

## PRÁCTICA III: Geometría (1era Parte)

Como en todas las prácticas, recordá tener a mano el apunte teórico que referencia a los conceptos que deberás usar para resolver los ejercicios.

Cada vez que se establece una relación entre dos variables (en Matemática solemos usar  $x$  e  $y$ <sup>1</sup>) es habitual que esté relacionada con una gráfica que se representa en un plano coordinado a través de una *curva*. Es decir, para muchísimas ecuaciones del tipo  $F(x, y) = 0$ , hay una *curva* en el plano  $xy$  que representa a los puntos que cumplen (verifican) esa ecuación.

En esta práctica te invitamos a desarrollar la habilidad de reconocer algunas ecuaciones muy particulares y poder construir la gráfica respectiva. Concretamente trabajaremos con **rectas en el plano** asociadas a *ecuaciones lineales* y entre las *ecuaciones no lineales* estudiaremos dos de las que se agrupan entre las llamadas **cónicas**: *circunferencia* y *parábola*. Las ecuaciones de la *elipse* y la *hipérbola* serán motivo de la Práctica IV.

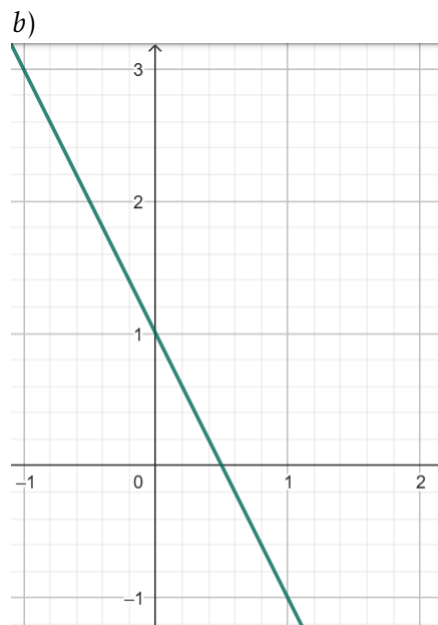
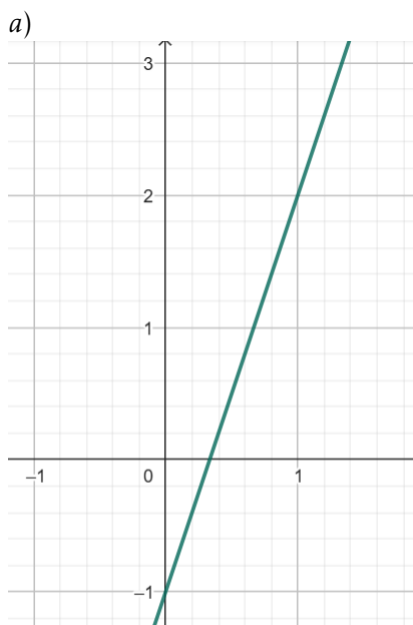
### RECTAS

- Deberás tener presente el modo de reconocer que una ecuación es la de una recta, así como ubicar la *pendiente*, la *ordenada al origen* y la intersección con el eje  $x$ .
- Será necesario que recuperes los modos de construir la ecuación de una recta según los datos que se brindan: *Ecuación de la recta punto-pendiente* (pág. 35 del Capítulo de Geometría), *Ecuación de la recta que pasa por dos puntos* (págs. 35 y 36 del Capítulo de Geometría), *Ecuación segmentaria de la recta* (pág. 37 del Capítulo de Geometría)
- Posiciones relativas de las rectas. Es importante que tengas presente los sentidos de rectas *paralelas*, *coincidentes*, *secantes*, *perpendiculares* y su relación con los distintos parámetros de las ecuaciones. (Págs. 39 y 40 del Capítulo de Geometría)
- También usarás las nociones de *distancia entre dos puntos del plano* y *distancia entre un punto y una recta*. (Págs. 41 a 43 del Capítulo de Geometría)

---

<sup>1</sup>los nombres de esas variables muchas veces toman algo del sentido que representan. Es así que suele ser habitual que al *precio* se lo represente con la letra  $P$ , *cantidad* con  $Q$ , la letra  $I$  para *ingreso*, la  $Y$  para *ingreso nacional*, *consumo* la  $C$ , etc.

