

# Lenguajes Regulares

- Son aquellos generados por gramáticas regulares (**GR**)
- En los lenguajes de programación se usan para los diferentes tokens
- Si un lenguaje formal es finito entonces SIEMPRE es un lenguaje regular (**LR**)
- Ejemplos
  - $L_1 = \{a^n b^t \mid n \geq 1, t \geq 1\}$ 
$$S \rightarrow aS \mid aT$$
$$T \rightarrow bT \mid b$$
  - $L_2 = \{1^{2n+1}0 \mid n \geq 0\}$ 
$$S \rightarrow 1T$$
$$T \rightarrow 0 \mid 1S$$

# Expresiones Regulares

- Una expresión regular (**ER**) es un patrón que describe un conjunto de cadenas que forman un LR
- Las ER se forman con
  - caracteres del alfabeto del LR representado
  - $\epsilon$  para representar la cadena vacía
  - Operadores
    - Unión
    - Concatenación
    - Estrella de Kleene
  - Paréntesis para agrupar o cambiar precedencias

# Expresiones Regulares

- Precedencia
  - Potenciación (Estrella de Kleene), concatenación y por último unión.
- Los LR son cerrados respecto de estas operaciones, por eso podemos aplicarlos sabiendo lo obtenido sigue siendo LR
- La unión es conmutativa, por tanto la ER  $a+ab$  y la ER  $ab+a$  representan el mismo lenguaje
- Dos ER se dicen equivalentes si representan el mismo lenguaje

# Expresiones Regulares

- Un carácter solo es una ER,  $\varepsilon$  es una ER
  - La ER  $a$  representa el LR  $\{a\}$
- Concatenación (no conmutativa)
  - La ER  $a.b$  o simplemente  $ab$  representa el LR  $\{ab\}$
- Unión (conmutativa)
  - La ER  $a+b$  (también  $a|b$  pero...!!) representa el LR  $\{a, b\}$
- Potenciación (NO es parte de las ER básicas)
  - La ER  $a^3$  representa el LR  $\{aaa\}$
- Estrella de Kleene
  - La ER  $a^*$  representa el LR  $\{\varepsilon, a, aa, aaa, \dots\}$

# Factorización y Clausuras

- Dado que la operación de concatenación no es conmutativa tendremos factorizaciones a izquierda y a derecha
  - $a(a+b) = aa + ab$
  - $aab+abb = a(ab+bb) = a(a+b)b$
- Clausura positiva
  - Como la de Kleene pero sin potencia cero
  - $a^* = \varepsilon, a, aa, aaa \dots$
  - $a^+ = aa^* = a^*a$
- Otras igualdades
  - $a^*a^* = a^*$
  - $(R^*+S^*)^* = (R^*S^*)^* = (R+S)^*$
  - $(R^*)^* = R^*$

# Definición formal de ER

1.  $\emptyset$  es la ER que representa la conjunto vacío
2.  $\varepsilon$  es una ER que representa al lenguaje  $L=\{\varepsilon\}$
3.  $x \in \Sigma$  es la ER que representa el Lenguaje  $L=\{x\}$
4.  $s \in \Sigma^*$  es la ER que representa el Lenguaje  $L=\{s\}$   
(p.ej:  $s = abf$ )
5.  $R_1$  y  $R_2$  son ER entonces  $R_1+R_2$  es también una ER
6.  $R_1$  y  $R_2$  son ER entonces  $R_1R_2$  es también una ER
7.  $R$  es ER entonces  $R^*$  es también una ER
8.  $R$  es ER entonces  $(R)$  es también una ER

