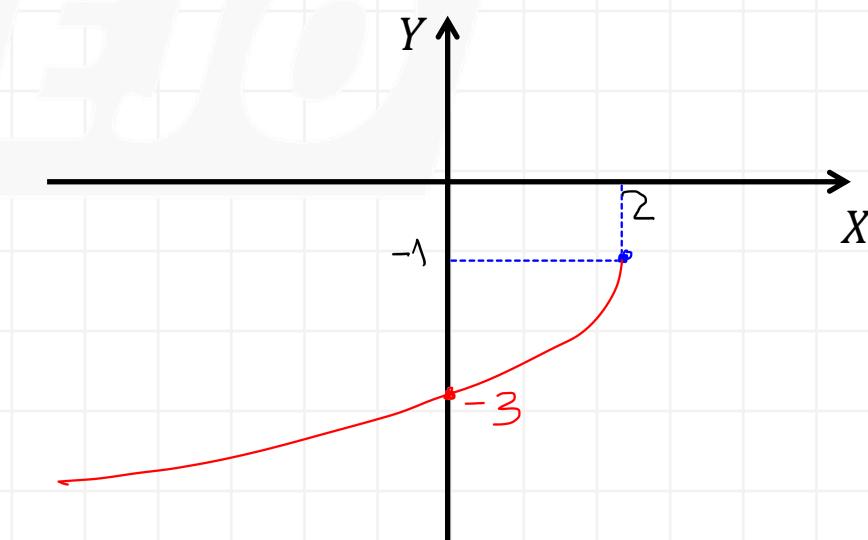
$$g(x) = -\sqrt{-2x+4} - 1.$$

Resolución:

$$h = 2 ; k = -1 \rightarrow \sqrt{ } = (2; -1)$$

$$a = -1 \downarrow$$

$$\text{Dom } f: -2x+4 \geq 0 \rightarrow x \leq 2$$



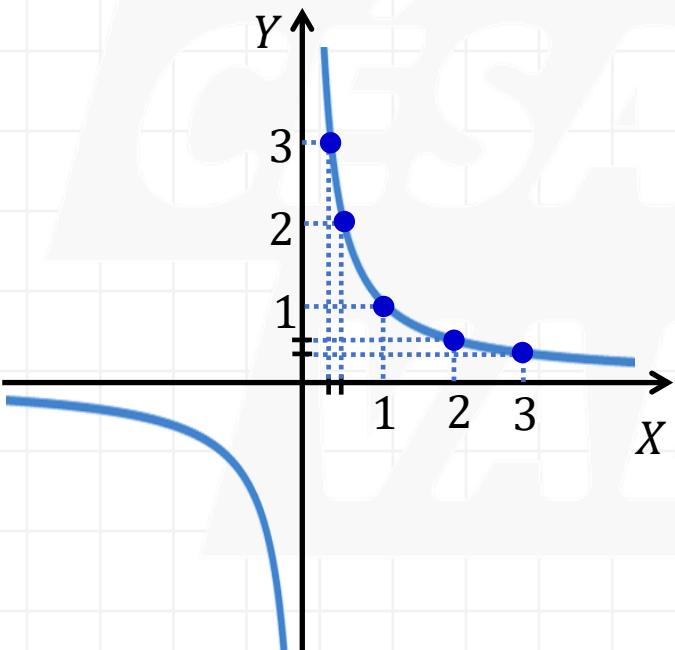
FUNCIÓN INVERSO MULTIPLICATIVO

Es aquella función cuya regla de correspondencia es

$$f(x) = \frac{1}{x} ; x \neq 0$$

Tabulando

x	y
$1/3$	3
$1/2$	2
1	1
2	$1/2$
3	$1/3$

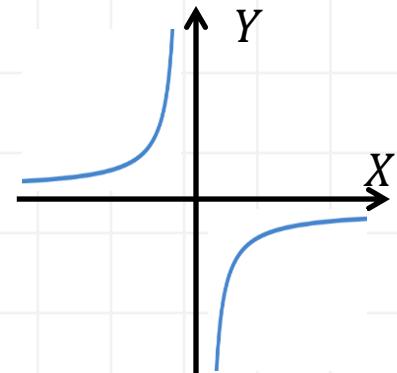


NOTA:

- La gráfica es una hipérbola equilátera.
- Los eje X e Y, son rectas asymptotas.

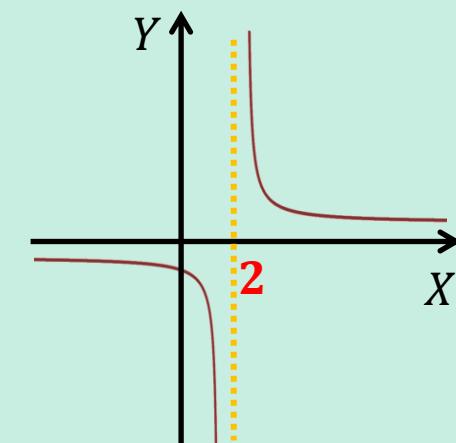
Se deduce la siguiente gráfica:

$$f(x) = -\frac{1}{x}$$

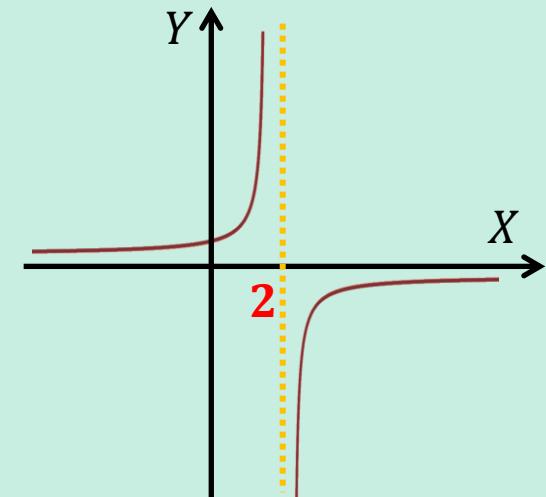


También

$$f(x) = \frac{1}{x-2}$$



$$f(x) = \frac{-1}{x-2}$$



FUNCIÓN RACIONAL

Son aquellas funciones cuya regla de correspondencia es:

$$f(x) = \frac{ax + b}{cx + d}$$

Donde: $c \neq 0$; $ad \neq bc$

Su gráfica tiene 2 asíntotas.

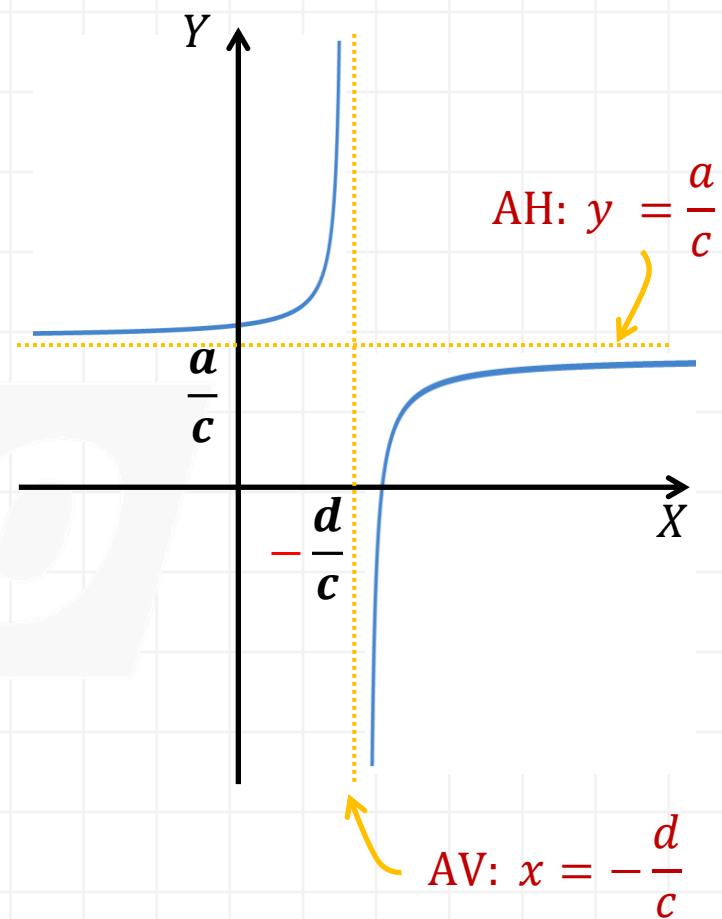
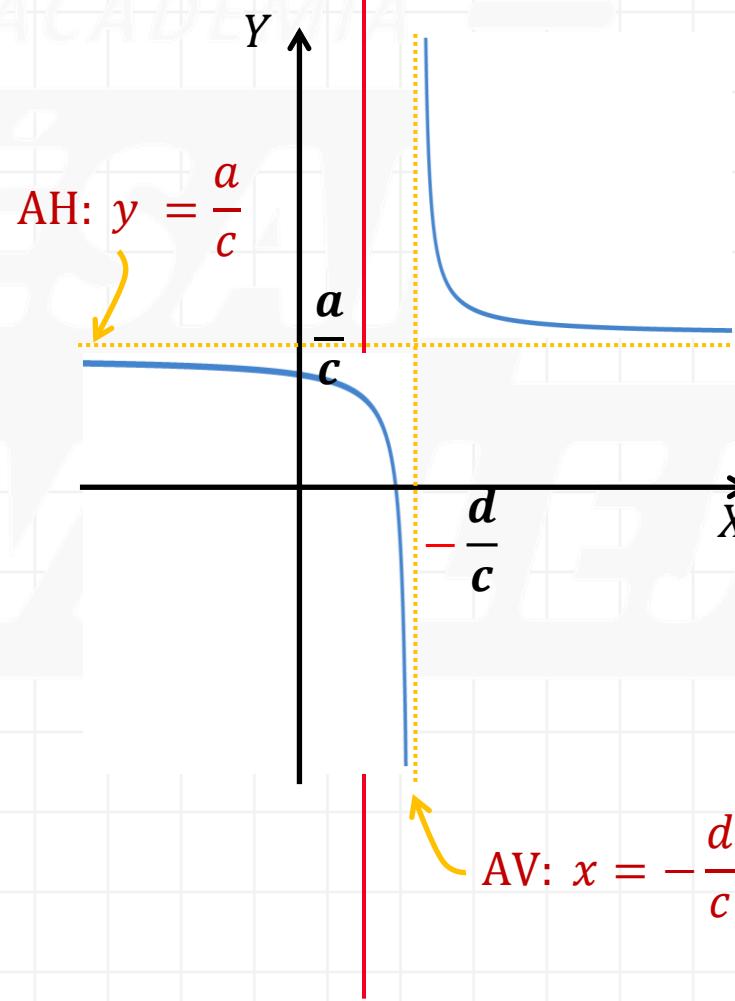
- Asíntota vertical (AV):

$$x = -\frac{d}{c}$$

- Asíntota horizontal (AH):

