

[academiacesarvallejo.edu.pe](http://academiacesarvallejo.edu.pe)

Ciclo

**INTENSIVO  
UNI**



— ACADEMIA —  
**CÉSAR  
VALLEJO**

— ACADEMIA —  
**CÉSAR  
VALLEJO**

— ACADEMIA —  
**CÉSAR  
VALLEJO**

— ACADEMIA —  
**CÉSAR  
VALLEJO**

[academiacesarvallejo.edu.pe](http://academiacesarvallejo.edu.pe)

Ciclo

**INTENSIVO  
UNI**



— ACADEMIA —  
**CÉSAR  
VALLEJO**

— ACADEMIA —  
**CÉSAR  
VALLEJO**

**ARITMÉTICA**

**Tema: Razones y Proporciones**

**Docente: Juan Flores**

## OBJETIVOS



# 1

Conocer las clases de razones y sus aplicaciones.

# 2

Comprender la proporción aritmética y la proporción geométrica.

# 3

Entender la igualdad de las razones geométricas equivalentes.

## RAZONES

Es la comparación de dos cantidades, la cual puede ser:

RAZÓN ARITMÉTICA	RAZÓN GEOMÉTRICA
Se realiza mediante una sustracción.	Se realiza mediante una división.
<p><b>Ejemplo:</b></p> $\underbrace{36 - 12}_{\text{Razón Aritmética}} = 24$ <p>Donde:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>♦ 36 es el antecedente</li> <li>♦ 12 es el consecuente</li> <li>♦ 24 es el valor de la razón aritmética</li> </ul>	<p><b>Ejemplo:</b></p> $\underbrace{\frac{48}{16}}_{\text{Razón Geométrica}} = 3$ <p>Donde:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>♦ 48 es el antecedente</li> <li>♦ 16 es el consecuente</li> <li>♦ 3 es el valor de la razón geométrica</li> </ul>

### OBSERVACIÓN:

♦ Cuando no se especifique la clase de **razón**, se asume que es la **razón geométrica**, debido a que es la razón más usada.

### Ejemplo:

♦ Dos cantidades son entre si como 3 es a 7.

Sean  $A$  y  $B$  dichas cantidades, entonces:

$$\frac{A}{B} = \frac{3k}{7k} \rightarrow \begin{matrix} A = 3k \\ B = 7k \end{matrix}$$

### Ejemplo:

♦  $M$  es a  $N$  como 3 es a 4 y  $N$  es a  $P$  como 6 es a 7.

Son iguales

$$\frac{M}{N} = \frac{3(3)k}{4(3)k} \quad \frac{N}{P} = \frac{6(2)k}{7(2)k}$$

Donde:  $MCM(4; 6) = 12$

Luego del **Proceso de Homogenización**

$$\begin{matrix} M = 9k \\ N = 12k \\ P = 14k \end{matrix}$$

## PROBLEMAS DE EDADES

### Ejemplo:

Sandra y Valeria actualmente tienen 20 y 16 años respectivamente. ¿Cuáles eran sus edades hace 5 años y que edad tendrán dentro de 8 años?

### Resolución:

	Pasado	Presente	Futuro
Sandra	15	20	28
Valeria	11	16	24

Diferencia de  
edades

$$4 = 4 = 4$$

La diferencia de las edades  
siempre es la **misma**

En conclusión, al comparar las edades de dos personas, se debe tener en cuenta la **diferencia de las edades** ya que es siempre la **misma**.

## PROBLEMAS DE REUNIONES

En una reunión, si hay personas bailando en pareja, se entiende que un varón baila con una mujer.

