

# Trabajo Práctico N°2

## Aplicación de Metodologías Programación Lineal General y Entera



### **Autores:**

**Francioli Ezequiel**  
**Mayor Joaquín Ignacio**  
**Bohnsdalen Alan**  
**Julián Gianatiempo**  
**Doumic Jeremias**

**Asignatura: Elementos de la Investigación Operativa**

**Ciclo Lectivo 2023**

# Introducción

Durante el año 2023, en la Ciudad de Mar del Plata, la panadería la Reina del Parque ubicada en el macrocentro de la ciudad solicita hacer un análisis acerca de sus diferentes tipos de facturas con relación a los beneficios que pueden brindar cada una, y cual es la cantidad de bandejas (24 facturas) que le conviene realizar, cumpliendo ciertos criterios de demanda, acompañada de algunas restricciones de los recursos que disponen.

Para ello se utilizará la técnica de la programación lineal General.

Se analizará la producción de 8 variedades de facturas.

Se dispone de un análisis de mercado con proyección de venta mínimo. Para mantener el prestigio de la marca existe una cantidad mínima de surtido de facturas que se deberán tener.

## Marco teórico

La programación lineal es una técnica matemática relativamente reciente (siglo XX), que consiste en una serie de métodos y procedimientos que permiten resolver problemas de optimización. Típicamente trata del problema de asignar recursos limitados entre actividades competidoras en la mejor forma posible, es decir, óptimas. En un problema de programación lineal se trata de optimizar (hacer máxima ó mínima, según los casos) una función (llamada función objetivo) sujeta a una serie de restricciones dadas mediante un sistema de ecuaciones y/o inecuaciones lineales. El adjetivo "lineal" significa que se requiere que todas las funciones matemáticas en este modelo sean funciones lineales. La programación lineal es una herramienta determinística, es decir, todos los parámetros del modelo se suponen conocidos con certeza. Si bien en la realidad, es raro encontrar un problema donde prevalezca la certeza, esta deficiencia es compensada proporcionando un análisis posóptimo que permite al tomador de decisiones probar la sensibilidad de la solución óptima estática respecto a cambios en los parámetros del modelo.

Se dice que un problema de programación lineal consiste en encontrar el óptimo (máximo o mínimo) de una función lineal en un conjunto que puede expresarse como la intersección de un número finito de hiperplanos y semiespacios en  $\mathbb{R}^n$ . Los problemas de programación lineal (PL) son un tipo de problemas de programación convexa, donde la función objetivo es convexa y las restricciones lineales forman una región convexa. También exhiben la característica especial que la solución óptima de los problemas debe descansar sobre alguna restricción o en la intersección de muchas restricciones y no en el interior de la región convexa donde las restricciones de desigualdad pueden ser satisfechas. Los puntos del plano que cumplen el sistema de desigualdades forman un recinto convexo acotado (poligonal) o no acotado, llamado región factible del problema. Todos los puntos de dicha región cumplen el sistema de desigualdades. Se trata de buscar, entre todos esos puntos, aquel o aquellos que hagan el valor de la función máximo o mínimo, según sea el problema. Los puntos de la región factible se denominan soluciones factibles.

El conjunto de los vértices del recinto se denomina conjunto de soluciones factibles básicas y el vértice donde se presenta la solución óptima (máxima o mínima) se llama solución óptima. Esta situación de que el óptimo descansa en la intersección de restricciones sirve como la base de los algoritmos de programación lineal. En general, un problema de programación lineal puede tener una, infinitas o ninguna solución. Si hay una única solución óptima, ésta se encuentra en un vértice de la región factible, y si hay infinitas soluciones óptimas, se encontraran en un lado de la región factible. Es posible que no haya solución óptima, pues cuando el recinto es no acotado, la función objetivo puede crecer o decrecer indefinidamente.

## Formulación de un modelo de programación lineal

En el proceso de formulación de un modelo de programación lineal hay que dar los siguientes pasos:

1. Determinación de las **variables de decisión**. Representan los elementos del sistema a modelar que son controlables por el decisor. En los modelos lineales continuos estas variables toman como valores números reales y se representan por letras con subíndices  $x_1, x_2, \dots$  como se acostumbra a hacer con las variables matemáticas, o literales alusivos a su significado: *peso, valor, etc.* En el primer caso también se utiliza la representación como vector de un conjunto indexado de variable:  
$$\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots)$$

2. Determinación de las **restricciones**. Representan las limitaciones prácticas de determinados recursos o imposiciones físicas de la realidad. Se expresan como ecuaciones e inecuaciones lineales de las variables de decisión. Matemáticamente adoptan una de las siguientes formas:

$$g_i(\mathbf{x}) \geq b_i; \quad g_i(\mathbf{x}) \leq b_i; \quad g_i(\mathbf{x}) = b_i \\ i = 1, \dots, m; \text{ con } g_i \text{ una función lineal en } \mathbf{x}$$

3. Formulación de la **función objetivo**. Se trata de la función que mide la calidad de la solución y que hay que optimizar (maximizar un beneficio o minimizar un coste). También es una función lineal de todas o parte de las variables de decisión.

$$\text{Maximizar } z = f(\mathbf{x}); \quad \text{Minimizar } z = f(\mathbf{x})$$

### Análisis de sensibilidad

A partir de la solución de un problema de programación lineal se puede extraer información muy relevante sobre sensibilidades. A partir de cambios en los coeficientes de la función objetivo o en las restricciones pueden determinarse fácilmente los cambios que se producen en la solución óptima, este análisis se conoce como análisis de sensibilidad posóptimo.