$$y = \frac{a}{c}$$

Se presenta dos posibles gráficas

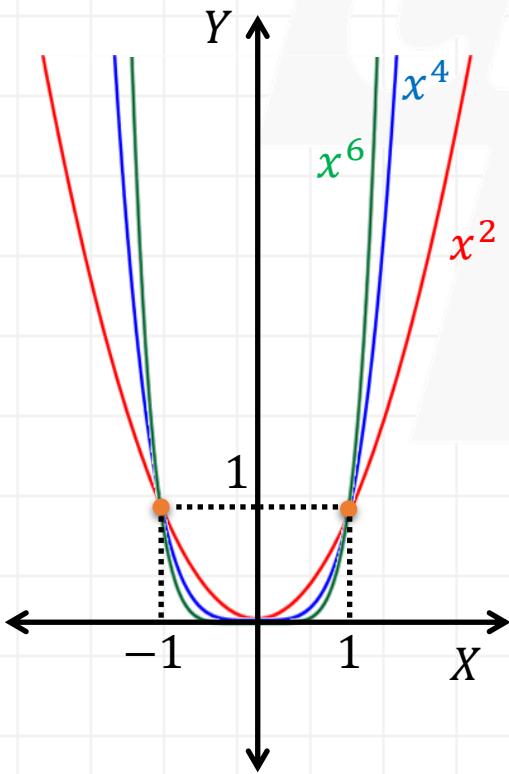


FUNCIÓN POTENCIAL

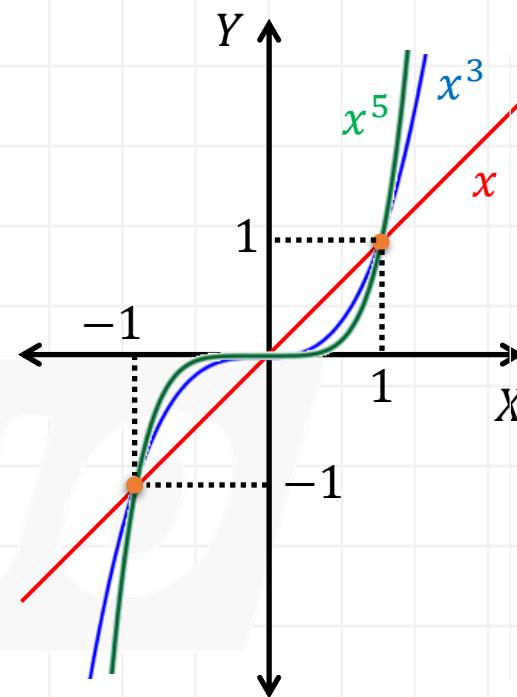
Es aquella función cuya regla de correspondencia es

$$f(x) = x^n \quad ; \quad n \geq 2; n \in \mathbb{Z}$$

Caso I: $n: par$

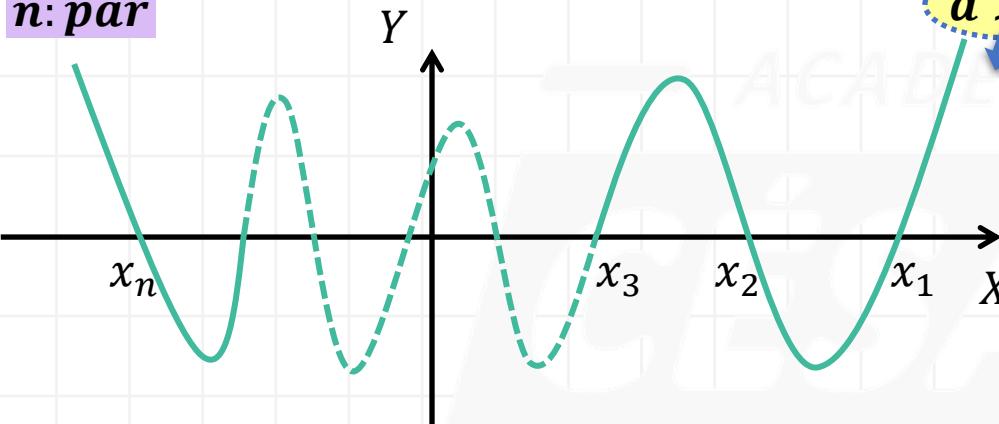


Caso II: $n: impar$



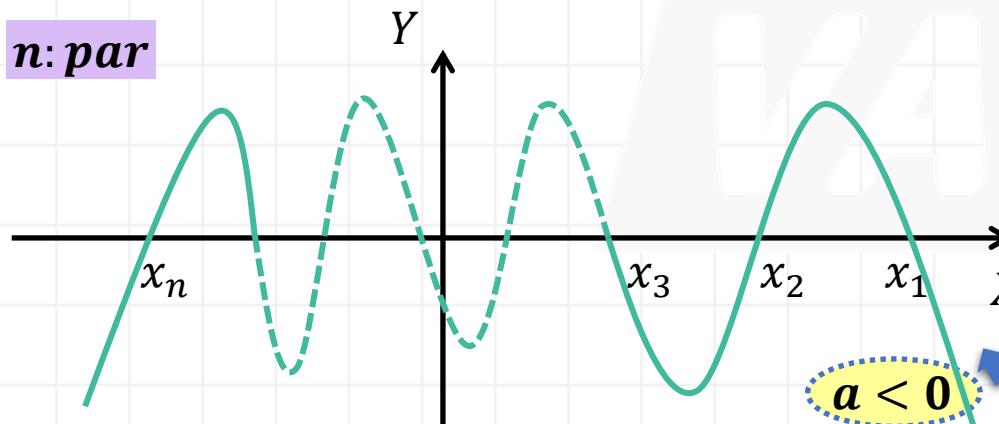
FUNCIÓN POLINOMIAL Es aquella función cuya regla de correspondencia es $P(x) = a(x - x_1)(x - x_2)\dots(x - x_n)$

