academiacesarvallejo.edu.pe

Ciclo

INTENSIVO UNI

ACADEMIA
CÉSAR VALLEJO

ACADEMIA
CÉSAR VALLEJO

ACADEMIA
CÉSAR VALLEJO

ACADEMIA
CÉSAR VALLEJO

academiacesarvallejo.edu.pe

Ciclo

INTENSIVO UNI

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

ÁLGEBRA

Inecuaciones

Semana 03

Docente: Chirroque

1. Resuelve la inecuación $\dfrac{(n+2)x+1}{2} \geq n + \dfrac{2x+1}{2}$;

tal que $n \in \mathbb{R}^-$.

A) $\langle -\infty; 2]$ B) $[2; +\infty\rangle$ C) $\langle -\infty; 2\rangle$
D) $[-2; +\infty\rangle$ E) $[-2; 2]$

Resolución

$$\frac{(n+2)x+1}{\cancel{2}} \geq \frac{2n+2x+1}{\cancel{2}}$$

$$nx + \cancel{2x} + \cancel{1} \geq 2n + \cancel{2x} + \cancel{1}$$

$$\underbrace{n}_{(-)}x \geq 2n$$

$$x \leq \frac{2\cancel{n}}{\cancel{n}} \longrightarrow x \leq 2$$

$\therefore$ C.S. $= \langle -\infty; 2]$

2. Determine la suma de los elementos enteros del conjunto solución de la inecuación

$-2\leq x^2-4x+1\leq 7$

A) 12	B) 11	C) 13
D) 10		E) 14

Resolución

Recorda:

$\boxed{a<b<c \leftrightarrow a<b \wedge b<c}$

$$-2\leq x^2-4x+1\leq 7$$

$$-2\leq \underbrace{x^2-4x+4}-3\leq 7$$

$$-2\leq (x-2)^2-3\leq 7$$

$$1\leq (x-2)^2\leq 10 \quad +3$$

$$\Rightarrow \sqrt{1}\leq \sqrt{(x-2)^2}\leq \sqrt{10}$$

$$1\leq |x-2|\leq \sqrt{10}$$

Recordar: $\boxed{\text{Si } \overset{(+)}{a}\leq |x|\leq \overset{(+)}{b} \rightarrow (a\leq x\leq b \vee -b\leq x\leq -a)}$

$$\rightarrow 1\leq x-2\leq \sqrt{10} \vee -\sqrt{10}\leq x-2\leq -1$$

$+2$

$$3\leq x\leq \underbrace{\sqrt{10}+2}_{5,16} \vee \underbrace{2-\sqrt{10}}_{-1,16}\leq x\leq 1$$

unión

$3;4;5\in\mathbb{Z}$ $\qquad$ $-1;0;1\in\mathbb{Z}$

$$\text{Suma}=3+4+5+-1+0+1=12$$

3. Determine el complemento del conjunto $M=\{n\in\mathbb{R}/P_{(x)}=nx^2-(2n+4)x+4n$ presenta raíces reales$\}$.

A) $\left[-\frac{2}{3};2\right]$

B) $\left\langle-\infty;\frac{2}{3}\right\rangle\cup\langle 2;+\infty\rangle$

C) $\left\langle-\infty;-\frac{2}{3}\right\rangle\cup\langle 2;+\infty\rangle\cup\{0\}$

D) $\left\langle-\infty;-\frac{2}{3}\right\rangle\cup[2;+\infty\rangle$

E) $\langle-\infty;-2]\cup\left[\frac{2}{3};+\infty\right\rangle$

Resolución

$M=\{n\in\mathbb{R}/\underbrace{P(x)=nx^2-(2n+4)x+4n \text{ tiene raíces reales}}_{\Delta\geq 0}\}$

