

academiacesarvallejo.edu.pe

Ciclo

**INTENSIVO
UNI**



ACADEMIA
**CÉSAR
VALLEJO**

ACADEMIA
**CÉSAR
VALLEJO**

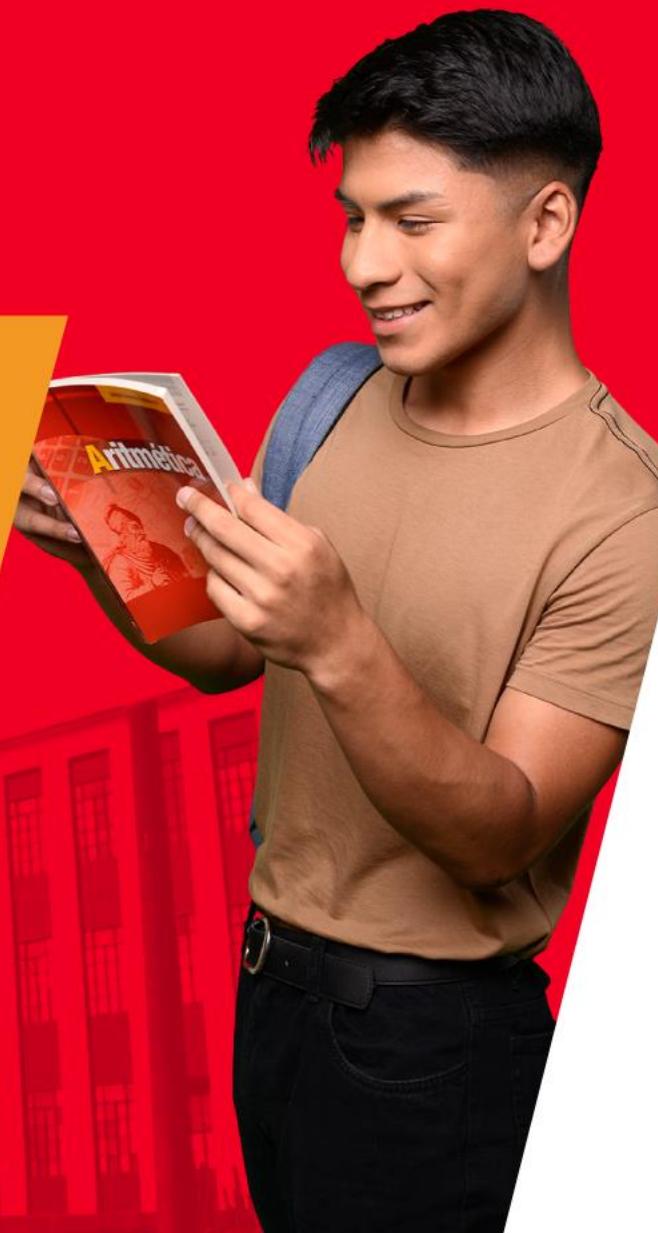
ACADEMIA
**CÉSAR
VALLEJO**

ACADEMIA
**CÉSAR
VALLEJO**

academiacesarvallejo.edu.pe

Ciclo

**INTENSIVO
UNI**



ÁLGEBRA

Expresiones con valor absoluto
e irracionales

Semana 04

Docente: José Luis Vásquez C.

1. Se define el conjunto

$$A_n = \{x \in \mathbb{Z} / |nx - 3| = 13\} \neq \emptyset$$

Halle la suma de valores que puede tomar n ($n \in \mathbb{Z}^+$).

- A) 40
- B) 47
- C) 28
- D) 46
- E) 30

Resolución

2. Al resolver la ecuación $|x^2+ax+3|=a$, se obtiene 4 soluciones. Halle la variación de a .

- A) $\langle 2; +\infty \rangle$ B) $[2; 6]$ C) $\langle 6; +\infty \rangle$
 D) $\langle 2; 6 \rangle$ E) $[6; +\infty \rangle$

