academiacesarvallejo.edu.pe

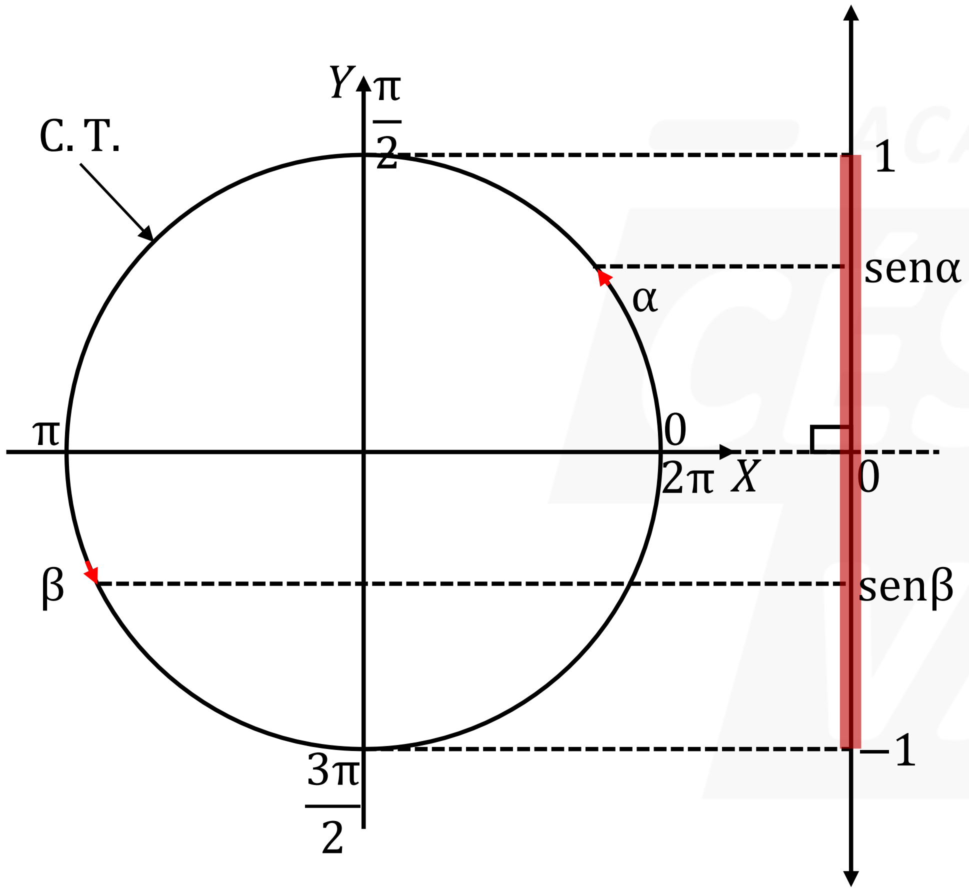
Ciclo
INTENSIVO UNI

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

TRIGONOMETRÍA

Tema: Circunferencia trigonométrica II

VARIACIÓN DEL SENO DE UN ARCO EN LA C. T.



$$-1 \leq \text{sen}\theta \leq 1;\ \forall\ \theta \in \mathbb{R}$$

OBSERVACIÓN

En los cuadrantes

Si $\theta \in$ IC	$0 < \text{sen}\theta < 1$
Si $\theta \in$ IIC	$0 < \text{sen}\theta < 1$
Si $\theta \in$ IIIC	$-1 < \text{sen}\theta < 0$
Si $\theta \in$ IVC	$-1 < \text{sen}\theta < 0$

(UNI 2016 -I)

Determine para qué valores de $x \in \langle 0; 2\pi \rangle$, se cumple:

$$\frac{\cot^2 x + 4}{2\text{sen}^2 x + 5\text{sen}x - 3} > 0$$

A) $\left\langle \frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{2} \right\rangle$

B) $\left\langle \frac{\pi}{6}; \frac{3\pi}{4} \right\rangle$

C) $\left\langle \frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6} \right\rangle$