n: par



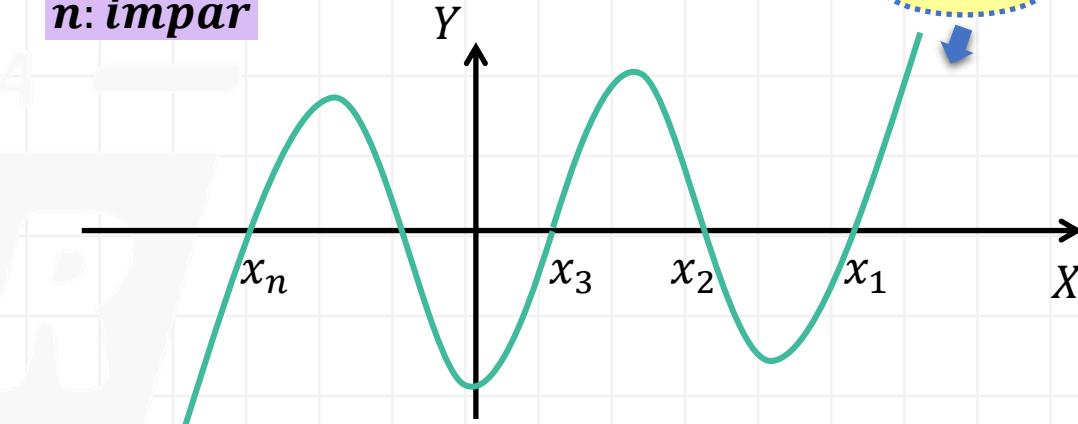
a > 0

n: par



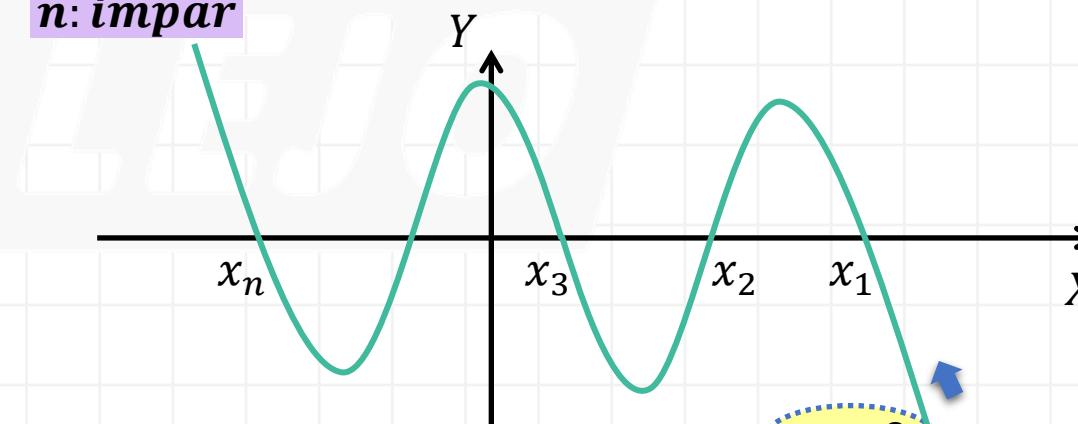
a < 0

n: impar



a > 0

n: impar



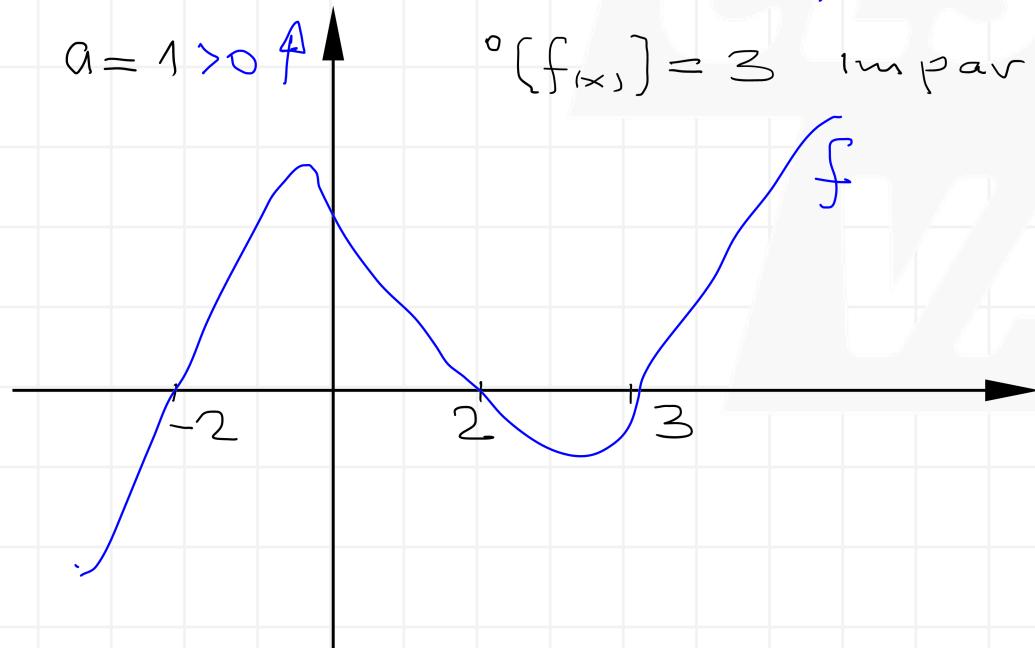
a < 0

$$\star f(x) = (x-2)(x^2-x-6)$$

$$f(x) = (x-2)(x-3)(x+2)$$

\star Raíces Simples: 2; 3; -2

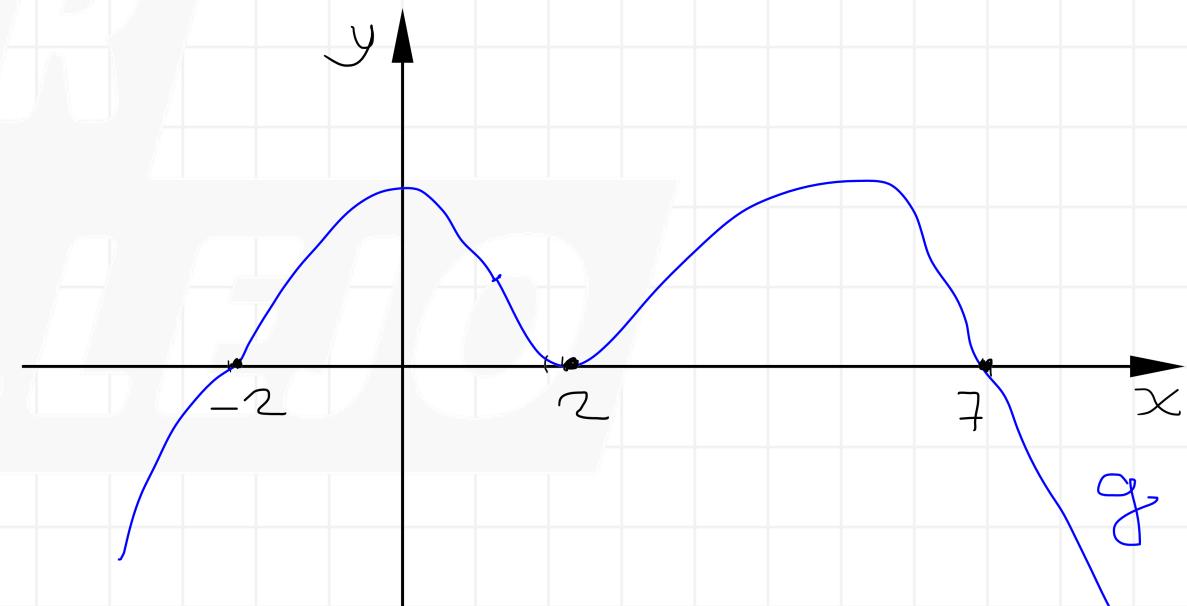
$$a=1 > 0 \quad \bullet [f(x)] = 3 \text{ impar}$$



$$\star g(x) = -5(x+2)^3(x-2)(x-7)$$

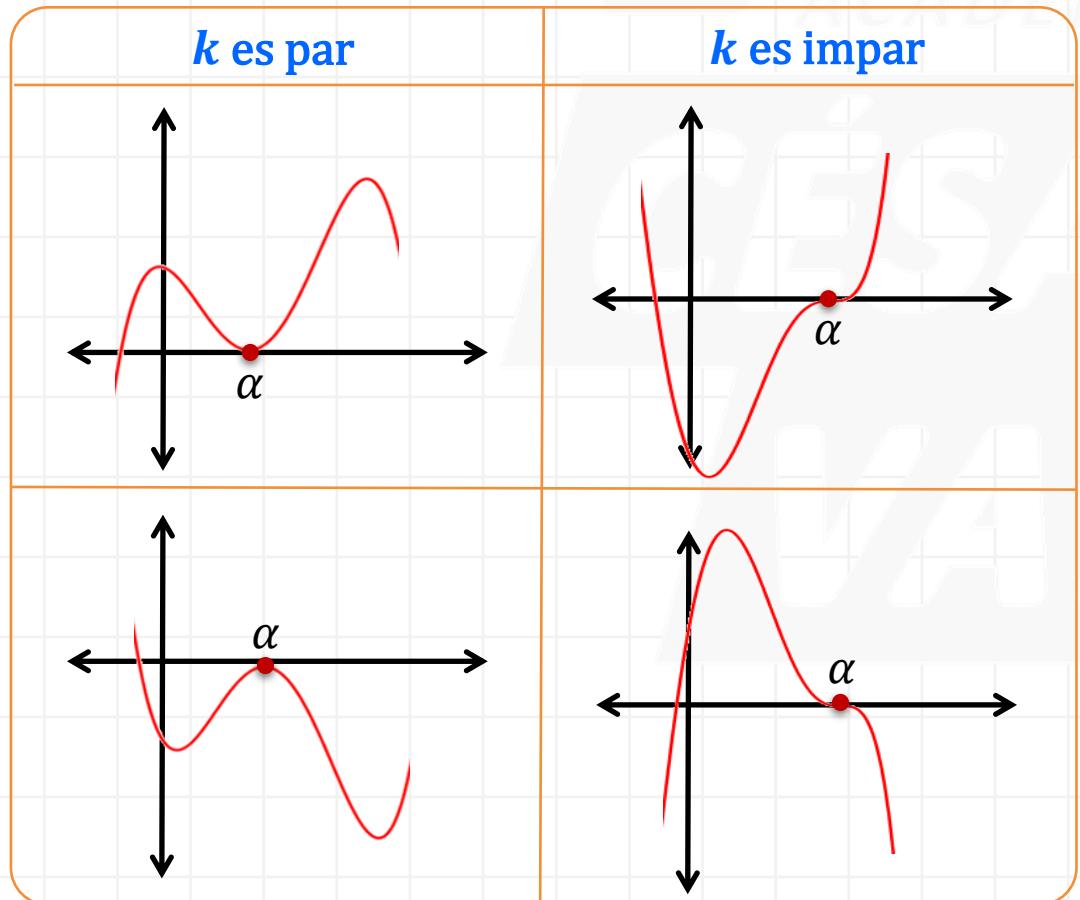
- -2 es Raíz de multiplicidad 3
- 2 || || || || || || 4
- 7 es Raíz Simple

$\star [g(x)] = 8 \wedge a = -5 < 0 \quad \wedge$



Gráfica con raíces de multiplicidad

Si $P(x)$ tiene un factor de la forma $(x - \alpha)^k$, $k \in \mathbb{N}$; k es la multiplicidad.



Aplicación

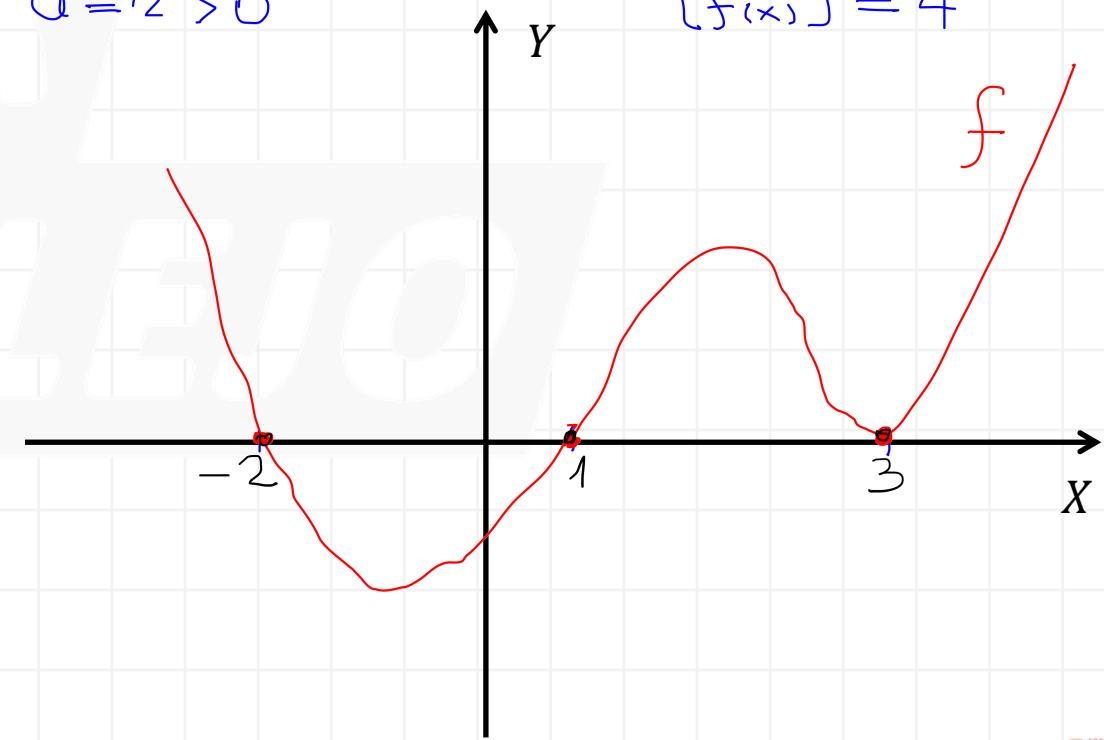
Grafique $f(x) = 2(x + 2)(x - 1)(x - 3)^2$

Resolución:

- * -2 es raíz simple
- * 1 es raíz simple
- * 3 es raíz doble (3 y 3)

$$a = 2 > 0$$

$$\circ [f(x)] = 4$$



academiacesarvallejo.edu.pe

Ciclo

**INTENSIVO
UNI**



ÁLGEBRA

Práctica dirigida

Semana 6

Tema: Gráfica de funciones II

1. Determine el área de la región que encierra las gráficas de las funciones f y g , tal que $f(x) = |x - a| - 4$ y $g(x) = a$; $a > 0$

