TRAITEMENT DES IMAGES

Introduction
Echantillonnage

Michel Roux

Traitement des images - introduction

- Qu’est-ce qu’une image ?
- Résolution spatiale et transformée de Fourier
- Quantification et histogramme

Qu’est-ce qu’une image ?

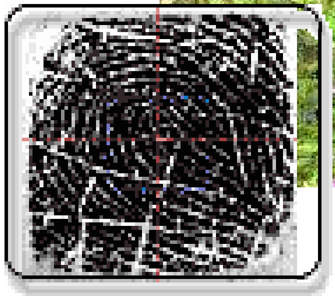
- Le support d’un message
- Un signal (2D continu) d’une mesure physique
  - Imagerie passive (intensité colorimétrique),
  - Imagerie active (transmission des rayons X, radiation élecgtromagnétique, …)
- D’autres dimensions:
  - Mesure volumétriques (images médicales 3D)
  - 2D ½ (images stéréo + intensité)
  - Vidéo (2D+t)
  - 3D+t (séquences d’images 3D)

Qu’est qu’une image numérique ?

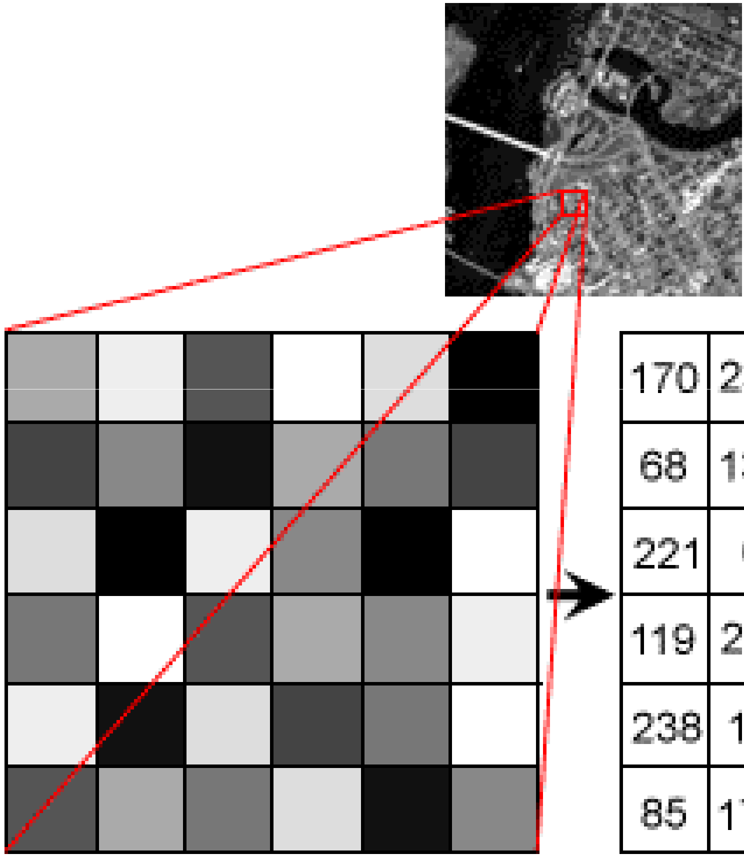
- Une image numérique (2D) est une matrice définie par :

  sa résolution (en relation avec le nombres de pixels)

  - sa profondeur (nombre de valeurs potentielles pour chaque pixel)
  - Sa palette (look up table (LUT))



Une image numérique



170	238	85	255	221	0
68	136	17	170	119	68
221	0	238	136	0	255
119	255	85	170	136	238
238	17	221	68	119	255
85	170	119	221	17	136

Différents types d'images

Image	Application	Taille	Canaux
Télévision	Visiophonie TV HD TV Ultra HD TV	256 x 256 720 x 625 1920 x 1080 3840 x 2160	1 3 3 3
Bio-medical	Tomographie (IRM) Radiographie	512 x 512 x 256 4096 x 4096	1 (12bits) 1 (12bits)
Remote Sensing	1970-1980 1985-1990 1990-2000 2000-2010	2000 x 3000 6000 x 6000 15000 x 15000 24000 x 24000	3-7 3-20 3-256 3-256
Vidéo, Robot vision, Surveillance, Grand public	Quality control, Sport Automatic driving Surveillance, Tracking	160 x 120 640 x 480 1920 x 1080	3 3-4 3

Passage d'un espace continu à un espace numérique

- Numérisation d'une image
  - Échantillonnage (nombre de pixels)
  - Quantification (nombre de bits par pixel)

256x256

128x128

64x64

32x32

Passage d’un espace continu à un espace numérique

- Numérisation d’une image
  - Échantillonnage (nombre de pixels)
  - Quantification (nombre de bits par pixel)

6 bits

4 bits

3 bits

2 bits

1 bit

Espace discret

- Image numérique ➔ représentation matricielle, échantillonnage de R^2 ou R^3 dans Z^2 ou Z^3

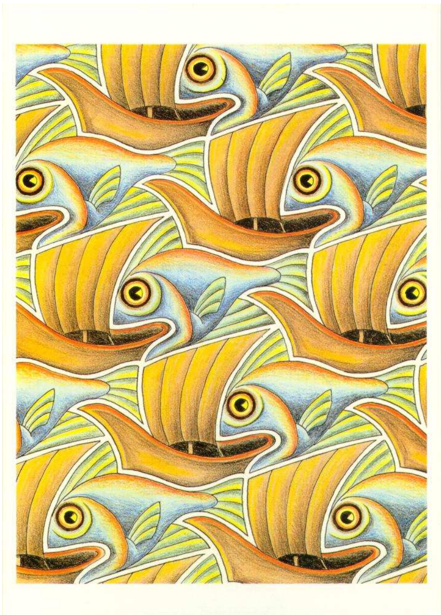
- Deux approches possibles :
  - Plonger Z^n dans R^n, puis traitement dans un espace supposé continu,
  - Définition des traitements directement dans l'espace discret.

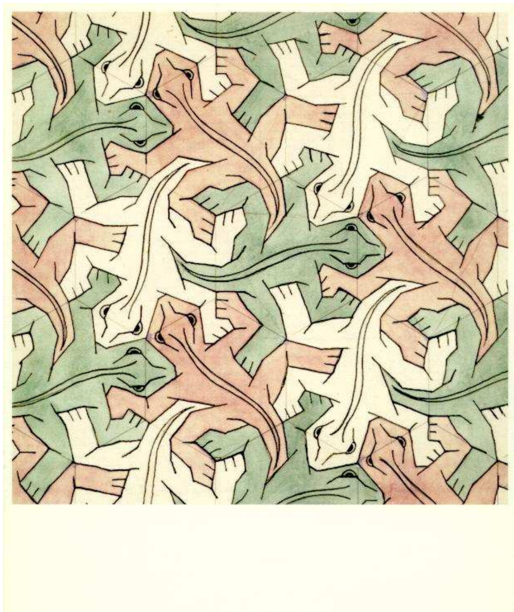
Espace discret : pavage et maillage

- Pavage : partition de l'espace continu R^n en cellules élémentaires

  Contraintes :

  - Capteurs physiques (structures régulières)
  - Utilisation de la représentation (régularité, simplicité)

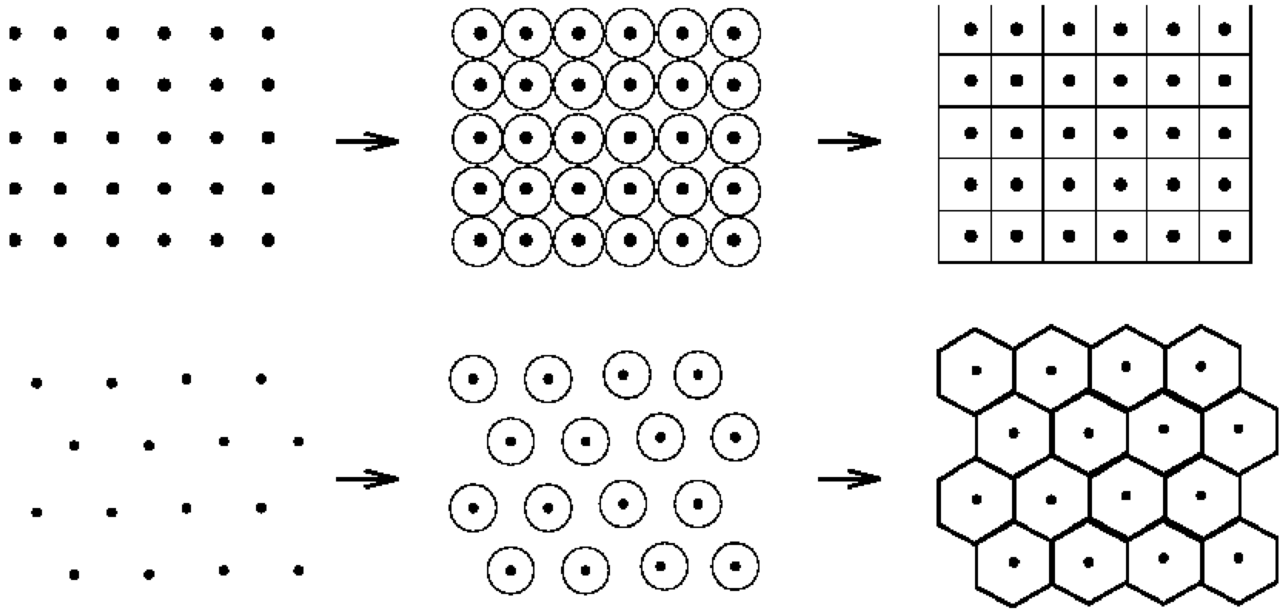




Espace discret : pavage et maillage

Génération d'un pavage

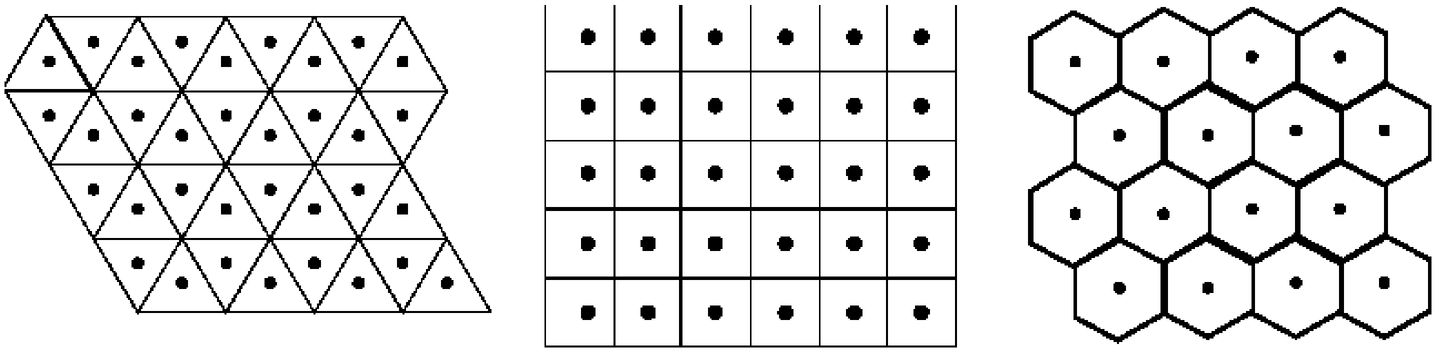
- Par distribution de points (régulier ou irrégulier), et attribution d'un territoire à chaque point (ex : propagation),
- Par répartition de cellules : modèle de cellule (convexe), et juxtaposition des cellules



Espace discret : pavage et maillage

Génération d’un pavage

- Par distribution de points (régulier ou irrégulier), et attribution d’un territoire à chaque point (ex : propagation),
- Par répartition de cellules : modèle de cellule (convexe et régulière), et juxtaposition des cellules

