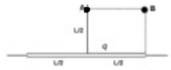
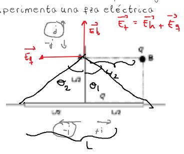
sábado, 9 de octubre de 2021 15:46

TEMA 1

1. Dado el sistema de cargas de la figura, formado por una carga puntual q situada en el punto B y un hilo de longitud L cargado uniformemente con una carga total q, calcula el campo eléctrico en el punto A.
SOL.: $\vec{E}(A) = \frac{Kq}{L^2}\left(2\sqrt{2}\,\vec{j} - 4\vec{i}\right)$



Campo eléctrico: cualquier región del espacio en la que una carga eléctrica experimenta una fza eléctrica



$\vec{E}_q = -K_0 \frac{q}{r^2}\hat{i} \longrightarrow r = L/2 \Rightarrow \vec{E}_q = -K_0 \frac{q}{(L/2)^2}\hat{i}$

$\vec{E}_h = \frac{2K_0 \lambda}{a} \operatorname{sen}\theta_0 \hat{j} \longrightarrow$ Campo eléctrico creado por una distrib lineal

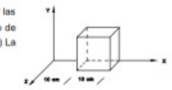
$\theta_1 = \theta_2 = \theta_0$

$$\left\{\begin{array}{l} \vec{E}_q = -K_0 \dfrac{q}{(L/2)^2}\hat{i} \\ \vec{E}_h = \dfrac{2K_0\, q/L}{L/2}\dfrac{\sqrt{2}}{2}\hat{j} \end{array}\right\} \quad \vec{E}_T = \vec{E}_h + \vec{E}_q = \frac{2K_0\, q/L}{L/2}\frac{\sqrt{2}}{2} - K_0 \frac{q}{(L/2)^2}\hat{i}$$

$$\vec{E}_T = \frac{K_0 q}{L^2}\left(-4\hat{i} + 2\sqrt{2}\hat{j}\right)$$

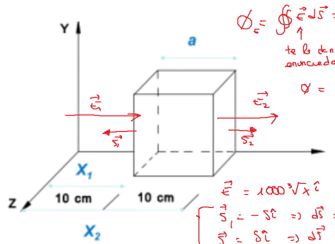
2. En una cierta región del espacio existe un campo eléctrico dado por las ecuaciones $E_y = 0$, $E_z = 0$, $E_x = 1000\sqrt[3]{x}$ (S.I.). Calcular: (a) El flujo de este campo a través de la superficie cúbica dibujada en la Figura (b) La carga neta encerrada por dicha superficie.
SOL.: (a) Φ = 1,206 V m; (b) q = 1,066·10⁻¹¹ C

$\vec{E}$



a)
Si la superficie es cerrada, se define q el vector superficie apunta hacia afuera del volumen encerrado por la superficie.

El flujo es la medida del número de líneas de campo que cruzan la superficie



$\phi_E = \oiint \vec{E}\,d\vec{S} \Rightarrow$

te lo dan en el enunciado.

$\phi = \iint_{S_1} \vec{E}\,d\vec{S} + \iint_{S_2} \vec{E}\,d\vec{S}$

$\vec{E}_1 = 1000\sqrt[3]{x_1}\,\hat{i}$

$\vec{E}_2 = 1000\sqrt[3]{x_2}\,\hat{i}$

$\vec{E} = 1000\sqrt[3]{x}\,\hat{i}$

$\left[\begin{array}{l} \vec{S}_1 = -S\hat{i} \Rightarrow d\vec{S} = -dS\hat{i} \\ \vec{S}_2 = S\hat{i} \Rightarrow d\vec{S} = dS\hat{i} \end{array}\right]$

$\phi = -\iint_{S_1} E\,dS + \iint_{S_2} E\,dS \Rightarrow \phi = -E_1 \iint_{S_1} dS + E_2 \iint_{S_2} dS$ (ct)

$\Rightarrow \phi = (-E_1 + E_2)S = 1'206$ Vm $\quad S = (a)^2 \quad \iint dS = S$

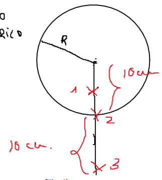
b) $\phi = \oiint \vec{E}\,d\vec{S} = \frac{Q_{neta}}{\varepsilon_0} \Rightarrow Q_{neta} = \phi\varepsilon_0 = 1'066 \cdot 10^{-11}$ C

$1\,cm = 0'01\,m$

3. Una esfera, no conductora, posee una $\underbrace{\text{densidad de carga de 10 pC/m}^3}_{\rho}$ uniforme en todo su volumen. Si el radio de la esfera es de 10 cm, hallar: (a) el campo eléctrico a las distancias de 1 cm, 10 cm y 20 cm del centro; (b) el potencial en los mismos puntos del apartado anterior.
SOL.: (a) 3,77 mN/C; 37,7 mN/C; 9,42 mN/C (b) 5,65 mV; 3,76 mV; 1,88 mV.

a) $10\,pC = 10 \cdot 10^{-12}$ C

CAMPO ELÉCTRICO ($\vec{E}$)



ε_0 = 8,8541878176x10⁻¹² C² / (N·m^2).

