**TAREA DE COMPLEJIDAD**



CYNTIA HERRERA – 0832854

JOHANNA ALZATE – 0741194

FRANCO CUNDAR – 1225352

Presentado a:

IRENE TISCHER Ph.D.

NILSON MOSSOS M.Sc.

UNIVERSIDAD DEL VALLE

ESCUELA DE INGENIERÍA DE SISTEMAS Y COMPUACIÓN

PROGRAMA DE INGENIERÍA DE SISTEMAS

COMPLEJIDAD Y OPTIMIZACIÓN

Cali, 30 de noviembre de 2013

**TAREA DE COMPLEJIDAD**

**REDUCCIÓN**

Teorema: Double-SAT es NP-Completo

Prueba: Double-SAT es NP, dado un conjunto de variables y clausulas, entonces se verifica que cada clausula sea satisfactible, para probar que la reducción de SAT a Double-SAT es completa.

Entrada:

Salida:

Cada cláusula de *n* literales se transforma en cláusulas de *n+1* literales, donde los primeros *n* literales de corresponden a los *n* literales de y el literal *n+1* de corresponde a una nueva variable .

Si , tiene al menos un literal con asignación verdadera, entonces , tiene dos literales con asignación verdadera correspondientes a y .

La nueva variable puede tomar el valor o , ya que la última clausula añadida garantiza que con una cláusula satisfactible de SAT se puedan satisfacer la cantidad de asignaciones verdaderas requeridas por Double-SAT, tal y como se muestra en la siguiente tabla de verdad, correspondiente a la cláusula

.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ***No.*** |  |  |  |  | ***R. Double-SAT*** |
| 1 | F | F | F | V | F |
| 2 | F | F | V | V | V |
| 3 | F | V | F | V | V |
| 4 | F | V | V | V | V |
| 5 | V | F | F | V | V |
| 6 | V | F | V | V | V |
| 7 | V | V | F | V | V |
| 8 | V | V | V | V | V |

Tabla 1. Tabla de verdad para

**JUSTIFICACIÓN**

Para demostrar que la solución generada por SAT y Double-SAT conserva la respuesta, se va a verificar la satisfactibilidad del conjunto de cláusulas SAT:

Las cuáles serán reducidas a Double-SAT. El conjunto de cláusulas al ser reducidas genera como resultado

.

A continuación se muestra la tabla de verdad para la cláusula a fin de verificar que la respuesta para SAT es la misma que para Double-SAT.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| ***No.*** |  |  | ***R. SAT*** |
| 1 | F | F | F |
| 2 | F | V | V |
| 3 | V | F | V |
| 4 | V | V | V |

Tabla 2. Tabla de verdad para

A continuación se muestra la tabla de verdad para la clausula añadiendo la variable y la clausula .

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ***No.*** |  |  |  |  | ***R. DOUBLE-SAT*** |
| 1 | F | F | F | V | F |
| 2 | F | V | V | V | V |
| 3 | V | F | F | V | V |
| 4 | V | V | V | V | V |

Tabla 3. Tabla de verdad para

Se puede validar la siguiente equivalencia como justificación a la reducción realizada:

Siendo un conjunto de clausulas satisfactibles para SAT y un conjunto de clausulas satisfactibles para Double-SAT.

Primero validamos :

Suponiendo que hay una asignación satisfactible Z, para , podemos encontrar dos asignaciones satisfactibles para .

Donde tenemos que y sin importar el valor de

Por último, validamos :

Usando contradicción se puede intentar probar que

Entonces, si , tenemos que , y sin importar el valor de , Lo que genera una contradicción con el primer literal. Por lo tanto, se prueba que la reducción propuesta funciona en ambos sentidos.

**EJEMPLO**

Para el ejemplo, dado , y

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ***No.*** |  |  |  |  | ***R-SAT*** |
| 1 | F | F | F | F | F |
| 2 | F | F | F | V | V |
| 3 | F | F | V | F | V |
| 4 | F | F | V | V | V |
| 5 | F | V | F | F | V |
| 6 | F | V | F | V | V |
| 7 | F | V | V | F | V |
| 8 | F | V | V | V | V |
| 9 | V | F | F | F | V |
| 10 | V | F | F | V | V |
| 11 | V | F | V | F | V |
| 12 | V | F | V | V | V |
| 13 | V | V | F | F | V |
| 14 | V | V | F | V | V |
| 15 | V | V | V | F | V |
| 16 | V | V | V | V | V |

Tabla 4. Tabla de verdad para

Según los resultados de la Tabla 3, se puede observar que el conjunto de cláusulas C es satisfactible para SAT.  
  
A continuación se realizará la transformación del conjunto de cláusulas C a Double-SAT. Así pues se obtienen las siguientes cláusulas :

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ***No.*** |  |  |  |  |  |  | ***R-Double-SAT*** |
| 1 | F | F | F | F | F | V | F |
| 2 | F | F | F | V | V | V | V |
| 3 | F | F | V | F | F | V | V |
| 4 | F | F | V | V | V | V | V |
| 5 | F | V | F | F | F | V | V |
| 6 | F | V | F | V | V | V | V |
| 7 | F | V | V | F | F | V | V |
| 8 | F | V | V | V | V | V | V |
| 9 | V | F | F | F | F | V | V |
| 10 | V | F | F | V | V | V | V |
| 11 | V | F | V | F | F | V | V |
| 12 | V | F | V | V | V | V | V |
| 13 | V | V | F | F | F | V | V |
| 14 | V | V | F | V | V | V | V |
| 15 | V | V | V | F | F | V | V |
| 16 | V | V | V | V | V | V | V |

Tabla 5. Tabla de verdad para

A partir de los resultados obtenidos en la anterior tabla, se observa que la reducción realizada de SAT a Double-SAT mediante la inclusión de una nueva variable y el literal en cada cláusula es correcta, pues una vez verificada la satisfactibilidad de las reglas definidas en la Tabla 4, se observa que es satisfactible para algunos de los valores Z evaluados, garantizando que la demostración de la transformación sugerida permite verificar que cada clausula contiene dos literales que toman el valor de , garantizando que Double-SAT es Np-Completo.