



Simulación de sistemas - 72.25

Automatas Off Lattice

Informe

Profesores:

Daniel Ricardo Parisi
Germán Agustín Patterson
Lucas Wiebke

Autores:

Gastón Ariel Francois, 62500
Andrés Carro Wetzel, 61655

Viernes, 5 de abril

Índice general

1. Introducción	1
2. Modelo	2
3. Implementación	3
3.1. Algoritmo de detección de vecinos	3
3.2. Algoritmo de simulación	4
4. Simulaciones	5
4.1. Variables de la simulación	5
4.2. Tratamiento de datos	5
4.2.1. Polarización	5
4.2.2. Visitas PBC	6
4.2.3. Visitas OBC	6
5. Resultados	7
5.1. Polarización - Ruido	7
5.2. Polarización - Densidad	9
5.3. Visitas en zonas de conteo (PBC) - Ruido	10
5.4. Visitas en zonas de conteo (OBC) - Ruido	12
6. Conclusiones	14

1 Introducción

Una característica del movimiento de los animales, principalmente aves, es la capacidad y voluntad de desplazarse en conjunto. Tanto por migraciones como por supervivencia, muchos animales comparte este patrón. En este sentido, inicialmente inspirados en las bandadas de estorninos, se propone modelar y analizar el comportamiento de los agentes autopropulsados mediante simulaciones computacionales regidas por modelos matemáticos previamente definidos en artículos de referencia.[1]



Figura 1.1 Bandada de estorninos.

Por tales motivos, en las próximas secciones se detallará el modelo utilizado y la configuración de las simulaciones realizadas así como también los resultados obtenidos y las conclusiones finales.

2 Modelo

El modelado del sistema y su caracterización se encuentran inspiradas en el modelo estipulado en Novel Type of Phase Transition in a System of Self-Driven Particles[1]. En función de este modelo, se tienen en cuenta las siguientes observaciones generales de las simulaciones.

- Se considera a las partículas como puntuales.
- Cada partícula posee velocidad y dirección propia.
- La modificación en la dirección de una partícula resulta dependiente de las demás partículas dentro de un área de interacción.
- El estado inicial del sistema se modela con direcciones y posiciones aleatorias.
- El sistema cuenta con condiciones periódicas de contorno.
- La actualización de estados sucede de forma simultánea.

Continuando por las ecuaciones que rigen el comportamiento de las partículas, se encuentran dos ecuaciones características. Una encargada de modelar el cambio de posición de una partícula.

$$x_i(t + 1) = x_i(t) + v_i(t) * \Delta t \quad (2.1)$$

Y una segunda ecuación encargada de modelar el cambio de dirección de una partícula en función de las direcciones de las partículas que se encuentran dentro de un radio de interacción conocido, a su vez se le agrega un término correspondiente a una componente de ruido ($\Delta\theta$).

$$\theta(t + 1) = \langle \theta(t) \rangle_r + \Delta\theta \quad (2.2)$$

Como se puede ver la actualización del estado solo depende del estado actual del sistema, por lo que se puede lograr simular el sistema mediante una discriminación en el tiempo, aplicando sucesivamente las ecuaciones 2.1 y 2.2. En efecto, esta va a ser la modalidad con la que se va a realizar la simulación computacional del sistema.

3 Implementación

En lo referido a la implementación se usa un cuadrado de $L \times L$ para representar el espacio en 2D de la simulación, este cuadrado cuenta con una clase grilla la cual posee una lista de partículas en cada posición para facilitar la implementación del algoritmo CIM y una lista de partículas totales para facilitar el acceso a las mismas. Las partículas son representadas con un id junto con un par (x,y) que representan las coordenadas en el espacio, también con el vector velocidad de módulo constante y su ángulo en radianes, finalmente para reducir la complejidad temporal cada partícula cuenta con una lista de partículas vecinas.