A) $\frac{1}{2}(2a+1)^2 \text{ u}^2$

B) $\frac{1}{2}(a+8)^2 \text{ u}^2$

C) $(3a-4)^2 \text{ u}^2$

D) $(a+4)^2 \text{ u}^2$

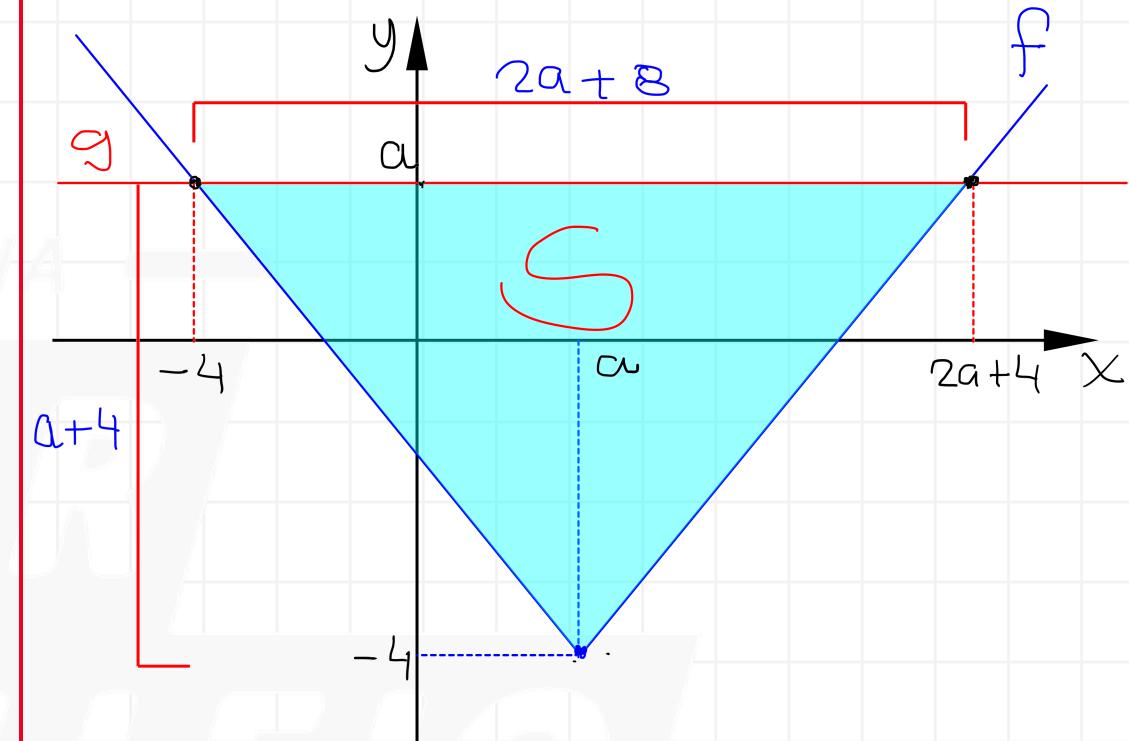
E) $(a+2)^2 \text{ u}^2$

Resolución

$$\text{Si } f(x) = |x - a| - 4$$

$$\text{Asimismo: } h = a \text{ y } k = -4$$

$$\text{Vértice: } V = (a, -4)$$



$$|x - a| - 4 = a$$

$$|x - a| = a + 4$$

$$x = 2a + 4 \vee x = -4$$

$$S = \frac{(2a+8)(a+4)}{2}$$

$$S = (a+4)^2 \text{ m}^2$$

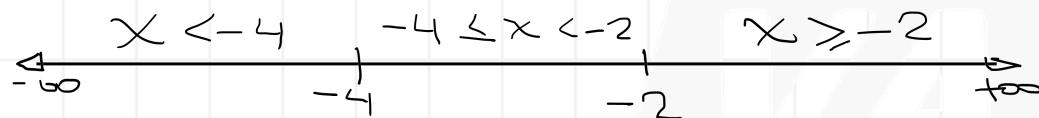
2. Determine el área de la región limitada por la gráfica de la función $f(x) = |x+2| + |x+4| - 6$ y el eje de abscisas.

A) 8
B) 24
C) 32
D) 16

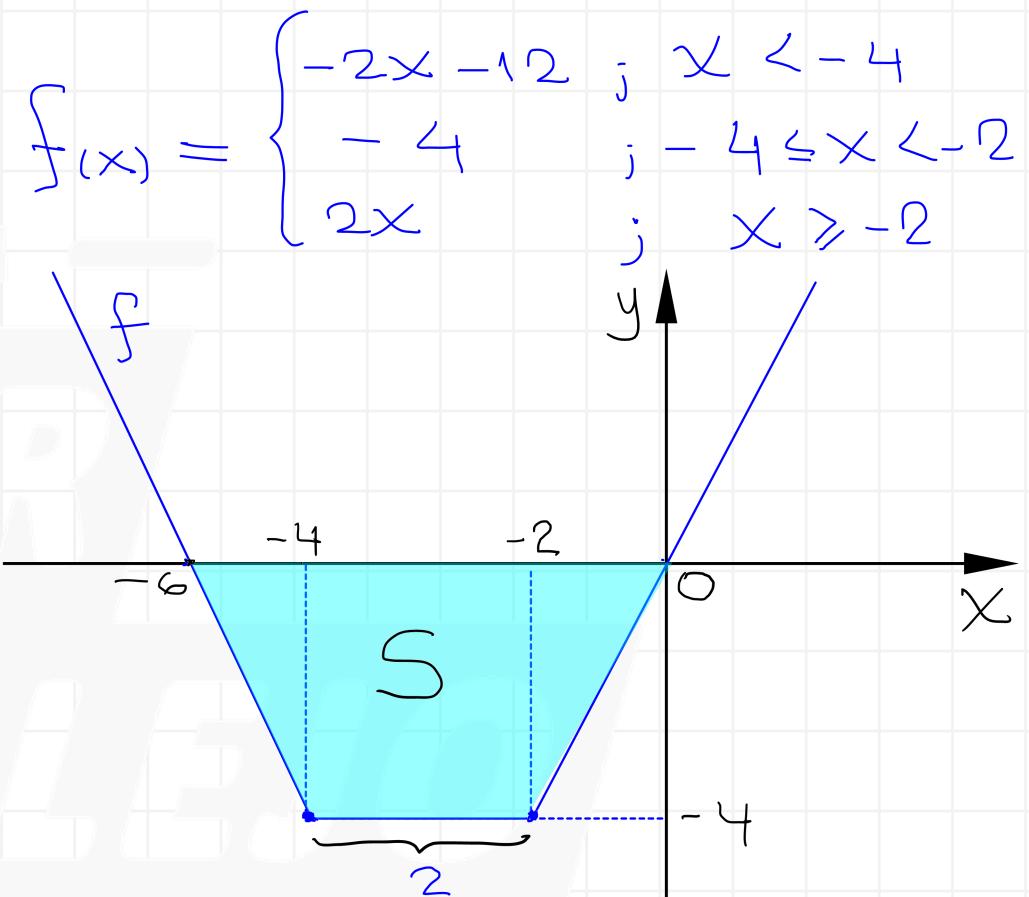
E) 64

Resolución

Se tiene $f(x) = |x+2| + |x+4| - 6$



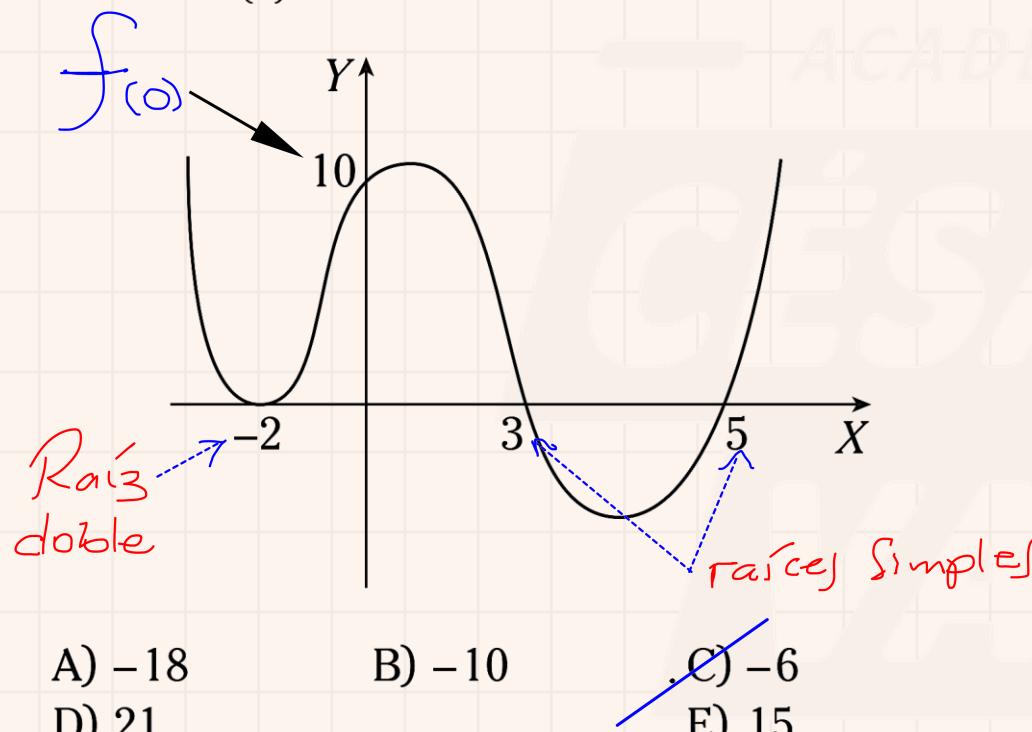
$$f(x) = \begin{cases} -x-2-x-4-6 ; x < -4 \\ -x-2+x+4-6 ; -4 \leq x < -2 \\ x+2+x+4-6 ; x \geq -2 \end{cases}$$



$$S = \left(\frac{6+2}{2}\right) \cdot 4$$

$$\therefore S = 16 \text{ m}^2$$

3. Sea la gráfica de la función polinomial $f(x)$ de grado mínimo n , cuyo gráfico se muestra. Determine $f(n)$.



Resolución

Como: $-2, -2, 3$ y 5 son raíces,

Se tiene

$$f(x) = a(x+2)^2(x-3)(x-5)$$

Del gráfico: $f(0) = 10$

$$\rightarrow a(2)^2(-3)(-5) = 10 \rightarrow a = \frac{1}{6}$$

$$f(x) = \frac{1}{6}(x+2)^2(x-3)(x-5)$$

Aquí: $\deg[f(x)] = 4 \rightarrow n = 4$

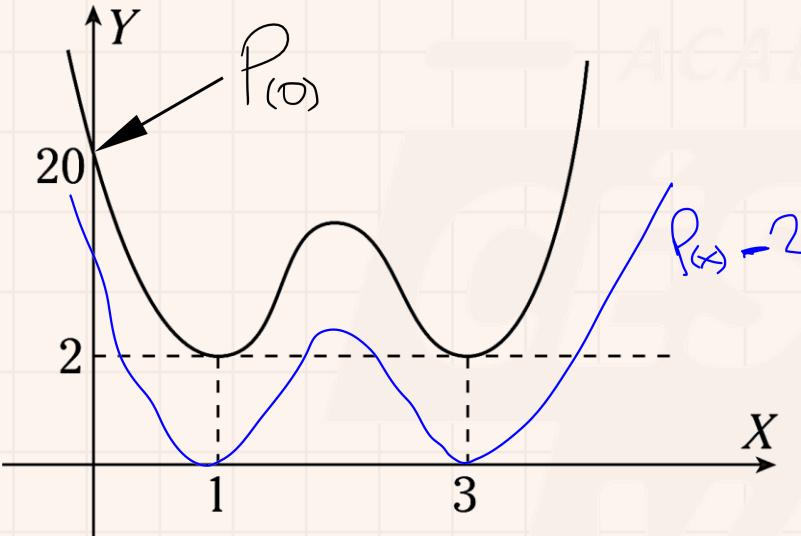
Piden:

$$f(n) = f(4) = \frac{1}{6}(6)^2(1)(-1)$$

$$\therefore f(4) = -6$$

4. Dada la gráfica de la función polinomial

$$P(x) = mx^4 + ax^3 + bx^2 + cx + 10m$$



Indique el valor de $4a - 2b + c$.