Resolución

$$|x^2+ax+3|=a \rightsquigarrow a \geq 0$$

$$\begin{aligned} x^2+ax+3=a &\quad \vee \quad x^2+ax+3=-a \\ x^2+ax+3-a=0 &\quad \vee \quad x^2+ax+3+a=0 \end{aligned}$$

$$(2\text{sol}) \rightarrow \Delta > 0$$

$$\begin{aligned} a^2-4(1)(3-a) &> 0 \\ a^2+4a-12 &> 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underbrace{(a+6)(a-2)}_{(+)} &> 0 \\ a > 2 & \quad \wedge \end{aligned}$$

$$(2\text{sol}) \rightarrow \Delta > 0$$

$$\begin{aligned} a^2-4(1)(3+a) &> 0 \\ a^2-4a-12 &> 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underbrace{(a-6)(a+2)}_{(+)} &> 0 \\ a > 6 & \quad \wedge \end{aligned}$$

Interject.

$$\begin{aligned} a > 6 \\ \text{so } a \in \langle 6; +\infty \rangle \end{aligned}$$

3. Determine la intersección de los siguientes conjuntos.

$$M = \{x \in \mathbb{R} / |x - 1| \leq 2\}$$

$$N = \{x \in \mathbb{R} / ||x + 1| - 1| \leq 3\}$$

- A) $\langle 0; 2 \rangle$
- B) $[-1; 3]$
- C) $[0; 2\rangle$
- D) $\langle -1; 2]$
- E) $[-1; 3\rangle$

Resolución

4. Resuelva la siguiente inecuación.

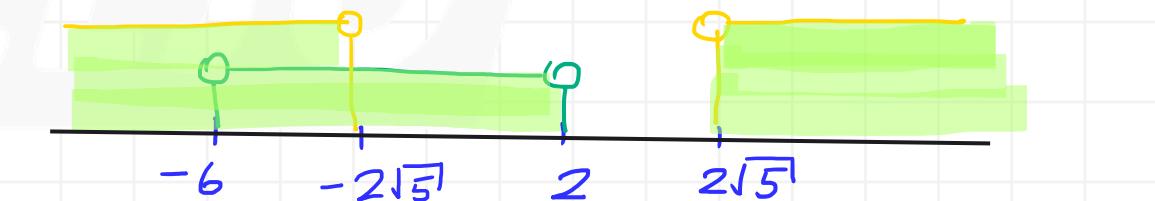
$$|x^2 + 2x - 16| > 2x + 4$$

- A) $\langle -\infty; 2 \rangle \cup \langle -2\sqrt{5}; +\infty \rangle$
- B) $\langle -\infty; 2 \rangle$
- C) $\langle -6; 2 \rangle$
- D) $\langle -\infty; 2 \rangle \cup \langle 2\sqrt{5}; +\infty \rangle$
- E) $\langle 2\sqrt{5}; +\infty \rangle$

Resolución

$$|x| > a \Leftrightarrow x < -a \vee x > a.$$

$$\begin{aligned} |x^2 + 2x - 16| &> 2x + 4 \\ \Rightarrow x^2 + 2x - 16 &< -2x - 4 \vee x^2 + 2x - 16 > 2x + 4 \\ x^2 + 4x - 12 &< 0 \vee x^2 - 20 > 0 \\ (x+6)(x-2) &< 0 \vee x^2 - \cancel{20^2} > 0 \\ PC: -6 ; 2 & \\ x \in \langle -6; 2 \rangle & \quad \uparrow \quad PC: -2\sqrt{5} ; 2\sqrt{5} \\ & \quad \uparrow \quad x \in \langle -\infty; -2\sqrt{5} \rangle \cup \\ & \quad \quad \quad \langle 2\sqrt{5}; +\infty \rangle \end{aligned}$$



$$\mathcal{CJ} = \langle -\infty; 2 \rangle \cup \langle 2\sqrt{5}; +\infty \rangle$$

