



CÉSAR VALLEJO



CÉSAR VALLEJO





ARITMÉTICA

Tema: Magnitudes Proporcionales

Docente: Julio Omar Torres Pérez

OBJETIVOS



Reconocer las relaciones de proporcionalidad directa en inversa (gráficas).



Conocer las propiedades de las relaciones entre magnitudes.



Conocer el uso de las magnitudes en diversas aplicaciones (Reparto proporcional, regla de compañía, sistemas de engranaje, problemas de obras).



MAGNITUDES PROPORCIONALES

MAGNITUDES DIRECTAMENTE PROPORCIONALES (DP)

Si *A DP B* se cumple:

$$\frac{\text{(Valores de }A)}{\text{(Valores de }B)} = \text{Constante}$$

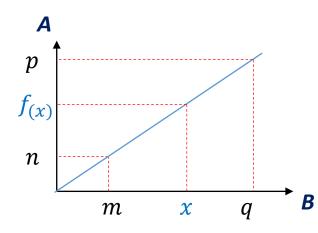


Si A aumenta entonces B aumenta



Si *A* disminuye entonces *B* disminuye

También: La gráfica de dos magnitudes **DP** está formada por puntos contenidos en una recta.



Como A **DP** B. Entonces:

$$\frac{n}{m} = \frac{p}{q} = \frac{f_{(x)}}{x} = k$$

Luego:

$$f_{(x)} = kx$$

Función de proporcionalidad directa

MAGNITUDES INVERSAMENTE PROPORCIONALES (IP)

Si *A IP B* se cumple:

(Valores de A) \times (Valores de B) = Constante



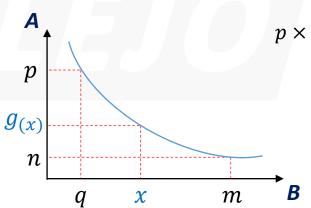
 \bigcirc Si A aumenta entonces B disminuye



 \bigcirc Si A disminuye entonces B aumenta

También: La gráfica de dos magnitudes *IP* está formada por una rama de una hipérbola equilátera.

Como A IP B. Entonces:



$$p \times q = n \times m = g_{(x)} \times (x) = m$$

Luego:

$$g_{(x)}=\frac{m}{x}$$

Función de proporcionalidad inversa



PROPIEDADES DE LAS MAGNITUDES PROPORCIONALES

Sean A, B, C y D magnitudes, se cumple que:

Propiedad 1





Propiedad 2

$$A DP B \longleftrightarrow A^n DP B^n \qquad C IP D \longleftrightarrow A^n IP B^n$$

$$C IP D \iff A^n IP B^n$$

$$A \ \mathbf{DP} \ B \ \longleftrightarrow \ \sqrt[n]{A} \ \mathbf{DP} \ \sqrt[n]{B} \qquad C \ \mathbf{IP} \ D \ \longleftrightarrow \ \sqrt[n]{C} \ \mathbf{IP} \ \sqrt[n]{D}$$

$$C IP D \iff \sqrt[n]{C} IP \sqrt[n]{D}$$

Propiedad 3

$$A DP B \iff A IP \frac{1}{B}$$

$$C IP D \iff C DP \frac{1}{D}$$

$$C IP D \iff C DP \frac{1}{D}$$

Propiedad 4

A IP D

$$A IP C \qquad \frac{A \times C \times D}{B} = Cte$$

Para buscar las relaciones entre las magnitudes se toma como referencia a la magnitud A.

SISTEMAS DE ENGRANAJES

Cuando tenemos ruedas engranadas se cumple:

Rueda "A"







(N° de dientes) IP (Número de vueltas)

Entonces:

$$\binom{\mathsf{N}^{\circ} \text{ vueltas}}{\mathsf{de} \, \mathsf{"A"}} \times \binom{\mathsf{N}^{\circ} \text{ dientes}}{\mathsf{de} \, \mathsf{"A"}} = \binom{\mathsf{N}^{\circ} \text{ vueltas}}{\mathsf{de} \, \mathsf{"B"}} \times \binom{\mathsf{N}^{\circ} \text{ dientes}}{\mathsf{de} \, \mathsf{"B"}}$$

Cuando tenemos ruedas unidas por un eje se cumple:



