

Projet 2 d'algorithmique

Auteurs

- Jocelyn Caron
- François Soulié

Table des matières

- [Exercice 1](#)
 - [Fonction CalculerMA](#)
 - [Fonction symetrique](#)
 - [Fonction acm](#)
 - [Fonction coutArc](#)
- [Exercice 2](#)
 - [Fonction coutMin_et_argCoutMin](#)
 - [Fonction coutParMinimisationLocale](#)
- [Résultat](#)

Exercice 1

Fonction CalculerMA

■ $m(j)$: Coût minimum d'un chemin allant du sommet 0 au sommet j .

■ $c(u,v)$: Coût de l'arc allant du sommet u au sommet v .

$$m(j) = \min_{v \in P(j)} (m(v) + c(v, j)), \quad P(j) \text{ l'ensemble des sommets connectés à } j$$

On procède par relachement d'un contrainte sur l'ensemble des prédécésseurs du sommet j , une technique abordée lors des premiers TDs de programmation dynamique.

```
static int[][] calculerMA(LA[] g) {
    int n = g.length;
    int[] M = new int[n];
    int[] A = new int[n];

    // Initialisation : m(j) = +inf, arg(j) = j
    for (int i = 1; i < n; i++) {
        M[i] = Integer.MAX_VALUE / 2;
        A[i] = i;
    }

    // Relachement
    for (int i = 1; i < n; i++) {
        for (LA la = g[i - 1]; !vide(la); la = la.reste()) {
            int j = la.sommet(), c = la.cout();
            int m = M[i - 1] + c;
            if (m < M[j]) {
                M[j] = m;
                A[j] = i - 1;
            }
        }
    }

    return new int[][] { M, A };
}
```

Fonction symetrique

On représente un arc quelconque du graphe g allant du sommet i au sommet j par $i : (j, cij)$. L'arc correspondant dans gp devrait donc être $j : (i, cij)$

```
static LA[] symetrique(LA[] g) {
    int n = g.length;
    LA[] gp = new LA[n];

    // Parcours des arcs du graphe g
    for (int i = 0; i < n; i++) {
        for (LA A = g[i]; !vide(A); A = A.reste()) {
            int j = A.sommet();
            // i : (j, cij) -> j : (i, cij)
            gp[j] = new LA(i, A.cout(), gp[j]);
        }
    }

    return gp;
}
```

Fonction acm

Le tableau A nous permet de retrouver le chemin de coût minimum $j \rightarrow j-1 \rightarrow \dots \rightarrow 0$. Or, on souhaite afficher ce chemin de 0 jusqu'à j , c'est-à-dire dans le sens inverse. Pour cela, on aura recours à une recursion très similaire à celle du TD6. La forme de cette dernière ressemblera aussi à celle de l'inversion d'une chaîne de caractères par recursion, ce qui semble cohérent vu notre objectif.

```
static void acm(int[] A, LA[] g, int j) {
    // Condition d'arrêt de la recursion, lorsqu'on est arrivé au sommet 0
    if (j == 0) {
        System.out.print("0");
        return;
    }
    int aj = A[j];
    // Recursion permettant l'affichage inverse du chemin optimal connu
    acm(A, g, aj);
    System.out.printf("--(%d)-->%d", coutArc(aj, j, g), j);
}
```

Fonction coutArc

On parcourt simplement la liste d'arcs `g[i]` jusqu'à trouver un arc dirigé vers le sommet `j`. Si il n'en existe pas, on retourne `-1`.

```
static int coutArc(int i, int j, LA[] g) {  
    int c = -1;  
  
    // Recherche de l'arc sortant du sommet i dirigé vers le sommet j  
    for (LA A = g[i]; !vide(A); A = A.reste()) {  
        if (A.sommet() == j)  
            c = A.cout();  
    }  
  
    return c;  
}
```

Exercice 2

Fonction coutMin_et_argCoutMin

On cherche l'arc de cout minimum d'une liste d'arcs las. La structure de notre calcul sera très similaire au calcul linéaire du minimum d'un tableau. Seulement, on n'itère pas sur un tableau mais sur la liste d'arcs las et pour accéder aux valeurs à comparer, on utilise la méthode cout() de la structure LA. Aussi, on retournera en plus du coût l'argument (le sommet) correspondant à ce coût minimum.

```
static int[] coutMin_et_argCoutMin(LA las) {
    int cijstar = las.cout();
    int jstar = las.sommet();

    // Calcul de l'arc sortant de las de coût minimum
    for (LA la = las; !vide(la); la = la.reste()) {
        int c = la.cout();
        if (c < cijstar) {
            cijstar = c;
            jstar = la.sommet();
        }
    }

    return new int[] { cijstar, jstar };
}
```

Fonction coutParMinimisationLocale

On souhaite parcourir le chemin de coût local minimum et calculer son coût total. Pour cela, on part de g[0] puis on détermine son sommet connecté de coût minimum avec la fonction coutMin_et_argCoutMin(). On ajoute alors le coût retourné au coût final. On répète ce procédé sur g[jstar], tel quel jstar est l'argument retourné par la fonction précédente.

```
static int coutParMinimisationLocale(LA[] g) {
    int c = 0;
    LA las = g[0];

    // Parcours du chemin de coût local minimum,
    // en partant du sommet 0 jusqu'au sommet final
    while (!vide(las)) {
        int[] min = coutMin_et_argCoutMin(las);
        c += min[0];
        las = g[min[1]];
    }

    return c;
}
```

Résultat

La commande `java CCM 5 1000` retourne le texte suivant.

```
graphe G :
0 : (3,5) (2,4)
1 : (2,1) (4,4)
2 : (3,2) (4,2)
3 : (4,4)
4 :
M = [0, 1073741823, 4, 5, 6]
A = [0, 1, 0, 0, 2]
Coût d'un chemin de coût minimum jusqu'en 4 : 6
[0, 1, 0, 0, 2]
0--(4)-->2--(2)-->4
affichage des chemins de coût minimum de 0 à tous les autres sommets :
Il n'y a pas de chemin de 0 à 1
0--(4)-->2 coût = 4
0--(5)-->3 coût = 5
0--(4)-->2--(2)-->4 coût = 6
Description du graphe dans le fichier g.graphviz
Coût par minimisation locale = 10
Validation statistique à 1000 runs
.
Médiane des distances relatives : 1.000000
Max des distances relatives : 3.250000
```

La première partie de ce résultat correspond au graphe suivant.