Este análisis resulta importante cuando el conocimiento de los coeficientes o límites en las restricciones es deficiente, de esta manera puede conocerse el efecto de expandir, por ejemplo, la capacidad de producción sobre el costo o el beneficio.

El primer componente que se examina son los precios sombra. El precio sombra nos indica cuánto cambiará la función objetivo si cambiamos el lado derecho de la correspondiente restricción. Esto normalmente se denomina "valor marginal", "precios duales" o "valor dual" para la restricción. Si cambiamos el coeficiente de las variables de la función objetivo, esta cambia la pendiente. Para "pequeños" cambios, el óptimo permanece en el mismo punto extremo. Para cambios mayores, la solución óptima se desplaza a otro punto

# Desarrollo

A partir de una entrevista con empleados del lugar se pudo obtener la siguiente información acerca de la situación y problemática a resolver:

En este momento la panadería cuenta con 8 tipos de facturas (variables) estas son medialunas dulces, cuca, ferrocarril, pan de leche, bola de fraile, churro, cañoncito y miguelito.

Para poder realizar la producción de los productos mencionados es necesario de la utilización de los siguientes materiales: grasa, manteca, harina, levadura, dulce de leche, membrillo, pastelera, azúcar impalpable y coco. La panadería cuenta con un stock semanal de: 20000 g de grasa, 20000 g de manteca, 100000 g de harina, 10000 g de levadura y 5000 g tanto de dulce de leche membrillo, pastelera, azúcar impalpable y coco respectivamente.

Para la producción de cada uno se mostrará un cuadro de la distribución de los materiales en gramos en las diferentes facturas:

Cantidad de materiales [ 2 docenas    En gramos ]								
Material	Medialuna	Cuca	Ferrocarril	Pan dLeche	Bola dFraile	Churro	Cañoncito	Miguelito
Grasa	0	0	0	0	50	25	0	0
Manteca	200	175	200	100	0	0	120	100
Harina	500	400	500	500	450	300	220	500
Levadura	25	20	25	30	20	0	20	50
DDL	0	0	0	0	500	300	250	0
Membrillo	0	500	200	0	0	0	0	0
Pastelera	0	0	200	250	0	0	0	200
Azucar imp	20	0	0	0	0	0	20	15
Coco	0	0	30	0	0	0	0	0

Por otro lado se obtuvo el costo de cada uno de los materiales distribuido por cada factura:

Costo materiales [ 2 docenas    En pesos ]								
Material	Medialuna	Cuca	Ferrocarril	Pan dLeche	Bola dFraile	Churro	Cañoncito	Miguelito
Grasa	\$0,00	\$0,00	\$0,00	\$0,00	\$35,00	\$17,50	\$0,00	\$0,00
Manteca	\$736,00	\$644,00	\$736,00	\$368,00	\$0,00	\$0,00	\$441,00	\$368,00
Harina	\$126,00	\$100,80	\$126,00	\$126,00	\$113,40	\$75,60	\$55,44	\$126,00
Levadura	\$125,00	\$100,00	\$125,00	\$150,00	\$100,00	\$0,00	\$100,00	\$250,00
DDL	\$0,00	\$0,00	\$0,00	\$0,00	\$500,00	\$300,00	\$250,00	\$0,00
Membrillo	\$0,00	\$500,00	\$200,00	\$0,00	\$0,00	\$0,00	\$0,00	\$0,00
Pastelera	\$0,00	\$0,00	\$128,00	\$160,00	\$0,00	\$0,00	\$0,00	\$128,00
Azucar imp	\$26,00	\$0,00	\$0,00	\$0,00	\$0,00	\$0,00	\$26,00	\$19,20
Coco	\$0,00	\$0,00	\$84,00	\$0,00	\$0,00	\$0,00	\$0,00	\$0,00
Costo total Mat.	\$1.013,00	\$1.344,80	\$1.399,00	\$804,00	\$748,40	\$393,10	\$872,44	\$891,20

Para el desarrollo del producto es importante determinar la cantidad de tiempo que conlleva cada actividad del proceso, conformada por: la preparación de la masa, dar forma, horneado, freído, relleno y la decoración, dichas actividades están desempeñadas por 4 empleados, los cuales trabajan 8 hs todos los días de la semana.Un día a la semana cada empleado es reemplazado por un franquero de forma rotativa. La repartición de los tiempos representados en minutos se mostrará en el siguiente cuadro:

Tiempo de Producción [ 2 docenas    En minutos ]								
Material	Medialuna	Cuca	Ferrocarril	Pan dLeche	Bola dFraile	Churro	Cañoncito	Miguelito
Masa	90	90	80	70	90	90	60	90
Dar forma	30	15	10	40	40	15	20	40
Horneado	20	15	15	25	0	0	15	20
Freir	0	0	0	0	15	10	0	0
Relleno	0	5	20	10	20	20	20	20
Decoración	5	5	5	0	10	10	5	5
Tiempo Total	145	130	130	145	175	145	120	175

En la semana debido a las horas laborales y cantidad de empleados, se cuenta con un máximo de 98 hs semanales para la preparación de la masa, 42 hs para dar forma, 36 hs para el horneado, 18 hs para freír y otras 18 hs para el relleno, por último cuentan con 9 hs para la decoración.