5. Determine la suma de soluciones de la siguiente ecuación.

$$\sqrt{x+2+4\sqrt{x-2}} + \sqrt{x+7+6\sqrt{x-2}} = x+3$$

- A) 2 B) 4 C) 6
 D) 8 E) 10

Resolución

Recordar:

$$\sqrt{a+b} \pm 2\sqrt{ab} = \sqrt{a} \pm \sqrt{b}; a > b$$

$$\begin{aligned} \bullet \quad \sqrt{x+2+4\sqrt{x-2}} &= \sqrt{(4+x-2)+2\sqrt{4(x-2)}} \\ &= \sqrt{4} + \sqrt{x-2} = 2 + \sqrt{x-2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet \quad \sqrt{x+7+6\sqrt{x-2}} &= \sqrt{(9+x-2)+2\sqrt{9(x-2)}} \\ &= \sqrt{9} + \sqrt{x-2} = 3 + \sqrt{x-2} \end{aligned}$$

reempl. en la ecuación

$$2 + \sqrt{x-2} + 3 + \sqrt{x-2} = x+3$$

$$2\sqrt{x-2} = x-2$$

$$\begin{aligned} (\cdot)^2 \quad & 4(x-2) = x^2 - 4x + 4 \\ & 4x - 8 = x^2 - 4x + 4 \end{aligned}$$

$$0 = x^2 - 8x + 12$$

$$\begin{array}{l} x \\ x \\ \cancel{x} = 6 \end{array}$$

$$x = 6 \quad \vee \quad x = 2. \quad (\text{verif.})$$

$$\begin{array}{l} \text{Suma} \\ \text{sol} \end{array} = 8$$

6. Definimos el conjunto

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} / \sqrt{x+1} - \sqrt[3]{x-2} = 1 \right\}$$

Consideré las siguientes proposiciones:

- I. La suma de los elementos del conjunto A es 7. (F)
- II. $\text{Card}(A)=2$ (V)
- III. $2\sqrt{2}-2 \in A$ (F)

Determine de las proposiciones dadas, cuáles son verdaderas.

A) solo I
D) I y II

~~B) solo II~~

C) solo III
E) I y III

UNI 2019-I

Resolución

Cambio: $x-2=t^3 \rightarrow x=t^3+2 \rightarrow \sqrt{x+1}=t^3+3$
reempl. en la ec:

$$\sqrt{t^3+3} - \frac{3}{t}\sqrt{t^3} = 1 \Rightarrow (\sqrt{t^3+3})^2 = (1+t)^2$$

$$t^3+3 = 1+2t+t^2$$

$$\underline{\underline{t^3-t^2-2t+2=0}}$$

$$t^2(t-1)-2(t-1)=0$$

$$(t-1)(t^2-2)=0$$

$$(t-1)(t-\sqrt{2})(t+\sqrt{2})=0$$

$$\begin{cases} t=1 \\ t=\sqrt{2} \\ t=-\sqrt{2} \end{cases}$$

No cumple.

$$x-2=1 \vee x-2=2\sqrt{2}$$

$$x=3 \vee x=2+2\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow A = \{ 3; 2+2\sqrt{2} \}$$

7. Determine el conjunto solución de la inecu-

$$\text{ción } \sqrt{2x-1} - \frac{21}{\sqrt{2x-1}} \leq -4.$$

- A) $[1; 25]$
- B) $[5; 10)$
- C) $\left\langle \frac{1}{2}; +\infty \right\rangle$
- D) $\langle 1; 25]$
- E) $\left\langle \frac{1}{2}; 5 \right]$

Resolución

8. Resuelva la siguiente inecuación.

$$\frac{x-10}{\sqrt{4x+1}-\sqrt{x-5}} \leq 0$$

- A) $[5; 10]$ B) $[5; 10)$ C) $\langle 5; 10\rangle$
 D) $\langle 5; 10]$ E) $\langle -5; 11\rangle$

$$\Rightarrow x-10 \leq 0$$

$$x \leq 10$$

$$\text{III) } C \cap I \cap \text{II}$$

$$C \cap = \underline{\underline{[5; 10]}}$$

Resolución

$$\text{I) CUA: } \begin{array}{l} 4x+1 \geq 0 \wedge x-5 \geq 0 \\ x \geq -\frac{1}{4} \wedge x \geq 5 \end{array} \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} x \geq 5$$

$$\boxed{\sqrt{4x+1} > \sqrt{x-5}}$$

$$\text{II) } \frac{x-10}{\cancel{\sqrt{4x+1}-\sqrt{x-5}}} \leq 0$$

(+)

9. Determine el producto de las soluciones de la ecuación

$$|x-1| = x^2 - 2x - 5$$

- A) -6
- B) 12
- C) -4
- D) -2
- E) -8

Resolución

10. Dada la ecuación

$$\left| x^2 + ax + \frac{3}{4} \right| = 1$$

se obtiene 3 soluciones. Halle el valor o valores de a^2 .