D) $\left\langle \frac{\pi}{6}; \pi \right\rangle - \left\{ \frac{5\pi}{6} \right\}$

E) $\langle 0; \pi \rangle - \left\{ \frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6} \right\}$

RESOLUCIÓN

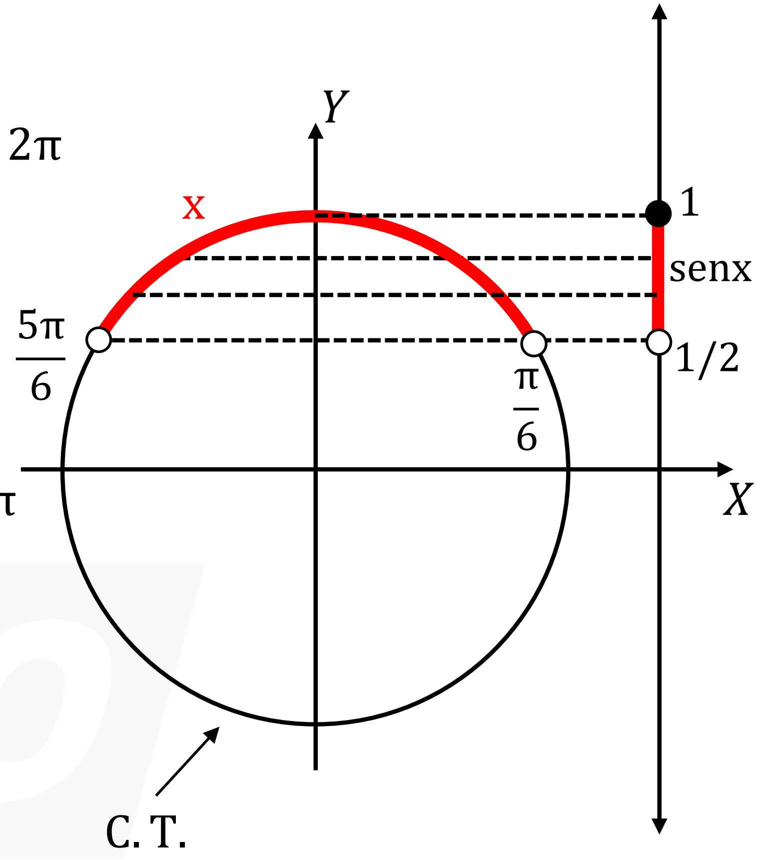
$$\frac{\cot^2 x + 4}{2\text{sen}^2 x + 5\text{sen}x - 3} > 0; \quad 0 < x < 2\pi$$