Los costos de cada actividad son los siguientes:

Costo de Producción [ Mano de obra ]								
Material	Medialuna	Cuca	Ferrocarril	Pan dLeche	Bola dFraile	Churro	Cañoncito	Miguelito
Masa	\$783,00	\$783,00	\$696,00	\$609,00	\$783,00	\$783,00	\$522,00	\$783,00
Dar forma	\$261,00	\$130,00	\$87,00	\$348,00	\$348,00	\$130,00	\$174,00	\$348,00
Horneado	\$174,00	\$130,00	\$130,00	\$218,00	\$0,00	\$0,00	\$130,00	\$174,00
Freir	\$0,00	\$0,00	\$0,00	\$0,00	\$130,00	\$87,00	\$0,00	\$0,00
Relleno	\$0,00	\$44,00	\$174,00	\$87,00	\$174,00	\$174,00	\$174,00	\$174,00
Decoración	\$44,00	\$44,00	\$44,00	\$0,00	\$87,00	\$87,00	\$44,00	\$44,00

En total la panadería para la inversión de todo el proceso cuenta con un presupuesto de \$600.000 semanales. El precio de venta de la bandeja (dos docenas) en la fecha 20/5/2023 es de \$4.800.-

Con este valor de venta se obtiene el beneficio por bandeja vendida para utilizarla en la función objetivo.

Costo materiales y mano de obra [ 2 docenas    En pesos ]								
	Medialuna	Cuca	Ferrocarril	Pan dLeche	Bola dFraile	Churro	Cañoncito	Miguelito
Costo total Mat.	\$1.013,00	\$1.344,80	\$1.399,00	\$804,00	\$748,40	\$393,10	\$872,44	\$891,20
Costo total M.O.	\$1.262,00	\$1.131,00	\$1.131,00	\$1.262,00	\$1.522,00	\$1.261,00	\$1.044,00	\$1.523,00
Costo total	\$2.275,00	\$2.475,80	\$2.530,00	\$2.066,00	\$2.270,40	\$1.654,10	\$1.916,44	\$2.414,20
Coefi. fn Objetivo	2525	2324,2	2270	2734	2529,6	3145,9	2883,56	2385,8

Para cumplir con una solicitud mínima de facturas a la semana se demanda desde la panadería que se produzcan 15 bandejas de medialunas dulces, 7 de cucas, 5 de ferrocarril, 7 de Pan de leche, 7 de miguelitos, 9 de churros, 6 cañoncitos, además se plantea el pronóstico máximo de 21 bandejas de medialunas dulces, 14 de cucas, 7 de ferrocarril, 14 de pan de leche, 14 de bola de fraile, 15 de churros, 10 de cañoncito y 9 de miguelito



Para el horneado de las bandejas se utilizan dos hornos eléctricos del tipo convector. El horno admite de a solo un tipo de producto por vez ya que tienen diferentes tiempos de cocción. Los hornos tienen una capacidad de horneado de a 4 bandejas por vez. El tiempo de horneado total diario es de 2hs aproximadamente distribuido en el día, según necesidad, por lo cual se pueden hornear en tandas de 20 minutos un total de 48 bandejas diarias.

Capacidad cocción del horno									
	Medialuna	Cuca	Ferrocarril	Pan d'Leche	Bola d'Fraile	Churro	Cañoncito	Miguelito	Limite
	4	4	4	4	0	0	4	4	$\leq 336$

## Resultados

### Variables:

**Fmd:** cantidad de bandejas de medialunas dulces a fabricar semanalmente.

**Fcu:** cantidad de bandejas de cucas a fabricar semanalmente.

**Ffe:** cantidad de bandejas de ferrocarril a fabricar semanalmente.

**Fpa:** cantidad de bandejas de pan de leche a fabricar semanalmente.

**Fbo:** cantidad de bandejas de bolas de fraile a fabricar semanalmente.

**Fch:** cantidad de bandejas de churros a fabricar semanalmente.

**Fca:** cantidad de bandejas de cañoncitos a fabricar semanalmente.

**Fmi:** cantidad de bandejas de miguelito a fabricar semanalmente.

### Función objetivo (maximización):

F.o.(max beneficios) =  $2525,00 \cdot Fmd + 2324,20 \cdot Fcu + 2270,00 \cdot Ffe + 2734,00 \cdot Fpa + 2529,60 \cdot Fbo + 3145,90 \cdot Fch + 2883,56 \cdot Fca + 2385,80 \cdot Fmi$

### Restricciones:

**Sujetas a ventas semanales (unidades = bandejas de 24 facturas cada una):**

Ventas Fmd:

$15 \leq Fmd \leq 21$  unidades semanales

Ventas Fcu:

$7 \leq Fcu \leq 14$  unidades semanales

Ventas Ffe:

$5 \leq Ffe \leq 7$  unidades semanales

Ventas Fpa:

$7 \leq Fpa \leq 14$  unidades semanales

Ventas Fbo:

$Fbo \leq 14$  unidades semanales

Ventas Fch:

$9 \leq Fch \leq 15$  unidades semanales

Ventas Fca:

$6 \leq Fca \leq 10$  unidades semanales

Ventas Fmi:

$7 \leq Fmi \leq 9$  unidades semanales

**Sujetas a presupuesto semanal según costos:**

$Fmd . 2275,00 + Fcu . 2475,80 + Ffe . 2530,00 + Fpa . 2066,00 + Fbo . 2270,40 + Fch . 1654,10 + Fca . 1916,44 + Fmi . 2414,20 \leq 600000$