Rueda "C"

$$\binom{N^{\circ} \text{ vueltas}}{\text{de "C"}} = \binom{N^{\circ} \text{ vueltas}}{\text{de "D"}}$$





REPARTO PROPORCIONAL

Reparto Simple (DP o IP)

Reparta *N* en forma **Ejemplo:**

DP a los números 3; 4 y 6.

$$\frac{(Parte)}{(Índice)} = Cte$$

$$\rightarrow \frac{A}{3} = \frac{B}{4} = \frac{C}{6} = k$$

$$A = 3k \; ; B = 4k \; ; C = 6k$$

$$\rightarrow N = 13k$$

IP a los números 3; 4 y 6.

$$(Parte).(Índice) = Cte$$

MCM(3; 4; 6)

$$A \times 3 = B \times 4 = C \times 6 = k = 12n$$

$$A = 4n ; B = 3n ; C = 2n$$

$$\rightarrow N = 9n$$



Reparto Compuesto

Ejemplo: Reparta N en forma IP a los índices 3; 2 y 5 pero DP a los números 2; 3 y 4.

$$\frac{(Parte).(\text{Índice 2})}{(\text{Índice 1})} = Cte \rightarrow \frac{A \times 3}{2} = \frac{B \times 2}{3} = \frac{C \times A}{4}$$

$$\frac{A \times 3}{2 \times 30} = \frac{B \times 2}{3 \times 30} = \frac{C \times 5}{4 \times 30}$$
 Se divide cada parte entre el $MCM(3; 2; 5) = 30$

Se divide cada parte entre

Simplificando se tiene:

$$\frac{A}{20} = \frac{B}{45} = \frac{C}{24} = k$$

$$A = 20k$$

$$B = 45k$$

$$C = 24k$$



NOTAS:

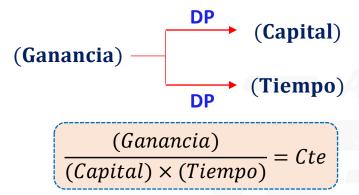
Se sugiere simplificar los índices o números de reparto para operar números menores.

El valor de la constante dependerá de otros datos que proporcione el problema.



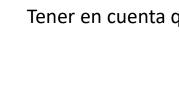
REGLA DE COMPAÑÍA

Las magnitudes que intervienen:



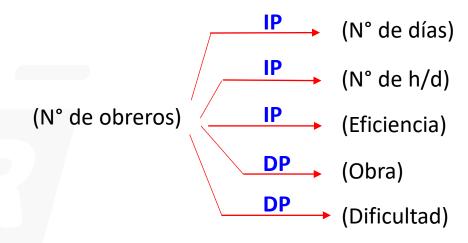
Tener en cuenta que:

- Si los tiempos son iguales se repartirá **DP** a los capitales.
- Si los capitales son iguales se repartirá **DP** a los tiempos.
- Si los capitales son IP a los tiempos; todas las ganancias son iguales.
- Se recomienda realizar una línea de tiempo para trabajar en forma ordenada.





Relacionemos las principales magnitudes que intervienen:



Se cumple que:

$$\frac{(N^{\circ} \ obreros) \times (N^{\circ} \ días) \times (N^{\circ} \ h/d) \times (Eficiencia)}{(Obra) \times (Dificultad)} = Cte$$

Recuerda que:

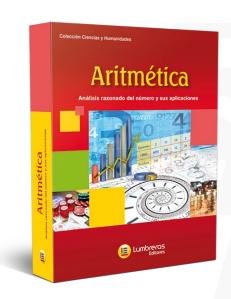
DP: Divide

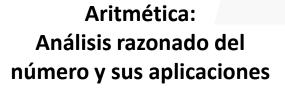
IP: Multiplica

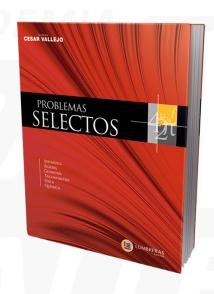




BIBLIOGRAFÍA







Problemas Selectos: Matemáticas, Ciencias Naturales



Selección de preguntas tipo UNI: Aptitud académica, Matemática y Ciencias



- ACADEMIA -CÉSAR VALLEJO

GRACIAS









academiacesarvallejo.edu.pe