

Ecuaciones polinomiales

Intensivo UNI 2024 - III

- Dado el polinomio $P_{(x)} = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$ de coeficientes enteros, si 4 es una raíz doble y $(2 + \sqrt{3})$ es una raíz simple, calcule $P_{(6)}$ aumentado con el término independiente.

A) $\frac{12}{23}$ B) 3 C) $\frac{1}{2}$
D) $\frac{24}{51}$ E) $\frac{12}{13}$
- Respecto a la ecuación cuadrática en variable x
 $x^2 - 2ax + a^2 + b^2 = 0$
indique el valor de verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones.

I. Si $\{a, b\} \subset \mathbb{R} - \{0\}$, la ecuación tiene raíces no reales.
II. Si $b = 0$, las raíces son reales.
III. Si $a = 0$, las raíces son complejas no reales.

A) VVV B) FVV C) VFV
D) VFF E) FFF
- Determine los valores que toma a para que la ecuación
 $x^4 + (a+1)x^3 + (10+a)x^2 + (9+a)x + 9 = 0$
tenga raíces no reales.

A) $\langle -6; 6 \rangle$
B) $\langle -\infty; -6 \rangle \cup \langle 6; +\infty \rangle$
C) $\langle -4; 4 \rangle$
D) $\langle -9; 9 \rangle$
E) $\langle -\infty; -9 \rangle \cup \langle 9; +\infty \rangle$
- Si el producto de las dos raíces positivas de la ecuación bicuadrada
 $4x^4 + (a+5)x^3 - nx^2 + (b-3)x + 3n - 4 = 0$
es $\sqrt{35}$, calcule la división de la suma de los cuadrados de las raíces de la ecuación y $(a+b+n)$.

A) 56 B) 68 C) 58
D) 46 E) 72
- Si $5 + \sqrt{5}$ es raíz del polinomio
 $P_{(x)} = x^3 + (3m+2n-8)x^2 - (5m-3n-15)x + 80$
 $\{m; n\} \subset \mathbb{Q}$, halle el valor de $17m+5n$.

A) 43 B) 41 C) 42
D) 44 E) 45
- Dada la ecuación cuadrática
 $(m+1)x^2 + (2m+5)x + \frac{m+1}{4} = 0$
determine m de modo que la ecuación tenga soluciones reales.

A) $\langle -\infty; -4 \rangle \cup \langle -2; +\infty \rangle$
B) $\langle -\infty; -4 \rangle \cup \langle -2; +\infty \rangle - \{-1\}$
C) $\langle -\infty; -2 \rangle \cup \langle 4; +\infty \rangle$
D) $\langle -\infty; -3 \rangle \cup \langle -2; +\infty \rangle - \{-1\}$
E) $\langle -4; -2 \rangle$
- Sea el polinomio cuadrático
 $P_{(x)} = ax^2 + bx + c$
Si la suma y producto de raíces son iguales, indique cuáles de las siguientes proposiciones son correctas.

I. $b = -c \ \forall \ \{a, b, c\} \subset \mathbb{C}$
II. Si $b^2 + 4ab > 0$, $\{a, b, c\} \in \mathbb{R}$, las raíces son reales.
III. Si $\{a, b, c\} \subset \mathbb{R}$ y las raíces no son reales, entonces, $ab > 0$.

A) II y III B) solo III C) I, II y III
D) I y III E) I y II

8. Sea la ecuación bicuadrada

$$2x^4 - mx^2 + \left(m - \frac{3}{2}\right) = 0; m > 3$$

tal que $CS = \{\alpha; -\alpha\}; \alpha > 0$.

Determine $m + \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \times \alpha$.

- A) 9 B) 6 C) 10
D) 8 E) 12

9. Determine la suma de los valores de n para que la ecuación

$$(x^2 - x - 6)(x^2 - 4x + n) = 0$$

presente 3 soluciones.

- A) 4 B) -5 C) -9
D) -6 E) 8

10. Halle el conjunto solución de la ecuación

$$\frac{(a+b)x}{a-b} + \frac{ax}{a+b} - \frac{a-b}{a+b} = \frac{ax}{a-b} + \frac{(a+b)^2}{a^2 - b^2}$$

donde a y b son constantes reales no nulos de modo que $a \neq \pm b$.

- A) $\{1\}$ B) $\{2a\}$ C) $\{2b\}$
D) $\{2\}$ E) $\{4\}$

11. Si en la ecuación $2x^2 + 3x + m = 0$ las raíces difieren en 1, determine $E = \frac{m}{m+2}$.

- A) $\frac{5}{16}$ B) $\frac{5}{21}$ C) $\frac{16}{21}$
D) $\frac{21}{16}$ E) $\frac{1}{5}$

12. Dado el polinomio $P_{(x)} = mx^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$ de coeficientes enteros, si 3 es una raíz doble, $(2 + \sqrt{3})$ es una raíz simple y $P_{(2)} = 5$, calcule $P_{(6)}$.