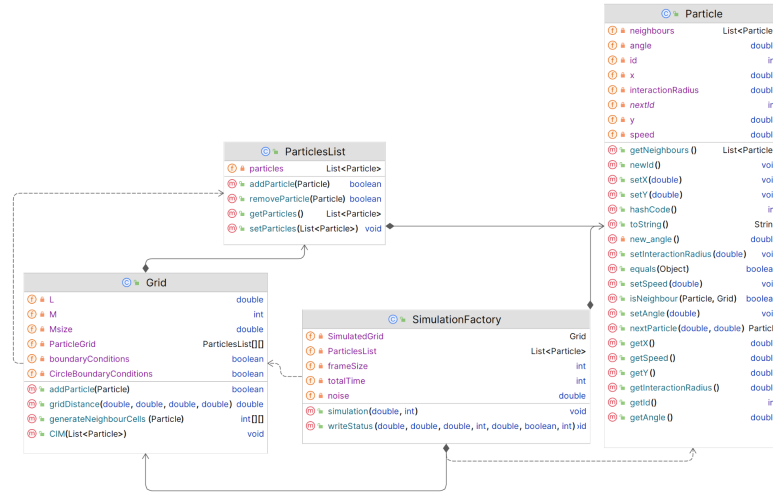


Figura 3.1 Diagrama UML.

3.1. Algoritmo de detección de vecinos

Para el procesamiento de los vecinos, se utilizó Cell Index Method[2]. Este método permite calcular las partículas vecinas con una complejidad temporal de $O(n)$. El algoritmo toma una grilla donde pone a cada partícula dentro de una celda. Luego, por cada partícula realiza una evaluación en cuatro celdas vecinas de la partícula. De esta forma al revisar solo 4 de las casillas vecinas itera entre un conjunto reducido de partículas, reduciendo la complejidad temporal respecto a algoritmos de fuerza bruta.

3.2. Algoritmo de simulación

Se crea una grilla inicial y una lista de partículas con posiciones aleatorias. Dada una cierta cantidad de iteraciones t , en cada iteración se calculan los vecinos de todas las partículas con el método Cell Index Method. Posteriormente, se crea una grilla nueva y una lista de partículas nueva, donde ambas representarán la grilla y lista de la siguiente iteración ($t+1$). Para cada partícula p , de la lista de partículas actual, se genera una nueva partícula con posiciones y velocidades deducidas a partir de 2.1 y 2.2. Esta nueva partícula generada se guarda en la lista de partículas y se la inserta en la matriz de la siguiente iteración. Una vez recorrida toda la lista de partículas de la iteración actual, a la grilla de la iteración actual se le asigna la grilla de la siguiente iteración, lo mismo se hace para la lista de partículas.

4 Simulaciones

4.1. Variables de la simulación

Para las distintas simulaciones habrá parámetros fijos y parámetros variables en función de lo que se quiera analizar en la simulación. Dentro de las variables fijas notamos el módulo de la velocidad ($V = 0.03[\text{m/s}]$), el radio de interacción entre partículas ($r_c = 1$) y la condición de borde que siempre está activa. En cambio, los parámetros variables son el largo del sistema en metros (L), la cantidad de partículas (N), el ruido introducido en radianes (η) y el tiempo total de la simulación en segundos (Tiempo). De esta manera, para el estudio de la amplitud del ruido solo se varía η entre $0[\text{rad}]$ y $5[\text{rad}]$, para el estudio de la densidad se varía la cantidad de partículas entre 10 y 4000 partículas y para el estudio de visitas en zona de conteo se varía el ruido entre $0[\text{rad}]$ y $5[\text{rad}]$.

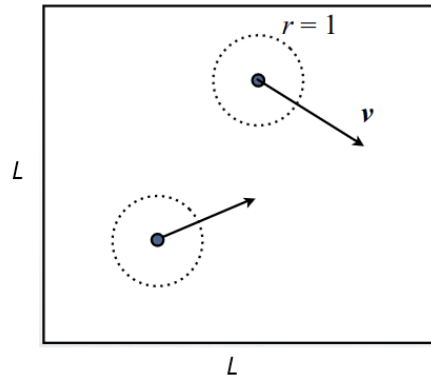


Figura 4.1 Ilustración simplificada del sistema a simular.

4.2. Tratamiento de datos

4.2.1. Polarización

Con el objetivo de determinar un observable referido al orden o desorden de las partículas, se define a la polarización como parámetro notable del sistema. Este observable se rige mediante la siguiente fórmula, donde v_i es la velocidad vectorial de las partículas, N la cantidad de partículas y v el módulo de la velocidad.

$$v_a = \left| \sum_{i=1}^N v_i \right| * \frac{1}{Nv} \quad (4.1)$$

Para realizar una correcta medición, primero se establecerá el tiempo para el cual la respuesta de la polarización del sistema sea estacionaria y no transitoria. Una vez establecido el tiempo, se promediarán los valores de polarización para cada instante y se utilizará el desvío estándar como método de cálculo de incerteza. De esta forma se establecerá para cada simulación realizada el valor de polaridad.