**Sujetas a tiempos de producción semanales (min):**

Preparación de la masa:

$Fmd . 90 + Fcu . 90 + Ffe . 80 + Fpa . 70 + Fbo . 90 + Fch . 90 + Fca . 60 + Fmi . 90 \leq 5880$

Dar forma:

$Fmd . 30 + Fcu . 15 + Ffe . 10 + Fpa . 40 + Fbo . 40 + Fch . 15 + Fca . 20 + Fmi . 40 \leq 2520$

Horneado:

$Fmd . 20 + Fcu . 15 + Ffe . 15 + Fpa . 25 + Fbo . 0 + Fch . 0 + Fca . 15 + Fmi . 20 \leq 2240$

Freír:

$Fmd . 0 + Fcu . 0 + Ffe . 0 + Fpa . 0 + Fbo . 15 + Fch . 10 + Fca . 0 + Fmi . 0 \leq 1120$

Relleno:

$Fmd . 0 + Fcu . 5 + Ffe . 20 + Fpa . 10 + Fbo . 20 + Fch . 20 + Fca . 20 + Fmi . 20 \leq 1120$

Decoración:

$Fmd . 5 + Fcu . 5 + Ffe . 5 + Fpa . 0 + Fbo . 10 + Fch . 10 + Fca . 5 + Fmi . 5 \leq 560$

**Sujetas a cantidad de insumos semanales según compras (g):**

Grasa:

$Fmd . 0 + Fcu . 0 + Ffe . 0 + Fpa . 0 + Fbo . 50 + Fch . 25 + Fca . 0 + Fmi . 0 \leq 140000$

Manteca:

$Fmd . 200 + Fcu . 175 + Ffe . 200 + Fpa . 100 + Fbo . 0 + Fch . 0 + Fca . 120 + Fmi . 100 \leq 140000$

Harina:

$Fmd . 500 + Fcu . 400 + Ffe . 500 + Fpa . 500 + Fbo . 450 + Fch . 300 + Fca . 220 + Fmi . 500 \leq 700000$

Levadura:

$Fmd . 25 + Fcu . 20 + Ffe . 25 + Fpa . 30 + Fbo . 20 + Fch . 0 + Fca . 20 + Fmi . 50 \leq 70000$

Dulce de leche:

$Fmd . 0 + Fcu . 0 + Ffe . 0 + Fpa . 0 + Fbo . 500 + Fch . 300 + Fca . 250 + Fmi . 0 \leq 35000$

Membrillo:

$$Fmd . 0 + Fcu . 500 + Ffe . 200 + Fpa . 0 + Fbo . 0 + Fch . 0 + Fca . 0 + Fmi . 0 \leq 35000$$

Pastelera:

$$Fmd . 0 + Fcu . 0 + Ffe . 200 + Fpa . 250 + Fbo . 0 + Fch . 0 + Fca . 0 + Fmi . 200 \leq 35000$$

Azúcar impalpable:

$$Fmd . 20 + Fcu . 0 + Ffe . 0 + Fpa . 0 + Fbo . 0 + Fch . 0 + Fca . 20 + Fmi . 15 \leq 35000$$

Coco:

$$Fmd . 0 + Fcu . 0 + Ffe . 30 + Fpa . 0 + Fbo . 0 + Fch . 0 + Fca . 0 + Fmi . 0 \leq 35000$$

**Sujetas a capacidad semanal de cocción del horno (unidad = 1 bandeja):**

$$(Fmd) 4 + (Fcu) 4 + (Ffe) 4 + (Fpa) 4 + (Fbo) 0 + (Fch) 0 + (Fca) 4 + (Fmi) 4 \leq 336$$

**Restricción de no negatividad de las variables:**

$$0 \leq Fmd , Fcu , Ffe , Fpa , Fbo , Fch , Fca , Fmi$$

**Planteo de resolución POM-QM:**

Para la resolución del problema planteado se utilizó el programa POM. El módulo utilizado dentro del programa fue el Linear Programming debido al número de restricciones y a las características de las soluciones.

El plan de producción semanal óptimo para las cumplir con las restricciones planteadas son:

<b>Medialunas dulces:</b>	15 Bandejas
<b>Cuca:</b>	7 Bandejas
<b>Ferrocarril:</b>	5 Bandejas
<b>Pan de Leche:</b>	14 Bandejas
<b>Bola de Fraile:</b>	0 Bandejas
<b>Churro:</b>	14 Bandejas
<b>Cañoncito:</b>	10 Bandejas
<b>Miguelito:</b>	7 Bandejas

Y presenta un beneficio por venta semanal de:

**\$194.397,80**



## Estado de recursos para plan hallado:

Variable	Value	Reduced Cost	Original Val	Lower Bound	Upper Bound
Medialuna Dulce	15	0	2525	-Infinity	3145,9
Cuca	7	0	2324,2	-Infinity	3145,9
Ferrocarril	5	0	2270	-Infinity	2796,355
Pan de Leche	14	0	2734	2446,811	Infinity
Bola de Fraile	0	616,2998	2529,6	-Infinity	3145,9
Churro	14,3333	0	3145,9	2553,75	3515,143
Cañoncito	10	0	2883,56	2097,267	Infinity
Miguelito	7	0	2385,8	-Infinity	3145,9
Constraint	Dual Value	Slack/Surplus	Original Val	Lower Bound	Upper Bound
Costo total	0	447197,8	600000	152802,2	Infinity
pronostico minimo Fmd	-620,8999	0	15	14,3333	20,3333
pronostico minimo Fcu	-821,7	0	7	6,3333	12,3333
pronostico minimo Ffe	-526,3555	0	5	4,25	7
pronostico minimo Fpa	0	7	7	-Infinity	14
pronostico minimo Fmi	-760,0999	0	7	6,3333	9
pronostico minimo Fch	0	5,3333	9	-Infinity	14,3333
pronostico minimo Fca	0	4	6	-Infinity	10
Pronostico Máximo Fmd	0	6	21	15	Infinity
Pronostico Máximo Fcu	0	7	14	7	Infinity
Pronostico Máximo Ffe	0	2	7	5	Infinity
Pronostico Máximo Fpa	287,189	0	14	13,1429	20,8571
Pronostico Máximo Fbo	0	14	14	0	Infinity
Pronostico Máximo Fch	0	,6667	15	14,3333	Infinity
Pronostico Máximo Fca	786,2935	0	10	9	18
Pronostico Máximo Fmi	0	2	9	7	Infinity
Capacidad de coccion en horno	0	104	336	232	Infinity
Preparación de la masa	34,9544	0	5880	5400	5940
Dar forma	0	660	2520	1860	Infinity
Horneado	0	1120	2240	1120	Infinity
Freir	0	976,6667	1120	143,3333	Infinity
Relleno	0	218,3333	1120	901,6667	Infinity
Decoración	0	196,6667	560	363,3333	Infinity
Grasa	0	139641,7	140000	358,3281	Infinity
Manteca	0	131475	140000	8525	Infinity
Harina	0	670200	700000	29800	Infinity
Levadura	0	68390	70000	1610	Infinity
Dulce de leche	0	28200	35000	6800	Infinity
Membrillo	0	30500	35000	4500	Infinity
Pastelera	0	29100	35000	5900	Infinity
Azucar impalpable	0	34395	35000	605	Infinity
Coco	0	34850	35000	150	Infinity

Pronostico máximo Fmd	Sobra:	6	unidades semanales
Pronostico máximo Fcu	Sobra:	7	unidades semanales
Pronostico máximo Ffe	Sobra:	2	unidades semanales
Pronostico máximo Fpa	Agotado		
Pronostico máximo Fbo	Sobra:	14	unidades semanales
Pronostico máximo Fmi	Sobra:	2	unidades semanales
Pronostico máximo Fch	Sobra:	0,667	unidades semanales
Pronostico máximo Fca	Agotado		
Capacidad de cocción del horno	Sobra:	104	Hrs semanales
Preparación de la Masa	Agotado		
Dar forma	Sobra:	660	Hrs semanales
Horneado	Sobra:	1120	Hrs semanales
Freir	Sobra:	976,667	Hrs semanales
Relleno	Sobra:	218,333	Hrs semanales
Decoración	Sobra:	196,667	Hrs semanales
Grasa	Sobra:	139.641,70	Gramos
Manteca	Sobra:	131.475	Gramos
Harina	Sobra:	670.200	Gramos
Levadura	Sobra:	68.390	Gramos
DDL	Sobra:	28.200	Gramos
Membrillo	Sobra:	30.500	Gramos
Pastelera	Sobra:	29.100	Gramos
Azucar imp	Sobra:	34.395	Gramos
Coco	Sobra:	34.850	Gramos
Costo total	Sobra:	447.197,80	Pesos

Factura 4 Solution

	Medialuna Dulce	Cuca	Ferrocarril	Pan de Leche	Bola de Fraile	Churro	Cañoncito	Miguelito		RHS	Dual
Maximize	2525	2324,2	2270	2734	2529,6	3145,9	2883,56	2385,8			
Costo total	2275	2475,8	2530	2066	2270,4	1654,1	1916,44	2414,2	<=	600000	0
pronostico minimo Fmd	1	0	0	0	0	0	0	0	>=	15	-620,8999
pronostico minimo Fcu	0	1	0	0	0	0	0	0	>=	7	-821,7
pronostico minimo Ffe	0	0	1	0	0	0	0	0	>=	5	-526,3555
pronostico minimo Fpa	0	0	0	1	0	0	0	0	>=	7	0
pronostico minimo Fmi	0	0	0	0	0	0	0	1	>=	7	-760,0999
pronostico minimo Fch	0	0	0	0	0	1	0	0	>=	9	0
pronostico minimo Fca	0	0	0	0	0	0	1	0	>=	6	0
Pronostico Máximo Fmd	1	0	0	0	0	0	0	0	<=	21	0
Pronostico Máximo Fcu	0	1	0	0	0	0	0	0	<=	14	0
Pronostico Máximo Ffe	0	0	1	0	0	0	0	0	<=	7	0
Pronostico Máximo Fpa	0	0	0	1	0	0	0	0	<=	14	287,189
Pronostico Máximo Fbo	0	0	0	0	1	0	0	0	<=	14	0
Pronostico Máximo Fch	0	0	0	0	0	1	0	0	<=	15	0
Pronostico Máximo Fca	0	0	0	0	0	0	1	0	<=	10	786,2935
Pronostico Máximo Fmi	0	0	0	0	0	0	0	1	<=	9	0
Capacidad de coccion en horno	4	4	4	4	0	0	4	4	<=	336	0
Preparación de la masa	90	90	80	70	90	90	60	90	<=	5880	34,9544
Dar forma	30	15	10	40	40	15	20	40	<=	2520	0
Horneado	20	15	15	25	0	0	15	20	<=	2240	0
Freir	0	0	0	0	15	10	0	0	<=	1120	0
Relleno	0	5	20	10	20	20	20	20	<=	1120	0
Decoración	5	5	5	0	10	10	5	5	<=	560	0
Grasa	0	0	0	0	50	25	0	0	<=	140000	0
Manteca	200	175	200	100	0	0	120	100	<=	140000	0
Harina	500	400	500	500	450	300	220	500	<=	700000	0
Levadura	25	20	25	30	20	0	20	50	<=	70000	0
Dulce de leche	0	0	0	0	500	300	250	0	<=	35000	0
Membrillo	0	500	200	0	0	0	0	0	<=	35000	0
Pastelera	0	0	200	250	0	0	0	200	<=	35000	0
Azucar impalpable	20	0	0	0	0	0	20	15	<=	35000	0
Coco	0	0	30	0	0	0	0	0	<=	35000	0
Solution->	15	7	5	14	0	14,3333	10	7	Optimal Z->	194397,8	