- A) $\{-7; 3\}$ B) $[-7; 3]$ C) $\langle 6; +\infty \rangle$
 D) $\langle 3; +\infty \rangle$ E) ~~7~~

Resolución

$$x^2 + ax + \frac{3}{4} = 1$$

$$x^2 + ax - \frac{1}{4} = 0$$

$$\Delta = a^2 - 4(1)(-\frac{1}{4})$$

$$\Delta = a^2 + 1 > 0$$

↓

2 soluciones

$$x^2 + ax + \frac{3}{4} = -1$$

$$x^2 + ax + \frac{7}{4} = 0$$

$$\Delta = 0 \text{ (sol. única)}$$

$$a^2 - 4(1)(\frac{7}{4}) = 0$$

$$a^2 - 7 = 0$$

$$a^2 = 7 \checkmark$$

$$a = \pm \sqrt{7}$$

11. Si α es la solución de la ecuación

$$|x + 3| + |x - 2| + 1 = \frac{x - 2}{x - 3}$$

entonces, determine la proposición verdadera.

- A) $\alpha \in \mathbb{Q}$
- B) $\alpha \in \mathbb{Q} \wedge 2 < \alpha < 3$
- C) $2 < \alpha < 3$
- D) $3 < \alpha < 4$
- E) $4 < \alpha < 5$

Resolución

12. Con respecto a la ecuación

$$x^4 - 5x^2 + |8x| = 12$$

determine la afirmación correcta.

- A) Dos soluciones son enteras y dos, fraccionarias.
- B) Todas sus soluciones son irracionales.
- C) Una raíz es irracional y otra entera.
- D) Presenta una solución irracional.
- E) Presenta solo soluciones racionales.

Resolución

13. Calcule el complemento del conjunto solución de la siguiente ecuación.

$$|x^2 - 1| + |4 - x^2| = |2x^2 - 5|$$

- A) $\langle -2; -1 \rangle \cup \langle 1; 2 \rangle$
- B) $\langle -4; 4 \rangle$
- C) $\langle -2; 2 \rangle$
- D) $\langle -4; -1 \rangle \cup \langle 1; 4 \rangle$
- E) $\langle -4; -2 \rangle \cup [2; 4]$

Resolución

14. Si $E=[4; 8]$ es el conjunto solución de la inecuación $|2x-a| \leq |x-b|$; $a > 2b$, halle ab .

- A) 16
- B) 12
- C) 20
- D) 18
- E) 32

Resolución

15. Sea

$$M = \left\{ x \in \mathbb{R} \middle| \frac{|x+2|-|x+3|}{|x-1|-|x+4|} \geq 0 \right\}$$

¿Cuántos números enteros hay en M^C ?

- A) 0
- B) 1
- C) 2
- D) 3
- E) 4

UNI 2018-II

Resolución

16. Resuelva la siguiente inecuación.

$$|x+3| + |x-2| \geq x+5$$

- A) $[5; +\infty) \cup \{3\}$
- B) $[0; -5]$
- C) $[0; 4]$
- D) $\langle -\infty; -3] \cup [5; +\infty\rangle$
- E) $\langle -\infty; 0] \cup [4; +\infty\rangle$

Resolución

17. Sea S el conjunto solución de la inecuación

$$\frac{|x-3|-4}{\sqrt{x+10}} \geq 0$$

Indique el valor de verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones.