$[-(2n+4)]^2-4n(4n)\geq 0\ ;\ n\neq 0$

$\cancel{4}(n+2)^2-\cancel{4}n(4n)\geq 0$

$n^2+4n+4-4n^2\geq 0$

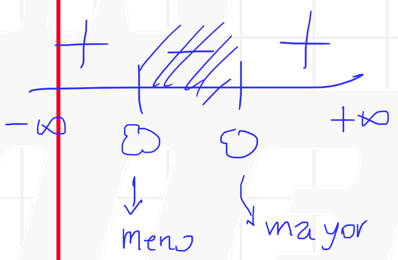
$0\geq 3n^2-4n-4$

$3n \quad\quad 2$

$n \quad\quad -2$

$0\geq(3n+2)(n-2)$

$PC: -2/3\ ;\ 2.$



$n\in\left[-\frac{2}{3};2\right]-\{0\}$

$\therefore M^c=\left\langle-\infty;-\frac{2}{3}\right\rangle\cup\langle 2;+\infty\rangle\cup\{0\}$

4. Determine todos los valores de x que satisfacen el sistema:

$$\begin{cases} x\left(\left(1-\sqrt{2}\right)x+1\right) \le \left(x-\sqrt{32}\right)+4 \\ (x+2)^2 \le 7(x+2) \end{cases}$$

A) $[2; 5] \cup \{-2\}$
B) $[2; 5]$
C) $[-2; 5]$
D) $[-5; -2] \cup [2; 5]$
E) $[-2; 1] \cup \{2\}$

Resolución

5. Si la inecuación

$$\frac{\lambda x^2+2(\lambda+1)x+9\lambda+4}{x^2-5x+10}\leq 0$$

se cumple $\forall x\in\mathbb{R}$.
Determine la variación de λ.

A) $\left\langle -\infty; -\frac{1}{4}\right]$ B) $\left[-\frac{1}{2}; +\infty\right\rangle$ C) $\left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{4}\right]$

D) $\left[\frac{1}{4}; +\infty\right\rangle$ E) $\left\langle -\infty; -\frac{1}{2}\right]$

Resolución

Recordar: $\boxed{ax^2+bx+c\geq 0 \ ;\ \forall x\in\mathbb{R} \Leftrightarrow a>0 \wedge \Delta\leq 0}$

$$\frac{\lambda x^2+2(\lambda+1)x+9\lambda+4}{\underbrace{\cancel{x^2-5x+10}}_{(+)\ \leftarrow\ a>0\ \wedge\ \Delta<0}}\leq 0\ ;\ \forall x\in\mathbb{R}$$

$$\lambda x^2+2(\lambda+1)x+9\lambda+4\leq 0\ ;\ \forall x\in\mathbb{R}$$

$\times(-1)$

$$-\lambda x^2-2(\lambda+1)x-9\lambda-4\geq 0\ ;\ \forall x\in\mathbb{R}$$

Por el T. Trinomio no negativo

$cp=-\lambda>0 \quad \wedge \quad \Delta\leq 0$

$\lambda<0 \quad \wedge \quad [-2(\lambda+1)]^2-\cancel{4}(-\lambda)(-9\lambda-4)\leq 0$

$\lambda^2+2\lambda+1-9\lambda^2-4\lambda\leq 0$

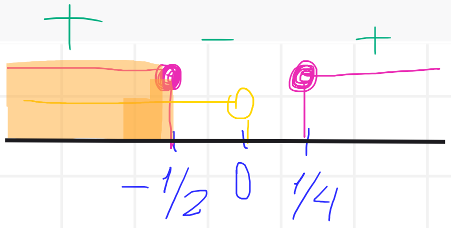
$0\leq 8\lambda^2+2\lambda-1$

$4\lambda \qquad -1$

$2\lambda \qquad 1$

$0\leq(4\lambda-1)(2\lambda+1)$

PC: $1/4 \ ; -1/2$



$\therefore \lambda\in\left\langle -\infty; -1/2\right]$

6. Resuelve el sistema

$$\begin{cases} x < 2x - 1 \leq x^2 + 2 \\ -1 - x \leq x^2 < 2x \end{cases}$$

A) $\left\langle 0; \dfrac{1}{2} \right\rangle$ B) $\langle 1; 2 \rangle$ C) $[1; 2]$