$$\frac{\overbrace{\cot^2 x + 4}^{+}}{2\text{sen}^2 x + 5\text{sen}x - 3} > 0$$

$$\rightarrow \ 2\text{sen}^2 x + 5\text{sen}x - 3 > 0; \ \ x \neq \pi$$

$$\rightarrow \ (2\text{sen}x - 1)\underbrace{(\text{sen}x + 3)}_{+} > 0$$

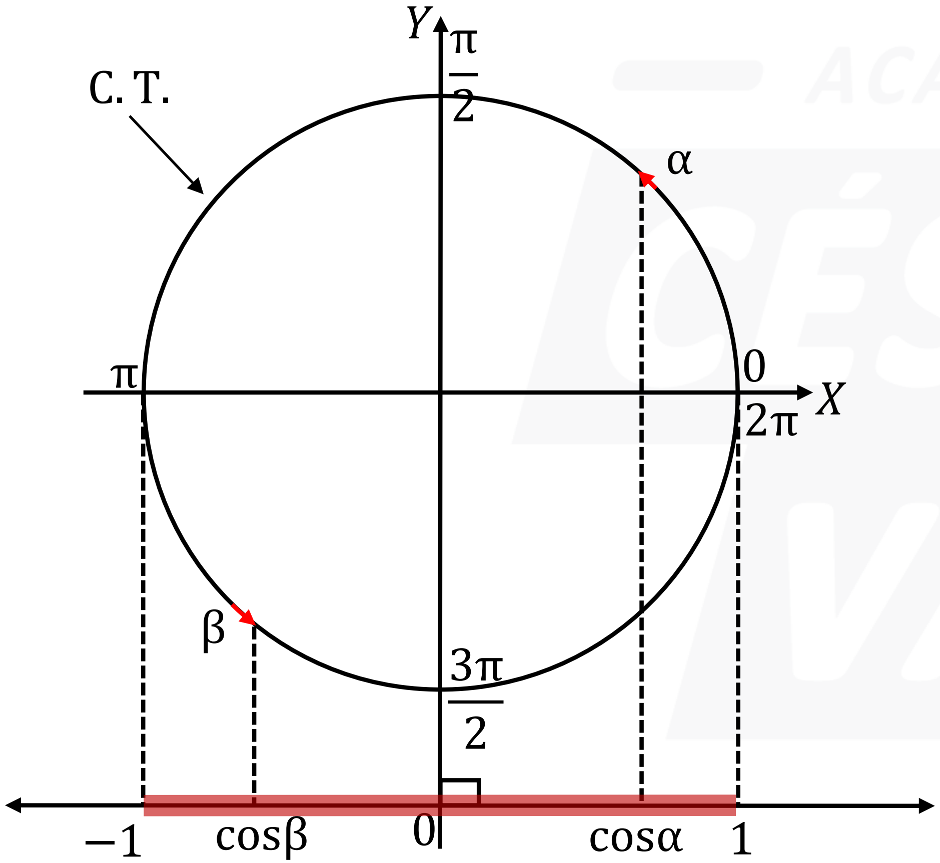
$$(2\text{sen}x - 1) > 0 \quad \rightarrow \quad \text{sen}x > \frac{1}{2}$$



Del gráfico

$$x \in \left\langle \frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6} \right\rangle$$

VARIACIÓN DEL COSENO DE UN ARCO EN LA C. T.



$$-1 \leq \cos\theta \leq 1;\ \forall\ \theta \in \mathbb{R}$$

OBSERVACIÓN

En los cuadrantes

Si $\theta \in$ IC	$0 < \cos\theta < 1$
Si $\theta \in$ IIC	$-1 < \cos\theta < 0$
Si $\theta \in$ IIIC	$-1 < \cos\theta < 0$
Si $\theta \in$ IVC	$0 < \cos\theta < 1$

(UNI 2013-I)

Para $\alpha \in \left[\frac{2\pi}{3}; \frac{5\pi}{3}\right]$, calcule la variación de

$$M = \cos^2\alpha - \cos\alpha + 2$$

A) $\left[\frac{3}{4}; \frac{7}{4}\right]$ B) $\left[\frac{7}{4}; 3\right]$ C) $\left[\frac{7}{4}; 4\right]$