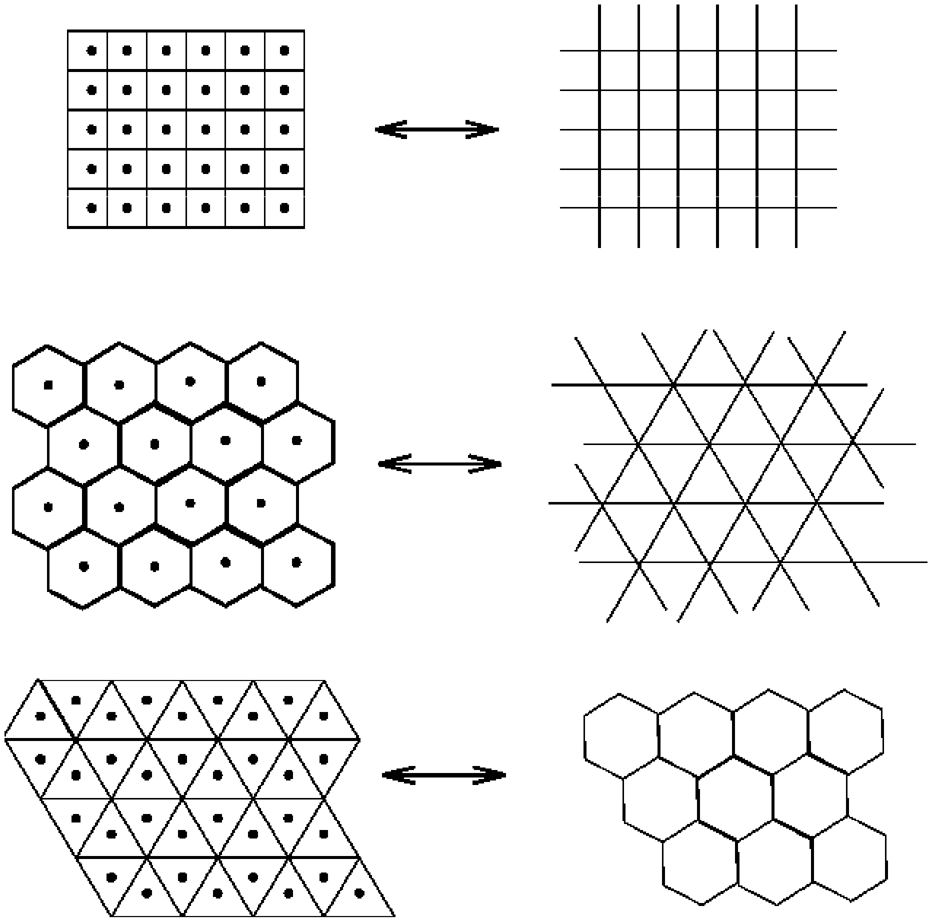


triangulaire   carré   hexagonal

Espace discret : pavage et maillage

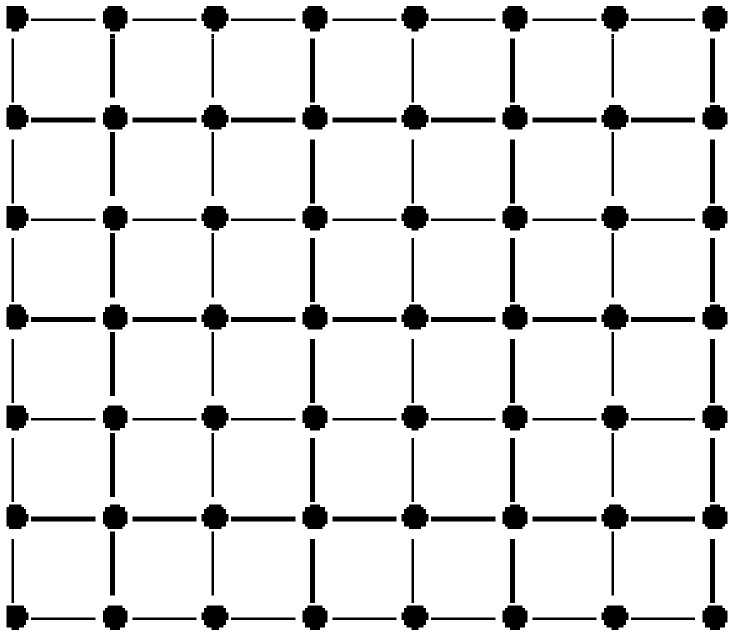
Dualité entre pavage et maillage

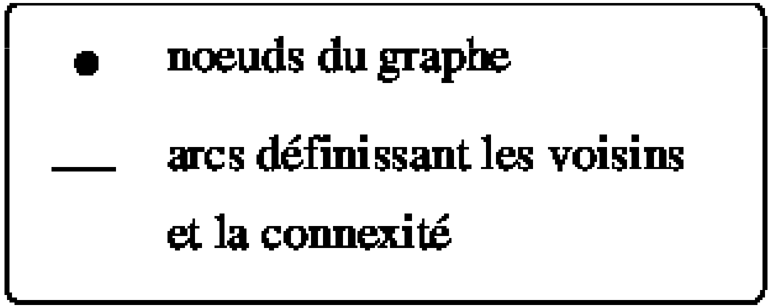
- Maillage : segments entre les points distribués sur l'espace



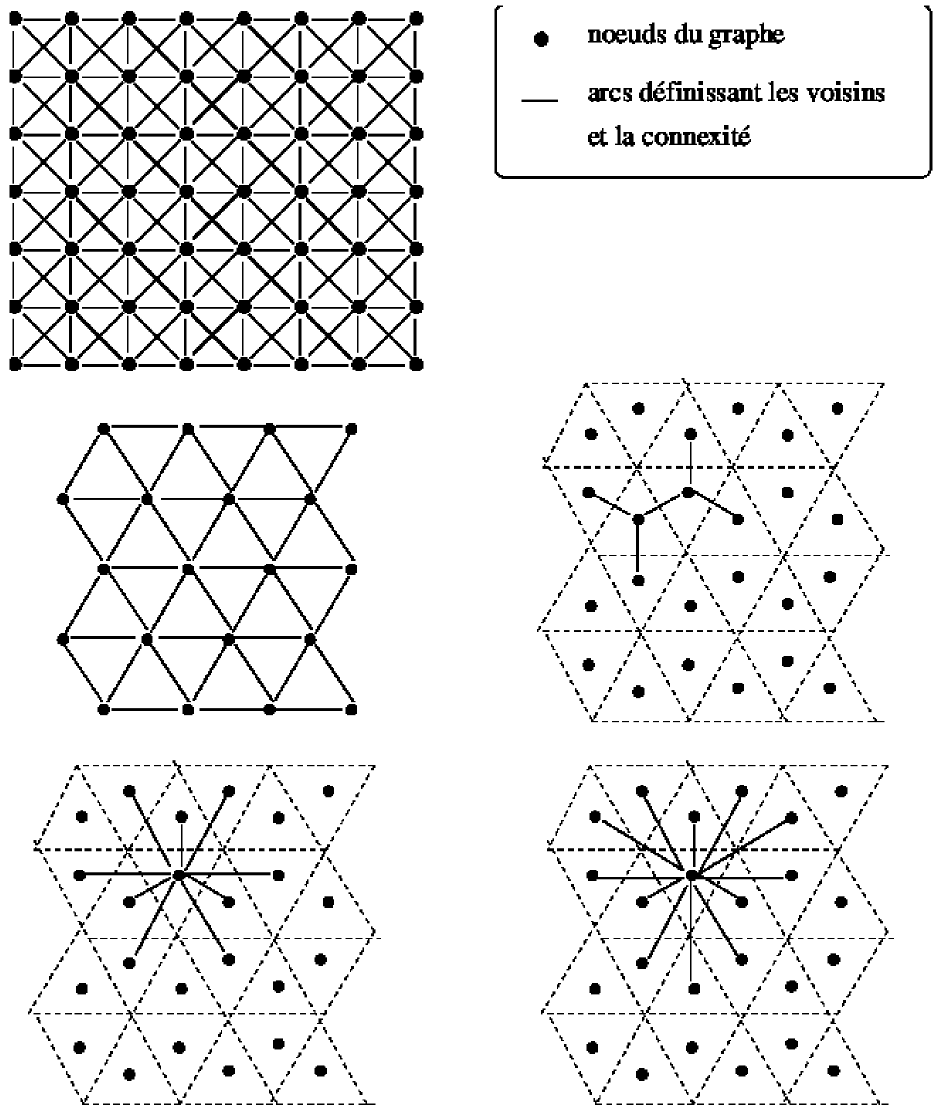
Espace discret : notion de connexité

- Voisinage élémentaire ➔ connexité
- Image discrète ⇔ graphe (nœuds = pixels, arcs = voisins)



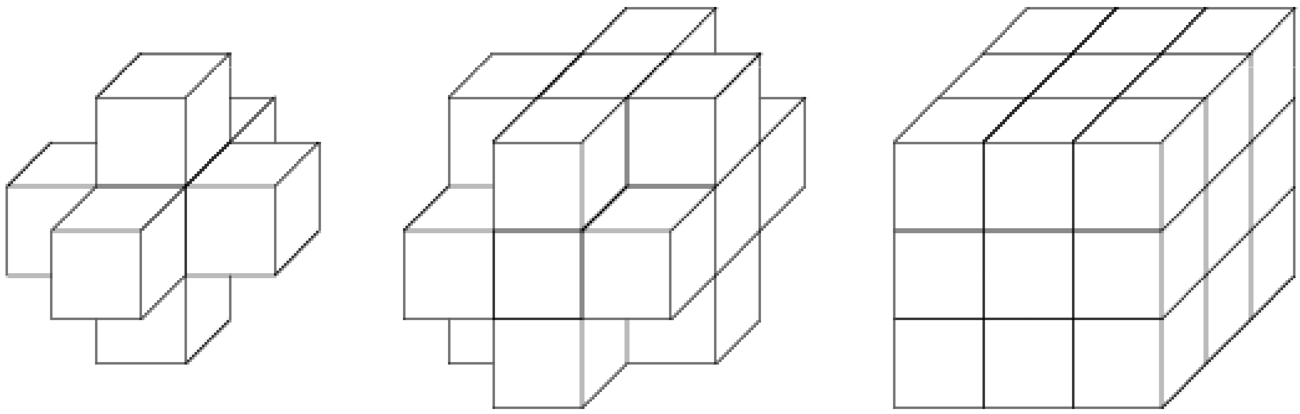


Espace discret : notion de connexité



Espace discret : notion de connexité

- Aussi en 3D : 6, 18 et 26 connexités



Espace discret : notion de connexité

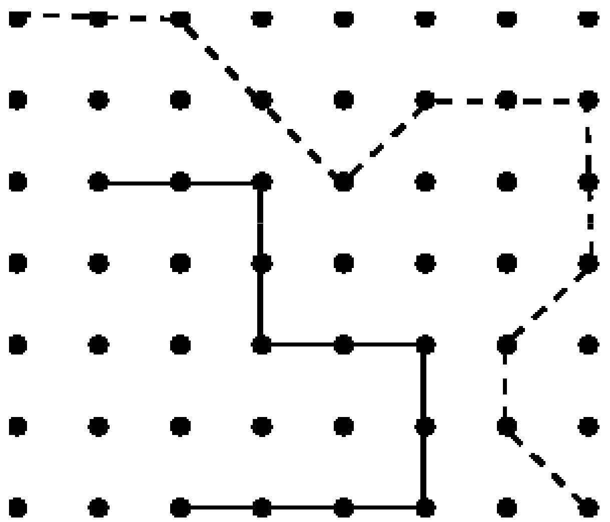
Théorie des graphes

- **Chemin** : suite de sommets du graphe tels que deux sommets consécutifs soient voisins (lié par un arc)
  - 4-chemin et 8-chemin

- **Composante connexe** : ensemble de points *S* tel que pour tout couple de points *(P,Q)* de *S*, il existe un chemin d'extrémités *P* et *Q* et dont tous les points sont dans *S*
  - composantes 4-connexes et composantes 8-connexes

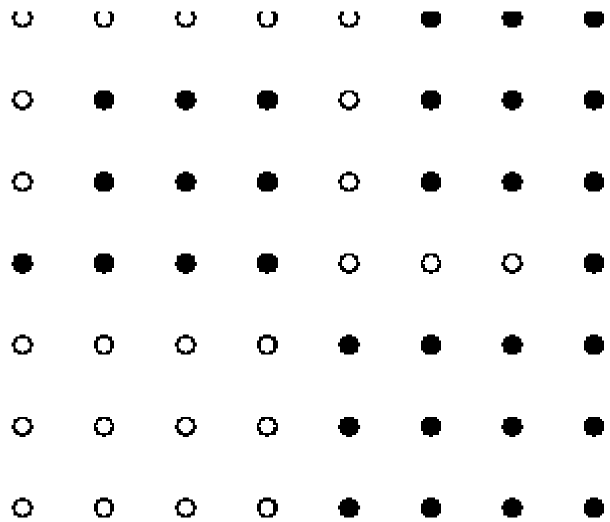
Espace discret : notion de connexité

Chemins et composantes connexes



Chemin 4-connexe

Chemin 8-connexe



Fond

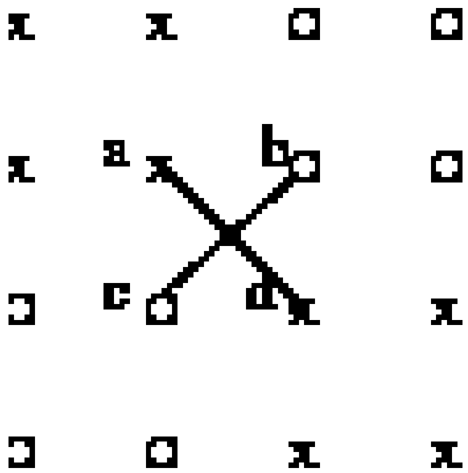
Objets

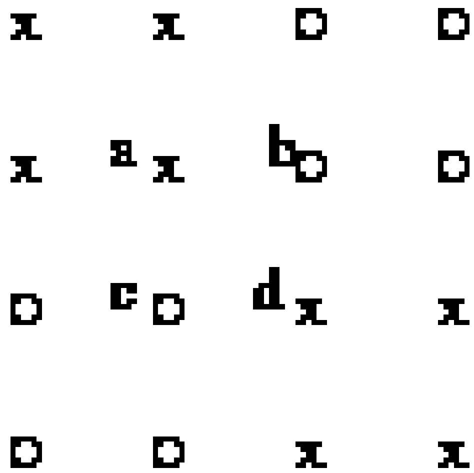
2 composantes 4-connexes

1 composante 8-connexe

Espace discret : notion de connexité

Chemins et composantes connexes : paradoxe

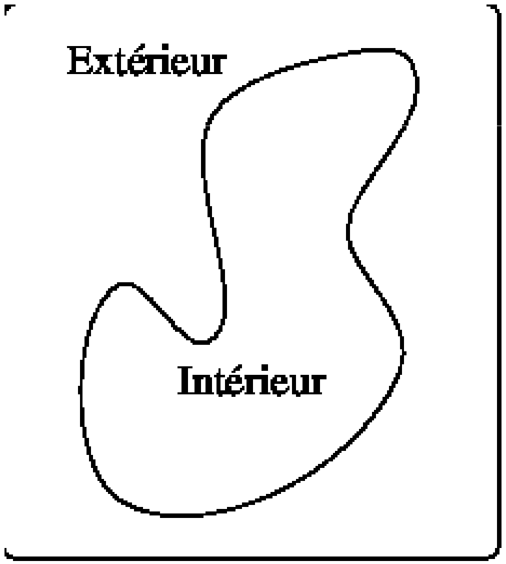


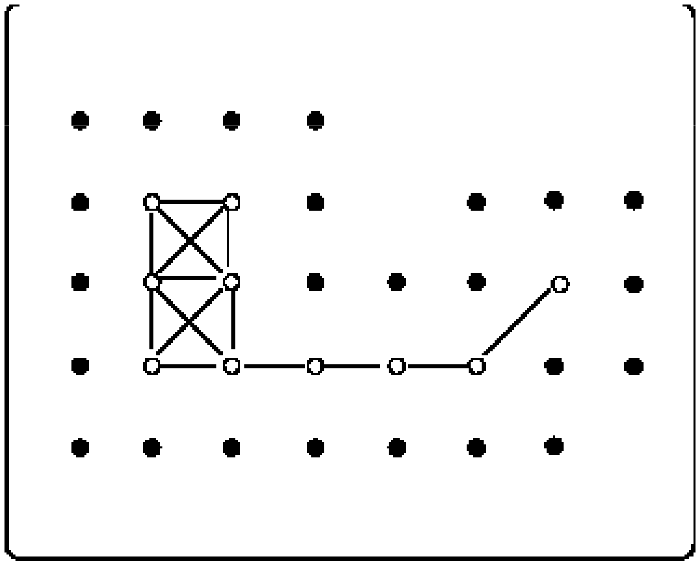


Espace discret : notion de connexité

Théorème de Jordan

Toute courbe simple fermée sépare l'espace en deux composantes connexes, l'intérieur et l'extérieur de la courbe





- ● Chemin 4-connexe
- ○ Points intérieurs (composante 8-connexe)

Espace discret : notion de connexité

Théorème de Jordan discret

- Dualité 4- et 8-connexité : changement de connexité quand on passe de l'objet à son complémentaire
  - courbe en 4-connexité ⇔ fond en 8-connexité
  - courbe en 8-connexité ⇔ fond en 4-connexité

  Théorème : sur une trame carrée, tout 4-chemin (respectivement 8-chemin) simple fermé sépare l'espace en deux composantes 8-connexes (respectivement 4-connexes), l'intérieur et l'extérieur.