D) $\mathbb{R}$ E) $\varnothing$

Resolución

7. Resuelve la inecuación $6x^3-x^2-20x+12\leq 0$.

A) $\left[-\dfrac{2}{3};2\right]$

B) $\langle-\infty;-2]\cup\left[\dfrac{2}{3};\dfrac{3}{2}\right]$

C) $\langle-\infty;-4]\cup\left[\dfrac{1}{3};\dfrac{3}{2}\right]$

D) $\langle-\infty;-4]\cup\left[\dfrac{2}{3};\dfrac{3}{2}\right]$

E) $\langle-\infty;-3]\cup\left[\dfrac{1}{3};\dfrac{3}{2}\right]$

Resolución

$6x^3-x^2-20x+12\leq 0$

fact. por Divisores binómicos (Por Ruffini)

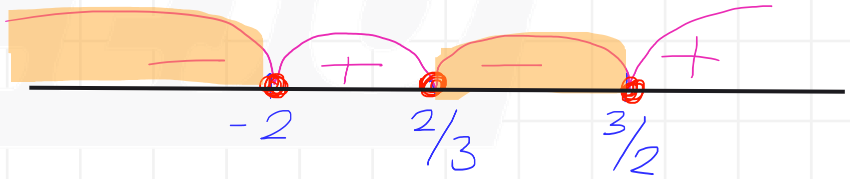
	6	−1	−20	12
−2		−12	26	−12
	6	−13	6	0

$(x+2)(6x^2-13x+6)\leq 0$

$3x \quad -2$
$2x \quad -3$

$(x+2)(3x-2)(2x-3)\leq 0$

Pc: -2; $2/3$; $3/2$.



$\therefore$ $C.S.=\langle-\infty;-2]\cup[2/3;3/2]$

8. Resuelve la inecuación

$$x+1 \leq \frac{1}{x+1} < x^2 - x + 1$$

A) $[-2; 0]$ ×

B) $\langle -\infty; -2] \cup \left[\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right]$

C) $\langle -\infty; -4]$

D) $\langle -\infty; -2]$

E) $\langle -\infty; -3] \cup \left[-2; \frac{1}{2}\right]$

Resolución

$\rightarrow x-1 \leq \frac{1}{x+1} \wedge \frac{1}{x+1} < x^2 - x + 1 \quad ; \quad x+1 \neq 0$

$x \neq -1$

$0 < x^2 - x + 1 - \frac{1}{x+1}$

$0 < \frac{x^3 + \cancel{1} - \cancel{1}}{x+1}$ ×

$0 < x^3(x+1)$

$0 < x(x+1)$

9. Resuelve la inecuación

$$\frac{\overbrace{\cancel{(x-2)^2}}^{(+)}(x+1)^{3}}{x^2-x+2}\geq\frac{\overbrace{\cancel{(x-2)^2}}^{(+)}(x+1)^{3}}{x-n};-1<n<2$$

$0<\underbrace{n+1}_{(+)}<3$

A) $[-1;2]$
B) $\langle -2;n]\cup\{2\}$
C) $\langle -\infty;2]$
D) $[-1;n\rangle\cup\{2\}$
E) $\langle -\infty;-1]\cup[-2;2]$

Resolución

Recordar:

$$\boxed{\frac{P(x)}{Q(x)}\geq 0 \longleftrightarrow P(x)\,Q(x)\geq 0 \wedge Q(x)\neq 0}$$

$0\geq\frac{(x+1)}{x-n}-\frac{(x+1)}{x^2-x+2}$; $x-2=0$; $x-n\neq 0$

$x=2$; $x\neq n$

$0\geq(x+1)\left(\frac{1}{x-n}-\frac{1}{x^2-x+2}\right)$

$0\geq(x+1)\left(\frac{x^2-x+2-x+n}{(x-n)\underbrace{\cancel{(x^2-x+2)}}_{(+)}}\right)$ $\longleftarrow \Delta<0$

$0\geq\frac{(x+1)(x^2-2x+2+n)}{(x-n)}$ $(+)$

$0\geq(x+1)\underbrace{\left[\underbrace{(x-1)^2}_{(+)}+\underbrace{1+n}_{(+)}\right]}_{(+)}(x-n)$

$0\geq(x+1)(x-n)$; $PC: -1; n.$

$+$ $-$ $+$

-1 n 2

$\therefore\ CS=[-1;n\rangle\cup\{2\}$

10. Resuelva la inecuación

$$(20x-80)^3(x^3-8)(x-4)\leq 0$$

A) $\langle -\infty; 4]$
B) $\langle -\infty; 2] \cup \{4\}$
C) $\langle -\infty; 2\rangle$
D) $[2; 4]$
E) $\langle -\infty; 1] \cup \{2\}$

Resolución

11. Al resolver la inecuación, se obtiene un conjunto solución unitario.

$(2x-3)(2x-n)\leq(2x-3)(x-2n+6)$

Calcule el valor de $4n^2+2n+1$.