Por lo tanto:

$$\text{Nº de varones que bailan} = \text{Nº de mujeres que bailan}$$

$$\frac{\text{Nº de personas que bailan}}{2} = \text{Nº de parejas que bailan}$$

Además:

$$\text{Nº de varones} + \text{Nº de mujeres} = \text{Nº total de personas}$$

$$\text{Nº de personas que bailan} + \text{Nº de personas que no bailan} = \text{Nº total de personas}$$

## PROBLEMAS DE MEZCLA

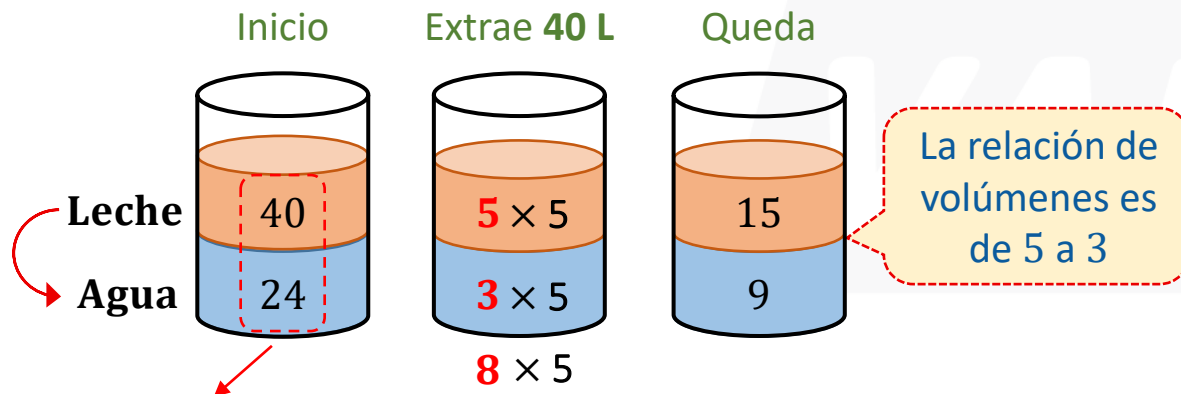
$$\text{Relación Vol. (INICIO)} = \text{Relación Vol. (EXTRAE)} = \text{Relación Vol. (FINAL)}$$

### Ejemplo:

De un recipiente que contiene leche y agua. Se extrae 40 litros, quedando 15 litros de leche y 9 litros de agua. Halle la razón aritmética de los volúmenes de leche y agua que había al inicio.

### Resolución:

De acuerdo al enunciado, se tiene:



$$RA = 40 - 24 = 16$$

Por lo tanto: La razón aritmética pedida es 16.

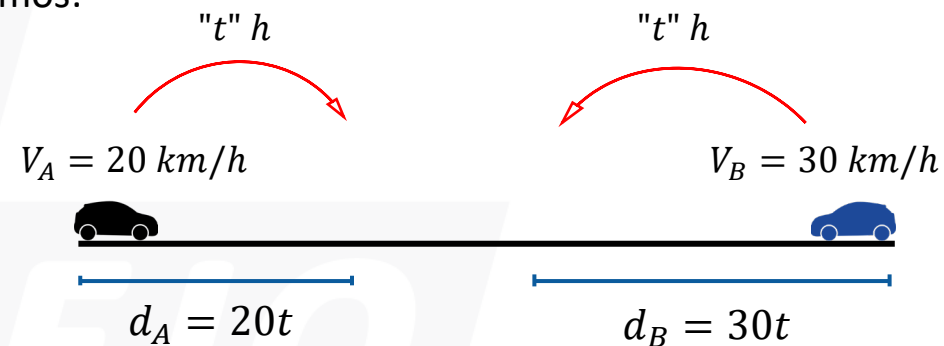
## PROBLEMAS DE MÓVILES

### Ejemplo:

Dos móviles A y B parten simultáneamente a su encuentro con velocidades de 20 km/h y 30 km/h. ¿En que relación estarán las distancias recorridas después de  $t$  horas?

### Resolución:

Tenemos:



Donde:

$$\frac{V_A}{V_B} = \frac{2}{3} \quad \rightarrow \quad \frac{d_A}{d_B} = \frac{20t}{30t} = \frac{2}{3}$$

En conclusión, la relación de las **distancias recorridas** por los móviles será el mismo que la relación de sus **velocidades**.