- 6-connexité : pas de paradoxe
- Extension en 3D
  - Théorème de Jordan avec une surface simple fermée,
  - Dualité 6- et 26- connexité

Traitement des images - introduction

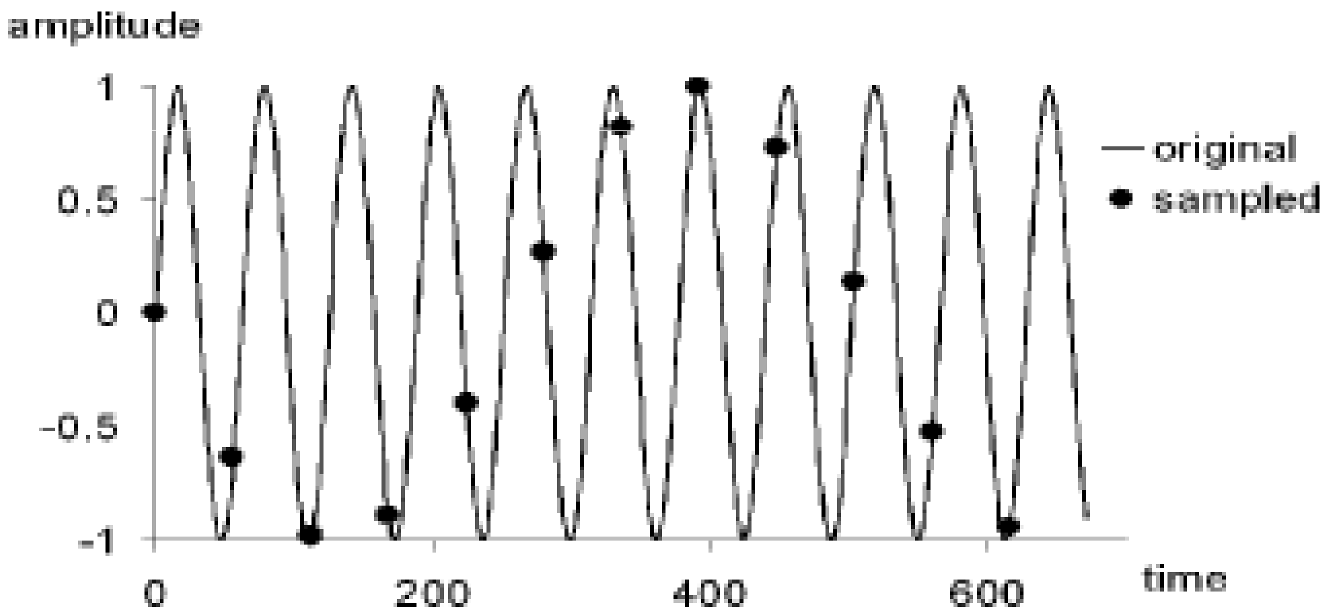
- Qu’est-ce qu’une image ?
- Résolution spatiale et transformée de Fourier
- Quantification et histogramme
- Filtrage linéaire

Résolution : vision vs. image numérique

- Résolution
  - La vision humaine est capable de discerner (en stéréo) des objets très petits et des objets très grands,
  - L'image numérique à une résolution fixe, déterminée par le nombre de pixels de l'image.
- Échantillonnage
  - Préserver les fréquences spatiales (théorie de Shannon, transformation de Fourier 2D),
  - Préserver le contenu de l'image : dépend de l'application (tests psycho-visuels, taille du plus petit élément à détecter, …),
  - Objets fractals.

Échantillonnage et information exemple intuitif

- Aliasing 1D : fausses fréquences



Transformée de Fourier 2-D

- Transformée de Fourier = signal projeté sur des sinusoïdes 2D complexes
- Domaine fréquentiel = visualisation nouvelle de l'information contenue dans une image

$$\hat{G}(\nu,\mu) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} g(n,m)\, e^{-j2\pi\left(n\nu + m\mu\right)}$$

$$g(n,m) = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \hat{G}(\nu,\mu)\, e^{j2\pi\left(n\nu + m\mu\right)} d\nu d\mu$$

- Transformée de Fourier = signal complexe (module + phase)

Transformée de Fourier Discrète 2D

- TFD 2D

$$F(k,l) = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} f(i,j) e^{-i2\pi(\frac{ki}{N} + \frac{lj}{N})}$$

  - nombres de fréquences = nombre de pixels
  - *f(i,j)* est l'image dans le domaine spatial.
  - le terme exponentiel est la fonction de base dans l'espace des fréquences pour chaque point *F(k,l)*.

TFD 2D

- *F(0,0)* correspond à l'intensité moyenne
- *F(N/2-1, N/2-1)* représente la plus haute fréquence

- Transformée de Fourier inverse :

$$f(i,j) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{l=0}^{N-1} F(k,l) e^{i2\pi\left(\frac{ki}{N} + \frac{lj}{N}\right)}$$

TFD 2D

$$F(k,l)=\frac{1}{N}\sum_{i=0}^{N-1}\sum_{j=0}^{N-1} f(i,j)e^{-i2\pi\left(\frac{ki}{N}+\frac{lj}{N}\right)}$$

- Formule de séparation de la TFD 2D:

$$P(k,j)=\frac{1}{N}\sum_{i=0}^{N-1} f(i,j)e^{-i2\pi\frac{ki}{N}}$$

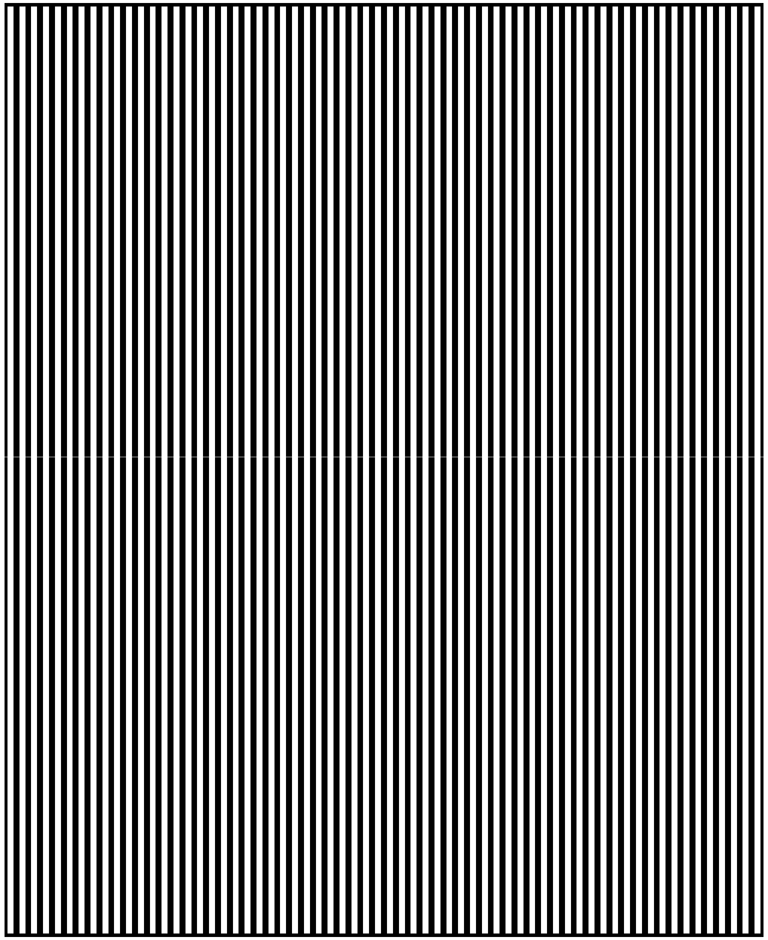
$$F(k,l)=\frac{1}{N}\sum_{j=0}^{N-1} P(k,j)e^{-i2\pi\frac{lj}{N}}$$

- Décroît le temps de calcul.

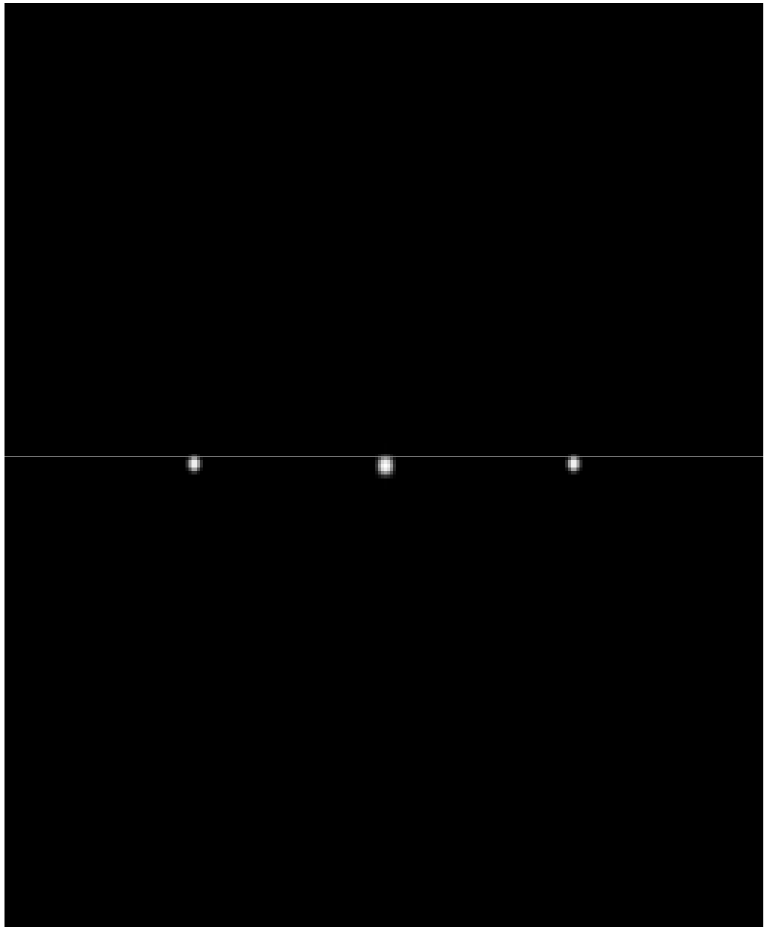
FFT

- Transformée de Fourier rapide (FFT)
  - *Complexité* N^2 est réduite à $N\log_2 N$.
  - Limitée à des images de dimensions : $N = 2^n$.
- La FFT est complexe
  - Parties réelle/imaginaire ou amplitude/phase
  - L'amplitude reliée à la géométrie (éléments fréquentiels),
  - La phase est reliée à la position spatiale,
  - Transformée inverse : besoin de l'amplitude et de la phase,
  - Si l'image est réelle alors la FFT est à symétrie centrale

Transformée de Fourier 2-D discrète : des exemples simples



Lignes verticales de 2 pixels de large



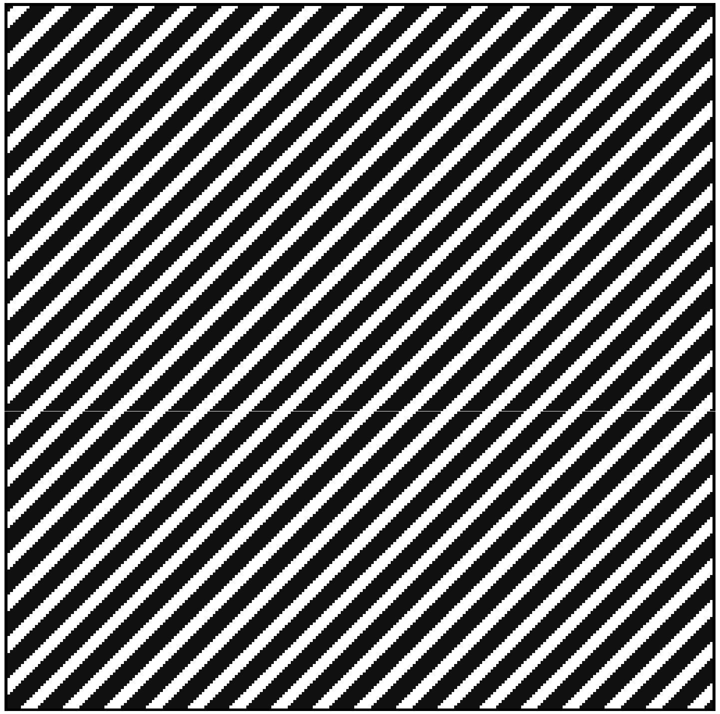
Transformée de Fourier

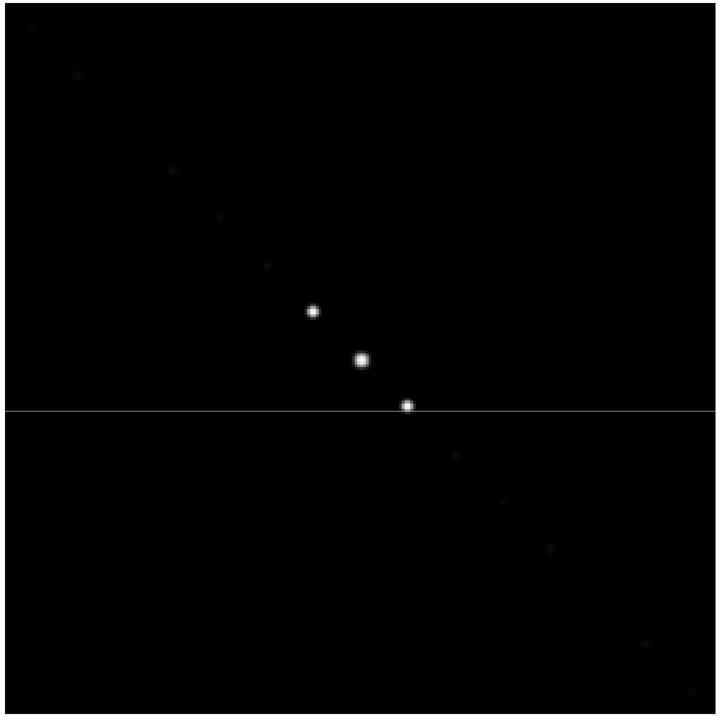
DFT : des exemples simples

- Lignes verticales :
  - Pas de variation le long de l'axe y,
  - Variation selon l'axe x en relation avec la fréquence spatiale des lignes.