A) 81 B) 72 C) 91
D) 69 E) 87

Resolución

$(2x-3)(2x-n)-(2x-3)(x-2n+6)\leq 0$

$(2x-3)(2x-n-x+2n-6)\leq 0$

$(2x-3)(x+n-6)\leq 0$

raíz doble

$CS=\{\ \}$

Sol única

PC: $\frac{3}{2}$; $-n+6$

Iguales

$\Rightarrow \frac{3}{2}=-n+6$

$n=6-\frac{3}{2}=\frac{9}{2}$

$\therefore 4n^2+2n+1=4\left(\frac{9}{2}\right)^2+2\left(\frac{9}{2}\right)+1$

$=81+9+1$

$=91$

12. Determine la suma de valores de λ para que el conjunto solución de la inecuación sea unitario.

$$2x^2-\sqrt{5}(\lambda+1)x+(\lambda+2)\leq 0$$

A) $-\frac{9}{5}$
B) $-\frac{7}{4}$
C) $-\frac{2}{5}$
D) $-\frac{11}{7}$
E) $-\frac{7}{5}$

Resolución

13. Adriano es un coleccionista de los mundiales de fútbol desde el año 1950, él tenía cierta cantidad de stickers y compra un álbum para pegarlos. Si él pega 17 stickers en cada página, el álbum es insuficiente, pero si pega 20 stickers en cada página, por lo menos, dos páginas quedarían vacías. En el cumpleaños de Adriano recibe de regalo un álbum exactamente igual al que tiene, en cada página de dicho álbum estaban pegados 25 stickers, entonces él tendría un total de 1200 stickers. ¿Cuántas páginas tiene el álbum?

A) 21　　B) 35　　C) 28
D) 15　　E) 32

Resolución

14. Resuelve la inecuación $-3x^2+4x-2+x^3\geq x^3$

A) $\mathbb{R}$
B) $\{\quad\}$
C) $\mathbb{R}-\{2\}$
D) $\mathbb{R}-\{-2\}$
E) $\mathbb{R}-\{1\}$

Resolución

15. Determine la secuencia correcta de verdad (V) o falsedad (F) según corresponda.

I. $-x^2+x+3<0 \leftrightarrow x\in\mathbb{R}-\left[\dfrac{1-\sqrt{13}}{2};\dfrac{1+\sqrt{13}}{2}\right]$

II. Si $x^2-3x-7<0;\ \forall\ x\in\langle a;b\rangle; \rightarrow a^{-1}+b^{-1}=\dfrac{-3}{7}$

III. $x^2-2\left(1+\sqrt{2}\right)x+3+2\sqrt{2}\le 0 \rightarrow \mathrm{CS}=\{x_0\}$

A) VFV
B) VVF
C) FVF
D) FFF
E) VVV

Resolución

16. Determine los valores de λ si la inecuación presenta como conjunto solución al vacío.

$x^2-\lambda x+(\lambda-1)<0$

A) $\lambda\geq 2$
B) $\lambda>2$
C) $\lambda\leq 2$
D) $\lambda<2$
E) $\lambda=2$

Resolución

17. Al resolver la inecuación $2x^2+mx+18\leq 0$ presenta como conjunto solución $CS=\{\alpha\}$, determine el menor valor de $\alpha+m$.