- I. $S \subset [-10; -1] \cup [7; +\infty)$
- II. $[7; +\infty) \subset S$
- III. $S = (-\infty; -10) \cup [-1; 7]$

- A) VVV
- B) FFV
- C) VVF
- D) FVV
- E) FFF

Resolución

18. Resuelva la siguiente inecuación.

$$\frac{|ax-b|+|bx-a|}{(a+b)} > |x-1|$$

(+)
(-)

Considero que $a > 0 > b \wedge a > -b$.

$$\begin{aligned} a+b &> 0 \\ \frac{a}{b} &< -1 \\ 1 &> -\frac{b}{a} \\ -1 &< \frac{b}{a} \end{aligned}$$

$\xrightarrow{x-1}$

A) $\left\langle \frac{a}{b}, \frac{b}{a} \right\rangle$

B) $\left\langle \frac{b}{a}, \frac{a}{b} \right\rangle$

C) $\left\langle -\infty; \frac{b}{a} \right\rangle \cup \left\langle \frac{a}{b}; +\infty \right\rangle$

D) $\mathbb{R} - \left\langle \frac{a}{b}, \frac{b}{a} \right\rangle$

E) $\mathbb{R} - \left[\frac{a}{b}, \frac{b}{a} \right]$

Desigualdad. Triang.

$$|x| + |y| \geq |x+y|; \forall x, y \in \mathbb{R}$$

$$|x| + |y| = |x+y| \rightarrow xy \geq 0$$

$$|x| + |y| > |x+y| \rightarrow xy < 0$$

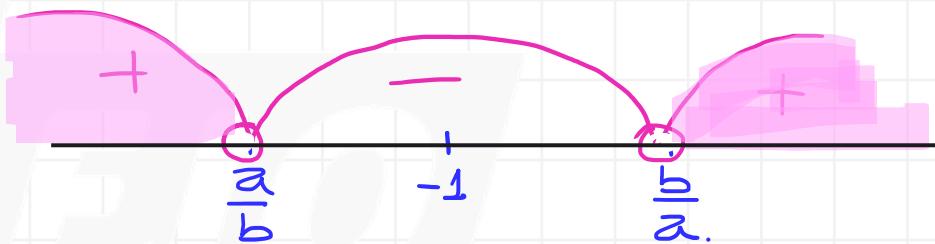
$$|ax-b| + |bx-a| > (a+b)|x-1|$$

$$|\underbrace{ax-b}_m| + |\underbrace{bx-a}_n| > |\underbrace{ax+bx-a-b}_{m+n}|$$

$$\Rightarrow (ax-b)(bx-a) < 0$$

$$(ax-b)(-bx+a) > 0 \xrightarrow{x(-1)}$$

Pc: $\frac{b}{a}$; $\frac{a}{b}$



$$C = \mathbb{R} - \left[\frac{a}{b}, \frac{b}{a} \right]$$

Resolución

19. Resuelva la siguiente ecuación.

$$|x| + \sqrt{x^2 - 2x + 1} = \left| \sqrt{11 + 6\sqrt{2}} - \sqrt[4]{4} \right|$$

Luego determine la suma de soluciones.

- A) 2
- B) 1/2
- C) 1
- D) 3
- E) 3/2

Resolución

20. Sean a y b soluciones de la siguiente ecuación irracional.

$$\sqrt{3x^2 - 16x + 41} - \sqrt{3x^2 - 16x + 14} = 3$$

Halle $a^{-1} + b^{-1}$.

- A) $\frac{16}{5}$
- B) $\frac{13}{5}$
- C) $\frac{12}{5}$
- D) $\frac{4}{5}$
- E) $\frac{20}{3}$

Resolución

$$\left(\sqrt{3x^2 - 16x + 41}\right)^2 = \left(3 + \sqrt{3x^2 - 16x + 14}\right)^2$$

$$3x^2 - 16x + 41 = 9 + 6\sqrt{3x^2 - 16x + 14} + 3x^2 - 16x + 14$$

$$18 = 6\sqrt{3x^2 - 16x + 14}$$

$$3 = \sqrt{3x^2 - 16x + 14}$$

$$9 = 3x^2 - 16x + 14$$

$$0 = 3x^2 - 16x + 5$$

$\rightarrow (1)^2$

Piden:

$$a^{-1} + b^{-1} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{a+b}{ab} = \frac{\frac{16}{5}}{\frac{5}{3}} = \frac{16}{5}$$

21. Se sabe que α es solución de la siguiente ecuación irracional.

$$\frac{x + \sqrt{x^2 - 1}}{x - \sqrt{x^2 - 1}} + \frac{x - \sqrt{x^2 - 1}}{x + \sqrt{x^2 - 1}} = 142$$

Halle la suma de cifras de α^4 .