1) $r \leq R \quad \vec{E} = K_0 \frac{Q_{int}}{r^2}\vec{u} = \frac{\rho}{3\varepsilon_0} r\vec{u}$

$\vec{E}_1 = \frac{10 \cdot 10^{-12}\,(0'01)}{3 \cdot \varepsilon_0} = 3'77 \frac{mN}{C}$

2) $r \leq R$ y $r \geq R \quad E = \frac{\rho}{3\varepsilon_0} r\vec{u} \quad \frac{mN}{C}$

3) $r \geq R \quad E = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}\frac{R^3}{r^2}\vec{u} \Rightarrow$

$\Rightarrow E = \left(\frac{10 \cdot 10^{-12}}{3\varepsilon_0}\right)\left(\frac{(0'1)^3}{(0'2)^2}\right) = 9'42 \frac{mN}{C}$

b) EL POTENCIAL (V)

Potencial en un pto representa el trabajo que debe realizarse al campo para trasladar la unidad de carga desde el pto hasta el infinito

$\left[V = K_0 \frac{q}{r}\right]$

$V_a - V_b = \int_a^b \vec{E}\,d\vec{r}$

$r \geq R$

$V_r - \underbrace{V_\infty}_{0} = \int_1^\infty \vec{E}\,d\vec{r} \longrightarrow V_r = \int_1^\infty \vec{E}\,d\vec{r}$

$V_r = \int_r^\infty \vec{E}\,d\vec{r} = \int_r^\infty \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_T}{r^2}\,dr = \underbrace{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}}_{K_0}\frac{Q_T}{r}$

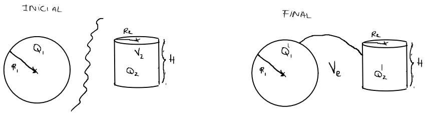
< potencial electrostático creado por una carga puntual a una dta r >

$r < R \quad V_1 - V_2 = \int_1^2 \vec{E}\,d\vec{r} \rightarrow V_1 = V_2 + \int_1^2 \vec{E}\,d\vec{r}$

$V_1 = V_2 + \int_1^2 \vec{E}\,d\vec{r} = V_2 + \int_1^2 \frac{\rho}{3\varepsilon_0} r\,dr = V_2 + \frac{\rho}{3\varepsilon_0}\left[\frac{r^2}{2}\right]_{r_1}^{r_2} = V_2 + \frac{\rho}{3\varepsilon_0}\left(\frac{r_2^2}{2} - \frac{r_1^2}{2}\right)$

$V_1 = 3'76 \cdot 10^{-3} + \frac{10 \cdot 10^{-12}}{3 \cdot \varepsilon_0}\left(\frac{0'1^2}{2} - \frac{0'01^2}{2}\right) = 5'63 \cdot 10^{-3}\,V = 5'63\,mV$

4. Se tiene una esfera maciza conductora, de radio $R_1 = 9$ cm con una carga total $Q_1 = 160$ pC, y un cilindro también conductor, de radio $R_2 = 2$ cm y del altura $H = 4$ cm, con una carga de $Q_2 = 2.10^{-10}$ C y está a un potencial $V_2 = 100$ V. Ambos cuerpos se unen eléctricamente por medio de un hilo conductor fino y de capacidad despreciable. Calcular: (a) El potencial y la carga final de cada conductor; (b) La densidad de carga eléctrica de la esfera y del cilindro supuesta uniformes; (c) La intensidad de campo eléctrico que crearía sólo el cilindro en un punto muy próximo a su base en el interior y en el exterior; (d) La intensidad y el potencial eléctrico que crearía sólo la esfera en los puntos A y B que distan del centro de la esfera 4,5 cm y 18 cm, respectivamente.
SOL.: (a) $V'_1=V'_2= 30$V; $Q'_1= 3\cdot10^{-10}$ C; $Q'_2= 6\cdot10^{-11}$ C; (b) $\sigma_1=2{,}95\cdot10^{-9}$ C/m²; $\sigma_2=7{,}95\cdot10^{-9}$ C/m²; (c) $E_{int}=0$; $E_{ext}=899{,}32$ V/m; (d) $E_{int}=0$ y $V'_1= 30$V; $E_{ext}=83{,}33$ V/m y $V_{ext}=15$ V



Al conectar las dos esferas la carga total se distribuirá por los dos cuerpos

a) $\left\{\begin{array}{l} Q_1+Q_2 = Q'_1+Q'_2 \\ V'_1 = V'_2 = V_e \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} Q_1+Q_2 = Q'_1+Q'_2 \\ V_e = \dfrac{Q'_1}{C_1} = \dfrac{Q'_2}{C_2} \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} C_1 = 4\pi\varepsilon_0 R_1 \\ C_2 = \dfrac{Q_2}{V_2} \end{array}\right.$

Los potenciales de las esferas cumplirán v1=v2
porque el conductor constituye un volumen equipotencial.