- A) 120
- B) 180
- C) 144
- D) -200
- E) -288

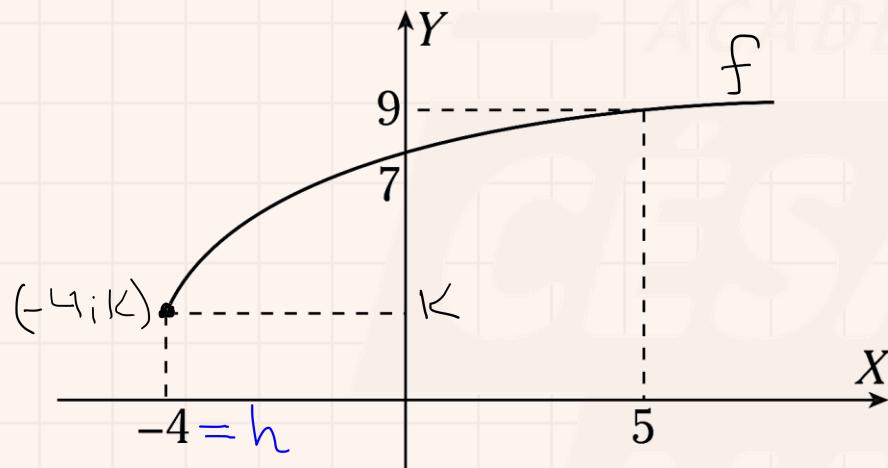
Resolución

$$\begin{aligned} * P(0) &= 10m = 20 \rightarrow m = 2 \\ * P(x) - 2 &= 2(x-1)^2(x-3)^2 \\ 2x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + 20 - 2 &= 2(x-1)^2(x-3)^2 \\ x = -2 &\rightarrow 4a - 2b + c = -200 \end{aligned}$$

5. Dada la gráfica de la función

$$f: A \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f(x) = a\sqrt{x-h} + k$$



si A es el dominio maximal, halle $f_{(-h,k)}$.

- A) 7
- B) 8
- C) 11
- D) 5
- E) 17

Resolución

Se tiene $f(x) = a\sqrt{x+4} + k \dots (*)$

Del gráfico

$$1) f(0) = 7 \rightarrow 2a + k = 7 \dots ①$$

$$2) f(5) = 9 \rightarrow 3a + k = 9 \dots ②$$

Ahora $② - ①$: $a = 2$ y $k = 3$

En (*): $f(x) = 2\sqrt{x+4} + 3$

Piden: $f_{(-h,k)} = f_{(-(-4),3)} = f(12)$

$$f(-h,k) = 2\sqrt{12+4} + 3$$

Entonces $f(-h,k) = 11$

6. Sean $f: [2; 4] \rightarrow \text{Ran } f$, $f(x) = 1 - 2x$

y $g: \text{Ran } f \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \frac{9}{x+2}$

Determine el rango de g .

- A) $\left[-\frac{9}{2}; \frac{9}{2} \right)$
- B) $\left(-8; -\frac{9}{2} \right]$
- C) $\left[-7; -\frac{7}{2} \right)$
- D) $\left[-9; -\frac{9}{5} \right)$
- E) $\left[-6; -\frac{7}{5} \right)$

Resolución

7. Si la función definida por

$$f(x) = \frac{3x-1}{x-1}, \quad x \in [-2; +\infty) - [1; 7]$$

tiene rango de la forma

$$\left(-\infty; \frac{7}{\beta}\right] \cup \left(\beta; 1 + \frac{7}{\beta}\right)$$

determine el valor de $2\beta+1$.

A) 7
D) 10

B) 5

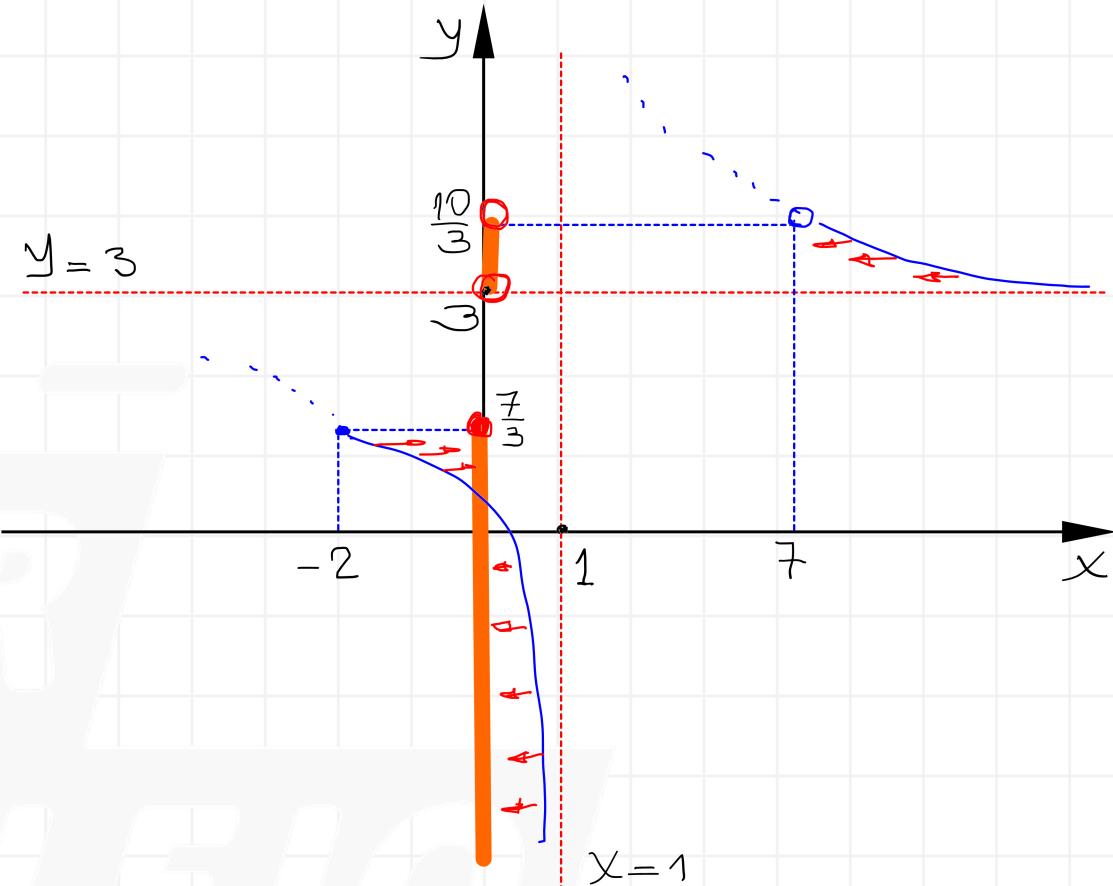
C) 9
E) 8

Resolución

$$f(x) = \frac{3x-1}{x-1} \quad \text{Asim:}$$

A \checkmark : $x-1=0 \rightarrow x=1$

A H: $y = \frac{3}{1} = 3$ $f(2) = 5$

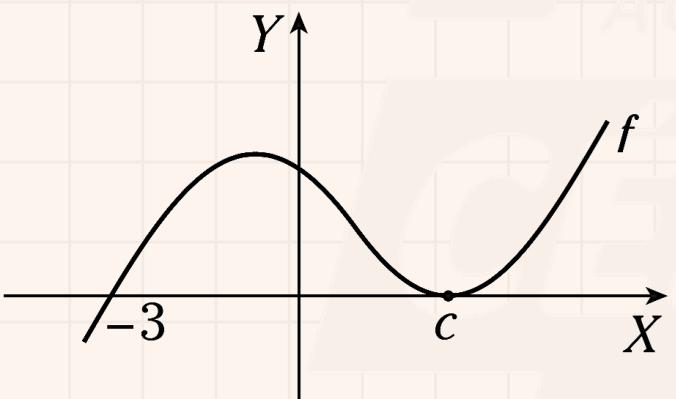


$$\text{Ran } f = \left(-\infty; \frac{7}{\beta}\right] \cup \left(\beta; \frac{10}{3}\right)$$

De aquí: $\beta = 3$

Piden: $2\beta+1 = ?$

8. Determine el valor de b^a si la gráfica de la función $f(x) = x^3 + x^2 + ax + b$ es como se muestra a continuación:



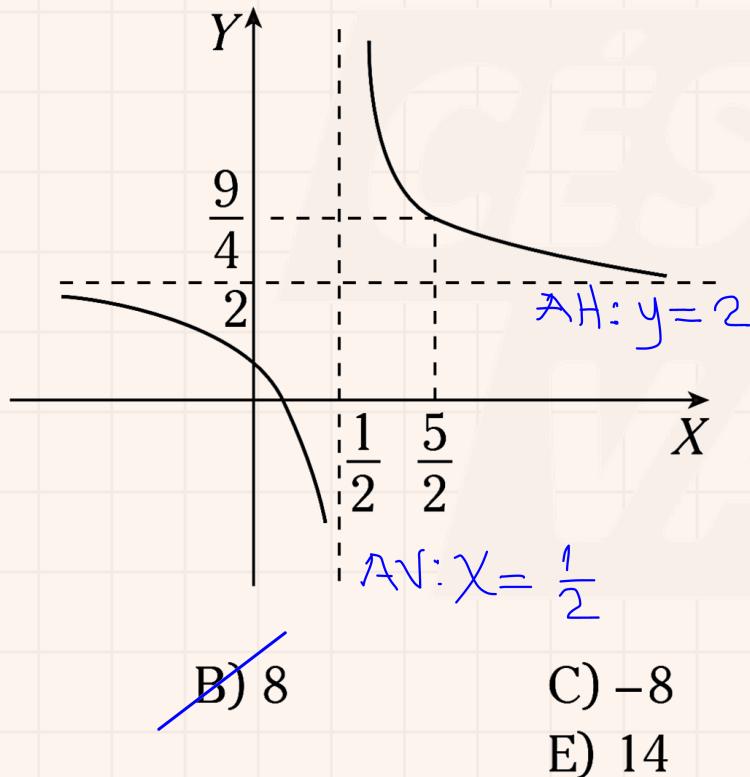
- A) 81 B) $\frac{1}{27}$ C) 25
D) $\frac{1}{125}$ E) $\frac{1}{243}$

Resolución

9. Dada la gráfica de la función

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f(x) = \frac{ax-1}{mx-n}, \text{ halle } (amn).$$



Resolución

Del gráfico:

$$\downarrow \text{AV: } mx - n = 0 \rightarrow x = \frac{n}{m} = \frac{1}{2} \times \frac{k}{K}$$

$$\downarrow \text{AH: } y = \frac{a}{m} \rightarrow \frac{a}{m} = 2$$

$$a = 2m \rightarrow a = 4K$$

Juego

$$f(x) = \frac{4Kx-1}{2Kx-K}$$

Pero:

$$f(\frac{5}{2}) = \frac{9}{4} \rightarrow \frac{4K(\frac{5}{2})-1}{2K(\frac{5}{2})-K} = \frac{9}{4}$$

$$K = 1$$

Ahora se tiene que:

$$n = 1 ; m = 2 ; a = 4$$

$$\therefore (amn) = 8$$

10. Sean las funciones

$$f(x) = 6 - |x - 4|$$

$$g(x) = |x - h| + k$$

Si al graficarlas se genera un cuadrilátero de área ΔA , determine las proposiciones correctas.