- A) 18
- B) 9
- C) 20
- D) 16
- E) 17

Resolución

22. Determine el conjunto solución de la siguiente inecuación:

$$x - 2 > \sqrt{x^2 - x - 6}$$

- A) $\left[3; \frac{10}{3} \right]$ B) $\left[3; \frac{10}{3} \right)$ C) $\left\langle 3; \frac{10}{3} \right]$
 D) $\left\langle -2; \frac{10}{3} \right]$ E) $\left[2; \frac{10}{3} \right]$

UNI 2023-I

Resolución

I) CV A: $x^2 - x - 6 \geq 0 \rightarrow (x-3)(x+2) \geq 0$
 Pc: $3; -2$
 $x \in (-\infty; -2] \cup [3; +\infty)$

II) $\sqrt{x^2 - x - 6} < x - 2 \rightarrow x - 2 > 0 \rightarrow x > 2$

III) $\sqrt{x^2 - x - 6}^2 < (x-2)^2$
 $\cancel{x^2 - x - 6} < \cancel{x^2} - 4x + 4$

$$\begin{aligned} 3x &< 10 \\ x &< \frac{10}{3} \end{aligned}$$

Intersección

$$\begin{aligned} C &= I \cap II \cap III \\ &= \left[3; \frac{10}{3} \right) \end{aligned}$$

23. Resuelva la siguiente inecuación.

$$\frac{\sqrt{3x+1} - \sqrt{x-3}}{x-8} \leq 0$$

- A) $[3; 7]$
- B) $[3; 8)$
- C) $\langle 3; 8\rangle$
- D) $\langle 8; 10]$
- E) $\langle 3; +\infty\rangle$

Resolución

24. Determine el conjunto solución de la siguiente inecuación. (+) o (0)

$$\frac{\sqrt[3]{x+3} \sqrt{x^2 - 5x + 4}}{\sqrt[5]{8-x}} \geq 0$$

- A) $[-3; 8]$
- B) $[-3; 1] \cup [4; 8]$
- C) $(-\infty; -3] \cup [8; +\infty)$
- ~~D) $[-3; +1] \cup [4; 8]$~~
- E) $[-3; 1) \cup [4; 8]$

Resolución

065.

$$\frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[5]{b}} \cdot \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[5]{b^4}} \geq 0 \rightarrow \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[5]{b^5}} \geq 0 \rightarrow \frac{a}{b} \geq 0$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{I) CVA: } x^2 - 5x + 4 \geq 0 \quad \wedge \quad x \neq 8 \\ \quad (x-4)(x-1) \geq 0 \\ \text{PC: } 4; 1 \\ x \in (-\infty; 1] \cup [4; +\infty) \end{array} \right\} x \in (-\infty; 1] \cup [4; +\infty) - \{8\}$$

$$\text{II) } \frac{\sqrt[3]{x+3}}{\sqrt[5]{8-x}} \geq 0 \rightarrow \frac{x+3}{8-x} \geq 0$$

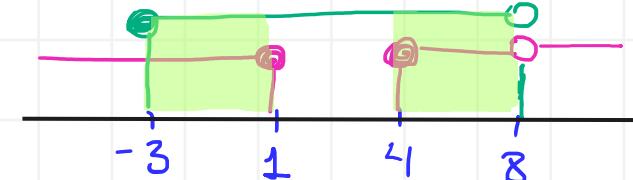
$$(x+3)(8-x) \geq 0 \quad \xrightarrow{x(-1)}$$