$\left\{\begin{array}{l} Q_1+Q_2 = Q'_1+Q'_2 \\ V'_1 = V'_2 = V_e \end{array}\right\} \quad \left\{\begin{array}{l} Q_1+Q_2 = Q'_1+Q'_2 \\ V_e = \dfrac{Q'_1}{C_1} = \dfrac{Q'_2}{C_2} \end{array}\right\}$

$C_1 = \dfrac{Q_1}{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_1}{R_1}} = 4\pi\varepsilon_0 R_1$

$C_2 = \dfrac{Q_2}{V_2}$

$\left\{\begin{array}{l} 3'6\cdot10^{-10} = Q'_1+Q'_2 \\ \dfrac{Q'_1}{10^{-11}} = \dfrac{Q'_2}{2\cdot10^{-12}} \end{array}\right\} \left\{\begin{array}{l} 3'6\cdot10^{-10} - Q'_2 = Q'_1 \\ \dfrac{3'6\cdot10^{-10}-Q'_2}{10^{-11}} = \dfrac{Q'_2}{2\cdot10^{-12}} \end{array}\right\}$

$3'6\cdot10^{-10} - Q'_2 = \dfrac{10^{-11}}{2\cdot10^{-12}} Q'_2 \Rightarrow$

$\Rightarrow Q'_2 = 6\cdot10^{-11}$ C

$Q'_1 = 3'6\cdot10^{-10} - Q'_2 = 3\cdot10^{-10}$ C

$V_e = \dfrac{Q'_1}{C_1} = \dfrac{3\cdot10^{-10}\text{ C}}{10^{-11}\text{ F}} = 30$V

SOLUCIÓN
$Q'_1 = 3\cdot10^{-10}$ C
$Q'_2 = 6\cdot10^{-11}$ C
$V_e = 30$V

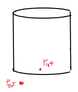
b)

σ =densidad de carga= Q/S

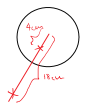
$\sigma = \dfrac{Q}{S} \left\{\begin{array}{l} \sigma'_1 = \dfrac{Q'_1}{S_1} = \dfrac{3\cdot10^{-10}\text{ C}}{4\pi R_1^2} = 2'95\cdot10^{-9}\text{ C/m} \\ \sigma'_2 = \dfrac{Q'_2}{S_2} = \dfrac{6\cdot10^{-11}\text{ C}}{2\pi R_2^2 + H2\pi R_2} = 7'95\cdot10^{-9}\text{ C/m} \end{array}\right.$

c) $E'_{2,ext} = \dfrac{\sigma'_2}{\varepsilon_0} = 83'33$ V/m $\qquad E'_{2,int} = 0$.

El campo eléctrico es **0** en cualquier punto del interior del conductor



d)

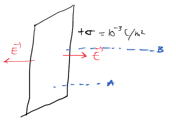


$r = 4'5$ cm, pto int $\Rightarrow \left[E'_{A,int} = 0\right], \left[V'_{1,int} = V_e = 30\text{V}\right]$

$r = 18$ cm, pto ext $\Rightarrow \left[E'_{A,ext} = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{Q'_1}{r^2} = 83'33\text{ V/m}\right]$

$\left[V'_{A,ext} = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{Q'_1}{r} = 15\text{V}\right]$

5. Una distribución uniforme de carga, plana e infinita, tiene una densidad de carga $\sigma = 10^{-3}$ C/m². Calcular el trabajo que es preciso realizar sobre el electrón para trasladarlo desde el punto A, distante 5 cm de la distribución, a un punto B que dista 9 cm de la misma.
SOL.: W_{ext} (A→B) = 3,619 10^{-13} J.