- Pic dans Fourier P(k,l), interprétation:
  - |P(k,l)| relié à la fréquence du signal
  - (O,P(K,l)) perpendiculaire à la *direction des lignes*

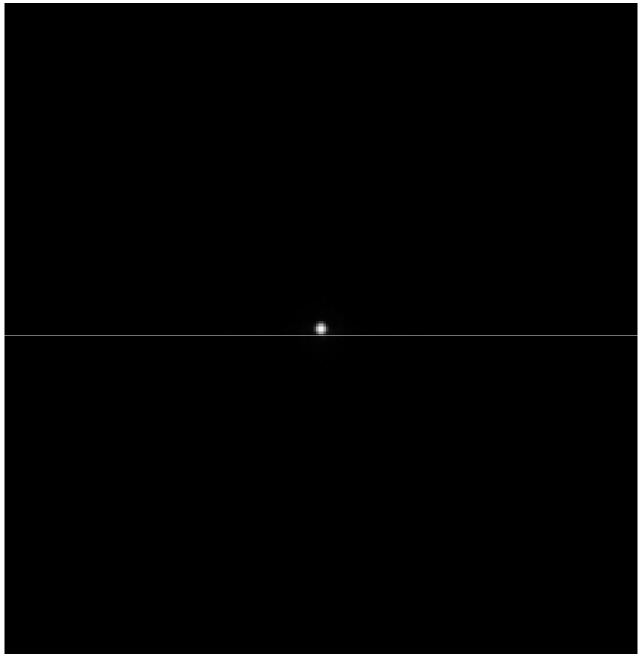
FTD : exemples simples



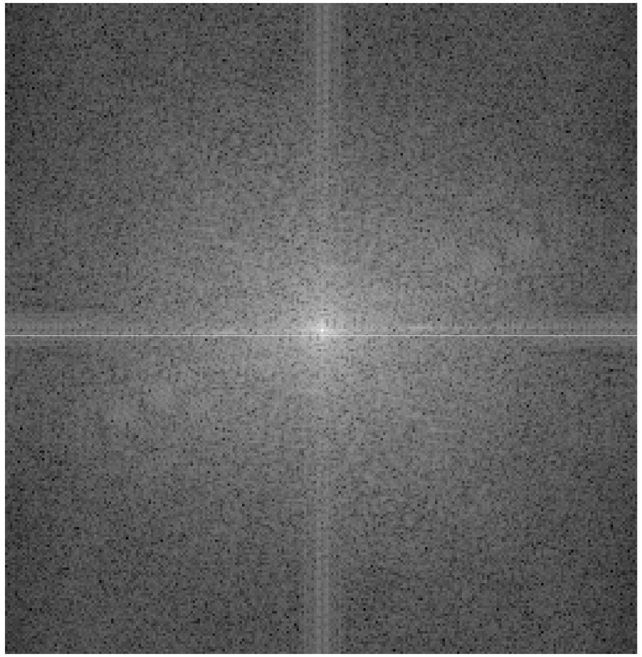


FTD : exemples réels

Image originale

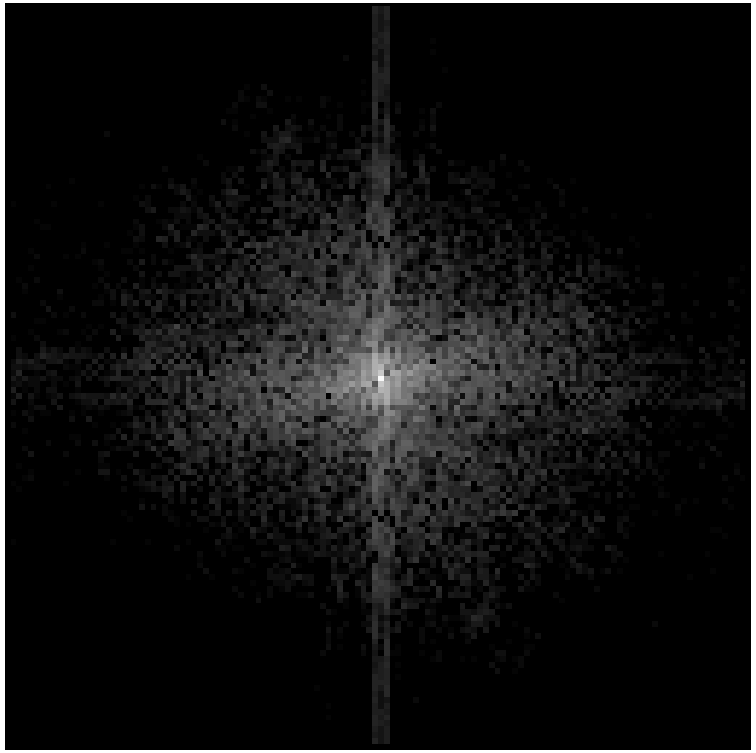


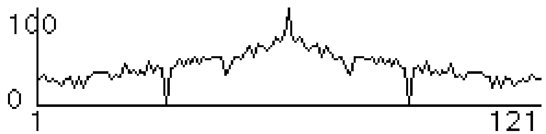
Amplitude de la TFD



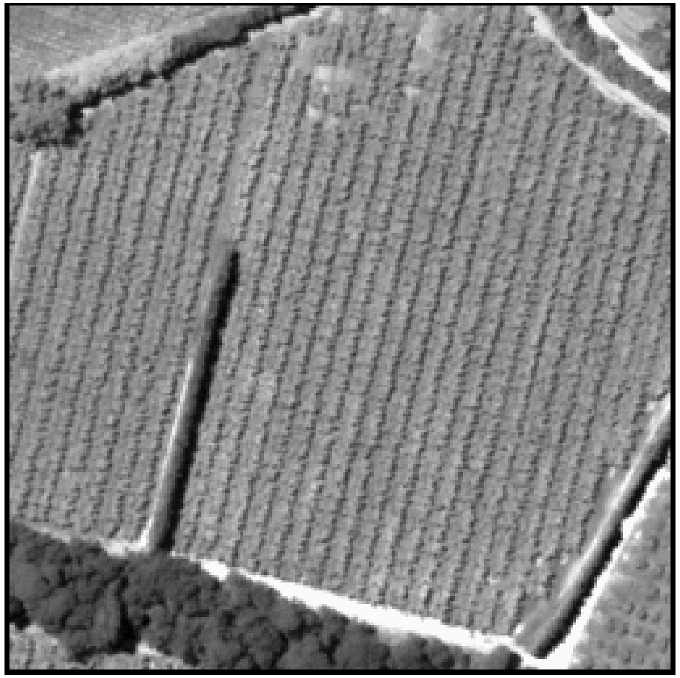
Logarithme de l’amplitude

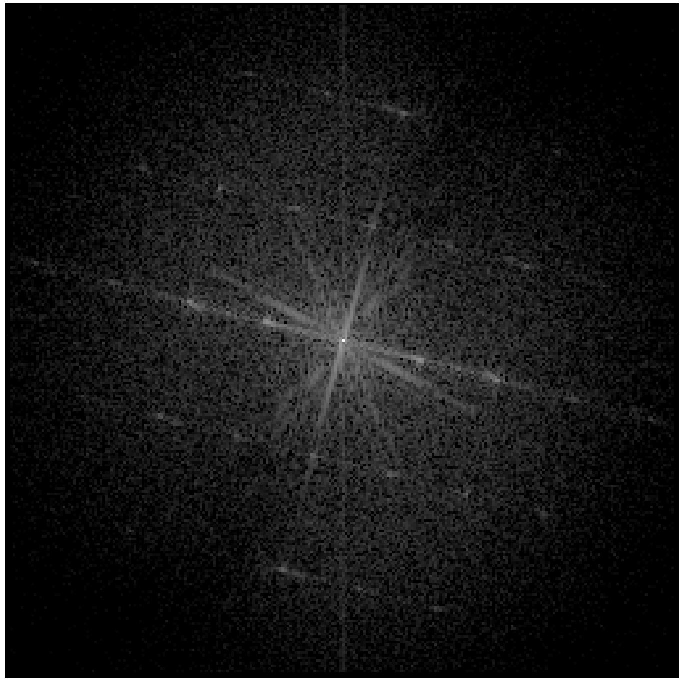
FTD : exemples réels



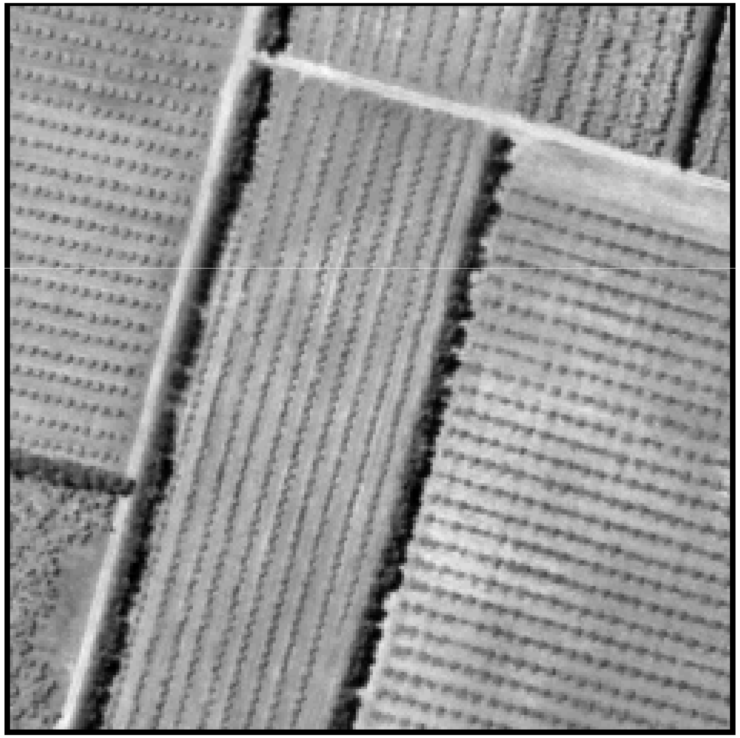


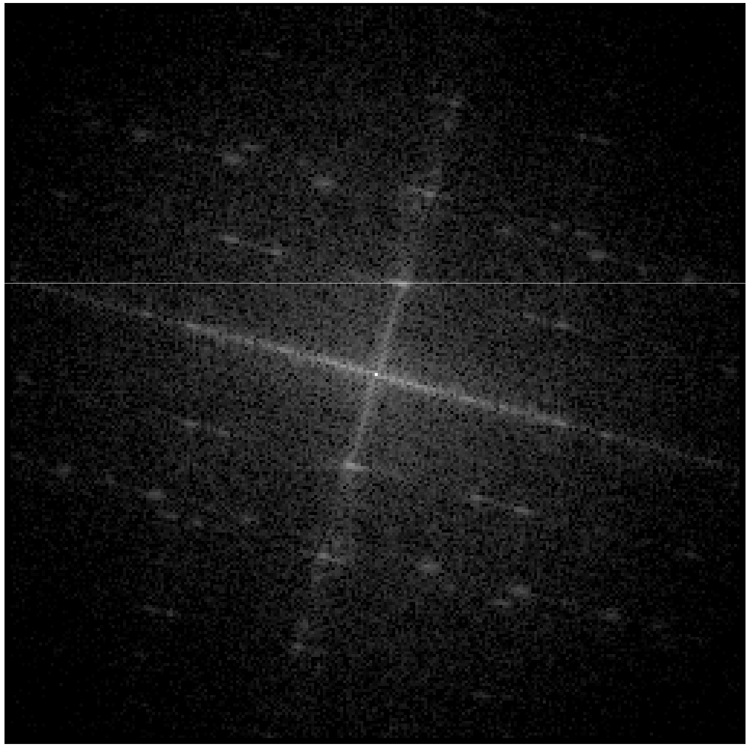
FTD : exemples réels



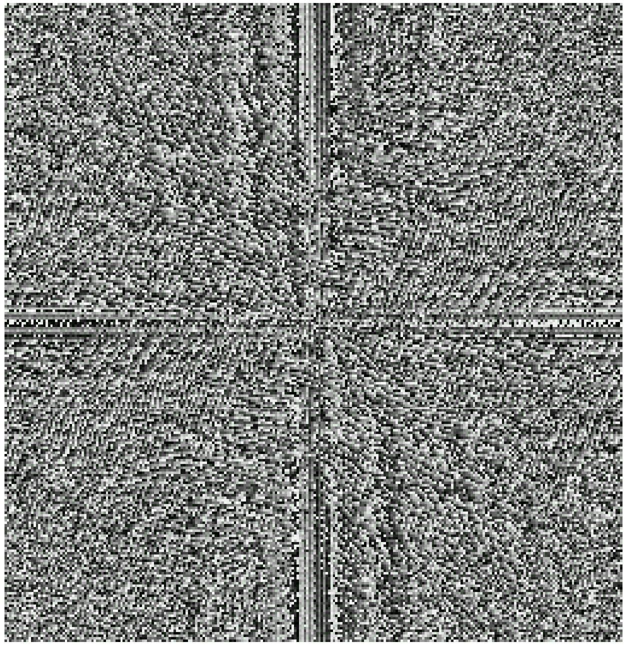


DFT real examples

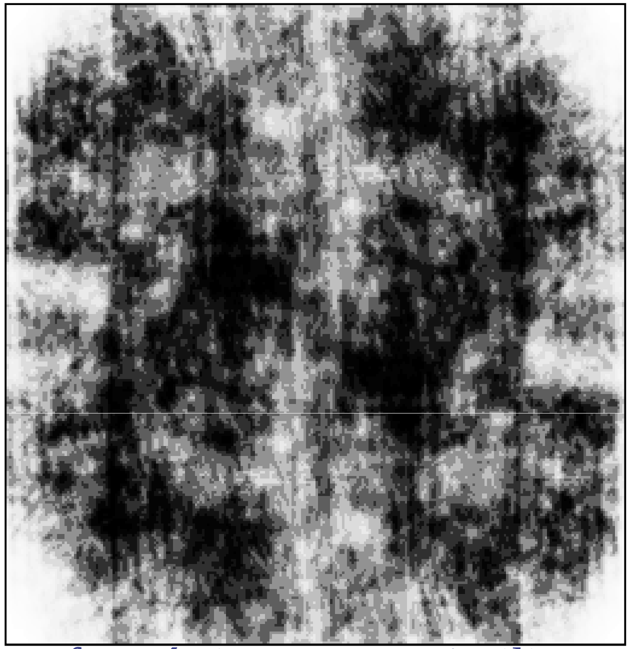




FTD : information de la phase



Phase de la FTD



Transformée inverse en n’utilisant que l’amplitude

- La valeur de chaque point détermine la phase de la fréquence correspondante,
- L’information de phase est cruciale pour reconstruire l’image dans le domaine spatial