# Ejemplos

- La ER  $a(b+c)^*a$  representa todas las cadenas que comienzan y terminan exactamente con una **a** y en el medio puede tener una cantidad arbitraria (incluso ninguna) de **b** o **c**.
- La ER  $(x+y+z)(ab)^*$  representa todas cadenas que comienzan con **x** o **y** o **z** y continúan con una cantidad arbitraria (eventualmente cero) de la cadena “**ab**”
- Expresión Regular Universal (**ERU**)
  - Es aquella que representa todas las cadenas que se pueden formar con un alfabeto dado. Por ejemplo, si el alfabeto es  $\Sigma = \{a, b, c\}$  entonces la ERU correspondiente es  $(a+b+c)^*$

# MetaER

- Además de los operadores básicos muchos programas permiten usar otros operadores que hacen más fácil armar las ER y no cambian el poder expresivo de las mismas. Se las conoce como ER extendidas o MetaER
- Las extensiones dependen un poco de que programa se use, sin embargo algunas son muy comunes y las detallamos en la diapositiva siguiente
- A la tabla de la diapositiva siguiente debemos agregar el uso de `\` para poder usar algunos de los símbolos que se usan como operadores sin su significado especial, así `\*` no es la clausura de Kleene sino un asterisco tomado literalmente como tal



# MetaER

Metacaracteres Operadores	Comentario
. (punto)	Se corresponde con cualquier carácter (solo uno) salvo $\backslash n$ dado que los programas de ER suelen analizar por línea
(pipe o barra vertical)	Operador de unión (corresponde al + en ER básicas)
[ ] (corchetes)	Enumera conjunto de caracteres (alternativa a usar unión)
[ - ]	Da un rango de caracteres [0-9] es la unión de todos los dígitos
{ } (llaves)	Para indicar una potenciación. $b\{3\}$ corresponde a bbb
{ , }	Similar pero todas las potencias entre la primera y la última. $B\{2,3\}$ corresponde a bb+bbb
?	Indica opción (cero o una vez) $b?$ Corresponde a $(b+\epsilon)$
*	Clausura de Kleene
+	Clausura Positiva
( ) (paréntesis)	Se utiliza para agrupar subexpresiones

# Ejemplos

- `[a-zA-Z][a-zA-Z0-9_-]{3,11}`
  - Cadena que comienza con una letra y continúa con letras o dígitos o guión bajo o guión medio en cantidad de 3 a 11
- `0[xX][0-9a-fA-F]+`
  - Constantes hexadecimales “similares” a las de lenguaje C
- `(\+|-)?[0-9]+`
  - Nros enteros con un signo previo opcional. Notar que al + debimos anteponerle \
- `[0-9]*\.[0-9]+`
  - Nros reales donde que pueden comenzar directamente con el . decimal

# Operaciones entre Lenguajes

- En tanto conjuntos los lenguajes pueden operarse con
  - Unión
  - Concatenación
  - Intersección
  - Complemento (con respecto a su ERU)

# Tabla de Clausuras sobre operaciones

Operación	LR	LIC	LSC	LIR
Unión	Si	Si	Si	Si
Concatenación	Si	Si	Si	Si
Intersección	Si	No	Si	Si
Complemento	Si	No	Si	No

Notación: a los Lenguajes Irrestrictos (LIR) se los suele llamar Lenguajes Recursivamente Enumerables (LRE)

# Definición Regular

- Para simplificar a veces se construye una “definición regular” que no es otra cosa que una ER auxiliar que luego se usa en otra más compleja
- Ejemplo para constantes Hexadecimales en lenguaje C
  - Definiciones
    - $PRE = 0[xX]$
    - $DH = [0-9A-Fa-f]$
    - $SU = [uU]$
    - $SL = [lL]$
  - ER
    - $PRE\ DH^+ (SU\ SL \mid SL\ SU \mid SU \mid SL)?$

# Licencia

*Esta obra, © de Eduardo Zúñiga, está protegida legalmente bajo una licencia Creative Commons, **Atribución-CompartirDerivadasIgual 4.0 Internacional**.*

*<http://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/>*

*Se permite: copiar, distribuir y comunicar públicamente la obra; hacer obras derivadas y hacer un uso comercial de la misma.  
Siempre que se cite al autor y se herede la licencia.*