$\vec{E} = \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{i}$

$\vec{F}_{el} = q\vec{E} = \dfrac{e\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{i}$

$\boxed{\begin{array}{l} \vec{F} = -\dfrac{\sigma e}{2\varepsilon_0}\hat{i} \\ \vec{dr} = dx\hat{i}+dy\hat{j}+dz\hat{k} \end{array}}$

[-trabajo realizado por una fza exterior]

$W_c(A\to B) = \int_A^B \vec{F}_e\,\vec{dr} = \int_{x_A}^{x_B} -\dfrac{\sigma e}{2\varepsilon_0}\,dx = -\dfrac{\sigma e}{2\varepsilon_0}\int_{x_A}^{x_B} dx = -\dfrac{\sigma e}{2\varepsilon_0}(x_B - x_A) = -3'619\cdot10^{-13}$ J

6. (a) Suponga que las dos placas de un condensador tienen diferentes áreas. Cuando el condensador se carga conectándolo a una batería, ¿las cargas en las dos placas tienen igual magnitud o pueden ser diferentes?; (b) ¿Cuál es la densidad de energía electrostática dentro de un condensador de placas paralelas separadas 2,2 mm conectado a una batería de 1,5 V?
SOL.: b) 2,05·10^{-6} J/m³ $\qquad C_1 \qquad C_3$
ε_0 = 8.6541878176x10^{-12} C² / (N·m^2).

a) Durante el proceso de carga se está realizando un trabajo proporcionando una carga Q a una de las placas e introduciéndose otra carga -Q en la placa opuesta.

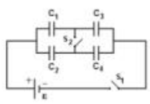
b) $\eta_e = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$

$V_A - V_B = \int_A^B \vec{E}\,\vec{dr} = E(x_A - x_B) = Ed \Rightarrow E = \dfrac{V_A - V_B}{d}$

$\eta_e = \dfrac{1}{2}\varepsilon_0\left(\dfrac{V_A-V_B}{d}\right)^2 = \dfrac{1}{2}\cdot 8'854\left(\dfrac{1'5}{2'2}\right)^2 = 2'05\cdot10^{-6}$ J/m³

paralelas separadas 2,2 mm conectado a una batería de 1,5 V?
SOL.: b) 2,05·10^{-6} J/m³

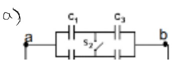
7. En el circuito de la Figura se pide la carga de cada condensador y la energía del sistema en las siguientes situaciones: (a) Con S_1 cerrado y S_2 abierto. (b) Con S_1 y S_2 cerrados. DATOS: $C_1 = 1$ μF, $C_2 = 2$ μF, $C_3 = 3$ μF, $C_4 = 4$ μF, ε = 12 V.

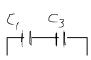


$E = V_a - V_b = V_{ab}$

SOL.: a) $Q_1=Q_3 = 9$ μC ; $Q_2=Q_4 = 16$ μC; E= 1,48·10^{-4} J; b) $Q_1= 8.4$ μC; $Q_2 = 16.8$ μC; $Q_3= 10.8$μC; $Q_4 = 14.4$ μC; E= 1,50·10^{-4} J

a)



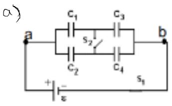


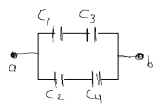
$\left\{ \dfrac{1}{C_{13}} = \dfrac{1}{C_1} + \dfrac{1}{C_3} \right. \qquad C_{13} = \dfrac{C_1 C_3}{C_1+C_3}$

$C_1 C_{..}$

SOL.: a) $Q_1=Q_3 = 9\ \mu C$; $Q_2=Q_4 = 16\ \mu C$; $E= 1{,}48\cdot10^{-4}$ J; b) $Q_1= 8.4\ \mu C$; $Q_2 = 16.8\ \mu C$; $Q_3= 10.8\mu C$; $Q_4 = 14.4\ \mu C$; $E= 1{,}50\cdot10^{-4}$ J

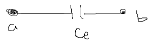
a)





$\begin{cases} \frac{1}{C_{13}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_3} \\ \frac{1}{C_{24}} = \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_4} \end{cases}$ $\quad C_{13} = \frac{C_1 C_3}{C_1+C_3} \quad C_{24} = \frac{C_2 C_4}{C_2+C_4}$

$C_e = C_{13} + C_{24}$



$Q_e = C_e V_{ab} \Rightarrow \begin{cases} Q_{13} = C_{13} V_{ab} \\ Q_{24} = C_{24} V_{ab} \end{cases}$

$\begin{cases} Q_{13} = Q_1 = Q_3 \\ Q_{24} = Q_2 = Q_4 \end{cases}$

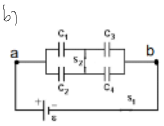
$Q_{13} = \frac{C_1 C_3}{C_1+C_3} V_{ab} = \frac{1\cdot 3}{4} \cdot 12 = 9$