Propriétés de la TFD

$$\hat{G}(\nu + p, \mu + q) = \hat{G}(\nu, \mu) \quad (p,q) \in ZxZ$$

$$TFD\big(\alpha g(n,m) + \beta h(n,m)\big) = \alpha \hat{G}(\nu,\mu) + \beta \hat{H}(\nu,\mu)$$

$$TFD(g(\pm n, \pm m)) = \hat{G}(\pm\nu, \pm\mu)$$

$$TFD(g^*(n,m)) = \hat{G}^*(\nu,\mu)$$

$$TFD(g(n,m)\, e^{-j2\pi(n\nu_0 + m\mu_0)}) = \hat{G}(\nu - \nu_0, \mu - \mu_0)$$

$$TFD(g(n,m) \overset{2D}{**} h(n,m)) = \hat{G}(\nu,\mu)\, \hat{H}(\nu,\mu)$$

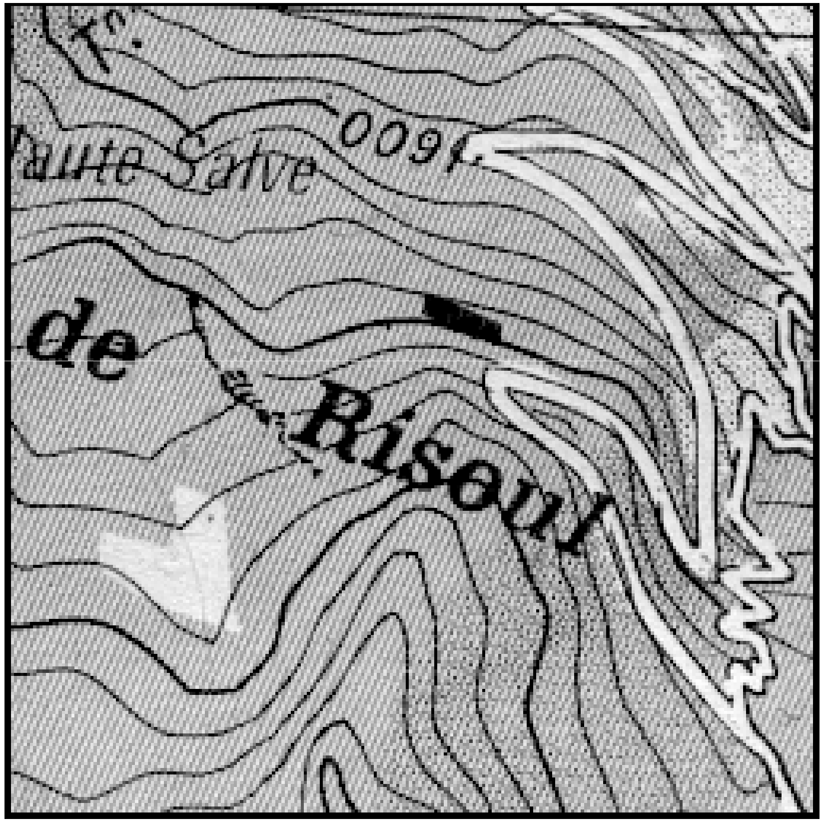
$$TFD(g(n,m)\, h(n,m)) = \hat{G}(\nu,\mu) \overset{2D}{**} \hat{H}(\nu,\mu)$$

Retour à l'échantillonnage

- Doit être effectué à une fréquence au moins 2 fois supérieure à la plus haute fréquence du signal (fréquence de Nyquist),

- Ou l'image doit être filtrée à une fréquence inférieure à la moitié de la fréquence d'échantillonnage.

Image originale et spectre



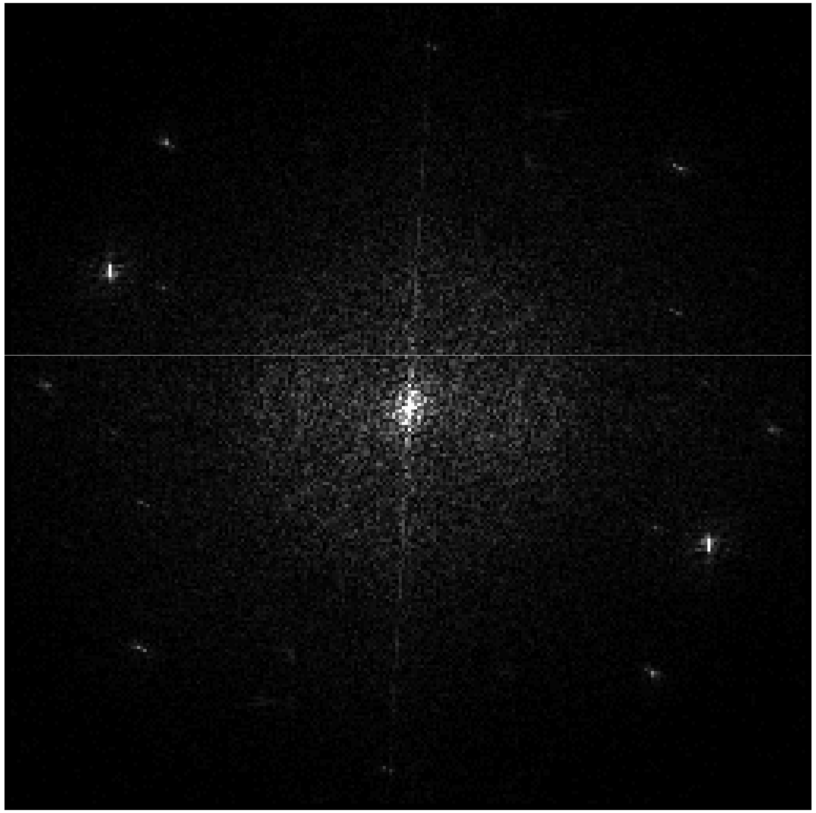
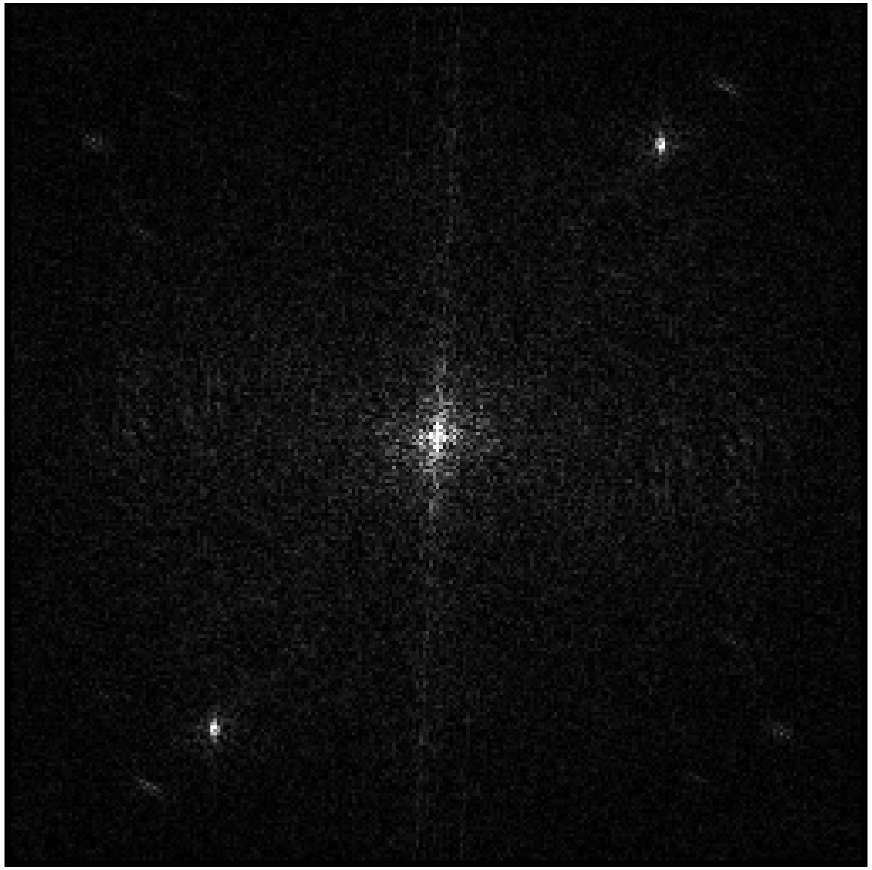


Image sous-échantillonnée et spectre



Comparaiseon des images

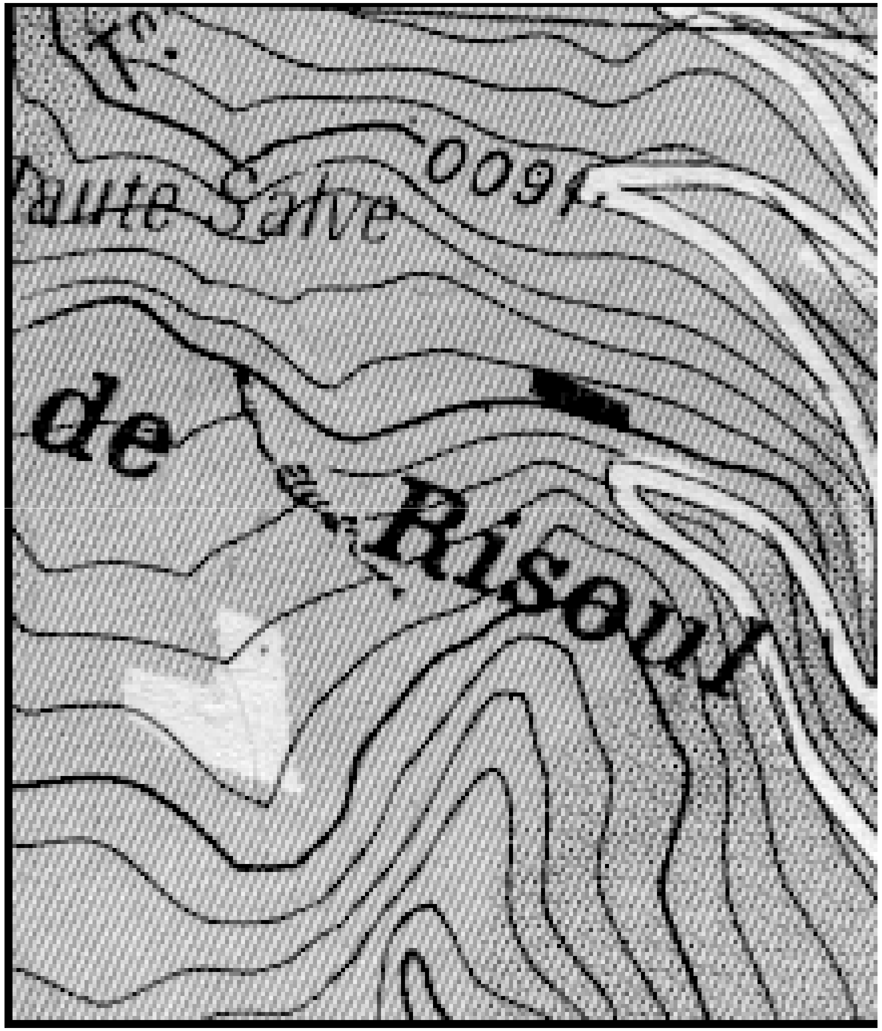


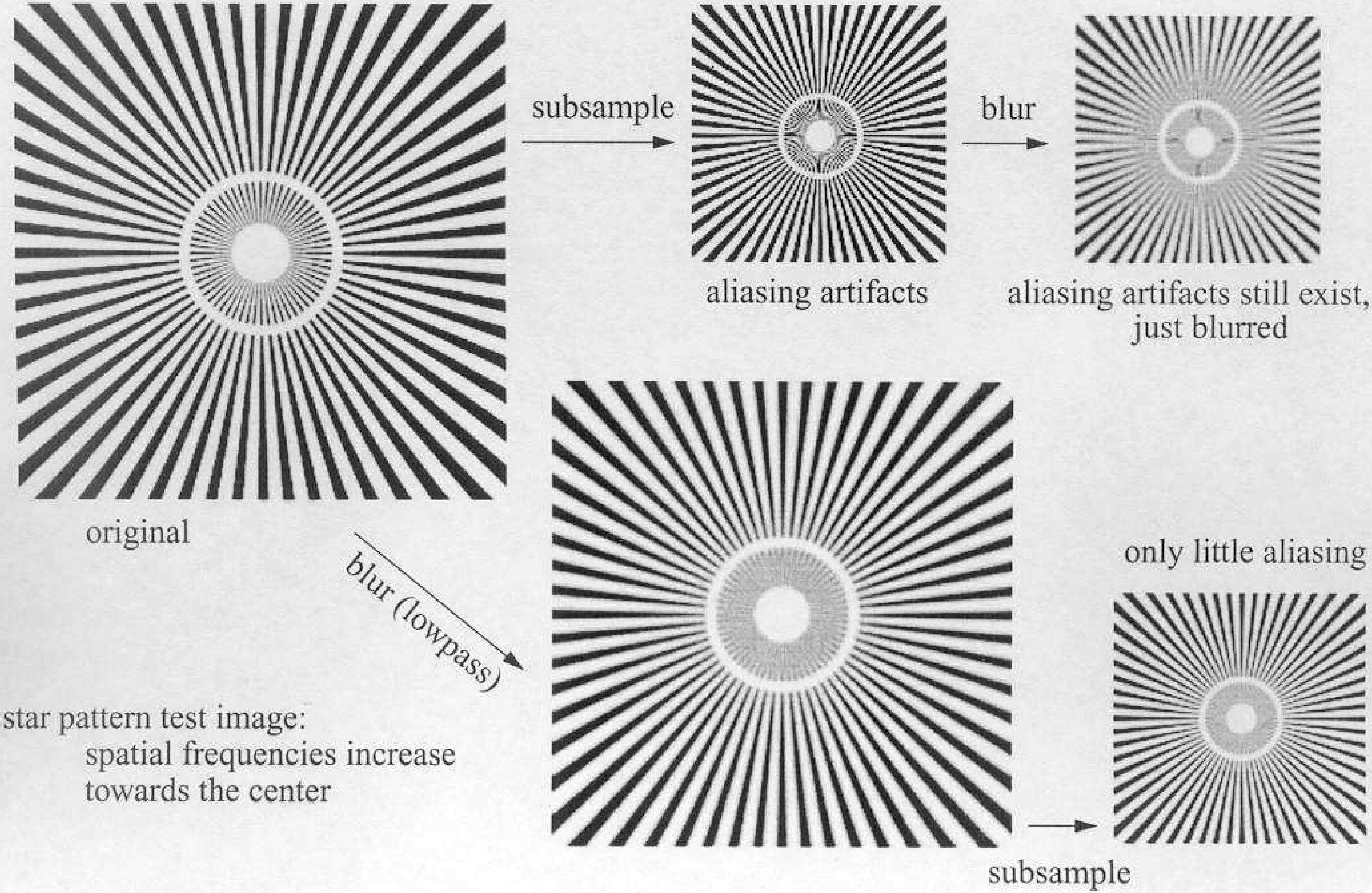
Image originale

Image sous-échantillonnée

Sous-échantillonnage

- Pour éviter l'aliasing
  - Filtre passe-bas (suppression de toutes les fréquences supérieures à Fe'/2)
  - Effet de flou, mais pas d'artefact introduit