1. Halle la ecuación de cada una de las rectas que se grafican a continuación:



2. Encuentre la ecuación de la recta que:

- pasa por  $A(-1, 2)$  y tiene pendiente  $-2$ .
- pasa por  $B(3, -2)$  y su ángulo de inclinación es  $\frac{7}{4}\pi$ .
- pasa por  $D(-3, 0)$  y es perpendicular al eje  $x$ .
- pasa por  $P(2, -1)$  y es paralela al eje  $y$ .

En todos los casos represente gráficamente.

#### Para trabajar en casa

[I] Halle la recta que pasa por  $Q(0, -2)$  y es perpendicular a la recta que pasa por  $Q_1(-3, -2)$  y  $Q_2(3, 1)$ .

[II] Determine la ecuación de la recta que pasa por  $C(1, -\sqrt{2})$  y es paralela al eje  $x$ .  
¿Cómo será la recta que es perpendicular a la hallada y pasa por el punto  $C$ ?

3. Consideramos los puntos  $P_0(-1, 3)$ ,  $P_1(1, -1)$  y  $P_2(-5, 0)$  y sea  $r$  la recta de ecuación  $x + y - 3 = 0$ . Halle en cada caso la distancia entre:

- los puntos  $P_0$  y  $P_1$ ; y los puntos  $P_1$  y  $P_2$ ;
- el punto  $P_0$  y la recta  $r$ ; y el punto  $P_2$  y la recta  $r$ .

#### Para trabajar en casa

[III] Teniendo en cuenta el ejercicio 2. Halle las distancias entre  $P_0$  y  $P_2$  y entre  $P_1$  y la recta  $r$ .

[IV] Considere las rectas  $r_1 : 3x - y = 2$  y  $r_2 : x + 2y = 1$ .

¿Son paralelas? ¿Son oblicuas?

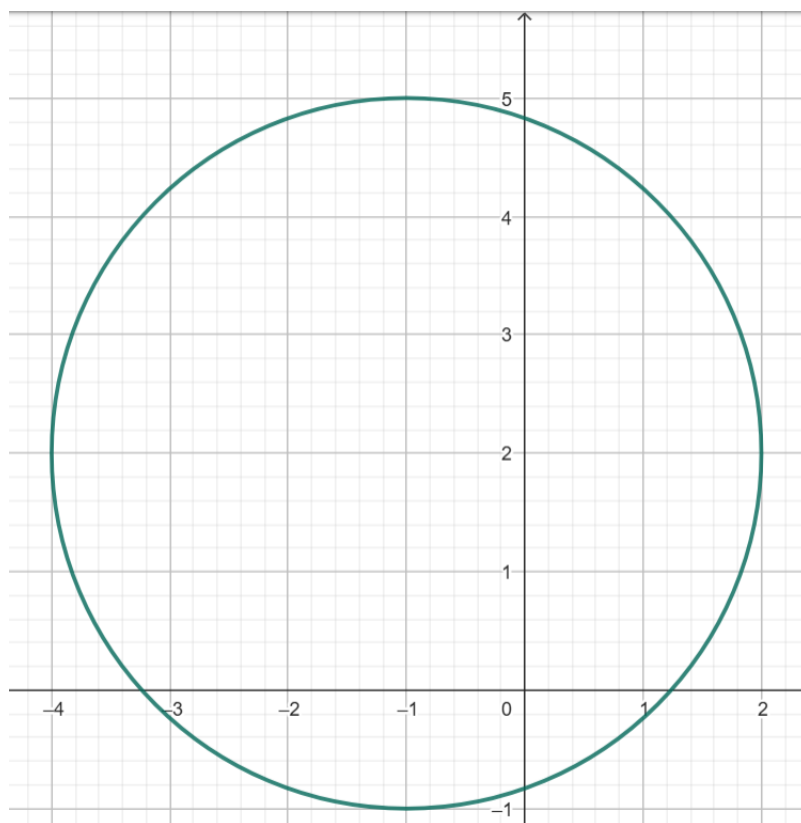
Si fueran oblicuas, halle el punto de intersección entre las rectas.