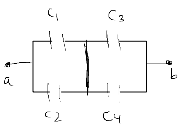
$U_e = \frac{1}{2} C_e V_{ab}^2 =$

$Q_{24} = \frac{C_2 C_4}{C_2+C_4} V_{ab} = \frac{2\cdot 4}{6} \cdot 12 = 16$

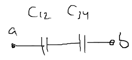
$= \frac{1}{2} (C_{13}+C_{24}) 12^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{3}{4} + \frac{8}{6}\right) 12^2 = 1'48\ 10^{-4} J$

b)

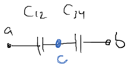




$\begin{cases} C_{12} = C_1 + C_2 \\ C_{34} = C_3 + C_4 \end{cases}$



$\frac{1}{C_e} = \frac{1}{C_{12}} + \frac{1}{C_{34}} \quad C_e = \frac{C_{12} C_{34}}{C_{12}+C_{34}}$



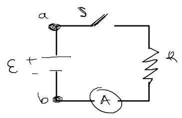
$Q_e = C_e V_{ab} \Rightarrow Q_e = Q_{12} = Q_{34}$

$V_{ac} = \frac{Q_{12}}{C_{12}} \Rightarrow \begin{cases} Q_1 = C_1 V_{ac} \\ Q_2 = C_2 V_{ac} \end{cases}$

$U_e = \frac{1}{2} C_e V_{ab}^2$

$V_{cb} = V_{ab} - V_{ac} \Rightarrow \begin{cases} Q_3 = C_3 V_{cb} \\ Q_4 = C_4 V_{cb} \end{cases}$

8. Una pila se encuentra conectada a un circuito en el que existen una resistencia, un amperímetro y un interruptor. A circuito abierto, un voltímetro acusa una diferencia de potencial (ddp) entre los bornes de la pila de 1,52 V. (a) ¿Qué marcará entonces el amperímetro? (b) Cuando se cierra el circuito el voltímetro marca 1,37 V y el amperímetro 1,5 A. Calcular la fem de la pila y su resistencia interna.
SOL.: (a) 0 (b) 1,52 V y 0,1 Ω.



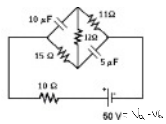
a) Un amperímetro mide la corriente eléctrica que pasa por un circuito. Un circuito abierto es un circuito en el cual no circula la corriente. I=0.

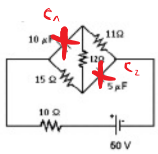
b) $V_a - V_b = 1'37V$, $I = 1'5A$. $\quad V_a - V_b = \mathcal{E} - Ir \Rightarrow r = \frac{\mathcal{E} - (V_a - V_b)}{I}$

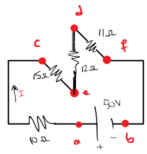
$\mathcal{E} = 1'52V$

$r = \frac{1'52 - 1'37}{1'5} = 0'1\ \Omega$

9. El circuito de la figura se encuentra en régimen estacionario. Calcular la intensidad de corriente en el circuito y la carga de cada condensador.
SOL.: 1,04 A; $Q_1= 2{,}80\cdot10^{-5}$ C; $Q_2= 1{,}20\cdot10^{-4}$ C







INTENSIDAD DE CORRIENTE DEL CIRCUITO

$V_a - V_b = I(10\Omega + 15\Omega + 12\Omega + 11\Omega) = I\cdot(48\Omega)$

$I = \frac{50V}{48\Omega} = 1'04\ A$

CARGA DE CADA CONDENSADOR

$Q_1 = C_1(V_c - V_d)$. $\quad V_c - V_d = I(15\Omega + 12\Omega) = I(27\Omega) \quad Q_1 = 2'8\cdot 10^{-5} C$

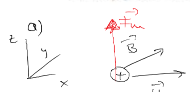
Recorte de pantalla realizado: 22/10/2021 16:34

$Q_2 = C_2(V_e - V_f) \left\{ V_e - V_f = I(12\Omega + 11\Omega) = I(23\Omega) \right\} Q_2 = 1'2\cdot 10^{-4} C$

10. Un haz de protones se mueve a lo largo del eje ***x*** en su sentido positivo con una velocidad de 12,4 km/s a través de una región de campos eléctrico y magnético cruzados, equilibrados para producir desviación nula. (a) Si existe un campo magnético de valor 0,85 T en el sentido positivo del eje ***y***, hallar el módulo y dirección del campo eléctrico. (b) Serían desviados por este campo electrones de la misma velocidad? Si es así, ¿en qué dirección y sentido

SOL: (a) $\vec{E} = 10540\ \vec{k}$ (S.I.)

a)



REGLA DE LA MANO DERECHA

Si se estudia el mov de una carga q, que lleva una velocidad v, en el interior de un Campo magnético B, se llega a la sig expresión para la fza magnética