Anti-Aliasing: Example



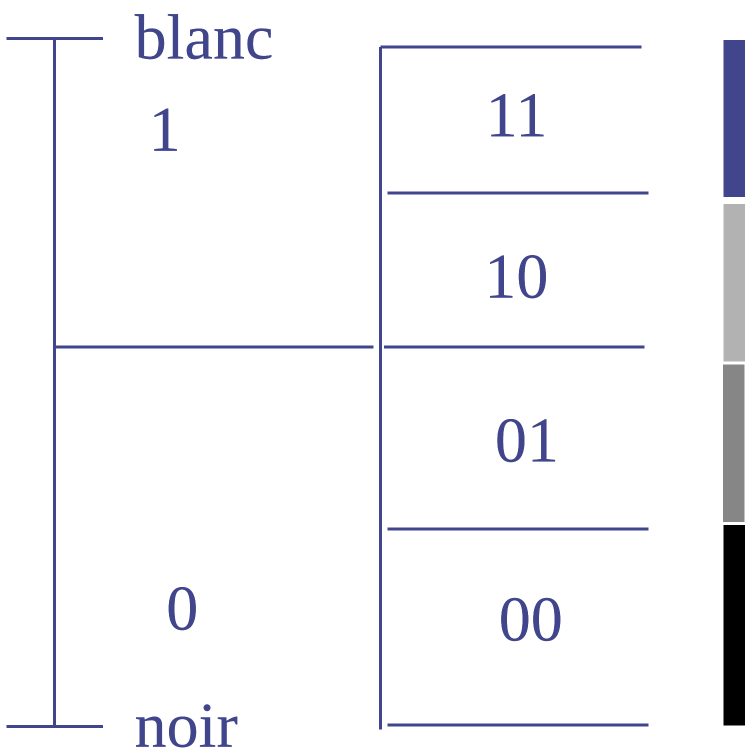
star pattern test image:
spatial frequencies increase
towards the center

Traitement des images - introduction

- Qu'est-ce qu'une image ?
- Résolution spatiale et transformée de Fourier
- Quantification et histogramme

Profondeur d'une image

- Représentation binaire : b bits, 2^b niveaux

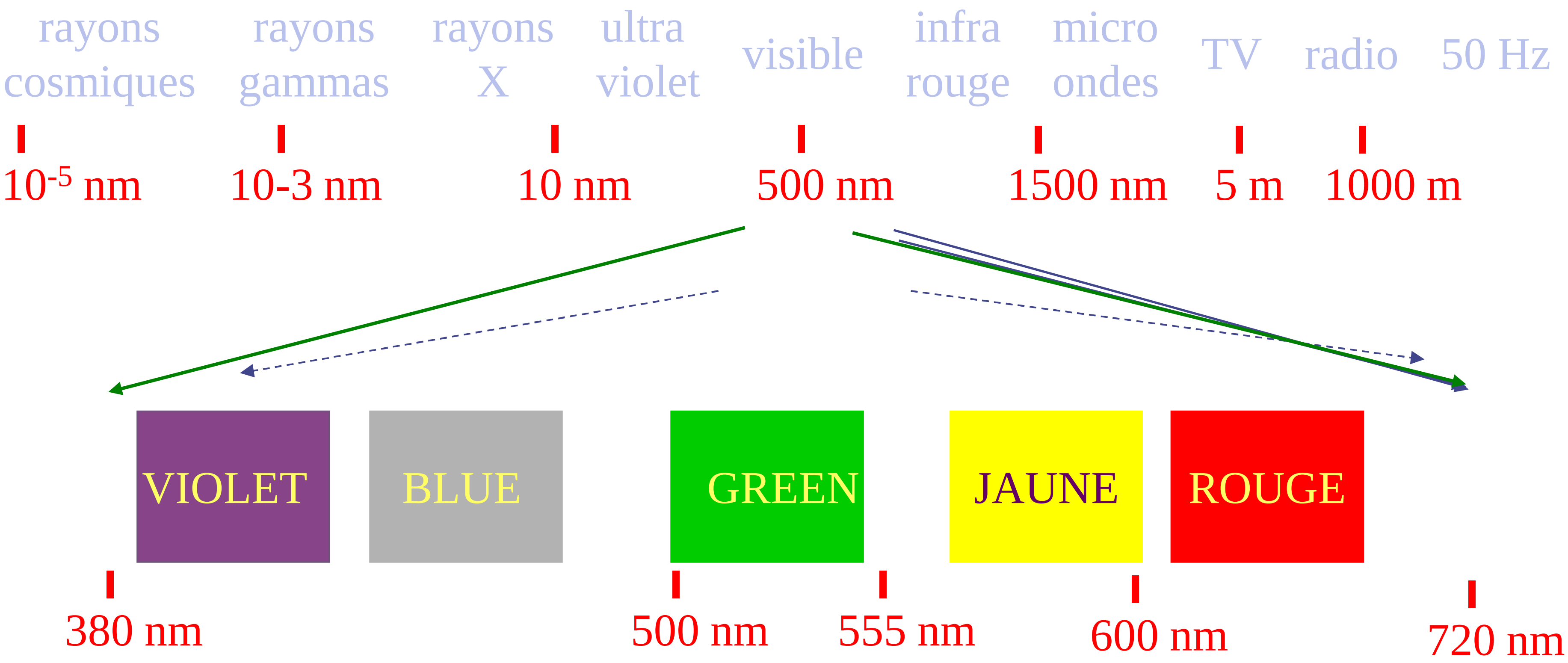


Profondeur : Vision et Image Numérique

- Sensibilité de notre vision
  - Limitée à 6 ou 8 bits par composantes couleur, i.e. max 24 bits
  - Vision : du violet (350nm) au rouge (700nm)
- Images numériques
  - Profondeur plus importante (imagerie médicale, télédétection, …)
  - Longueurs d'onde : des IRM (0,001nm) aux images micro-ondes (100000nm, étude de la neige)
  - Visualisation : 8 bits = 256 niveaux de gris

  (0 pour le noir et 255 pour le blanc)

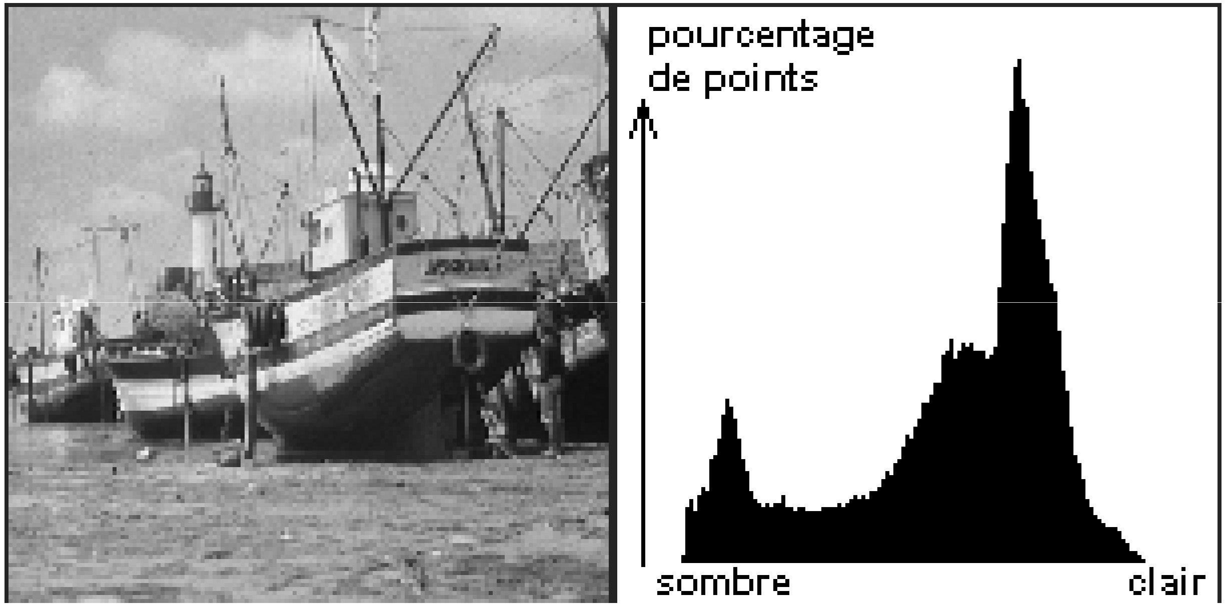
Visible domain



Histogramme d’une image

- Histogramme : distribution des niveaux de gris
  - F(x) = nombre de pixels ayant le niveau de gris x
  - Si normalisé = probabilité du niveau de gris
- Utilisation
  - Relèvement de contraste
  - Classification

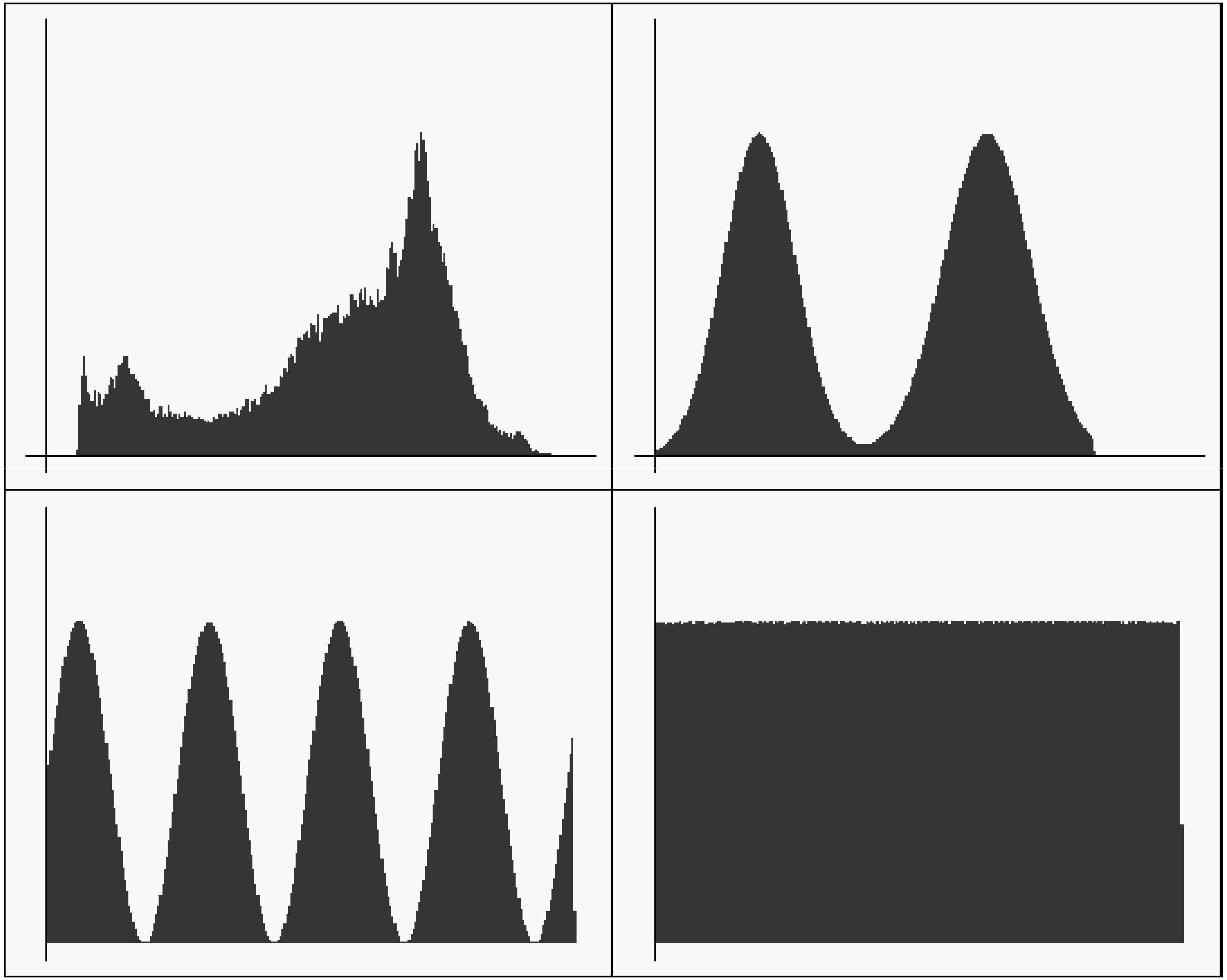
Histogramme : exemple



Les modes de l'histogramme peuvent correspondre à des régions d'intérêt (nuages, parties des bateaux, etc.)