4.2.2. Visitas PBC

A la hora de analizar los datos en condiciones PBC, se determina un porcentaje para el cual se desea conocer el tiempo que requiere el sistema hasta llegar a ese porcentaje de visitas, en nuestro caso será 75 %. Para hacer un análisis certero del tiempo implicado se contará con 4 áreas de conteo circulares en posiciones aleatorias y se promediarán los valores de tiempo para cada uno y su desviación estándar para la incerteza correspondiente.

$$t_{prom} = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 t_i \quad (4.2)$$

4.2.3. Visitas OBC

Finalmente, a la hora de analizar un sistema bajo condiciones OBC, se realizará un ajuste lineal sobre la gráfica de número de visitas respecto al tiempo. Este ajuste se realizará sobre el promedio de las curvas de las zonas, es decir, para cada valor de visita en función de tiempo se sumarán los valores de las 4 zonas y se promediará.

$$Visitas_{prom}(t) = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 visitas_i(t) \quad (4.3)$$

Una vez calculada la curva promedio de los datos, se realiza un ajuste lineal tomado como error la fórmula siguiente. Con esta función se realiza un gráfico de error en función de pendiente con el cual se determina la mejor pendiente.

$$E(c) = \sum (y_i - f(x_i, c))^2 \quad (4.4)$$

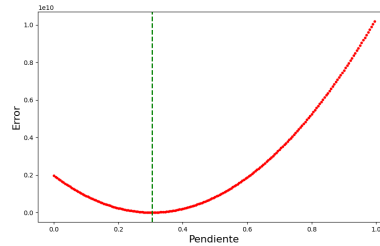


Figura 4.2 Error de ajuste en función de pendiente para ruido=2.0

5 Resultados

A la hora de analizar los resultados, durante las primeras secciones se realizará un análisis en función de los observables planteados en Novel Type of Phase Transition in a System of Self-Driven Particles[1], para luego pasar a un análisis independiente respecto a las visitas de las partículas a una zona de conteo. En este sentido, los resultados a analizar serán los siguientes:

- Polarización - Ruido: Comportamiento, a densidad constante, de la polarización en función del ruido introducido.
- Polarización - Densidad: Comportamiento, a ruido constante, de la polarización del sistema en función de la densidad del sistema.
- Visitas en zonas de conteo (PBC) - Ruido: Observar el tiempo que tarda un porcentaje de partículas en pasar por zonas de conteo en función del ruido introducido.
- Visitas en zonas de conteo (OBC) - Ruido: Observar el crecimiento en el número de partículas que pasan por zonas de conteo en función del ruido introducido.

Resulta importante destacar que los valores seleccionados para el análisis de las primeras secciones fueron elegidos en función de los valores utilizados en Novel Type of Phase Transition in a System of Self-Driven Particles[1]. Por tales motivos, se esperan que los resultados posean similares comportamientos.

5.1. Polarización - Ruido

Uno de los aspectos característicos de los sistemas de partículas es su transición de una respuesta transitoria a una respuesta estacionaria, esta transición se realiza en un tiempo diferente en función de las condiciones iniciales del sistema. Por tales motivos, para hacer un análisis certero de la polarización promedio en función del ruido, en primera medida se debe observar cuál es el tiempo desde el cual la respuesta del sistema comienza a ser estacionaria.

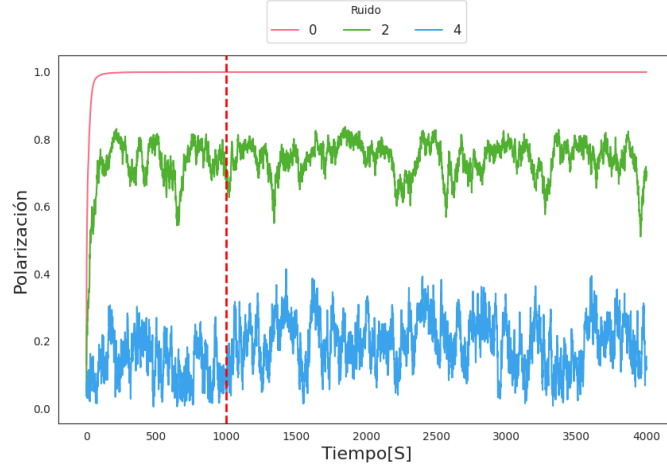


Figura 5.1 Polarización en función del tiempo para $N=400$ $L=10[m]$ $R=1[m]$ y $V=0.03[m]$ con determinación de $Tiempo = 1000[s]$ como corte transitorio

Como se puede esperar la respuesta evoluciona hacia un estado estacionario, desde el cual se toman mediciones de polarización para cada ruido. De esta forma, se logra observar la evolución del observable en función del ruido.