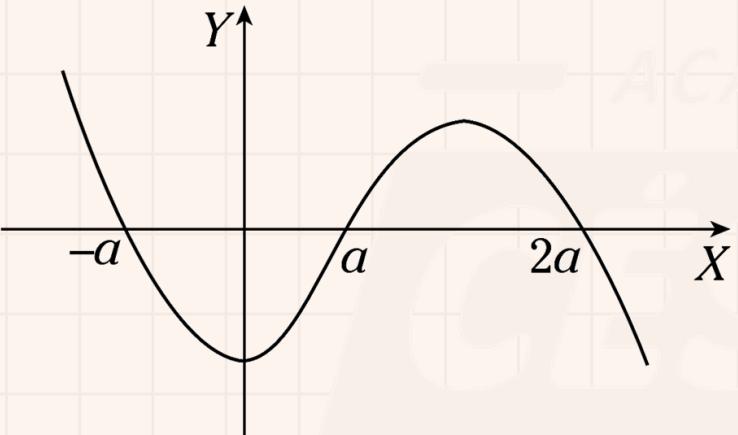
- I. Si $k=0 \rightarrow -2 < h < 10$
- II. Si $h=0 \rightarrow k < 2$
- III. Si $h=-4 \rightarrow k < -2$
- IV. Si $h=k \geq 0 \rightarrow \Delta A_{\max} = 10 \text{ u}^2$

- A) I, II, III y IV
- B) I, II y III
- C) I, II y IV
- D) I, III y IV
- E) I y III

Resolución

Resolución

11. Dada la gráfica de la función polinomial $Q(x)$ de grado mínimo y de coeficientes enteros

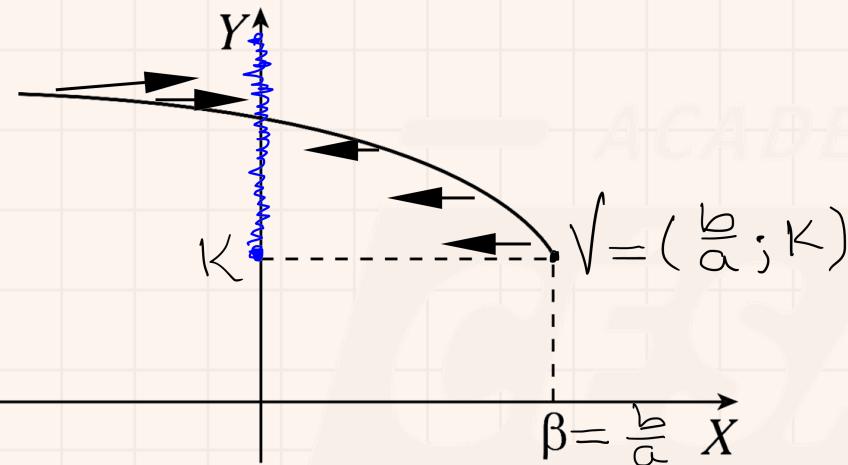


indique el valor de verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:

- I. Si $Q(3a)=8 \rightarrow TI(Q)=2$.
- II. Si $TI(Q)=8a^3 \rightarrow$ el coeficiente principal es 4.
- III. Si el polinomio es mónico $\rightarrow \frac{Q(4a)}{a^3} = 30$.

- A) VVF B) FFV C) VFV
D) VVV E) VFF

12. Dada la gráfica de la función $R(x) = k + \sqrt{ax - b}$



indique las proposiciones correctas.

- I. $ab > 0$ (✓)
- II. Si $(-\infty; 4]$ es el dominio maximal, entonces $4a - b = 0$. (✓)
- III. $\text{Rang}(R) = [k; +\infty)$ (✓)

A) I, II y III
B) I y III
C) solo I
D) I y II
E) solo III

Resolución

$$\downarrow \frac{b}{a} > 0 \rightarrow ab > 0$$

$$\downarrow \text{Si } \text{Dom } f = (-\infty; 4] \rightarrow \frac{b}{a} = 4$$

$$\frac{b}{a} = 4$$

$$b = 4a$$

$$\therefore 4a - b = 0$$

13. Sean las funciones

$$F(x) = \frac{2x-1}{x-2}, P(x) = \sqrt{x+1} + k$$

Indique el valor de verdad (V) o falsedad (F) respecto a la ecuación $F(x)=P(x)$.

- I. Si $k=0$, la ecuación tiene 2 soluciones.
- II. Si $k=1$, la ecuación tiene 2 soluciones.
- III La ecuación tiene única solución para todo $k \geq 2$.

- A) VVF
- B) FFV
- C) VFV
- D) FVV
- E) VVV

Resolución

14. Sean las funciones f y g , tal que $f(x) = |2x-a|$, $g(x) = |x-b|$ con $a < b$.

Determine el área generada por las funciones donde se cumple que $f(x) \leq g(x)$.

A) $\frac{(3a-b)^2}{4}$

D) $\frac{(2a+b)^2}{2}$

B) $\frac{(2b-a)^2}{6}$

E) $\frac{(3a+2b)^2}{8}$

C) $\frac{(2a-3b)^2}{3}$

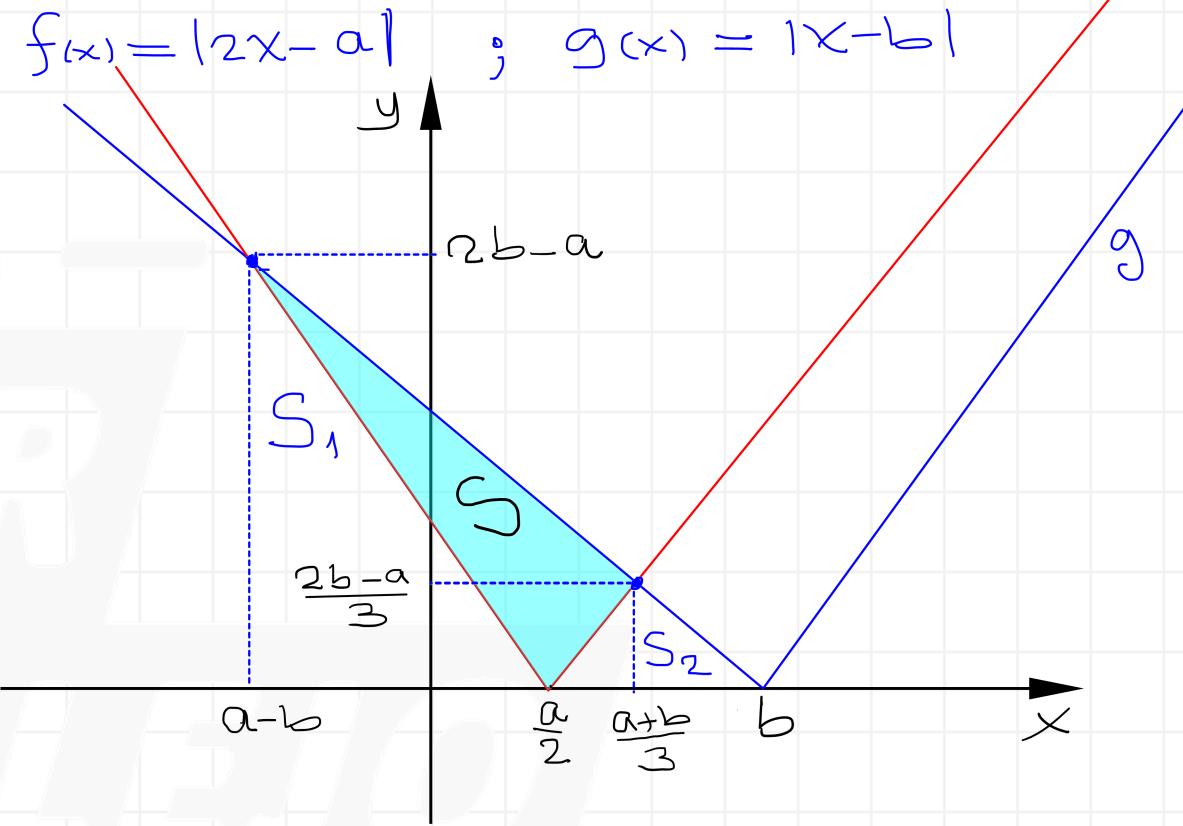
Resolución

$$S_1: f(x) \leq g(x) \rightarrow |2x-a| \leq |x-b|; a < b$$

$$(2x-a+x-b)(2x-a-x+b) \leq 0$$

$$(3x-a-b)(x-a+b) \leq 0$$

$$a-b \leq x \leq \frac{a+b}{3}$$



$$S = \text{Área } \triangle - S_1 - S_2$$

$$S = \frac{(2b-a)(2b-a)}{2} - \frac{\left(\frac{2b-a}{2}\right)\left(2b-a\right)}{2} - \frac{\left(\frac{2b-a}{2}\right)\left(\frac{2b-a}{3}\right)}{2}$$

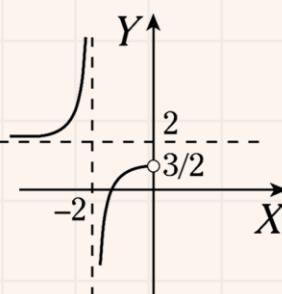
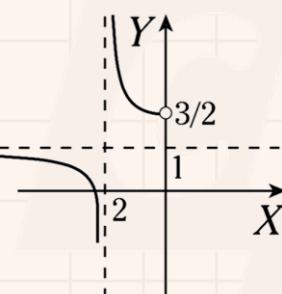
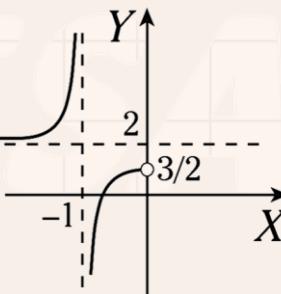
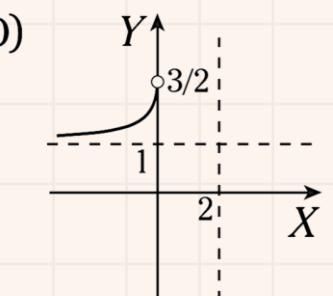
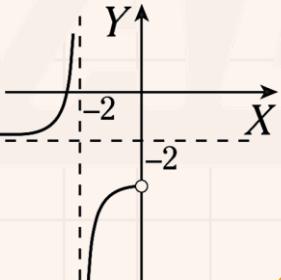
$$S = \frac{(2b-a)^2}{6}$$