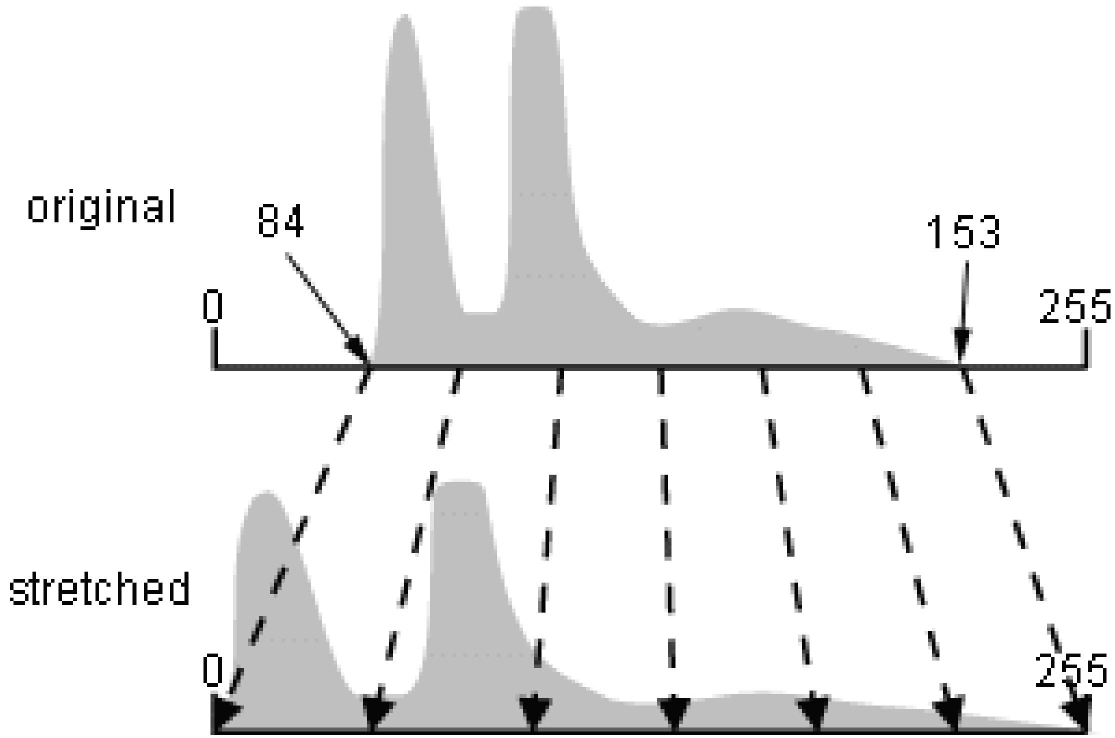
Histogramme … ATTENTION !

Histogramme … ATTENTION !

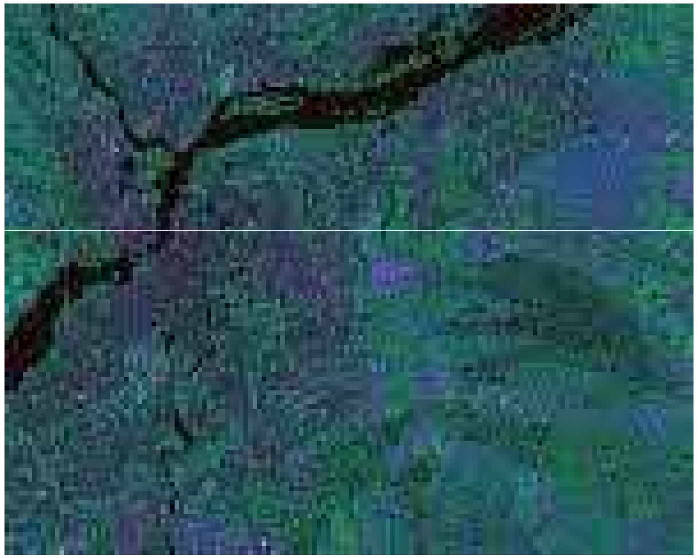
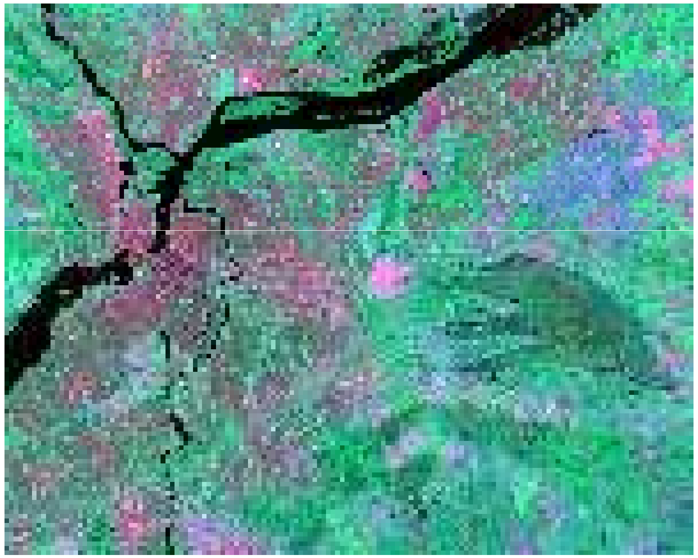


Etirement d'histogramme

- Étirement linéaire

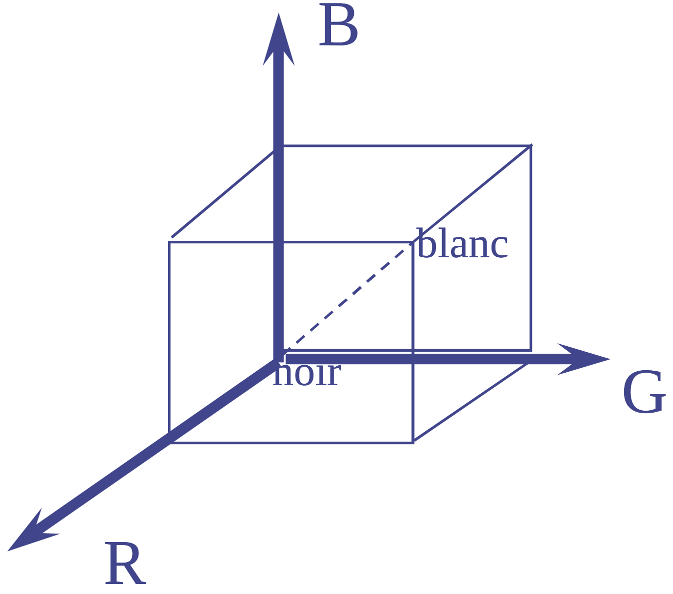


- Égalisation d'histogramme (histogramme plat)

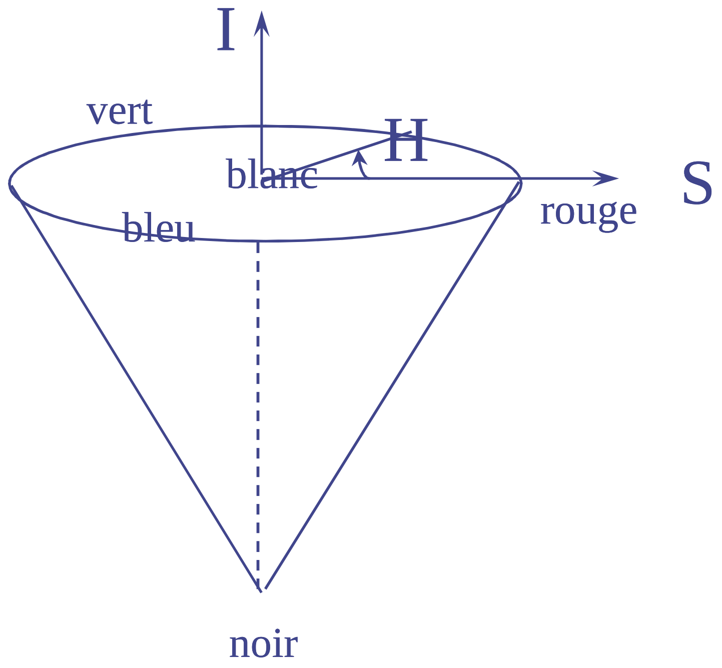
Espaces couleur

- Espace RGB (3 types de phosphores pour l'excitation des couleurs sur un écran)



Colours (cont.)

- Industrie de l'impression : CYM(K) Cyan Yellow Magenta (conversion de et vers RGB)
- Teinte (hue), Saturation, Intensité (HSI) : artistes, vision



Couleurs (suite)

- YUV : luminance, chrominances (TV)
  - Décorrélation des composantes
  - Y contient l'essentiel de l'information

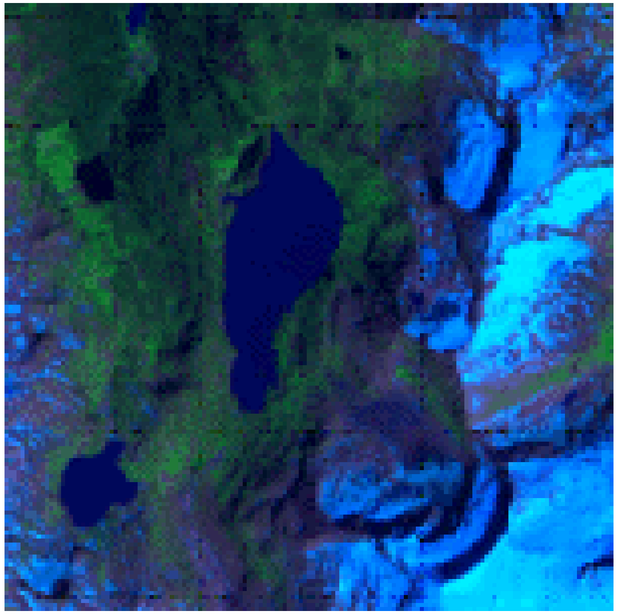
$$Y=0.299R+0.587G+0.114B$$

$$U=-0.147R-0.289G+0.437B$$

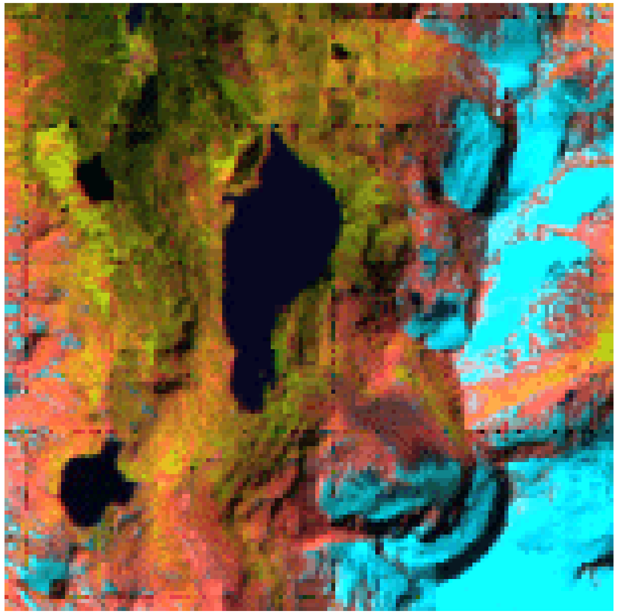
$$V=0.615R-0.515G-0.100B$$

Composition colorée

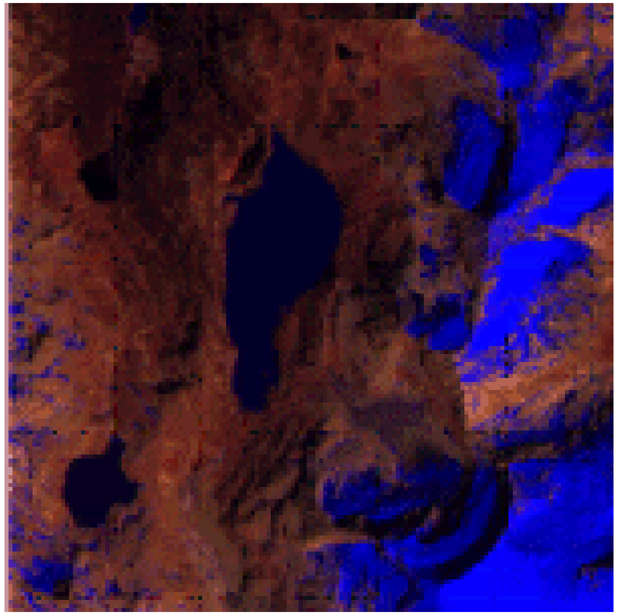
- Une composition couleur est une image couleur produite par combinaison optique d'images multi-bandes par projection à travers des filtres.
- **Composition colorée vraie :** les couleurs de l'image sont les mêmes que celles de l'objet imagé.
- **Composition colorée fausse :** les couleurs de l'images ne correspondent pas aux couleurs réelles de l'objet (telles que vues par nos yeux).



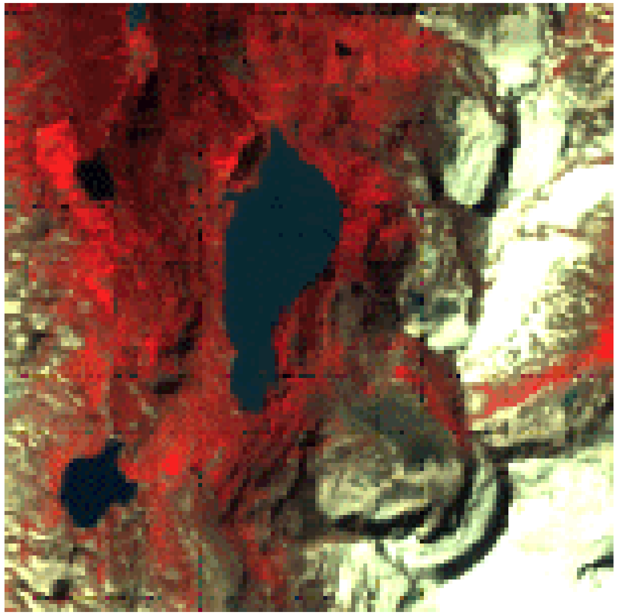
TM
7,4,1



TM
5,4,3



TM
5,7,2



TM
4,3,2

Traitement des images - introduction

- Qu’est-ce qu’une image ?
- Résolution spatiale et transformée de Fourier
- Quantification et histogramme
- Filtrage linéaire

Filtrage linéaire

- Propriété :

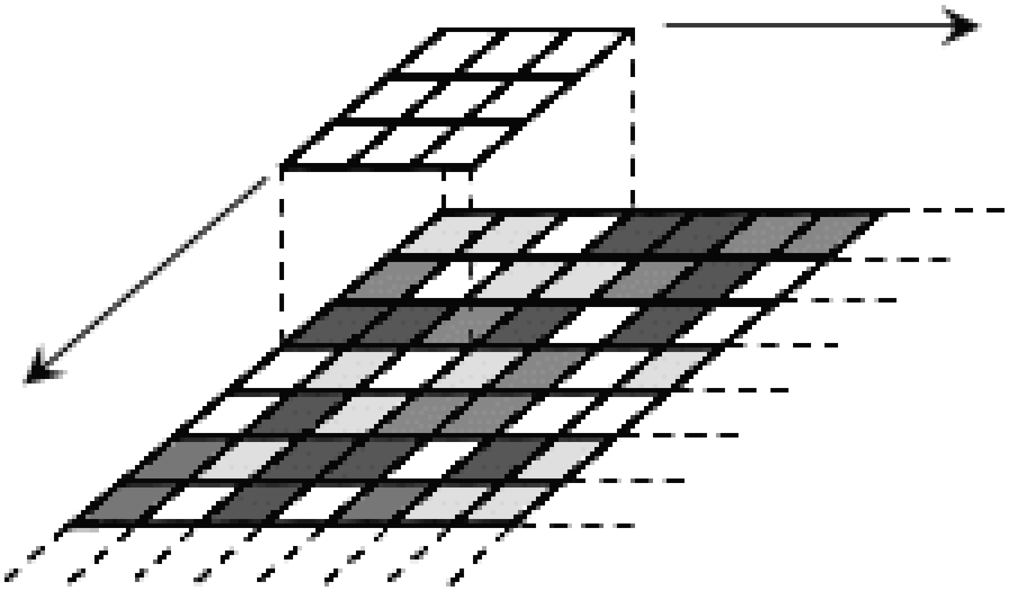
  $F(aI+bJ)=aF(I)+bF(J)$

- Espace image : convolution

  $y=x*h$

- Domaine de Fourier : multiplication

  $Y=XH$



Convolution :