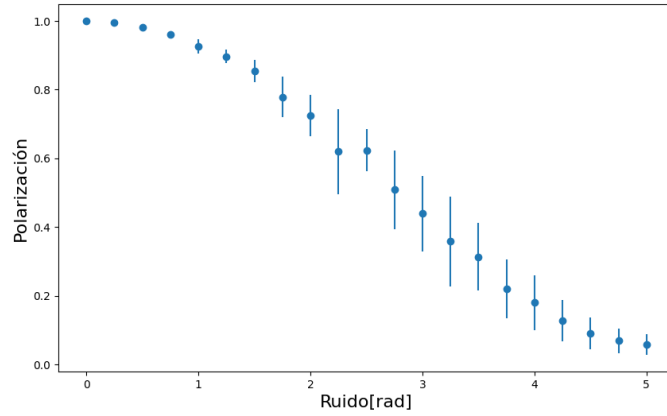


Figura 5.2 Polarización en función del ruido para $N=400$ $L=10[m]$ $R=1[m]$ y $V=0.03[m]$

Continuando con el análisis, se procede a realizar la misma medición con un número diferente de partículas, manteniendo la densidad constante ($\rho = 4[\text{partículas}/\text{m}^2]$), para notar como es la respuesta del modelo en otras condiciones.

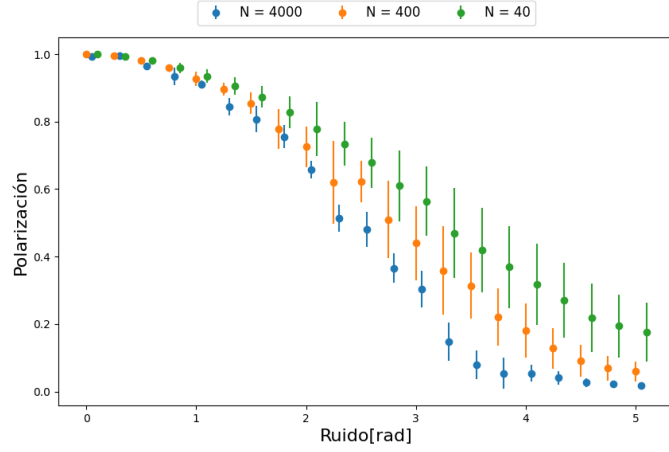


Figura 5.3 Polarización en función del ruido para $L=10[m]$ $R=1[m]$ $V=0.03[m]$ y $\rho=4[\text{particulas}/m^2]$

5.2. Polarización - Densidad

En este segundo caso, se estudia como es la respuesta del modelo frente a diferentes valores de densidad. Al igual que el caso anterior, se determina un valor de tiempo para el cual la respuesta comienza a ser estacionaria.

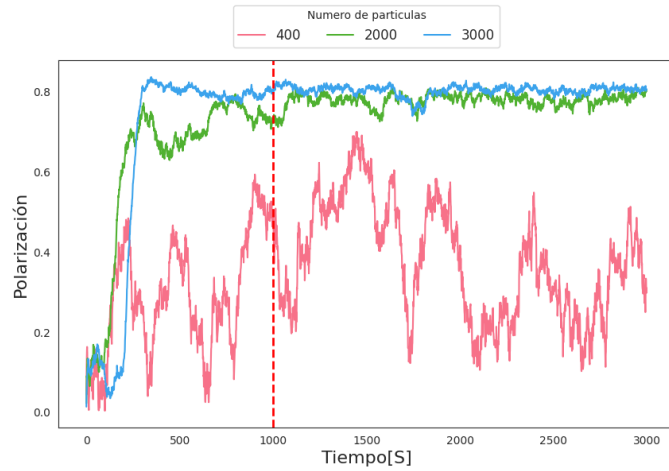


Figura 5.4 Polarización en función del tiempo para $\eta = 2,0$ $L=20[m]$ $R=1[m]$ y $V=0.03[m]$ con determinación de $Tiempo = 1000[s]$ como corte transitorio

Prosiguiendo con el método estipulado, para cada valor de densidad se obtiene el valor de polarización con su respectivo error generando la visualización de la evolución de la polarización en función de la densidad.