Resolución

15. Si $(-1; 9) \in f$, $f(x) = kx^3 - kx^2 - 11x + 6$,

indique la gráfica que corresponde a g , tal que

$$g(x) = \frac{f(x)}{(2x-1)(x^2-4)}; \quad x < 0$$

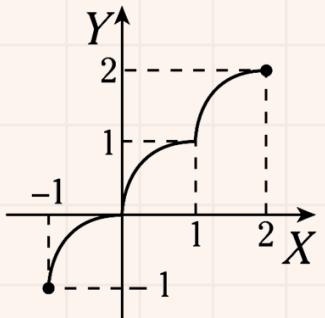
- A) 
- B) 
- C) 
- D) 
- E) 

Resolución

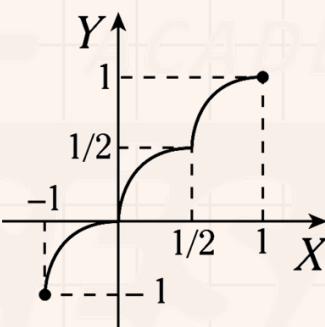
16. Esboce la gráfica de

$$f_{(x)} = \llbracket x \rrbracket + \sqrt{x - \llbracket x \rrbracket}; \quad x \in [-1; 2]$$

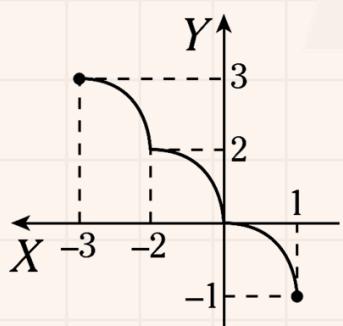
. A)



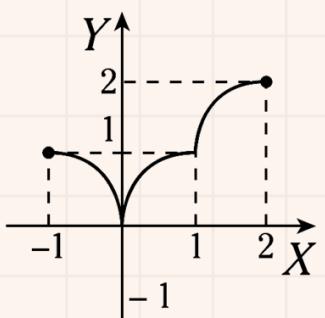
B)



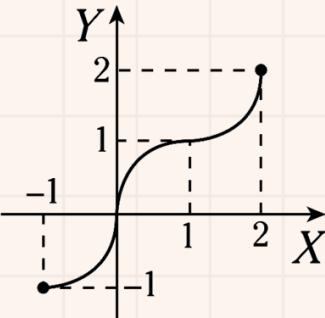
C)



D)



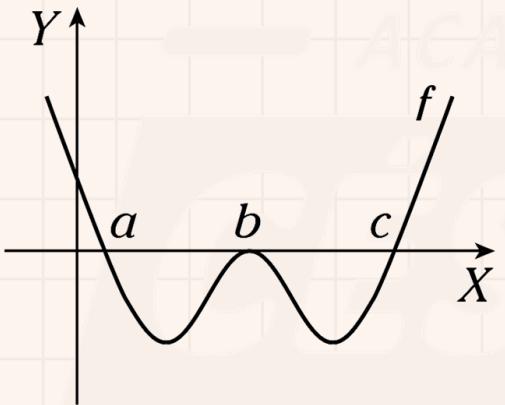
E)



Resolución

17. Dada la gráfica de la función

$$f(x) = x^4 + \lambda x^3 + mx^2 + nx + 1$$

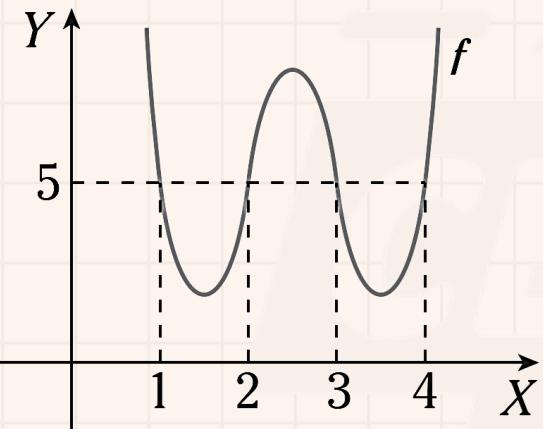


indique la variación λ .

- A) $(-2; +\infty)$
- B) $(-\infty; 2]$
- C) $(-\infty; -4]$
- D) $[1; +\infty)$
- E) $(-\infty; -2]$

Resolución

18. Dada la gráfica de la función polinomial f , tal que $f(x) = 2x^4 + mx^3 + nx^2 + px + q$



determine la suma de cifras de q .

- A) 13
- B) 4
- C) 7
- D) 10
- E) 8

19. Respecto a la función

$$f(x) = x^5 + ax - b; a > 0 \text{ y } b > 0$$

indique la secuencia correcta luego de determinar el valor de verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:

- I. Presenta tres raíces reales. (F)
- II. Tiene una raíz real negativa. (F)
- III. Existen valores de a y b , tal que sus cinco raíces sean reales. (F)

A) VVV
D) FVV

B) VFV

C) FFF
E) FFV

Resolución

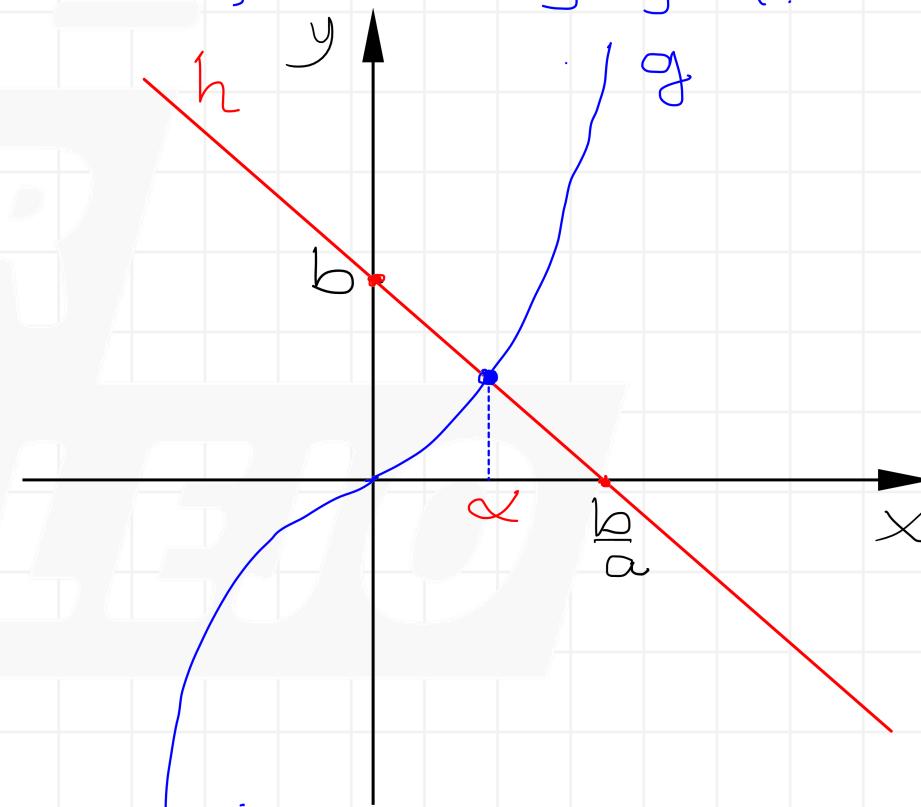
Resolviendo: $f(x) = 0$

$$x^5 + ax - b = 0; a > 0 \wedge b > 0$$

$$x^5 = -ax + b$$

$$\underbrace{g(x)}_{\text{y}} \quad \underbrace{h(x)}_{\text{y}}$$

Graficando g y h .



Es la única raíz real ($\alpha > 0$)

20. Sean las funciones

$$F(x) = \frac{2x+5}{x+2}; P(x) = \begin{cases} \sqrt{x+2}; & x \geq -2 \\ x^2 + 8x + 16; & x < -2 \end{cases}$$

Indique el número de soluciones de la ecuación $F(x)=P(x)$.

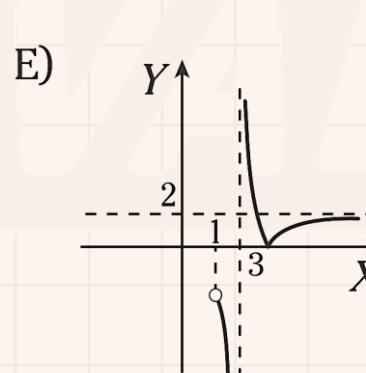
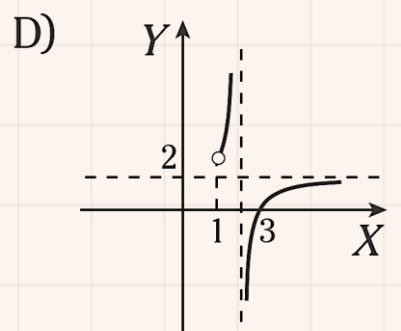
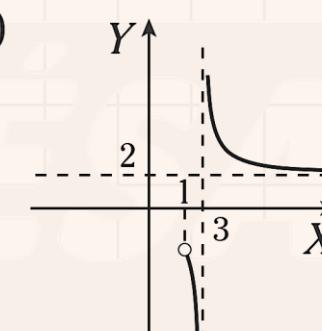
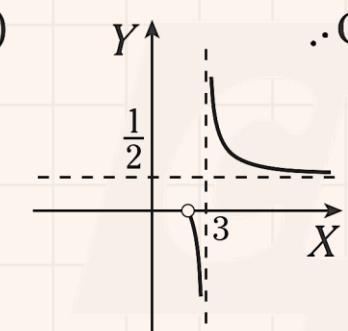
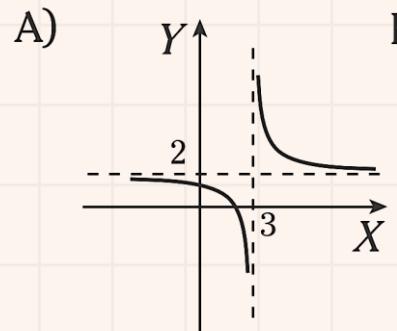
- A) 2
- B) 4
- C) 1
- D) 3
- E) 6

Resolución

Resolución

21. Determine la gráfica de

$$h(x) = \frac{2\sqrt{x^3 - x^2}}{(x-3)\sqrt{x-1}} + \frac{1}{3-x}$$



22. Si al graficar las funciones

$$P(x) = x^2 + k \wedge f(x) = |x|$$

resulta que no tienen ningún punto de intercepto, halle la variación del parámetro k .