#### CIRCUNFERENCIA

- Debés tener presente lo que se ha desarrollado en la teoría en relación a la *ecuación de la circunferencia*. (Págs. 43 a 46 del apunte de Geometría)

- Recordá, si una recta es tangente a una circunferencia sus gráficas tienen sólo un punto en común.
- Muchas veces puede ser útil realizar un gráfico para poder encontrar el modo de resolver el problema planteado.
- Importante: Será fundamental que puedas familiarizarte con la idea de *completación de cuadrados*.

4. Halle la ecuación de la circunferencia que se representa en la siguiente gráfica:



5. Encuentre, en cada caso, la ecuación de la circunferencia:
- Si tiene centro en  $C(2, 3)$  y pasa por  $A(3, -2)$ .
  - Si tiene centro en  $C(-1, -5)$  y es tangente al eje  $y$ .
  - Si tiene centro en  $C(-1, -3)$  y es tangente a la recta que pasa por los puntos  $A(-2, 4)$  y  $B(2, 1)$ .
  - Si su centro está en el eje  $x$  y pasa por los puntos  $A(1, 3)$  y  $B(4, 6)$ .
- En todos los casos represente gráficamente.
6. En cada caso encuentre las coordenadas del centro y el radio de la circunferencia cuya ecuación es:
- $x^2 + y^2 + 2x + 10y + 1 = 0$
  - $4x^2 + 4y^2 - 20x + 12y + 33 = 0$
- En todos los casos represente gráficamente.
7.
  - Halle el radio de una circunferencia de centro  $C(-1, 1)$  tangente a la recta de ecuación  $x + 2y = 4$ .
  - Encuentre las ecuaciones de las rectas tangentes a la circunferencia de ecuación  $x^2 + y^2 - 12x + 10y - 11 = 0$ , paralelas a la recta de ecuación  $x + y + 4 = 0$ .

En todos los casos represente gráficamente.

**Para trabajar en casa**

[V] Halle la ecuación de una circunferencia que sea tangente a los ejes coordenados y tenga radio 4 ¿Hay una única ecuación con estas condiciones?

[VI] En cada una de las siguientes ecuaciones, complete cuadrados para obtener la ecuación canónica de la circunferencia. En cada caso explicita su centro y su radio.

i)  $x^2 + y^2 + 40x + 30y = 975$

ii)  $3x^2 + 3y^2 - 114x - 64y + 246 = 0$

[VII] Determine la ecuación de la circunferencia que tiene su centro sobre la recta de ecuación  $x + y = 2$  y pasa por los puntos  $A(-3, 0)$  y  $B(2, -1)$ .

---

PARÁBOLA

- ¿Conocés la ecuación canónica de una parábola? ¿Reconocés cómo ubicar sus elementos: Vértice, directriz, foco, eje de simetría? (Págs. 46 a 49 del Capítulo de Geometría).
- Deberás reconocer la ecuación de una *parábola*, poder escribir su forma canónica, recuperar todos sus elementos y lograr *representar gráficamente* todo ello.
- Importante: Otra vez, la *completación de cuadrados* será muy útil en ocasiones.

8. Halle la ecuación de la parábola que verifica:

a) su foco es  $F(0, 6)$  y la ecuación de su directriz es  $y + 6 = 0$ ;

b) tiene vértice en  $V(3, 2)$  y foco en  $F(5, 2)$ ;

c) su vértice es  $V(0, 0)$  y pasa por los puntos  $A(2, -3)$  y  $B(-2, -3)$ ;

En todos los casos represente gráficamente.

9. Encuentre los elementos de cada una de las siguientes parábolas y represente gráficamente:

a)  $3x^2 = 8y$

b)  $y^2 = -4x$

c)  $4x^2 - 8x + 3y - 2 = 0$

d)  $-y^2 + 2y + x = 0$

**Para trabajar en casa.**

[VIII] Halle la ecuación de una parábola que tiene...

i) ... su vértice en  $V(4, -5)$  y su foco en  $F(1, -5)$ .

ii) ... su vértice en  $V(1, 1)$  y su directriz es la recta de ecuación  $y = -2$ .