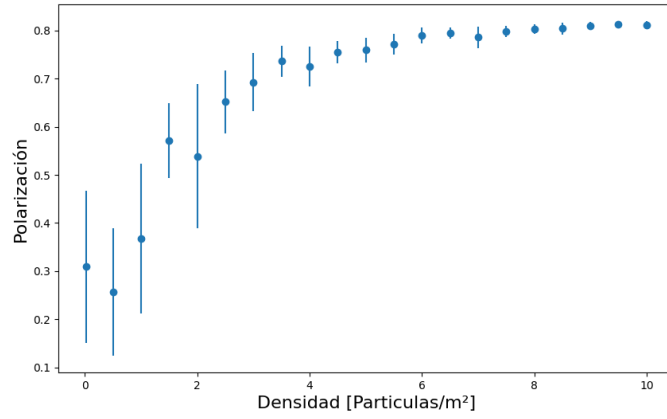


Figura 5.5 Polarización en función de la densidad para $\eta = 2,0$ $L=20[m]$ $R=1[m]$ y $V=0.03[m]$

Para completar el análisis, se realiza la misma medición con un ruido diferente, para notar como es la respuesta del sistema.

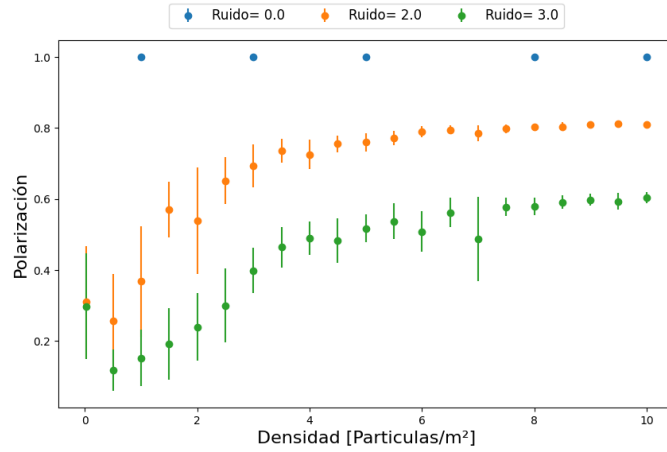


Figura 5.6 Polarización en función de la densidad para $L=20[m]$ $R=1[m]$ y $V=0.03[m]$

5.3. Visitas en zonas de conteo (PBC) - Ruido

Comenzando el análisis en las zonas de conteo, se comienza por la configuración PBC donde cada partícula se mantiene indiferente al cruzar los márgenes y reingresar a la simulación. En este análisis, lo que se espera es realizar una medición sobre el porcentaje de partículas que atraviesan una zona en particular del sistema en función del tiempo. Por tales motivos, buscando un porcentaje que sea lo suficientemente alto para que las condiciones iniciales no perturben las mediciones, pero a su vez que no sea lo suficientemente alto para evitar condiciones circunstanciales donde un grupo de partículas pasa luego de una gran cantidad de tiempo por una zona, se determina el porcentaje de 75 % como porcentaje a evaluar.

A su vez, intentando que la elección de la posición de la zona no afecte la medición, se procede a colocar 4 zonas de conteo, todas de 0,5[m] de radio como se explicó previamente, y registrar los porcentajes en cada una de ellas.

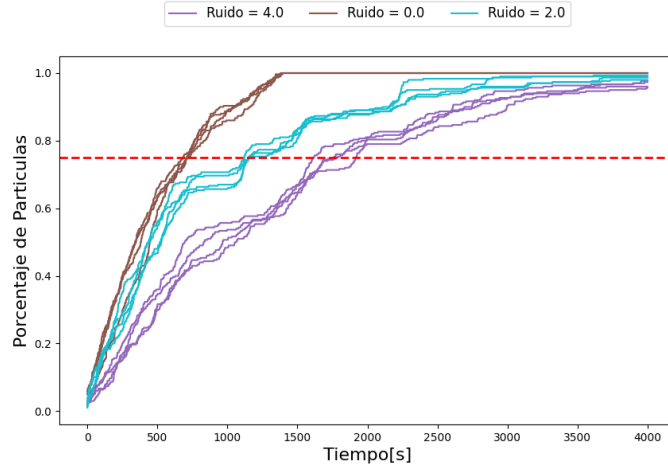


Figura 5.7 Porcentaje de partículas pasadas por zona de conteo en función del tiempo para $N=300$ $L=5[m]$ $R=0.5[m]$ y $V=0.03[m/s]$ con 75 % como porcentaje de observación

Una vez establecidos los tiempos con su correspondiente incerteza se procede a realizar el análisis dados todos los ruidos para divisar el comportamiento del modelo.