## Cambios en las restricciones:

- Debido al incremento de la demanda de la cuca, se empezó a establecer como producción mínima 10 bandejas de este tipo de factura a la semana.

Generando así una reducción de la cantidad de bandejas de churros. Esto se debe a que para hacer más cucas se necesita un tiempo extenso de preparación de masa (es el producto que más tarda junto a las medialunas, churros y miguelitos). Para hacer más cucas, hay que restarle tiempo de preparación de masa a preferentemente uno o varios de los otros 3 mencionados. Los churros son el producto que más alejado de su mínimo se encuentra de esos 3, por lo que lógicamente se lo elige para disminuir su producción en la cantidad necesaria.

El valor de los beneficios en este caso será de \$191.972,70.

Variable	Value	Reduced Cost	Original Val	Lower Bound	Upper Bound
Medialuna Dulce	15	0	2525	-Infinity	3145,9
Cuca	10	0	2324,2	-Infinity	3145,9
Ferrocarril	5	0	2270	-Infinity	2796,355
Pan de Leche	14	0	2734	2446,811	Infinity
Bola de Fraile	0	616,2998	2529,6	-Infinity	3145,9
Churro	11,3333	0	3145,9	2553,75	3515,143
Cañoncito	10	0	2883,56	2097,267	Infinity
Miguelito	7	0	2385,8	-Infinity	3145,9
Constraint	Dual Value	Slack/Surplus	Original Val	Lower Bound	Upper Bound
Costo total	0	444732,8	600000	155267,3	Infinity
pronostico minimo Fmd	-620,8999	0	15	11,3333	17,3333
pronostico minimo Fcu	-821,7	0	10	6,3333	12,3333
pronostico minimo Ffe	-526,3555	0	5	,875	7
pronostico minimo Fpa	0	7	7	-Infinity	14
pronostico minimo Fmi	-760,0999	0	7	3,3333	9
pronostico minimo Fch	0	2,3333	9	-Infinity	11,3333
pronostico minimo Fca	0	4	6	-Infinity	10
Pronostico Máximo Fmd	0	6	21	15	Infinity
Pronostico Máximo Fcu	0	4	14	10	Infinity
Pronostico Máximo Ffe	0	2	7	5	Infinity
Pronostico Máximo Fpa	287,189	0	14	9,2857	17
Pronostico Máximo Fbo	0	14	14	0	Infinity
Pronostico Máximo Fch	0	3,6667	15	11,3333	Infinity
Pronostico MáximoFca	786,2935	0	10	6	13,5
Pronostico Máximo Fmi	0	2	9	7	Infinity
Capacidad de coccion en horno	0	92	336	244	Infinity
Preparación de la masa	34,9544	0	5880	5670	6210
Dar forma	0	660	2520	1860	Infinity
Horneado	0	1075	2240	1165	Infinity
Freir	0	1006,667	1120	113,3333	Infinity
Relleno	0	263,3333	1120	856,6666	Infinity
Decoración	0	211,6667	560	348,3333	Infinity
Grasa	0	139716,7	140000	283,3281	Infinity
Manteca	0	130950	140000	9050	Infinity
Harina	0	669900	700000	30100	Infinity
Levadura	0	68330	70000	1670	Infinity
Dulce de leche	0	29100	35000	5900	Infinity
Membrillo	0	29000	35000	6000	Infinity
Pastelera	0	29100	35000	5900	Infinity
Azucar impalpable	0	34395	35000	605	Infinity
Coco	0	34850	35000	150	Infinity

- **Cambio en el tiempo disponible en la preparación de masa:**

Siendo que un gran limitante para el caso general es la preparación de la masa, se plantea un caso en el que se contrata de manera part-time un empleado solo para lidiar con esa parte del proceso. Esto ocasiona que el tiempo disponible semanal para preparación de masa aumente un 20% a 7056 min. Además los costos por mano de obra en esta parte del proceso para todos los productos sube un 20%.