D) $\left[\frac{9}{4}; 4\right]$ E) $\left[\frac{7}{4}; \frac{9}{4}\right]$

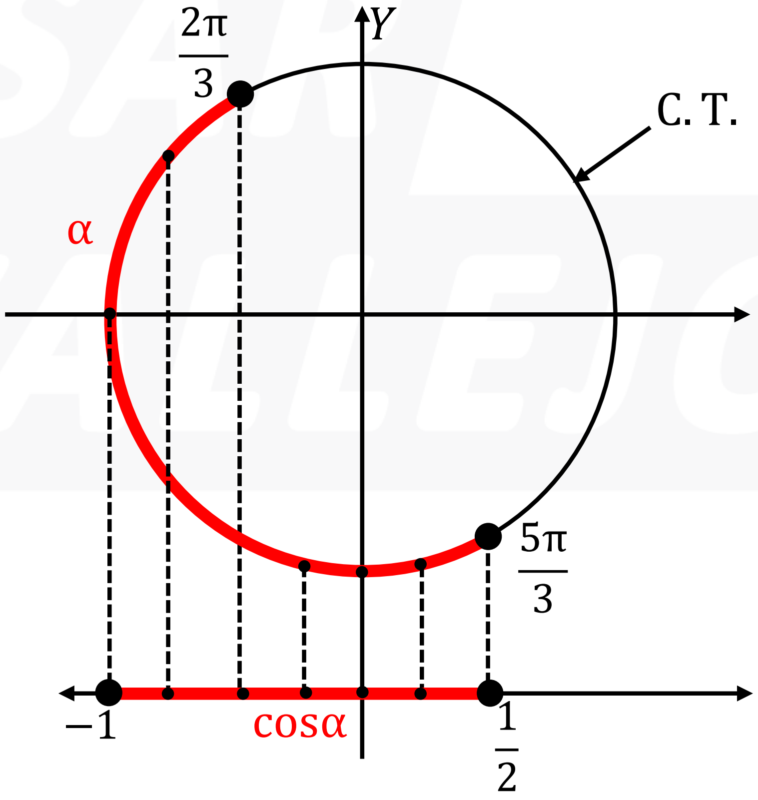
RESOLUCIÓN

$M = \cos^2\alpha - \cos\alpha + 2$

Completamos cuadrados

$$M = \left(\cos\alpha - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{7}{4}$$

Hallamos la variación del cosα



Del C. T. $\quad -1 \leq \cos\alpha \leq \frac{1}{2}$

$$-\frac{3}{2} \leq \cos\alpha - \frac{1}{2} \leq 0$$

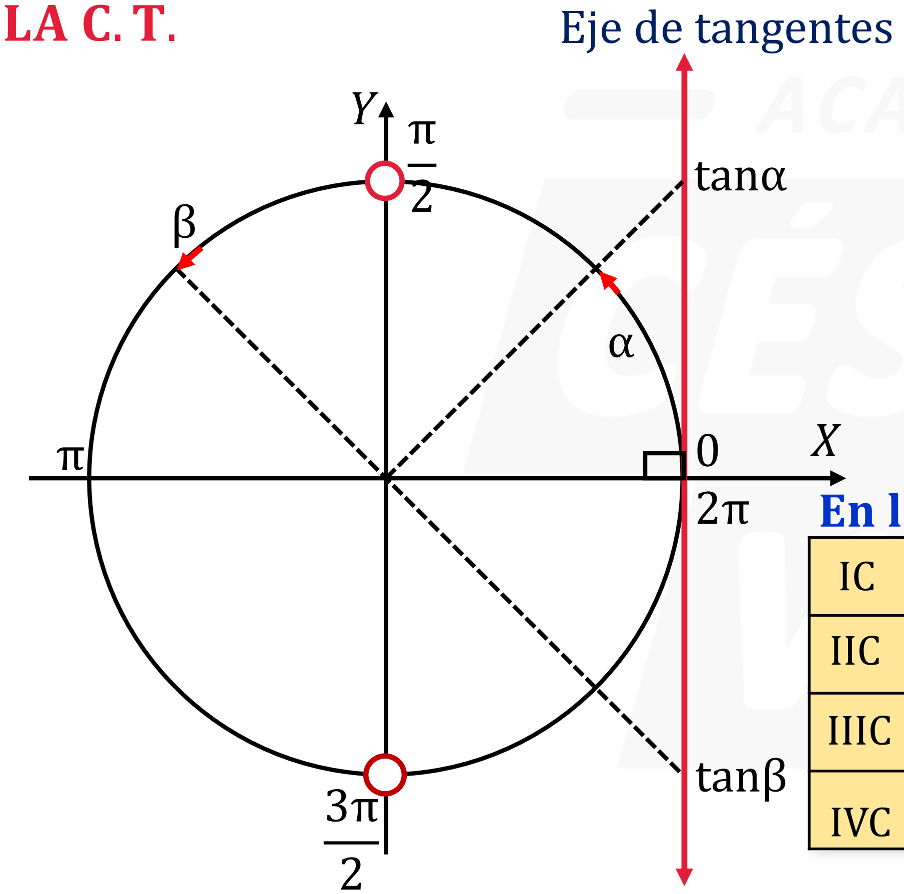
al cuadrado:

$$0 \leq \left(\cos\alpha - \frac{1}{2}\right)^2 \leq \frac{9}{4}$$

$$\frac{7}{4} \leq \underbrace{\left(\cos\alpha - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{7}{4}}_{M} \leq 4$$

$$\therefore M \in \left[\frac{7}{4}; 4\right]$$

VARIACIÓN DE LA TANGENTE DE UN ARCO EN LA C. T.

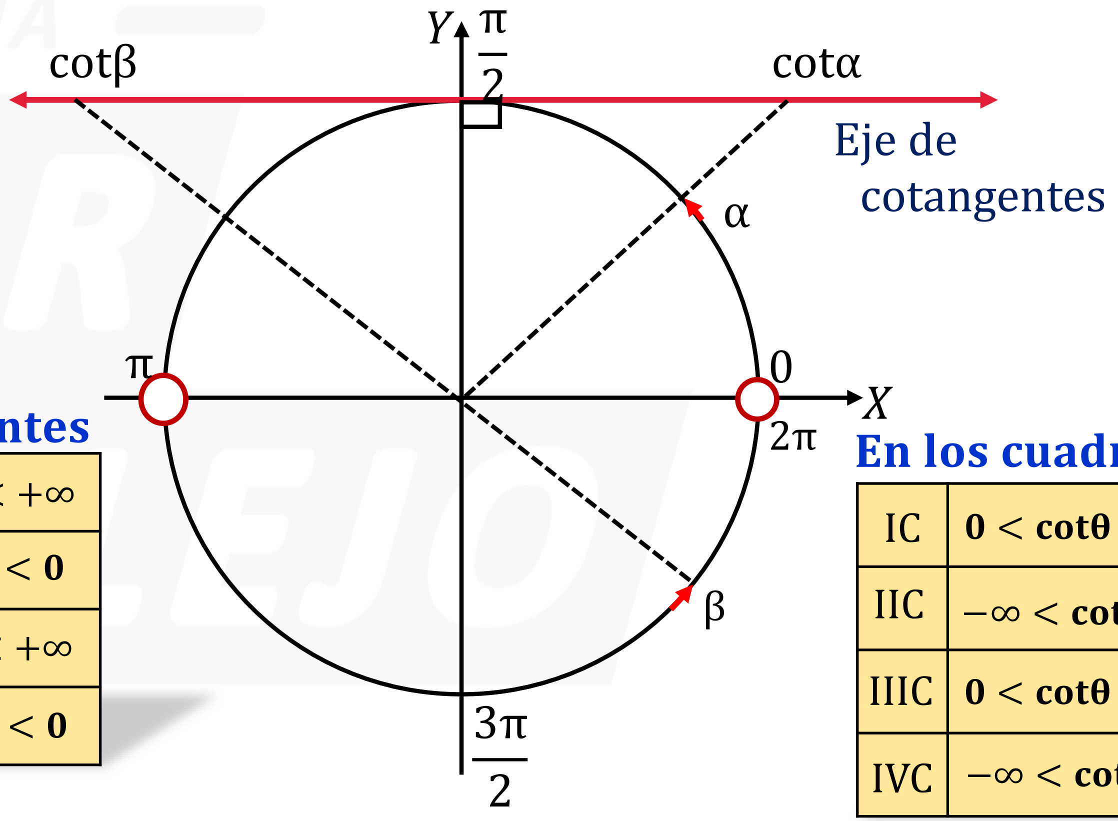


En los cuadrantes

IC	$0 < \tan\theta < +\infty$
IIC	$-\infty < \tan\theta < 0$
IIIC	$0 < \tan\theta < +\infty$
IVC	$-\infty < \tan\theta < 0$

EN LA C.T: $\underbrace{-\infty < \tan\theta < \infty}_{\tan\theta \in \mathbb{R}}$

VARIACIÓN DE LA COTANGENTE DE UN ARCO EN LA C. T.