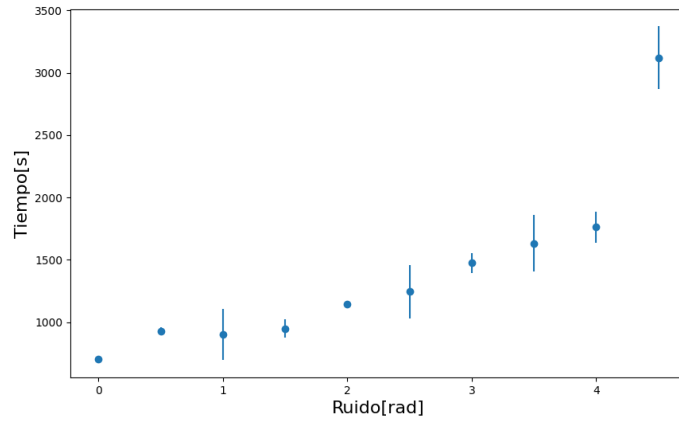


Figura 5.8 Tiempo en alcanzar el 75 % en función del ruido para $N=300$ $L=5[m]$ $R=0.5[m]$ y $V=0.03[m/s]$

A modo adicional, se continúa el tratamiento para otro número de partículas (a densidad variable) para notar cuál es el comportamiento del sistema

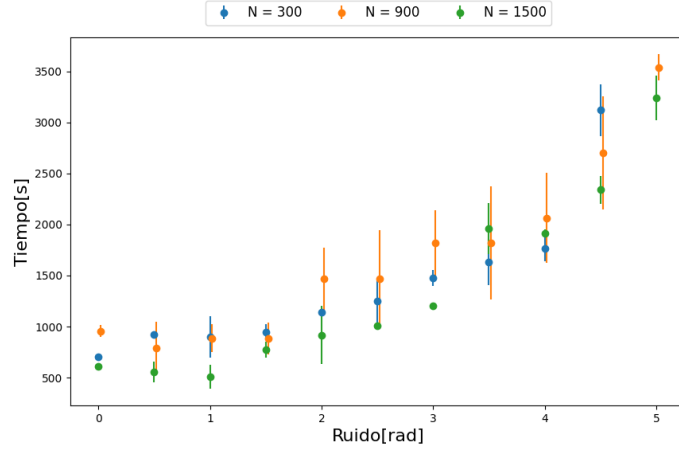


Figura 5.9 Tiempo en alcanzar el 75 % en función del ruido para $L=5[m]$ $R=1[m]$ y $V=0.03[m/s]$

5.4. Visitas en zonas de conteo (OBC) - Ruido

Prosiguiendo con el análisis de las zonas de conteo, se plantea un análisis similar al anterior, aunque ahora bajo un sistema OBC, es decir, remplazar la partícula cuando esta sale de la grilla, logrando que esa nueva partícula todavía no haya atravesado ninguna zona. En este sentido, no tendría objetivo analizar el porcentaje de partículas en atravesar la zona sino más bien, resulta más notable analizar cuál es la frecuencia de partículas que atraviesan la zona.

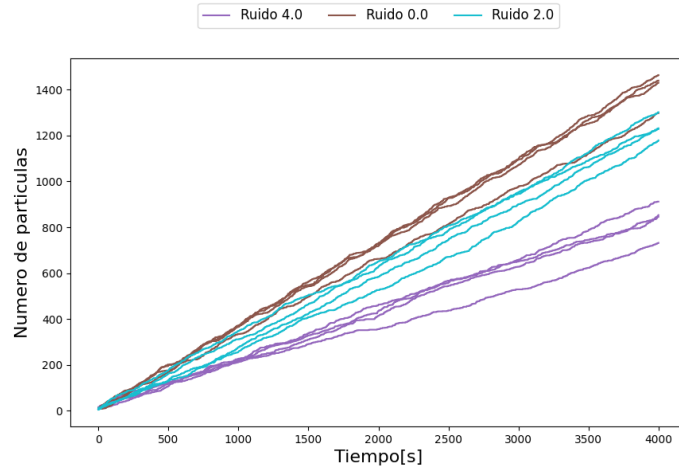


Figura 5.10 Partículas pasadas por zona de conteo en función del ruido para $N=300$ $L=20[m]$ $R=0.5[m]$ y $V=0.03[m]$