	Medialuna Dulce	Cuca	Ferrocarril	Pan de Leche	Bola de Fraile	Churro	Cañoncito	Miguelito		RHS	Dual
Maximize	2368,4	2167,6	2130,8	2612,2	2373	2989,3	2779,16	2229,2			
Costo total	2431,6	2632,4	2669,2	2187,8	2427	1810,7	2020,84	2570,8	<=	600000	0
pronostico minimo Fmd	1	0	0	0	0	0	0	0	>=	15	0
pronostico minimo Fcu	0	1	0	0	0	0	0	0	>=	7	-201,9498
pronostico minimo Ffe	0	0	1	0	0	0	0	0	>=	5	0
pronostico minimo Fpa	0	0	0	1	0	0	0	0	>=	7	0
pronostico minimo Fmi	0	0	0	0	0	0	0	1	>=	7	-143,8
pronostico minimo Fch	0	0	0	0	0	1	0	0	>=	9	0
pronostico minimo Fca	0	0	0	0	0	0	1	0	>=	6	0
Pronostico Máximo Fmd	1	0	0	0	0	0	0	0	<=	21	0
Pronostico Máximo Fcu	0	1	0	0	0	0	0	0	<=	14	0
Pronostico Máximo Ffe	0	0	1	0	0	0	0	0	<=	7	20,9556
Pronostico Máximo Fpa	0	0	0	1	0	0	0	0	<=	14	767,8111
Pronostico Máximo Fbo	0	0	0	0	1	0	0	0	<=	14	0
Pronostico Máximo Fch	0	0	0	0	0	1	0	0	<=	15	616,3
Pronostico Máximo Fca	0	0	0	0	0	0	1	0	<=	10	1195,627
Pronostico Máximo Fmi	0	0	0	0	0	0	0	1	<=	9	0
Capacidad de coccion en	4	4	4	4	0	0	4	4	<=	336	0
Preparación de la masa	90	90	80	70	90	90	60	90	<=	7056	26,3156
Dar forma	30	15	10	40	40	15	20	40	<=	2520	0
Horneado	20	15	15	25	0	0	15	20	<=	2240	0
Freir	0	0	0	0	15	10	0	0	<=	1120	0
Relleno	0	5	20	10	20	20	20	20	<=	1120	,23
Decoración	5	5	5	0	10	10	5	5	<=	560	0
Grasa	0	0	0	0	50	25	0	0	<=	140000	0
Manteca	200	175	200	100	0	0	120	100	<=	140000	0
Harina	500	400	500	500	450	300	220	500	<=	700000	0
Levadura	25	20	25	30	20	0	20	50	<=	70000	0
Dulce de leche	0	0	0	0	500	300	250	0	<=	35000	0
Membrillo	0	500	200	0	0	0	0	0	<=	35000	0
Pastelera	0	0	200	250	0	0	0	200	<=	35000	0
Azucar impalpable	20	0	0	0	0	0	20	15	<=	35000	0
Coco	0	0	30	0	0	0	0	0	<=	35000	0
Solution->	17,3722	7	7	14	8,25	15	10	7	Optimal Z->	215616,7	

Variable	Value	Reduced Cost	Original Val	Lower Bound	Upper Bound
Medialuna Dulce	17,3722	0	2368,4	2179,8	2373
Cuca	7	0	2167,6	-Infinity	2369,55
Ferrocarril	7	0	2130,8	2109,844	Infinity
Pan de Leche	14	0	2612,2	1844,389	Infinity
Bola de Fraile	8,25	0	2373	2368,4	2393,956
Churro	15	0	2989,3	2373	Infinity
Cañoncito	10	0	2779,16	1583,533	Infinity
Miguelito	7	0	2229,2	-Infinity	2373
Constraint	Dual Value	Slack/Surplus	Original Val	Lower Bound	Upper Bound
Costo total	0	404630,1	600000	195369,9	Infinity
pronostico minimo Fmd	0	2,3722	15	-Infinity	17,3722
pronostico minimo Fcu	-201,9498	0	7	2,163	10,163
pronostico minimo Ffe	0	2	5	-Infinity	7
pronostico minimo Fpa	0	7	7	-Infinity	14
pronostico minimo Fmi	-143,8	0	7	1,25	9
pronostico minimo Fch	0	6	9	-Infinity	15
pronostico minimo Fca	0	4	6	-Infinity	10
Pronostico Máximo Fmd	0	3,6278	21	17,3722	Infinity
Pronostico Máximo Fcu	0	7	14	7	Infinity
Pronostico Máximo Ffe	20,9556	0	7	5	15,25
Pronostico Máximo Fpa	767,8111	0	14	7	22,54
Pronostico Máximo Fbo	0	5,75	14	8,25	Infinity
Pronostico Máximo Fch	616,3	0	15	9,25	23,25
Pronostico Máximo Fca	1195,627	0	10	6	18,25
Pronostico Máximo Fmi	0	2	9	7	Infinity
Capacidad de coccion en horno	0	86,5111	336	249,4889	Infinity
Preparación de la masa	26,3156	0	7056	6842,5	7382,5
Dar forma	0	228,8333	2520	2291,167	Infinity
Horneado	0	1042,556	2240	1197,444	Infinity
Freir	0	846,25	1120	273,75	Infinity
Relleno	,23	0	1120	1047,444	1167,444
Decoración	0	85,6389	560	474,3611	Infinity
Grasa	0	139212,5	140000	787,5	Infinity
Manteca	0	130600,6	140000	9399,445	Infinity
Harina	0	664101,4	700000	35898,63	Infinity
Levadura	0	68115,7	70000	1884,305	Infinity
Dulce de leche	0	23875	35000	11125	Infinity
Membrillo	0	30100	35000	4900	Infinity
Pastelera	0	28700	35000	6300	Infinity
Azucar impalpable	0	34347,55	35000	652,4453	Infinity
Coco	0	34790	35000	210	Infinity

El nuevo beneficio total se ve incrementado hasta \$215.616,7.