A) –9
B) –15
C) 15
D) 10
E) 14

Resolución

18. Resuelve el siguiente sistema de inecuaciones polinomiales.

$2x^3+9x^2+13x+21>0$

$3x^3-8x^2-5x-22\leq 0$

A) $\left\langle -\frac{21}{22};\frac{11}{3}\right]$

B) $\left\langle -\frac{11}{3};\frac{7}{2}\right]$

C) $\left\langle -\frac{7}{2};\frac{11}{3}\right]$

D) ϕ

E) $\left\langle -\frac{7}{3};\frac{11}{2}\right]$

Resolución

19. Resuelve la inecuación si $a \in \mathbb{R}-\{0\}$.

$$x^3+(a-2)x^2+(a^2-2a)x-2a^2<0$$

A) $\langle 2; +\infty\rangle$
B) $\langle -\infty; a\rangle$
C) $\langle -\infty; 2a\rangle$
D) $\langle -\infty; 2\rangle$
E) $\langle 2a; +\infty\rangle$

Resolución

20. Sean m, n enteros,

(+) (+)

$$\left(-x^8+2\sqrt{m}x^4-4m\right)^m\left(x^5-m^5\right)^m(x+n)^{n+1}\leq 0,$$

donde el conjunto solución es

$\langle-\infty;-4]\cup[5;+\infty\rangle$. Halle $2m+n$.

raíces

A) -14 B) -13 C) -6

D) 3 ~~E)~~ 14

UNI 2022 - II

Resolución

$$\left[-\left(x^8-2\sqrt{m}x^4+4m\right)\right]^m\left(x^5-m^5\right)^m(x+n)^{n+1}\leq 0$$

$$(-1)^m\cancel{\Big(\underbrace{\underbrace{x^8-2\sqrt{m}x^4+m}_{(x^4-\sqrt{m})^2}+\underset{(+)}{3m}}_{(+)}\Big)^m}\left(x^5-m^5\right)^m(x+n)^{n+1}\leq 0$$

$$(-1)^m\left(x^5-m^5\right)^m(x+n)^{n+1}\leq 0$$

Para obtener los PC o raíces

$\hookrightarrow x^5-m^5=0 \rightarrow x=m=5$

$\hookrightarrow x+n=0 \rightarrow x=-n=-4 \rightarrow n=4$

$\therefore 2m+n=2(5)+4$

$=14$

21. Resuelve la inecuación

$$\frac{(x-5)^4(x^3-1)}{(3-x)} \leq \frac{(x^4+x^2+1)(x-5)^4}{(3-x)}$$

A) $\langle -5; 3\rangle \cup \{5\}$
B) $\langle -9; 3\rangle \cup \{5\}$
C) $\langle -\infty; 3\rangle \cup \{5\}$
D) $\langle -\infty; 5] - \{3\}$
E) $\langle -\infty; 3\rangle - \{2\}$

Resolución

22. Halle el conjunto solución de la siguiente inecuación.

$$1+\frac{-15-8x}{x^2+8x+15}\leq 0$$

A) $\langle -7;-3\rangle\cup\{0\}$
B) $\langle -\infty;-5\rangle\cup\langle -3;0]$
C) $\langle -5;-2\rangle\cup\{0\}$
D) $\langle -5;-3\rangle\cup\{0\}$
E) $\langle -5;-1\rangle\cup\{0\}$

UNI 2022 - I

Resolución

23. Resuelve la inecuación de variable x si $a<b<0$.

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{a}+\frac{1}{b}<\frac{1}{x+a+b}$$

$\underset{(-)}{a}\quad \underset{(-)}{b}$

$-a>-b>0$

A) $\langle -a-b; -a\rangle \cup \langle -b; 0\rangle$

B) $\langle -\infty; 0\rangle \cup \langle -b; -a\rangle \cup \langle -a-b; +\infty\rangle$

C) $\langle -b; -a\rangle \cup \langle -a-b; +\infty\rangle$

D) $\langle a; b\rangle \cup \langle -a-b; +\infty\rangle$

E) $\langle a; b\rangle \cup \langle a+b; +\infty\rangle$

Resolución

$$\frac{1}{x}-\frac{1}{x+a+b}+\frac{a+b}{ab}<0$$

$$\frac{a+b}{x(x+a+b)}+\frac{a+b}{ab}<0$$

$$\cancel{\underbrace{(a+b)}_{(-)}}\left(\frac{1}{x(x+a+b)}+\frac{1}{ab}\right)<0$$

$$\frac{ab+x^2+x(a+b)}{\cancel{\underbrace{ab}_{(+)}}\,x(x+a+b)}>0\ ;\quad x\neq 0,\quad x\neq -a-b$$