$$(x+3)(x-8) \leq 0$$

$$\text{PC: } -3; 8 \rightarrow x \in [-3; 8]$$

$$\text{III.) } \text{CJ} = \text{I} \cap \text{II}$$

$$\text{CJ} = [-3; 1] \cup [4; 8]$$



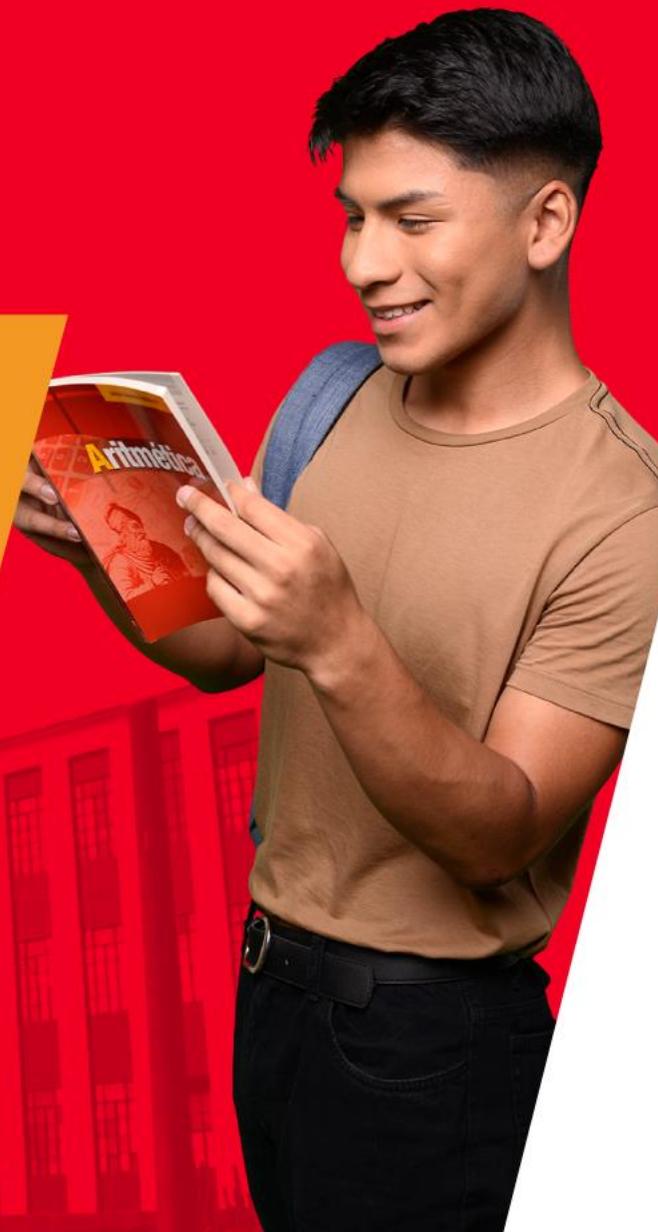
— ACADEMIA —

CÉSAR
VALLEJO

academiacesarvallejo.edu.pe

Ciclo

**INTENSIVO
UNI**



— ACADEMIA —
**CÉSAR
VALLEJO**

— ACADEMIA —
**CÉSAR
VALLEJO**

ÁLGEBRA

Expresiones con valor absoluto
e irracionales

Semana 04

Docente: José Luis Vásquez C.

1. Determine el cardinal del conjunto solución de la siguiente ecuación:

$$|x - \underbrace{|2x - 3|}_{(+)}| = x - 2 ; \quad \begin{aligned} x - 2 &\geq 0 \\ x &\geq 2 \end{aligned}$$

- A) 0 ~~B) 1~~ C) 2
D) 3 E) 4

Resolución

$$|x - 2x + 3| = x - 2$$

$$|3 - x| = x - 2$$

$$3 - x = x - 2 \quad \vee \quad \underbrace{3 - x = -x + 2}_{\text{Abjunto}}$$

$$5 = 2x$$

$$\frac{5}{2} = x$$

2. Halle $A \cap B$ si

$$A = \{x \in \mathbb{R} / |2x - 1| \leq 5\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{R} / |x - 3| > 1\}$$

- A) $\langle -2; 2]$
- B) $[-2; 3]$
- C) $[-2; 2 \rangle$
- D) $\langle -1; 2]$
- E) $[-1, 3 \rangle$

Resolución

3. El conjunto solución de la inecuación

$$|x - 5| \geq |-x + 1| + \sqrt{-x - 1}$$

es $[a; b]$, determine el valor de $a+b$.

- A) -16
- B) -18
- C) -20
- D) -12
- E) -24

Resolución



GRACIAS

SÍGUENOS:   

academiacesarvallejo.edu.pe