PRÁCTICA IV: Geometría (2da Parte)

En esta práctica esperamos que puedas reconocer las ecuaciones cónicas que aún no hemos atendido: la *elipse* y de la *hipérbola*.

El desafío es que logres calcular todos los elementos de cada ecuación y representar todo (la curva y sus elementos) en un gráfico.

<u>ELIPSE</u>

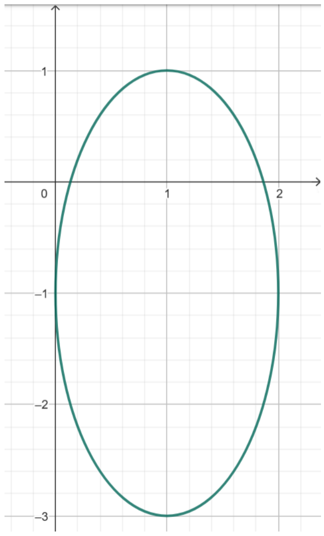
- Buscá, en el Capítulo de Geometría de las notas de teoría, la *ecuación canónica* de la elipse y cómo calcular sus *elementos*.
- ¿Tenés presente cómo usar los datos de los *vértices*, *covértices* y *focos* de una elipse para construir una gráfica de su curva?
- Otra vez, manejar bien la técnica de *completación de cuadrados* te será útil para reescribir una ecuación general como la ecuación canónica. Podrás así reconocer si se trata de una elipse y en consecuencia recuperar todos sus elementos.

1. Halle la ecuación de la elipse que verifica:
   a) sus focos son $F_1(5,0)$ y $F_2(-5,0)$ y la longitud del eje mayor es 26
   b) los extremos de su eje menor son $B_1(0,4)$ y $B_2(0,-4)$, y la longitud del eje mayor es 10
   c) tiene centro en $C(-5,1)$, un foco es $F_1(-5,3)$ y su eje mayor tiene longitud 8

   En todos los casos represente gráficamente.

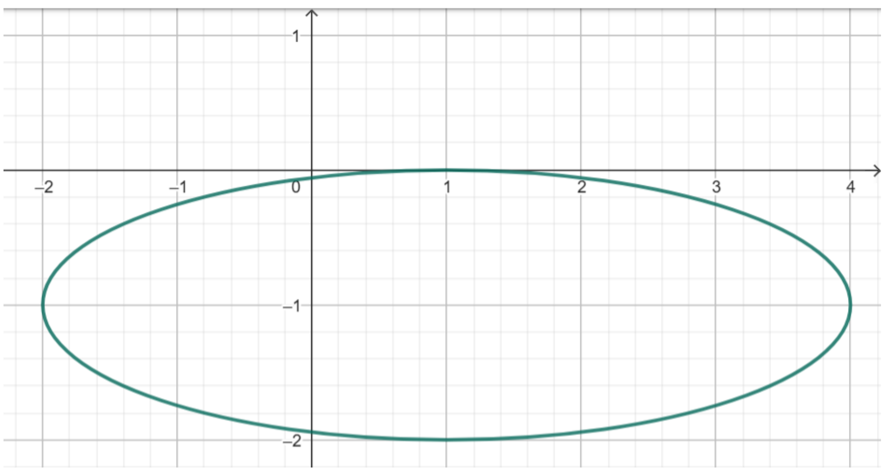
2. Encuentre los elementos de cada una de las siguientes elipses. Luego, represente en un mismo gráfico, la curva y sus elementos:
   a) $\dfrac{x^2}{9} + \dfrac{y^2}{49} = 1$
   b) $4x^2 + y^2 = 15 + 2y$
   c) $9x^2 - 72x + 16y^2 - 96y + 144 = 0$

3. Halle la ecuación de la elipse cuya representación gráfica es la de la siguiente:



4. Halle los valores de $k \in \mathbb{R}$ para que la recta de ecuación $x + 2y = k$ sea tangente a la elipse de ecuación $x^2 + 2y^2 = 16$. En cada caso halle el punto de tangencia y represente gráficamente.
(Sugerencia: tener en cuenta que una recta y una elipse son tangentes si tienen sólo un punto en común.)

Para trabajar en casa
[I] En cada caso halle la ecuación de la elipse que satisface:
i) Sus focos son $F_1(-4,-1)$ y $F_2(2,-1)$, y la longitud del eje menor es 4
ii) Tiene covértices en $CV_1(3,-2)$ y $CV_1(-1,-2)$ y uno de sus vértices es $V_1(1,-1)$.
[II] Encuentre todos los elementos de cada una de las siguientes elipses. Luego represente gráficamente ubicando todos los elementos.
i)$4x^2 + 9y^2 = 36$
ii) $25(x-1)^2 + 16y^2 = 336 - 64y$
iii) $25x^2 + 81y^2 - 50x + 486y = 1271$
iv) $3x^2 - 12x + y^2 + 20 = -x^2 - 12x - 4y - 4$
[III] Halle la ecuación de la elipse de la gráfica y determine explícitamente todos los elementos:



HIPÉRBOLA

- Recordá tener a disposición el apunte teórico y asegurate de saber dónde está la información sobre la *ecuación canónica* y los *elementos* de la hipérbola.
- Saber dónde está el *centro*, los *focos*, *vértices* y cuáles son las *asíntotas* correspondientes a la hipérbola es central para poder graficar la curva. ¿Ya has reconocido cómo usar esos datos para construir la gráfica?
- *Completación de cuadrados*, otra vez protagonista. Una nueva oportunidad para seguir practicando la técnica.

5. Encuentre todos los elementos de las hipérbolas cuyas ecuaciones son:
   a) $\dfrac{(x-2)^2}{25} - \dfrac{(y+2)^2}{16} = 1$
   b) $9x^2 - 16y^2 = 144$
   c) $4y^2 - 4x^2 = 1$
   d) $9y^2 - 16x^2 + 96x - 18y = 252$

   Dé, en cada caso, las ecuaciones del eje focal y de las asíntotas. Represente gráficamente.

Para trabajar en casa

[IV] Halle los elementos de cada una de las siguientes hipérbolas. Represente en un gráfico la curva y sus elementos.

a) $x^2 - 4y^2 = 36$
b) $\dfrac{(y-1)^2}{16} - \dfrac{(x+3)^2}{25} = 1$
c) $9x^2 - 18x = 27 + 4(y+2)^2$

EJERCICIOS ADICIONALES

1. Halle la ecuación de la hipérbola tal que: sus vértices reales son $A_1(3,-5)$ y $A_2(3,1)$, las ecuaciones de sus asíntotas son $y = 2x-8$ e $y = -2x+4$. Encuentre las coordenadas de los focos y de los covértices y represente gráficamente.
2. Completando cuadrados para llevar la ecuación a su forma canónica, en cada caso determine de qué cónica se trata, dé sus elementos y represente gráficamente.
   a) $9x^2 + 4y^2 - 18x + 8y - 23 = 0$;
   b) $4x^2 + y^2 - 32x + 16y + 124 = 0$;
   c) $9x^2 - 4y^2 - 36x - 8y - 4 = 0$;
   d) $25y^2 - 9x^2 - 50y - 54x - 281 = 0$.