Una vez realizadas las simulaciones y obteniendo los valores de partículas en zonas de conteo, se procede a realizar el ajuste correspondiente. Concluido este paso, se obtiene una pendiente para cada valor de ruido, generando el gráfico esperado

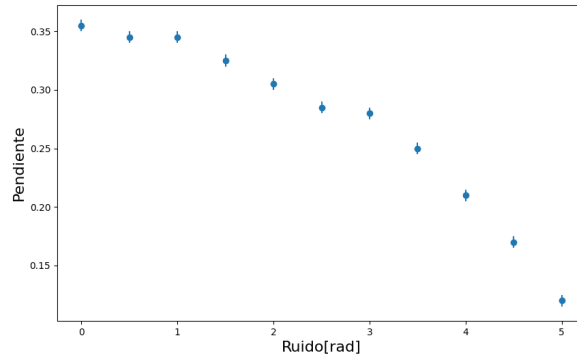


Figura 5.11 Partículas por tiempo en zonas de conteo en función del ruido para $N=300$ $L=20[m]$ $R=1[m]$ y $V=0.03[m]$

Como adicional al análisis se contempla un análisis para un diferente número de N para evaluar cuál es la respuesta del sistema (a densidad variable)

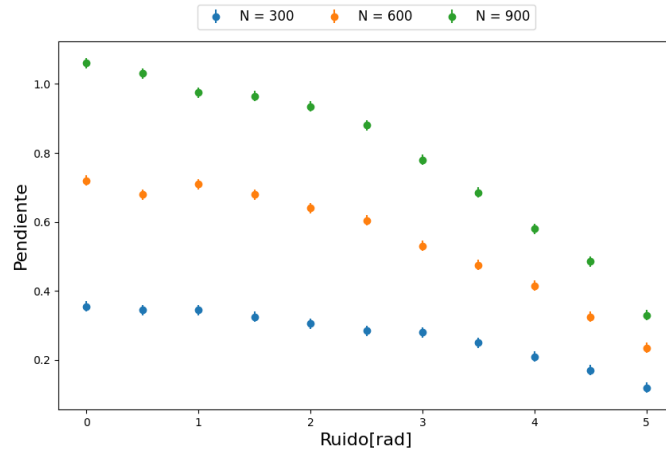


Figura 5.12 Partículas por tiempo en zonas de conteo en función del ruido para $L=20[m]$ $R=1[m]$ y $V=0.03[m]$

6 Conclusiones

A partir de los datos expuestos se pueden extraer conclusiones acerca del funcionamiento del modelo frente a diferentes variables de entrada.

En primer lugar, se determina como un aumento en el ruido del sistema provoca una caída en los valores de polarización promedio 5.2. Tales efectos se ven amplificados cuando aumenta el número de partículas, manteniendo la densidad constante 5.3.

En segundo lugar, se nota un aumento en la polarización del sistema frente a un aumento en la densidad del sistema, llegando a un valor estacionario en función del ruido introducido 5.5. Como se pudo demostrar, a mayores valores de ruido el valor máximo de estabilidad cae 5.6.

En lo referido al análisis por zonas de conteo bajo condiciones PBC, se destaca un crecimiento no lineal en el tiempo en alcanzar un determinado porcentaje 5.8, y un comportamiento similar al variar el número de partículas en el sistema 5.9.

Finalmente, bajo condiciones OBC se concluye que frente a un aumento en el ruido, la tasa de partículas por segundo cae 5.11 y esta caída se ve acrecentada al aumentar el número de partículas en el sistema 5.12

Referencias

- [1] Vicsek, T. et al. (1995) Novel type of phase transition in a system of self-driven particles, Physical Review Letters. Available at: <https://journals.aps.org/prl/abstract/10.1103/PhysRevLett.75.1226> (Accessed: 01 April 2024).
- [2] Brooks, C.L. (no date) Computer simulation of liquids - journal of solution chemistry, SpringerLink. Available at: <https://link.springer.com/article/10.1007/BF00646086> (Accessed: 01 April 2024).