PROGRAMACIÓN MATEMÁTICA

Programación Lineal Particular (PLP)

Problema de Asignación

Dr. Ing. Adolfo E. Onaine

UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL
FACULTAD REGIONAL Mar del Plata

PROBLEMA DE ASIGNACIÓN

El modelo de asignación tiene sus principales aplicaciones en: Trabajadores a tareas, Oficinas al personal, Vehículos a rutas, Máquinas a trabajos, Vendedores a regiones, productos a fabricar, etc.

El problema de asignación debe su nombre a la aplicación particular de asignar hombres a trabajos (o trabajos a máquinas), con la condición de que cada hombre puede ser asignado a un trabajo y que cada trabajo tendrá asignada una persona.

Los problemas de asignación presentan una estructura similar a los de transporte, pero con dos diferencias:

- asocian igual número de orígenes con igual número de demandas y
- las ofertas en cada origen es de valor uno, como lo es la demanda en cada destino.

La condición necesaria y suficiente para que este tipo de problemas tenga solución, es que se encuentre balanceado, es decir, que los recursos totales sean iguales a las demandas totales.

MODELO MATEMÁTICO DEL PROBLEMA DE ASIGNACIÓN

$$\min \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij}$$

sujeto a :

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = 1,\ j = 1 \cdots n$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = 1, i = 1 \cdots m$$

$$x_{ij} \in \{0,1\}$$

CASOS ESPECIALES DEL MODELO DE ASIGNACIÓN

- *Oferta y demanda desiguales.*

  Cuando la oferta y la demanda son desiguales, se asigna una actividad ficticia con un costo de cero para mantener la condición de método que deben ser igual número de ofertas y demandas.

- *Problemas de maximización.*

  Considere un problema de asignación en el que la respuesta a cada asignación es una utilidad en vez de un costo. Convierta la matriz de utilidades del problema en una nueva la cual consiste en que el número que aparece en cada celdilla representa un costo en lugar de un beneficio.

- Problemas con asignación inaceptable.

  Supóngase que se está resolviendo un problema de asignación y que se sabe que ciertas asignaciones son inaceptables. Para alcanzar esta meta, simplemente asigna un costo arbitrariamente grande representado mediante la letra M. M es un número tan grande que si se le resta un número finito cualquiera, queda todavía un valor mayor que los demás.

ALGORITMO DE LOS CEROS ESENCIALES

1. Representar la matriz que representa la relación entre orígenes y destinos.
2. Reducir la matriz por filas (o por columnas) hasta encontrar al menos un cero por fila y por columna.
3. A los ceros asignarle un valor asociado θ (proveniente de la suma del menor valor de la fila y menor valor de la columna).
4. Buscar el cero con mayor θ y esa relación representa la asignación a adoptar.
5. Eliminar fila y columna del cero seleccionado.
6. Volver al paso 2 hasta encontrar todas las asignaciones posibles.

EJEMPLO

Una empresa de recursos humanos ha entrevistado a 4 personas para cubrir 3 puestos de trabajo para un cliente del sector alimenticio.

La tabla de calificaciones obtenidas por cada postulante para cada puesto se presentan en la siguiente tabla.

Postulantes\Puestos	Trabajo 1	Trabajo 2	Trabajo 3
Rocío Fernández	100	80	90
Lucio Cimmati	90	100	90
Gracia Rodriguez	90	100	100
Juan Lemmi	100	90	80

Usted debe determinar la asignación óptima e informar a su superior.

Postulantes\Puestos	Trabajo 1	Trabajo 2	Trabajo 3
Rocío Fernández	100	80	90
Lucio Cimmati	90	100	90
Gracia Rodriguez	90	100	100
Juan Lemmi	100	90	80

Esta tabla no es cuadrada, por lo tanto se debe generar un trabajo ficticio

Postulantes\Puestos	Trabajo 1	Trabajo 2	Trabajo 3	Trabajo Ficticio
Rocío Fernández	100	80	90	0
Lucio Cimmati	90	100	90	0
Gracia Rodriguez	90	100	100	0
Juan Lemmi	100	90	80	0

Como tenemos que maximizar y el método minimiza debemos transformar la tabla con C´ij=Cij máx - Cij

Postulantes\Puestos	Trabajo 1	Trabajo 2	Trabajo 3	Trabajo Ficticio
Rocío Fernández	0	20	10	100
Lucio Cimmati	10	0	10	100
Gracia Rodriguez	10	0	0	100
Juan Lemmi	0	10	20	100

100

Ahora debemos reducir la columna del trabajo ficticio para obtener al menos un 0 por fila y por columna

Postulantes\Puestos	Trabajo 1	Trabajo 2	Trabajo 3	Trabajo Ficticio
Rocío Fernández	0 0	20	10	0 0
Lucio Cimmati	10	0 0	10	0 0
Gracia Rodriguez	10	0 0	0 10	0 0
Juan Lemmi	0 0	10	20	0 0

Asignamos a Gracia Rodríguez el Trabajo 3

Postulantes\Puestos	Trabajo 1	Trabajo 2	Trabajo Ficticio
Rocío Fernández	0^{0}	20	0^{0}
Lucio Cimmati	10	0^{10}	0^{0}
Juan Lemmi	0^{0}	10	0^{0}

Asignamos a Lucio Cimmati el Trabajo 2

Postulantes\Puestos	Trabajo 2	Trabajo Ficticio
Rocío Fernández	0^{0}	0^{0}
Juan Lemmi	0^{0}	0^{0}

Ahora nos quedan dos alternativas ya que todos los θ son iguales.

Las alternativas para la asignación de funciones son dos:

El Trabajo 1 es para Rocío, el 2 para Lucio y el 3 para Gracia quedando sin un puesto Juan; o

El Trabajo 1 es para Juan, el 2 para Lucio y el 3 para Gracia quedando sin un puesto Rocío.

El beneficio para el Trabajo 1 es un postulante que obtuvo una calificación de 100, sucediendo lo mismo para el 2 y para el 3.