## Cambios en los coeficientes:

- ***A raíz del aumento de casos de Dengue, se triplicó el precio de costo del coco ya que se utiliza también como componente en tratamientos médicos. Esta modificación produjo cambios en el precio final de nuestro producto "ferrocarril".***

El precio del coco ahora es de **\$252**, el costo de producción del ferrocarril ahora será de **\$2698**, lo cual nos deja con un beneficio menor, de **\$2102** por bandeja vendida.

Dicho aumento en el costo del ferrocarril redujo el beneficio semanal a **\$193.557,8**, en vez de **\$194.397,80**, que habíamos mencionado antes.



Solution->	15	7	5	14	0	14,3333	10	7	Optimal Z->	193557,8
------------	----	---	---	----	---	---------	----	---	-------------	----------

## Cuadro comparativo de modificaciones:

	Original	Aumento demanda Cucas	Aumento precio coco	Aumento tiempo de preparacion de masa
Medialuna	15	15	15	17
Cuca	7	10	7	7
Ferrocarril	5	5	5	7
Pan de Leche	14	14	14	14
Bola de Fraile	0	0	0	8
Churro	14	11	14	15
Cañoncito	10	10	10	10
Miguelito	7	7	7	7
Beneficio total	194.397,80	191.932,70	193.557,80	215616,7

## Precio sombra:

Nos quedará un precio sombra de:

**\$2.097,26 por hora para seguir con la preparación de la masa.**

## Conclusiones

Según el modelo óptimo de planificación el beneficio máximo semanal será de **\$194.397,80**.

Para poder empezar a producir las bolas de fraile es necesario reducir su costo en \$617 aproximadamente, esto se desprende de la tabla de resultados (columna reduced cost). Con este valor la bola de fraile tendría menos costo que los churros y convendría producirla. Una manera de reducir los costos de la bola de fraile es conseguir otro proveedor de dulce de leche, lo cual influirá notablemente en el costo por materiales (que en un 66% es dulce de leche). Otra manera sería mecanizar alguna parte del proceso para reducir costos de mano de obra.

De los resultados se desprende que el presupuesto semanal sobrante es de \$447.197,80. Con este dinero se podría contratar más empleados para preparar la masa, o adquirir nueva maquinaria que mejore los tiempos de producción.

El único recurso agotado fue el de horas de preparación de la masa. Para poder continuar con la producción se deberá pagar **\$2.097,264 (Precio sombra)** por hora a la semana. Considerando el análisis de sensibilidad del modelo de PLG.

Cambiando las horas disponibles (y sus respectivos costos) con la contratación de otra persona part-time para preparar masa, se puede apreciar que el beneficio obtenido mejora casi un 11%. Además disminuye el sobrante de insumos en stock, y aprovecha mejor el presupuesto semanal cuyo nuevo sobrante es de \$404630.1. Estos datos hacen que esta alternativa sea interesante para considerar.

Según los resultados, se podrían optimizar el acopio de materia prima según análisis ya que queda mucho sobrante de Harina, Grasa y Manteca.

Los intervalos de optimalidad para los coeficientes de la F.O. y factibilidad de los recursos no se pueden determinar por requerir que la solución sea entera.

## Información para el jefe:

- Con las restricciones planteadas se obtendrá un beneficio de **\$194397,80** con una inversión de **\$152800** en el proceso de producción. El porcentaje beneficio/inversión es de **127.8%**.
- Incrementar el tiempo de preparación de masa contratando un empleado part-time obtendrá un beneficio de **\$215616.7** con una inversión de **\$195393.9** en el proceso de producción. El porcentaje beneficio/inversión es de **110.4%**, lo cual es menor al caso general y desalienta la inversión si se busca maximizar este porcentaje.
- Se debería invertir parte del presupuesto semanal sobrante en maquinarias o empleados para poder aumentar la capacidad de producción, dedicando un **tiempo mayor a la preparación de la masa**.
- Se podría **reducir el stock en acopio de manteca, grasa y harina** de ser necesario.
- El plan de producción obtenido es menor a la planificación de ventas semanal por lo cual resulta provechoso **aumentar la producción** ya que queda mucho mercado sin cubrir. En este caso el beneficio máximo sería de \$272640, osea un 40% más. Se deberá analizar la contratación de personal adicional junto con la compra de nuevos hornos.

## Bibliografía

- (1)  
Programación Lineal - Maria Muñoz Guillermo  
[https://ocw.bib.upct.es/pluginfile.php/10251/mod\\_resource/content/1/T7.pdf](https://ocw.bib.upct.es/pluginfile.php/10251/mod_resource/content/1/T7.pdf) recuperado el día 16/05/2023
- (2)  
Programación Lineal - Economipedia  
<https://economipedia.com/definiciones/programacion-lineal.html> recuperado el día 17/05/2023
- (3)  
Duarte M. (2023, 2 de Mayo). Entrevista personal.
- (4)  
La reina del parque (panadería) (2023, 5 de Mayo). Visita a sucursal / entrevista personal.
- (5)
- Programación Lineal General  
<https://www.fio.unicen.edu.ar/usuario/cgely/q13-0/Apuntes/unidad5.pdf> recuperado el día 24/05/2023
- Facultad de informática de Madrid  
<http://www.fdi.ucm.es/profesor/jjruz/MasterUned/Documentos%20en%20aLF/Tema%201.pdf>  
Recuperado el día 30/5/2023