En los cuadrantes

IC	$0 < \cot\theta < +\infty$
IIC	$-\infty < \cot\theta < 0$
IIIC	$0 < \cot\theta < +\infty$
IVC	$-\infty < \cot\theta < 0$

EN LA C.T: $\underbrace{-\infty < \cot\theta < \infty}_{\cot\theta \in \mathbb{R}}$

APLICACIÓN UNI

Si $\frac{\pi}{4} < x < \frac{3\pi}{4}$, halle la variación de:

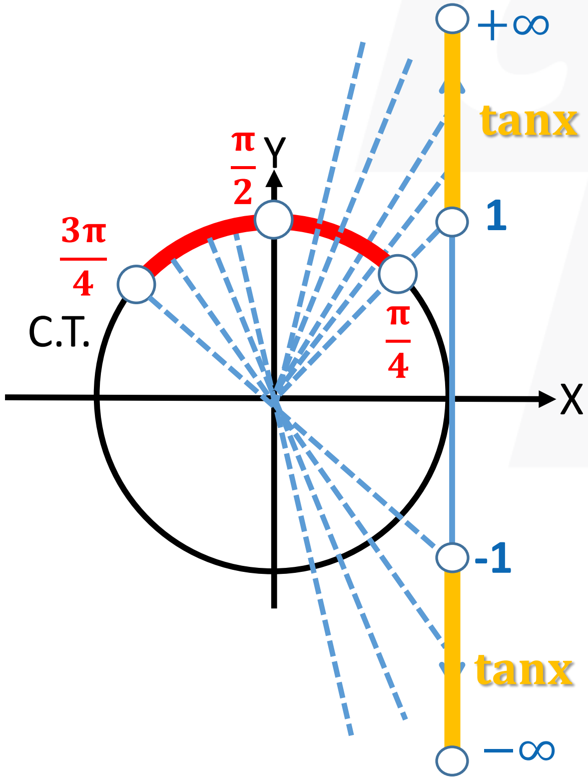
$$\mathbf{M} = \frac{1}{2+\tan x} + \frac{1}{2-\tan x}$$

A) $\langle -\infty; 0\rangle \cup \langle 4; +\infty\rangle$

B) $\langle -\infty; 0\rangle \cup [1; +\infty\rangle$

C) $\langle -\infty; 0\rangle \cup \left\langle \frac{4}{3}; +\infty\right\rangle$

D) $\langle -\infty; 0\rangle \cup \left[\frac{4}{3}; +\infty\right\rangle$



RESOLUCIÓN

$$\mathbf{M} = \frac{1}{2+\tan x} + \frac{1}{2-\tan x} = \frac{4}{4-\tan^2 x}$$

De la C.T. $\quad -\infty < \tan x < -1 \quad \vee \quad 1 < \tan x < +\infty$

Al cuadrado: $\quad 1 < \tan^2 x < +\infty$

Por (-1): $\quad -\infty < -\tan^2 x < -1$

Mas (4): $\quad -\infty < 4-\tan^2 x < 3$

$$-\infty < 4-\tan^2 x < 0 \quad \vee \quad 0 < 4-\tan^2 x < 3$$

Por teorema desigualdades: $\quad -\infty < \frac{1}{4-\tan^2 x} < 0 \quad \vee \quad \frac{1}{3} < \frac{1}{4-\tan^2 x} < +\infty$

Por (4): $\quad -\infty < \frac{4}{4-\tan^2 x} < 0 \quad \vee \quad \frac{4}{3} < \frac{4}{4-\tan^2 x} < +\infty$

$$\therefore \mathrm{M} \in \langle -\infty; 0\rangle \cup \left\langle \frac{4}{3}; +\infty\right\rangle$$

ACADEMIA
CÉSAR
VALLEJO

GRACIAS

SÍGUENOS:

academiacesarvallejo.edu.pe