- A) 810 B) -680 C) -580
D) 720 E) -195

13. Al resolver la ecuación

$$x^2 + nx + m = 0$$

se obtiene como conjunto solución a $\{\Delta; \Delta + 2\}$, donde Δ es el discriminante. Calcule el producto de raíces.

- A) 8 B) 12 C) 18
D) 36 E) 24

14. Determine la secuencia correcta de verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones con respecto al polinomio $P_{(x)} = 3x^2 - 3x + \lambda$, donde $\lambda \in \mathbb{R}$.

I. Si $\frac{3}{4} < \lambda$, entonces, presenta raíces complejas conjugadas.

II. $\exists \lambda \in \mathbb{Z}$, tal que $P_{(x)}$ presenta raíces enteras.

III. Si $\lambda \in \left(0, \frac{3}{4}\right]$, entonces, $P_{(x)}$ presenta raíces reales positivas.

- A) VFF B) VFF C) VVV
D) VVF E) FFF

15. Dado el polinomio $F_{(x)} = ax^2 + bx + 70$, si la suma de cuadrados y el producto de raíces son 74 y 35, respectivamente, halle el máximo valor de $F_{(1)}$.

- A) 104 B) 82 C) 96
D) 192 E) 164

16. El polinomio $P_{(x)} = x^4 + mx^3 - 20x^2 + nx + p$ tiene como raíz doble a -3 y como una raíz simple a 5. Calcule el valor de $m \cdot p - n$.

- A) -24 B) -32 C) -12
D) -20 E) -18

17. Si una raíz de la ecuación

$$4x^4 - (3m+2)x^2 + m - 1 = 0$$

es el cuadruple de la otra raíz, halle un valor de m .

- A) -8 B) 6 C) 5
D) 7 E) -5

18. Halle la suma de cuadrados de las raíces no reales de la ecuación

$$x^8 - 13x^4 + m - 1 = 0$$

Considere que el producto de raíces es 36.

- A) -8 B) -6 C) -10
D) 14 E) -28

19. Dada la ecuación $3x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ de coeficientes enteros, si dos de sus raíces son $(4+i)$ y $(5+\sqrt{2})$, halle el valor de $(d+a)$.

- A) 1119 B) 337 C) 391
D) 440 E) 345

20. Se tiene las siguientes ecuaciones equivalentes:

$$x^3 - 9x^2 + mx + n = 0$$

$$x^2 - 4x - 5 = 0$$

Determine una ecuación cuadrática de raíces

$$m-n \text{ y } \frac{n}{5}.$$

- A) $x^2 - 40x + 375 = 0$
B) $x^2 + 13x + 30 = 0$
C) $x^2 - 13x + 30 = 0$
D) $x^2 - 15x + 50 = 0$
E) $x^2 + 5x - 50 = 0$

21. Determine la condición para que las ecuaciones $x^3 + 2x + a = 0$ y $x^2 + x + b = 0$ presenten una raíz en común.

- A) $(b+a)^2 + (b-2)(b^2-3b+a) = 0$
B) $(b+a)^2 + (b-3)(b^2-2b+a) = 0$

$$C) (b-a)^2 + (b-3)(b^2-2b-a) = 0$$

$$D) (b-a)^2 + (b-2)(b^2-2b+a) = 0$$

$$E) (b+a)^2 + (b-3)(b^2-2a+b) = 0$$

22. Determine a para que se cumpla que la ecuación $x^3 - 12x^2 + ax - 48 = 0$ tenga una raíz que sea media aritmética de las otras dos.

- A) -44 B) 46 C) -46
D) 44 E) 60

23. Determine la suma de cuadrados de las raíces de la siguiente ecuación.

$$(x-6)(x-8)(x+5)(x+3) = 504$$

- A) 134 B) 137 C) 140
D) 142 E) 124

24. Sea el polinomio $P_{(x)}$ tal que $n \in \mathbb{N} \wedge n \geq 2$.

$$P_{(x)} = x^3 - 3nx^2 + (3n^2 - 1)x - n(n^2 - 1)$$

Indique la secuencia correcta de verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones.

- I. El producto de dos raíces es $(n^2 - 1)$.
II. Las raíces están en P.A.
III. Si $k \in \mathbb{N}$, $k > n$, entonces, $P_{(k)}$ es múltiplo de 6.

- A) VVV B) VVF C) FVV
D) VFV E) VFF