# PROPORCIONES

Igualdad de dos razones de la misma clase, la cual puede ser:

PROPORCIÓN ARITMÉTICA	PROPORCIÓN GEOMÉTRICA
<p><u>Ejemplo:</u></p> $36 - 32 = 24 - 20$ <p>Donde:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• 36 y 32 son los <b>antecedentes</b></li><li>• 24 y 20 son los <b>consecuentes</b></li><li>• 36 y 20 son los <b>términos extremos</b></li><li>• 32 y 24 son los <b>términos medios</b></li></ul> <div>Suma de EXTREMOS = Suma de MEDIOS</div>	<p><u>Ejemplo:</u></p> $\frac{48}{16} = \frac{6}{2}$ <p>Donde:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• 48 y 6 son los <b>antecedentes</b></li><li>• 16 y 2 son los <b>consecuentes</b></li><li>• 48 y 2 son los <b>términos extremos</b></li><li>• 16 y 6 son los <b>términos medios</b></li></ul> <div>Producto de EXTREMOS = Producto de MEDIOS</div>

# TIPOS DE PROPORCIONES

DISCRETA	CONTINUA
<p>Cuando los <b>términos medios</b> son <b>diferentes</b>.</p> <p><u>Proporción Aritmética</u></p> $10 - 8 = 7 - 5$ <p>Donde:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• 5 es la <b>cuarta diferencial</b> de 10, 8 y 7</li></ul> <p><u>Proporción Geométrica</u></p> $\frac{30}{10} = \frac{18}{6}$ <p>Donde:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• 6 es la <b>cuarta proporcional</b> de 30, 10 y 18</li></ul>	<p>Cuando los <b>términos medios</b> son <b>iguales</b>.</p> <p><u>Proporción Aritmética</u></p> $35 - 28 = 28 - 21$ <ul style="list-style-type: none"><li>• 28 es la <b>media diferencial</b> de 35 y 21</li><li>• 21 es la <b>tercera diferencial</b> de 35 y 28</li></ul> <p><u>Proporción Geométrica</u></p> $\frac{90}{30} = \frac{30}{10}$ <ul style="list-style-type: none"><li>• 30 es la <b>media proporcional</b> de 90 y 10</li><li>• 10 es la <b>tercera proporcional</b> de 90 y 30</li></ul>

## IGUALDAD DE RAZONES GEOMÉTRICAS EQUIVALENTES

### Ejemplo:

Sean las razones:

$$\frac{20}{4} = 5, \frac{35}{7} = 5, \frac{30}{6} = 5$$



<b>Antecedentes</b>		
$\frac{20}{4}$	$=$	$\frac{35}{7}$
$=$	$=$	$\frac{30}{6}$
<b>Consecuentes</b>		

$$= 5$$

Constante de  
proporcionalidad

Donde:

- 20 y 6 son los **términos extremos**

De manera general:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{g}{h} = k$$

También se le denomina **Serie de Razones Geométricas Equivalentes (SRGE)**

## PROPIEDADES

Del ejemplo anterior:  $\frac{20}{4} = \frac{35}{7} = \frac{30}{6} = 5$

$$\diamond \frac{35 + 20}{7 + 4} = \frac{55}{11} = 5$$

$$\diamond \frac{20 + 35 + 30}{4 + 7 + 6} = \frac{85}{17} = 5$$

$$\diamond \frac{35 - 20}{7 - 4} = \frac{15}{3} = 5$$

$$\diamond \frac{20 + 35 - 30}{4 + 7 - 6} = \frac{25}{5} = 5$$

$$\frac{\text{Suma de Antecedentes}}{\text{Suma de Consecuentes}} = k$$

$$\diamond \frac{35 \times 20}{7 \times 4} = 5 \times 5 = 5^2$$

$$\diamond \frac{20 \times 35 \times 30}{4 \times 7 \times 6} = 5^3$$

$$\frac{\text{Producto de Antecedentes}}{\text{Producto de Consecuentes}} = k^n$$

Donde "**n**" es el número de razones que intervienen en la multiplicación.