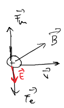
$\vec{F}_m = q(\vec{v}\times\vec{B}) =$

$\vec{F}_m = qvB\,\mathrm{sen}(\hat{vB})$

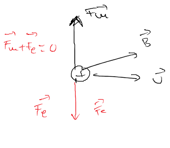
$\vec{F}_e = -\vec{F}_m$

$\vec{F}_e = -qE\,\mathrm{sen}(B,v)$

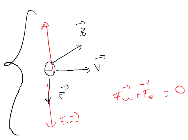
$qE = qvB \Rightarrow E = vB \Rightarrow \vec{E} = -vB\,\mathrm{sen}(\hat{vB})$



desviación nula



b)



$R_{23} = \frac{2\cdot 3}{2+3} = \frac{6}{5}$

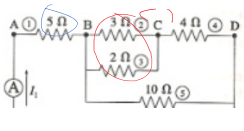
$R_{234} = 4 + 6/5 = \frac{26}{5}$

$R_{2345} = \frac{26/5 \cdot 10}{26/5 + 10} = \frac{26\cdot 2/1}{76/5} = \frac{26\cdot 2\cdot 5}{76} = 3'4210$

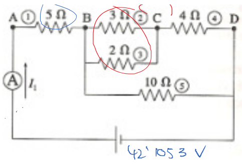
$R_{eq} = 5 + 3'4210 = 8'4210\ \Omega$

11. En el circuito de la figura, calcular la intensidad de corriente que atraviesa cada una de las resistencias si el amperímetro indica 5 A.
SOL.: $I_1 = 5$ A; $I_2 = 1{,}32$ A; $I_3 = 1{,}98$ A; $I_4 = 3{,}29$ A; $I_5 = 1{,}71$ A.

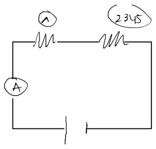
$\Delta V_T = I_T \cdot R_T = 5 \cdot 8'42 = 42'1053\ V$



11. En el circuito de la figura, calcular la intensidad de corriente que atraviesa cada una de las resistencias si el amperímetro indica 5 A.
SOL.: I_1 = 5 A; I_2 = 1,32 A; I_3 = 1,98 A; I_4 = 3,29 A; I_5 = 1,71 A.



$\Delta V_T = I_T \cdot R_T = 5 \cdot \frac{160}{19} = 42'1053\,V$

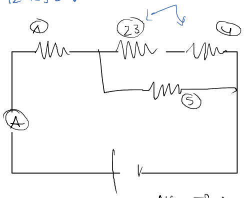


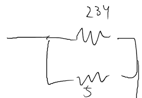
EN SERIE $\Rightarrow I = cte \Rightarrow I_1 = I_{2345} \Rightarrow$

$\Rightarrow I_{2345} = 5A = I_1$

$\Delta V_{2345} = I_{2345} \cdot R_{2345} = 5 \cdot 3'4210 = 17'105\,V = \Delta V_{234} = \Delta V_5$

$I_5 = \frac{\Delta V_5}{R_5} = \frac{17'105}{10} = \boxed{1'7105\,A = I_5}$





$I_{2345} = I_{234} + I_5 \Rightarrow I_{234} = 5 - 1'7105 =$

$\boxed{= 3'2895 = I_{23} = I_4}$

EN SERIE

$\Delta V_{23} = I_{23} \cdot R_{23} = 3'2895 \cdot 6/5 = 3'9474\,V$

PARALELO

$\Delta V_2 = \Delta V_3$

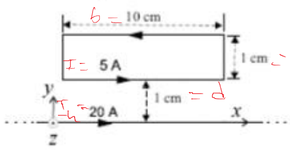
$\Delta V = I R \Rightarrow I = \frac{\Delta V}{R}$

$\left[I_2 = \frac{\Delta V_2}{R_2} = \frac{3'9474}{3} = 1'3158\,A \right]$

$\left[I_3 = \frac{\Delta V_3}{R_3} = \frac{3'9474}{2} = 1'9737\,A \right]$

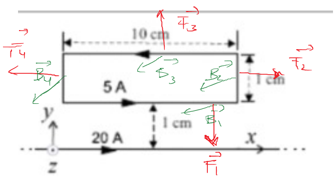
12. Una espira rectangular recorrida por una intensidad de 5 A se encuentra junto a un hilo conductor rectilíneo e infinito por el que circula una corriente de 20 A, según se muestra en la figura. Determinar la fuerza ejercida sobre los lados de la espira paralelos al conductor. DATO: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ (S.I.)