A) $\left[\frac{1}{4}; +\infty \right)$

• D) $\left(\frac{1}{4}; +\infty \right)$

B) $\left(-\infty; \frac{1}{4} \right)$

E) $\left(-\frac{1}{4}; +\infty \right)$

C) $\left(-\infty; \frac{1}{4} \right]$

Resolución

Resolución

23. Resuelva la siguiente inecuación:

$$2 - |x| \geq \frac{x - 4}{x - 2}$$

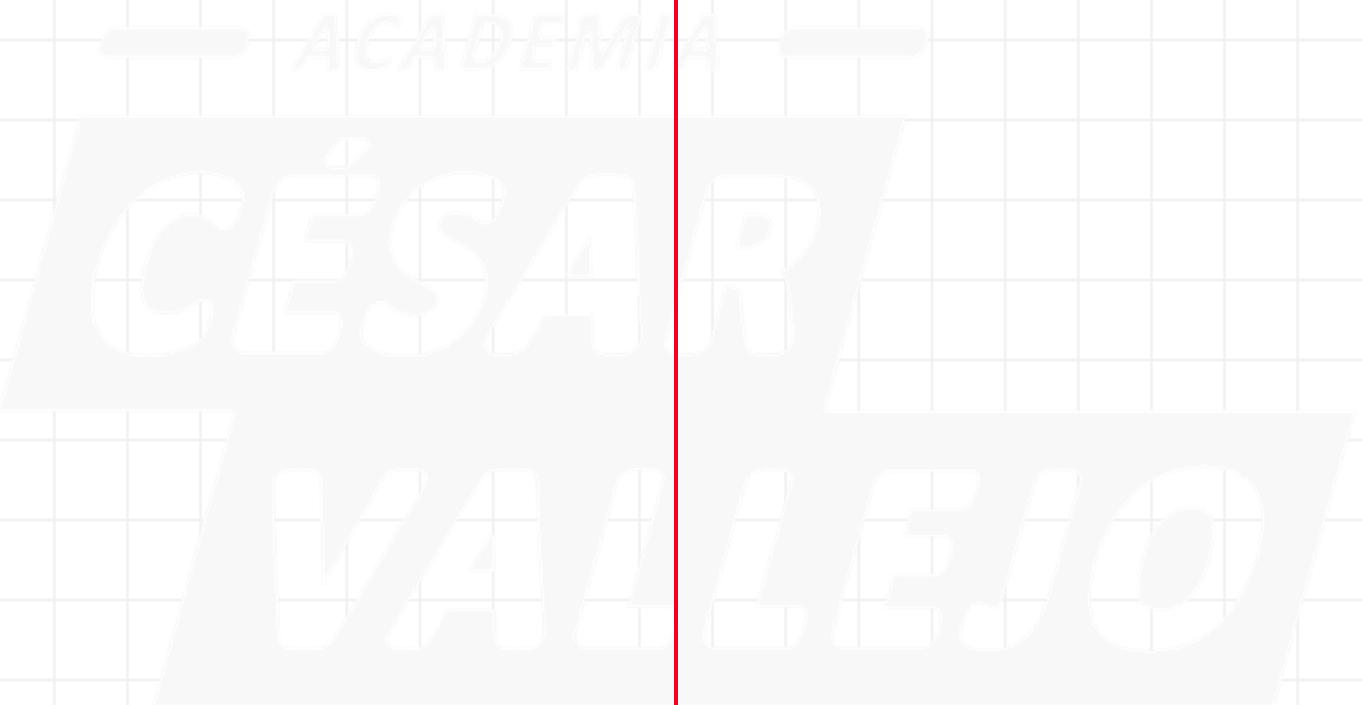
A) $\left[\frac{1 - \sqrt{33}}{2}; 0 \right] \cup \langle 2; 3 \rangle$

B) $[-2; 0) \cup \left\langle \frac{5}{2}; 3 \right]$

C) $\left[\frac{2 - \sqrt{23}}{2}; 0 \right) \cup \left\langle 2; \frac{1 + \sqrt{33}}{2} \right]$

D) $\langle 2; 3 \rangle \cup \{0\}$

E) $[-1; 0] \cup \langle 2; 3 \rangle$



Resolución

24. Dada la función f , tal que $f_{(x)} = \frac{|x|}{\llbracket x \rrbracket}$

y $x \in [-2; 2]$

calcule el rango de f , donde

$$\llbracket x \rrbracket = n \Leftrightarrow n \leq x < n + 1; n \in \mathbb{Z}$$

A) $[-1; 0) \cup (1; 2)$

B) $\left[-\frac{1}{2}; 0\right) \cup [1; 2)$

C) $[-2; 0) \cup (1; 2)$

D) $[-1; 0) \cup [1; 2)$

E) $[-1; 2)$



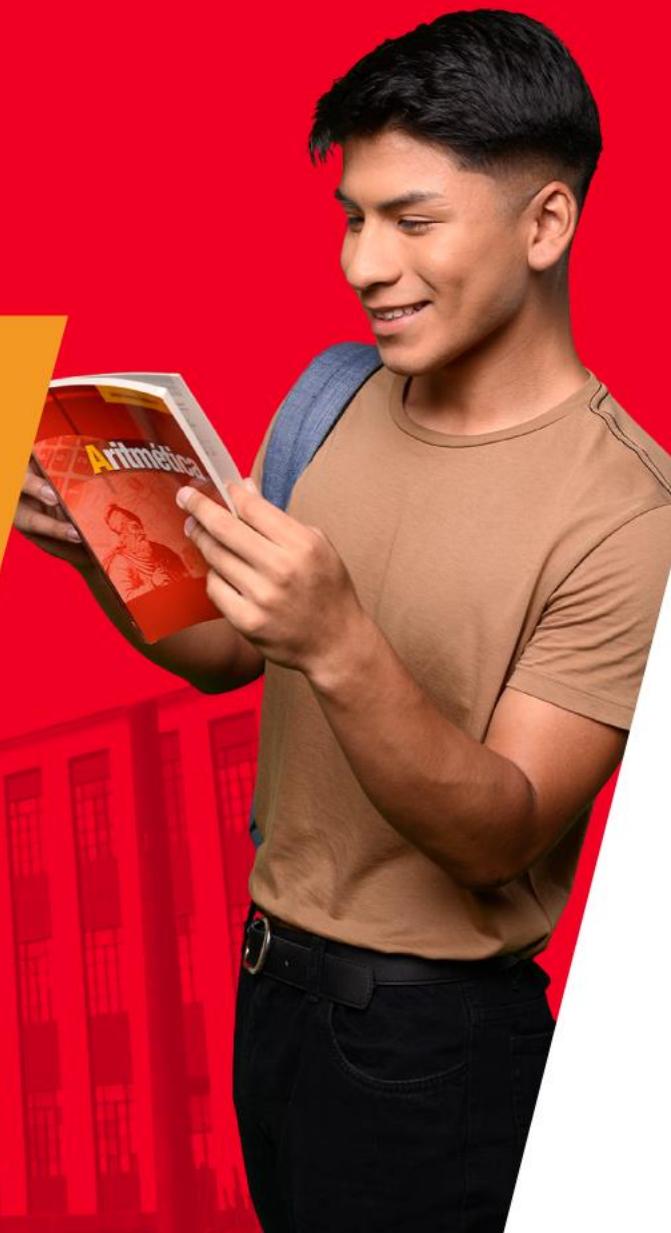
— ACADEMIA —

CÉSAR
VALLEJO

academiacesarvallejo.edu.pe

Ciclo

**INTENSIVO
UNI**



— ACADEMIA —
**CÉSAR
VALLEJO**

— ACADEMIA —
**CÉSAR
VALLEJO**

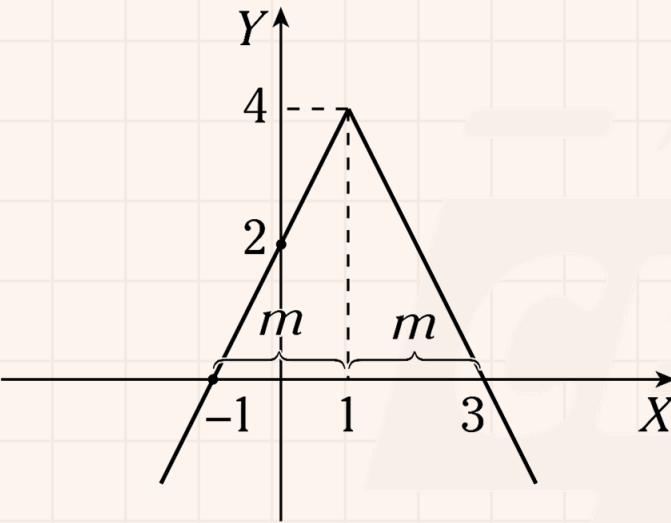
ÁLGEBRA

Test en línea N° 6

Tema: Gráfica de funciones II

Resolución

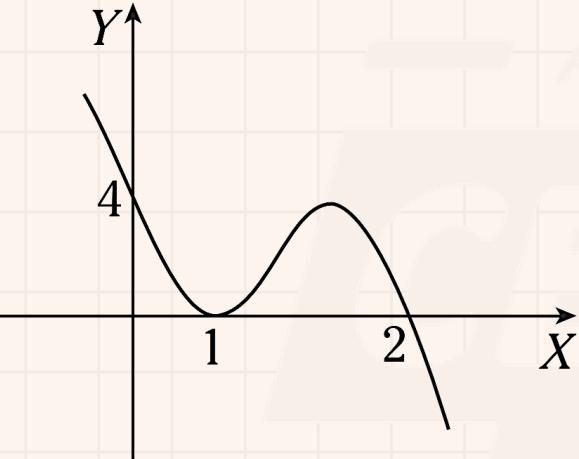
1. Si la gráfica de $f_{(x)}$ es la siguiente:



indique $f_{(x)}$.

- A) $f_{(x)}=2-|x-1|$
- B) $f_{(x)}=4-|x-1|$
- C) $f_{(x)}=4-2|x+1|$
- D) $f_{(x)}=4-2|x-1|$
- E) $f_{(x)}=6-3|x-1|$

2. Sea $P(x)$ un polinomio de grado mínimo cuya gráfica se muestra. Determine $P(4)$.



- A) 36
- B) 18
- C) -18
- D) -36
- E) 24

Resolución

Resolución

3. Sea $f(x) = \frac{5x+3}{4x-1}$ y $\text{rango}(f) = \mathbb{R} - \{a\}$.

Calcule el valor de $16a^2 + 5$.

- A) 30
- B) 10
- C) 25
- D) 15
- E) 20



GRACIAS

SÍGUENOS:   

academiacesarvallejo.edu.pe