**OBSERVACIÓN:****Ejemplo:**

Sean las siguientes razones geométricas:

$$\frac{162}{54} = \frac{54}{18} = \frac{18}{6} = \frac{6}{2} = 3$$

Se observa que cada consecuente es igual que el antecedente de la siguiente razón, excepto el último consecuente. A esta serie se le denomina **SRGE Continua**.

De manera general:

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = \frac{d}{e} = k$$

De lo anterior, usaremos la propiedad del producto de antecedentes y consecuentes, se tiene:

$$\frac{a \times \cancel{b} \times \cancel{c} \times \cancel{d}}{\cancel{b} \times \cancel{c} \times \cancel{d} \times e} = k^4 \quad \Rightarrow \quad \frac{a}{e} = k^4$$

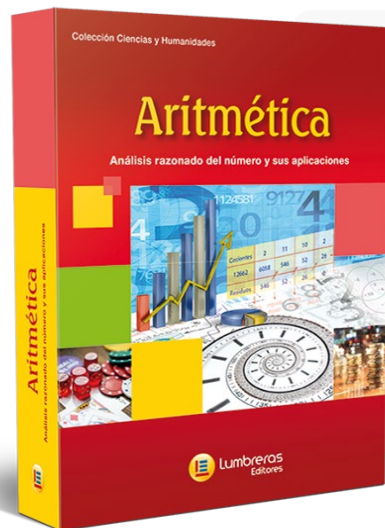
Donde:  $a$  y  $e$  son los términos extremos,  $k$  es la constante de proporcionalidad y 4 es la cantidad de razones de la **SRGE continua**.

Luego:

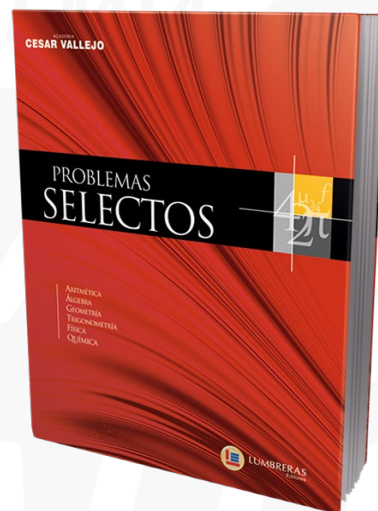
Como  $2^4 \rightarrow \frac{16e}{8e} = \frac{8e}{4e} = \frac{4e}{2e} = \frac{2e}{e} = 2 = \frac{2}{1}$   
 como  $1^4$

como  $2^3 \rightarrow \frac{8a}{12a} = \frac{12a}{18a} = \frac{18a}{27a} = \frac{2}{3}$   
 como  $3^3$

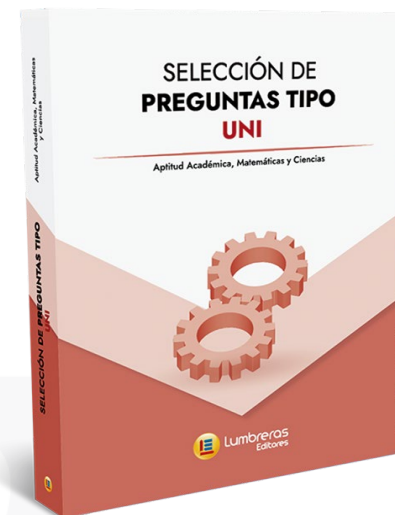
# BIBLIOGRAFÍA



**Aritmética:**  
Análisis razonado del  
número y sus aplicaciones



**Problemas Selectos:**  
Matemáticas,  
Ciencias Naturales



**Selección de preguntas tipo  
UNI:** Aptitud académica,  
Matemática y Ciencias



**GRACIAS**

SÍGUENOS:   

[academiacesarvallejo.edu.pe](http://academiacesarvallejo.edu.pe)