SOL: $\vec{F}_1 = (-2 \cdot 10^{-4}\,\vec{j})N$ y $\vec{F}_2 = (10^{-4}\,\vec{j})N$



Fza magnética entre corrientes //

$B = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_h}{y} \hat{k}$



$\vec{B}_1 = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_h}{d} \hat{k}$

$\vec{B}_3 = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_h}{d+a} \hat{k}$

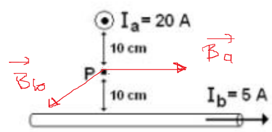
$\left\{ \begin{array}{l} \vec{F}_1 = I(\vec{l}_1 \times \vec{B}_1) \\ \vec{F}_3 = I(\vec{l}_3 \times \vec{B}_3) \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \vec{F}_1 = I(b\hat{\imath} \times \vec{B}_1) \\ \vec{F}_3 = I(-b\hat{\imath} \times \vec{B}_3) \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \vec{F}_1 = -\frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_h I_b}{d} \hat{\jmath} \\ \vec{F}_3 = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_h I_b}{d+a} \hat{\jmath} \end{array} \right.$

$\left\{ \begin{array}{l} d\vec{F}_2 = I(d\vec{l} \times \vec{B}) \\ d\vec{F}_4 = I(d\vec{l} \times \vec{B}) \end{array} \right. \Rightarrow F_2 = -F_4$

Recorte de pantalla realizado: 11/11/2021 20:08

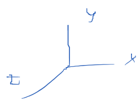
13. Dos alambres largos están orientados de tal forma que son perpendiculares entre sí y en el punto más cercano están separados por una distancia de 20 cm, tal y como muestra la figura. Si el alambre superior transporta una corriente de 20 A y el inferior una corriente de 5 A, ¿cuál es el campo magnético que existe en el punto medio entre los dos alambres? DATO: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ (S.I.)

SOL: $\vec{B} = 4 \cdot 10^{-5}\,\vec{i} - 10^{-5}\,\vec{j}$



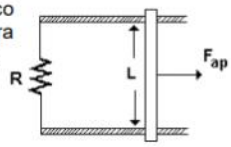
$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \hat{u}_r$

$\left\{ \begin{array}{l} \vec{B}_a = \frac{\mu_0 I_a}{2\pi\, y_a} \hat{\imath} \\ \vec{B}_b = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_b}{y_b} \hat{k} \end{array} \right\}$

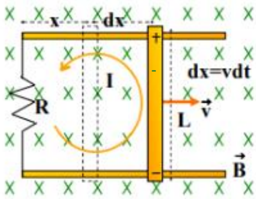


$\vec{B}_t = \vec{B}_a + \vec{B}_b = \frac{\mu_0}{2\pi} \left(\frac{I_a}{y_a} \hat{\imath} + \frac{I_b}{y_b} \hat{k} \right) = 4 \cdot 10^{-5}\,\hat{\imath} + 10^{-5}\,\hat{k}$

14. El circuito de la figura (donde R = 6 Ω) se encuentra inmerso en un campo magnético uniforme entrante en el papel de 2,5 T. a) Calcular la fuerza aplicada necesaria para mover la barra (L = 1,2 m) hacia la derecha con una velocidad constante de 2m/s; b) ¿Qué potencia se disipa en la resistencia en esas condiciones?
SOL: (a) F_{ap} = 3 N; (b) P = 6 W

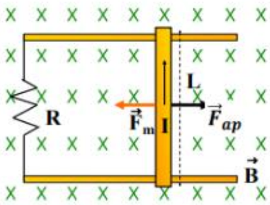


$$\boxed{\begin{aligned}\vec{B} &= -2'5\,T\,\hat{i}\\ \vec{F}_{ap} &= F_{ap}\,\hat{j}\\ \vec{v} &= 2\,m/s\,\hat{j}\end{aligned}}$$



$$\varepsilon = -\frac{d\phi_m}{dt}$$

$$|\varepsilon| = \frac{d\phi_m}{dt} = BvL$$



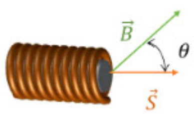
$$\vec{F}_m = I\vec{L}\times\vec{B} = -ILB\,\hat{j}$$

$$\vec{v} = cte \Rightarrow \vec{F}_m + \vec{F}_{ap} = 0$$

$$F_{ap} = ILB \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{BvL}{R} \Rightarrow$$

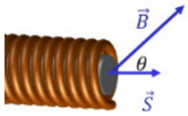
$$\Rightarrow F_{ap} = \frac{(BL)^2 v}{R} = 3N \qquad P = \frac{\varepsilon^2}{R} = \frac{(BvL)^2}{R} = 6W$$