Represente en un gráfico la parábola y todos sus elementos.

[IX] Halle elementos de las siguientes parábolas y represente gráficamente:

i)  $y^2 - 1 = 4x$

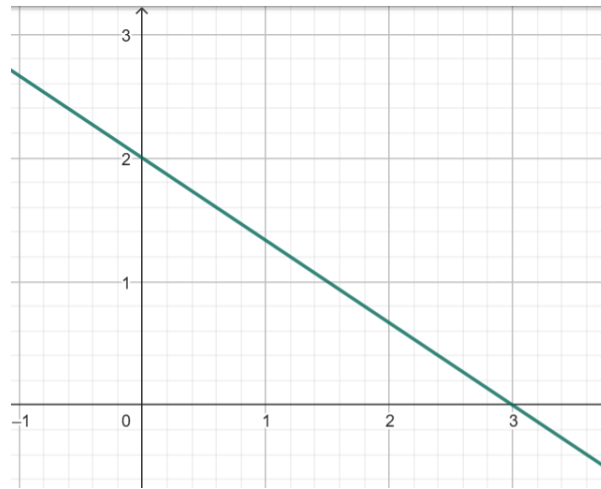
ii)  $3y^2 - 12y - 8x - 4 = 0$

iii)  $x^2 + 2x - y + 3 = 0$

iv)  $y^2 - 6x + 2y + 13 = 0$

### EJERCICIOS ADICIONALES:

1. Halle la ecuación de la recta cuya representación gráfica es:



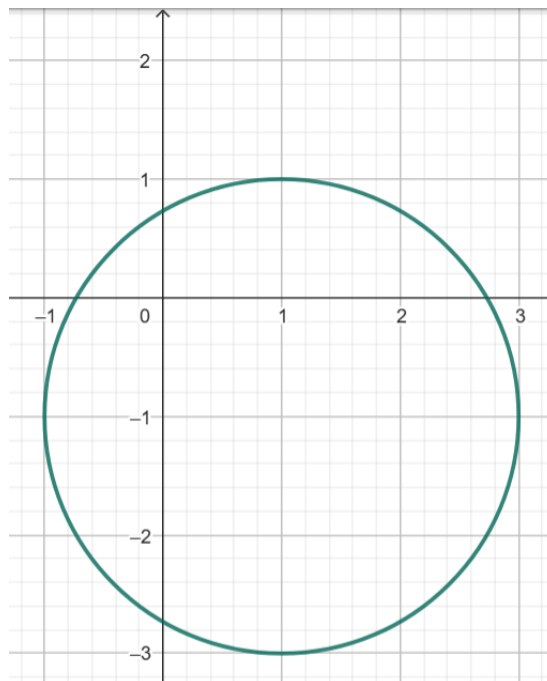
2. Halle las ecuaciones de las rectas perpendiculares a la recta de ecuación

$$-x + 2y + 3 = 0$$

y que forman con los ejes coordenados un triángulo de área 8.

Represente gráficamente.

3. Sea  $r$  la recta que pasa por  $P_0(-1, 4)$  y es perpendicular a la recta de ecuación  $x - y = 0$ . Halle el área determinada por la recta  $r$  y los ejes coordenados. Represente gráficamente.
4. Halle la ecuación de la circunferencia cuya gráfica es:



5. ¿Qué condiciones deben cumplir  $D$  y  $F$  para que la ecuación  $x^2 + y^2 + Dx + F = 0$  tenga como gráfica a una circunferencia? Justifique y dé las coordenadas del centro.

6.    *a)* Halle la ecuación de la parábola con vértice  $V(1, 3)$ , eje focal paralelo al eje  $x$  y que pasa por el punto  $P(6, 13)$ . Grafique y dé los otros elementos de la parábola.
- b)* Halle la ecuación de la parábola con vértice  $V(-5, 1)$ , eje focal paralelo al eje  $y$  y que pasa por el punto  $P(1, 0)$ . Grafique y dé los otros elementos de la parábola.