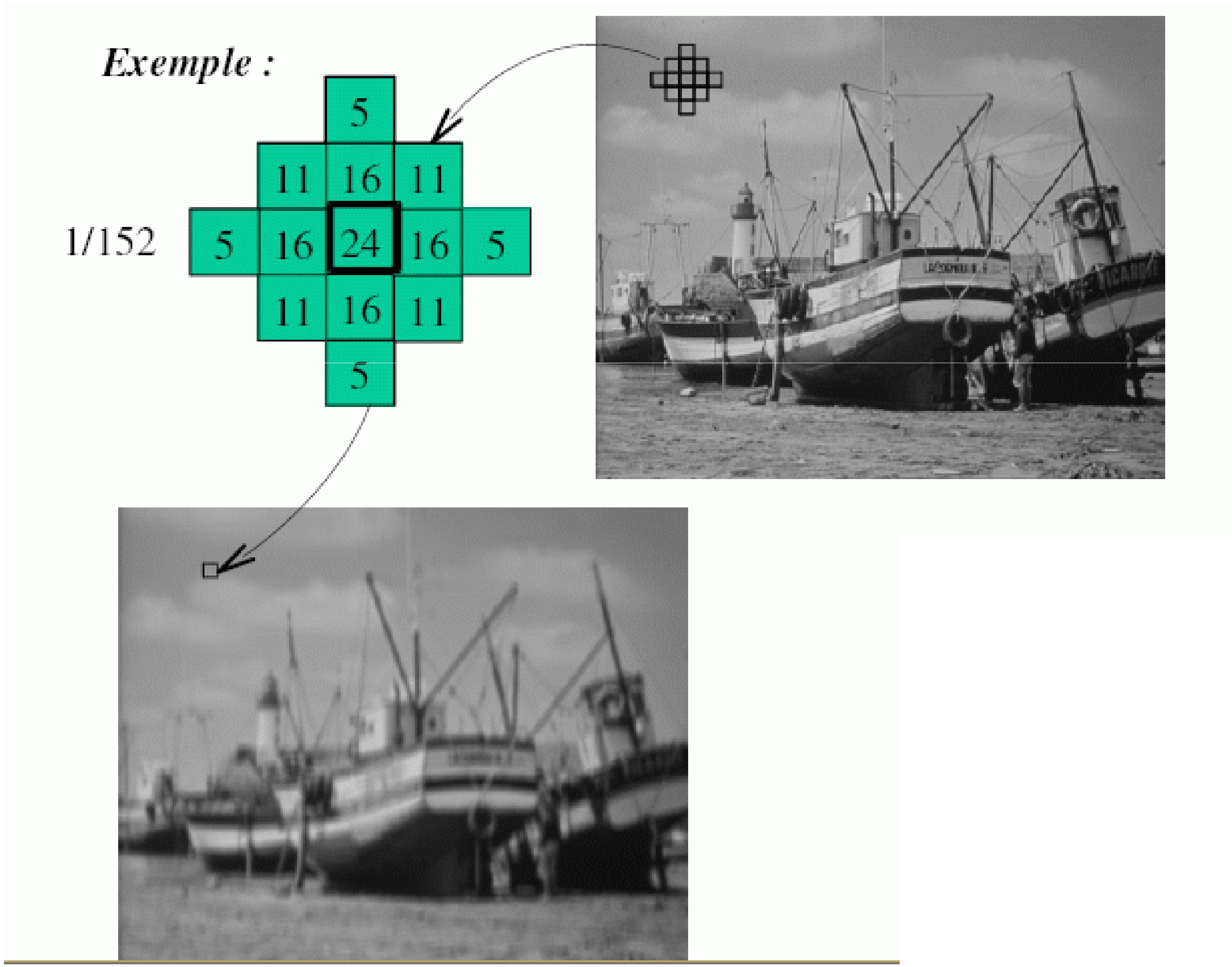
• déplacement d’une fenêtre de quelques pixels (e.g. 3x3, 5x5, etc.) sur chaque pixel de l’image,

• application d’un calcul impliquant tous les pixels dans la fenêtre,

• remplacement de la valeur du pixel central par la nouvelle valeur calculée,

• les calculs se font avec les valeurs initiales des pixels.

Filtrage linéaire



Filtrage linéaire

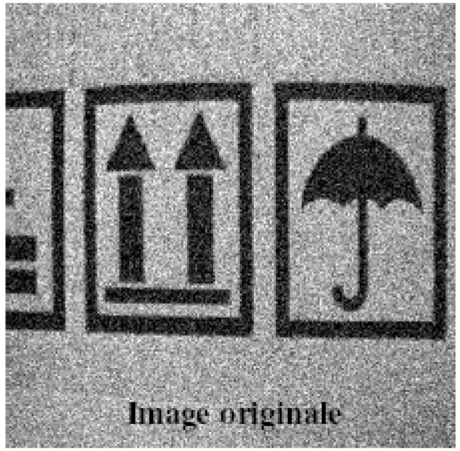
- Domaine image (h noyau de convolution)

$$y(n,m)=\sum_{k=-\infty}^{\infty}\sum_{l=-\infty}^{\infty} h(k,l)x(n-k,m-l)$$

- Domaine fréquentiel

$$Y(f_x, f_y) = H(f_x, f_y)X(f_x, f_y)$$

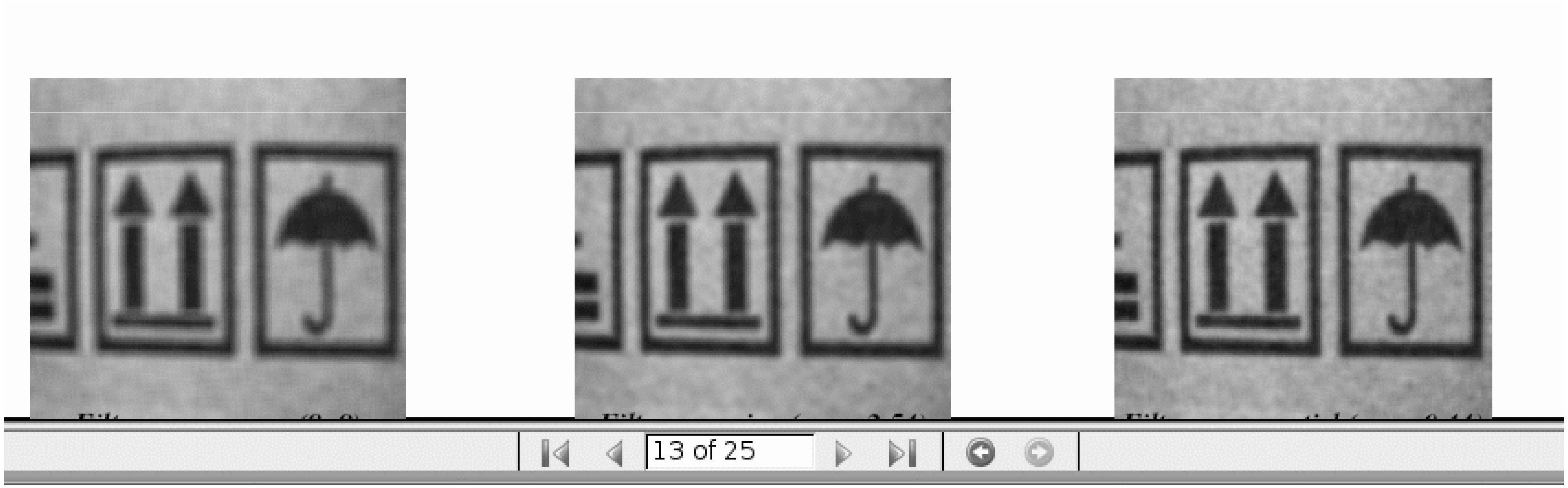
Filtrage linéaire



- **Filtre passe-bas :**

  suppression du bruit

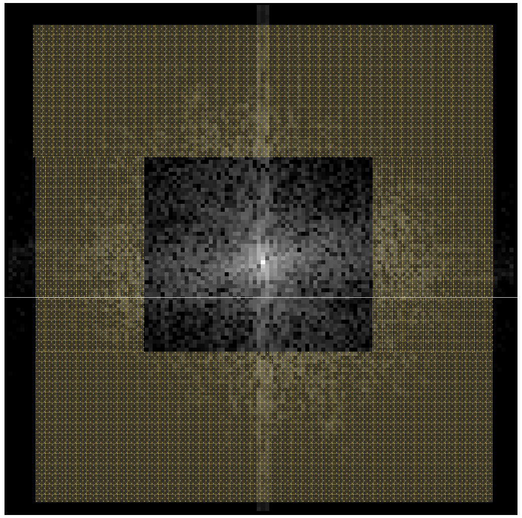
(dans les hautes fréquences)



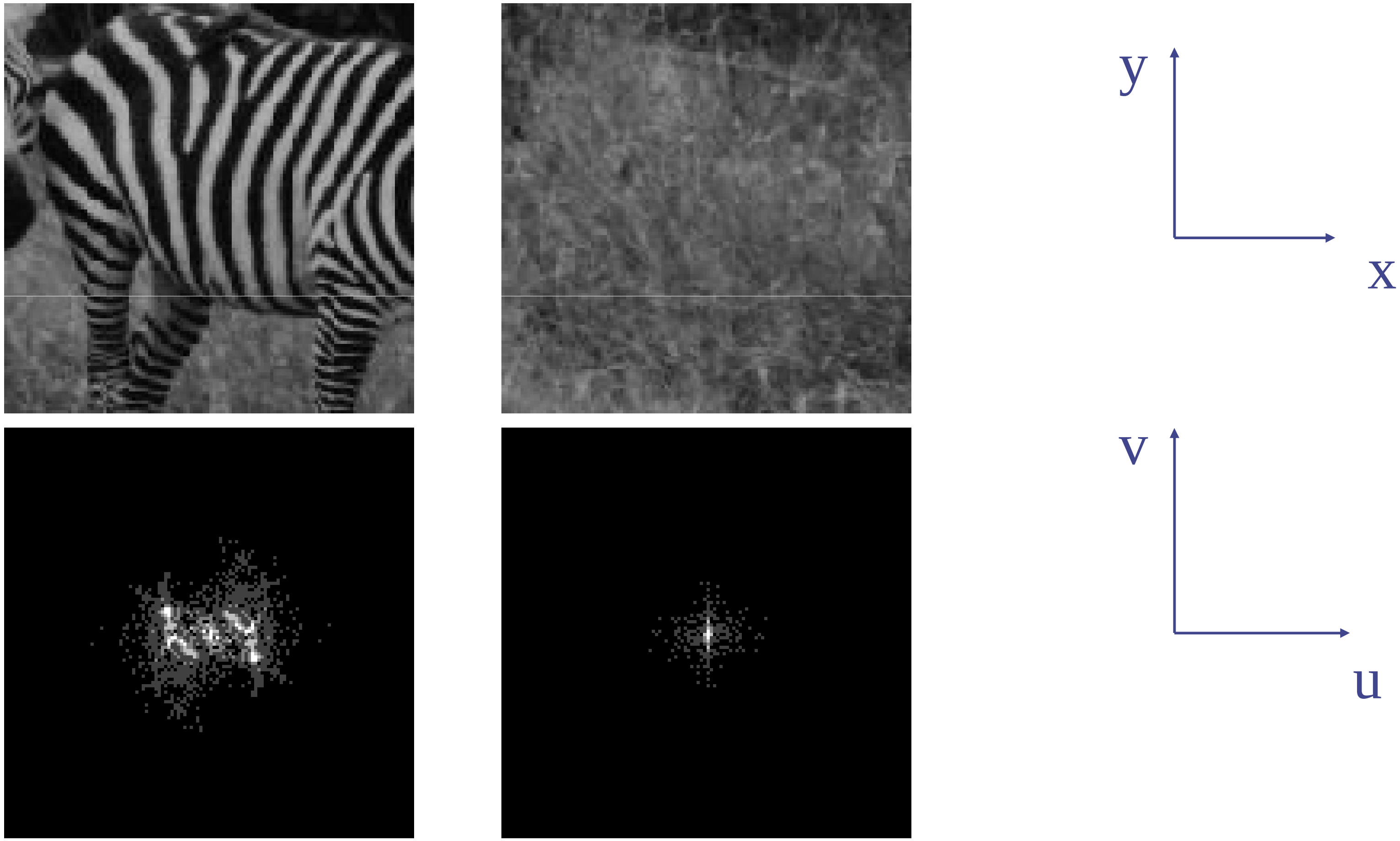
Filtrage linéaire

- Filtrage passe-haut ou passe-bande :
  - Sélection des fréquences d'intérêt
    - Hautes fréquences (contours)
    - Fréquences spécifiques (analyse de texture)

Filtre passe-haut = détection de contours




rayures du zèbre : hautes fréquences
herbes : basses fréquences



Filtrage non-linéaire

- Filtres spécifiques
  - filtre médian : la sortie du filtre est la valeur médiane dans une fenêtre donnée,
  - Min / Max : morphologie mathématique
  - filtre de Nagao
- Filtre linéaire “délinéarisé”
  - Moyenne adaptative,
  - Filtre du gradient inverse,
  - Filtre bilatéral

Filtre médian

Filtre de Nagao

Filtre de la moyenne adaptative

Filtre du gradient inverse

Filtre bilatéral

Ce filtre correspond à la combinaison d'un noyau spatial et d'un noyau radiométrique (c'est ce terme qui rend le filtre non-linéaire)

$$f(x_0) = \frac{\sum_{x_j \in \Omega} i(x_j)\, g_s(\|x_j - x_0\|)\, h_r(|i(x_j) - i(x_0)|)}{\sum_{x_j \in \Omega} g_s(\|x_j - x_0\|)\, h_r(|i(x_j) - i(x_0)|)}$$

Le plus souvent on choisit des noyaux gaussiens pour le noyau spatial et le noyau radiométrique.