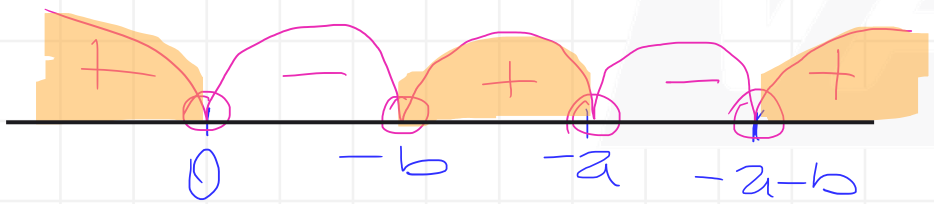
$$x(x+a+b)\left(x^2+(a+b)x+ab\right)>0$$

$x \qquad a$

$x \qquad b$

$$x(x+a+b)(x+a)(x+b)\boxed{>0}$$

Pc: $0;\ -a-b;\ -a;\ -b$.



$\therefore$ C.S $=\langle -\infty; 0\rangle \cup \langle -b; -a\rangle \cup \langle -a-b; +\infty\rangle$

24. Resolver la siguiente inecuación:

$$\frac{(m+1)x^2+(4m-8)x-12m+12}{(m+1)(5x+12)}<0;\ m>3$$

Indique el conjunto solución.

A) $\left\langle -\infty; 6\left(\frac{1-m}{m+1}\right)\right\rangle \cup \left\langle -\frac{12}{5}; 2\right\rangle$

B) $\left\langle 6\left(\frac{1-m}{m+1}\right); -\frac{12}{5}\right\rangle \cup \langle 2; +\infty\rangle$

C) $\left\langle -\infty; -\frac{12}{5}\right\rangle \cup \left\langle 6\left(\frac{1-m}{1+m}\right); 2\right\rangle$

D) $\left\langle -\frac{12}{5}; 2\right\rangle \cup \left\langle 6\left(\frac{1-m}{1+m}\right); +\infty\right\rangle$

E) $\left\langle 6\left(\frac{1-m}{m+1}\right); +\infty\right\rangle - \left\{-\frac{12}{5}\right\}$

Resolución

academiacesarvallejo.edu.pe

Ciclo
INTENSIVO
UNI

ACADEMIA
CÉSAR
VALLEJO

ACADEMIA
CÉSAR
VALLEJO

ÁLGEBRA

Inecuaciones

Semana 03

Test en línea

1. Dado el polinomio

$P_{(x)}=x^2-mx+m+3$

Determine los valores que toma m tal que $P_{(x)}$ tenga raíces reales.

A) $\langle -\infty; 3] \cup [7; +\infty\rangle$
B) $\langle -\infty; -4] \cup [8; +\infty\rangle$
C) $\langle -\infty; -2] \cup [6; +\infty\rangle$
D) $\mathbb{R}$
E) $\langle -\infty; -5]$

Resolución

2. Resuelva la inecuación polinomial

$2x^3-x^2-x-6<0$

A) $\left\langle -\infty; \dfrac{3}{2} \right\rangle$

B) $\left\langle -\dfrac{3}{2}; +\infty \right\rangle$

C) $\langle 3; +\infty \rangle$

D) $\left\langle -2; \dfrac{3}{2} \right\rangle$

E) $\langle -\infty; 2 \rangle$

Resolución

3. Resuelva la inecuación

$$\frac{(x-1)\left(x^2-4\right)}{\left(x^2-3x+9\right)\left(x^4-16\right)}<0$$

indique el conjunto solución.

A) $\langle -\infty; -1\rangle - \{-2\}$

B) $\langle 1; +\infty\rangle - \{2\}$

C) $\langle 2; +\infty\rangle$

D) $\langle -\infty; 1\rangle - \{2\}$

E) $\mathbb{R}^+ - \{2\}$

Resolución

ACADEMIA
CÉSAR VALLEJO

GRACIAS

SÍGUENOS:

academiacesarvallejo.edu.pe