15. Una bobina circular de radio 20 cm y 500 vueltas se encuentra en un campo magnético uniforme de 250 mT. La bobina está dispuesta de forma que las líneas de campo forman una ángulo de 60º con la normal al plano de las espiras. Si se hace aumentar dicho campo a razón de 50 mT/s manteniendo su dirección inicial, calcular: (a) el valor del módulo del campo magnético en función del tiempo, B(t), tomando como instante inicial el momento en el que comenzó a crecer y el flujo que atraviesa la bobina en función del tiempo; (b) si la bobina tiene una resistencia de 10 Ω, determinar la f.e.m. y la corriente inducida en la misma, razonando el signo y el sentido de éstas; (c) determinar a qué razón debe crecer el campo magnético para que la f.e.m sea de 1 V (en valor absoluto).
SOL: (a) B (t) = 0,25+0,050 t ; (b) |ε| = 1,571V ; I = 0,1571 A ; (c) 31,8 mT/s



$$\left.\begin{aligned} B_0 &= 250\,mT\\ S &= \pi r^2\\ \theta &= 60^\circ\end{aligned}\right\} \quad B = 250\,mT + 50\,\frac{mT}{s}\cdot t$$

(a)



$N = 500$

$B_0 = 250\,mT$

$S = \pi r^2$

$\theta = 60^\circ$

$$B = 0'25\,T + 0'05\,\frac{T}{s}\cdot t$$

$$\phi_m = N\iint_S \vec{B}\,d\vec{S} = N\iint_S B\cos\theta\,dS =$$

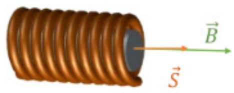
$$= NBS\cos\theta = NS\cos\theta\,(0'25 + 0'05\,t)\,wb$$

(b) $|\varepsilon| = \frac{d\phi_m}{dt} = NS\cos\theta \cdot 0'05 = 1'571\,V \qquad I = \frac{|\varepsilon|}{R} = 0'1571\,A$

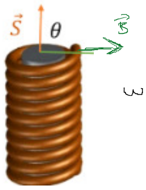
(c) $B = 0'25 + \Delta B \cdot t \qquad \phi_m = NS\cos\theta\,(0'25 + \Delta B\cdot t)$

$|\varepsilon| = \frac{d\phi_m}{dt} = NS\cos\theta\cdot\Delta B \qquad \Delta B = \frac{|\varepsilon|}{NS\cos\theta} = 0'0318\,T/s$

16. Una bobina plana, cuya resistencia total es de 25Ω está constituida por 50 espiras idénticas de 4 cm^2 de área. Se introduce en un campo magnético uniforme de 500 G de forma que el eje de la bobina coincide con la dirección del campo. En esta situación, se gira la bobina hasta que su eje se sitúa en la dirección perpendicular al campo, operación en la que se emplea 1 ms. Calcular: (a) El cambio de flujo magnético a través de la bobina. (b) La f.e.m. media inducida en la bobina; (c) La corriente media que circula por la bobina; (d) La cantidad de carga que ha circulado por la bobina.
SOL: a) $\phi_B = 1\cdot10^{-3}$ Wb; b) ε = 1 V; c) I = 0,04 A; d) Q = 40 μC



$S = 4\,cm^2$
$B = 500\,G$
$N = 50$
$\Delta t = 10^{-3}\,s$

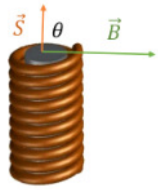


$\theta \to \pi/2$

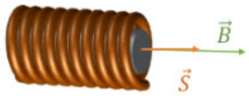
$\omega = \frac{\theta}{t} = \frac{\pi}{2} 10^3\,rad/s$

$\phi_m = N \iint_S \vec{B}\,d\vec{S} = NBS\cos\theta\,t$

$\Delta t = 10^{-3}\,s$



$S = 4\,cm^2$
$B = 500\,G$
$N = 50$



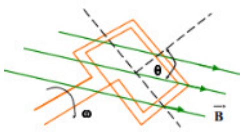
a) $\phi_m = N \iint_S \vec{B}\,d\vec{S} = NBS\cos\theta_t \to \Delta\phi_m = \phi_{mf} - \phi_{mi} =$

$= NBS\cos\frac{\pi}{2} - NBS\cos 0 \qquad \Delta\phi_m = 0 - NBS = -10^{-3}\,wb$

(b) $|\varepsilon| = \left|\frac{\Delta\phi_m}{\Delta t}\right| = \frac{NBS}{\Delta t} = 1\,V \qquad$ (c) $I = \frac{|\varepsilon|}{R} = 0'04\,A$

(d) $I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \qquad \Delta Q = I\Delta t = 4 \cdot 10^{-5}\,C$

17. En un generador de corriente alterna se dispone de una espira rectangular de lados a y b (a=10 cm, b=5 cm) y N=10 vueltas inmersa dentro de un campo magnético constante y uniforme de magnitud 1,5 T. Calcular la f.e.m. máxima generada cuando la bobina gira a 60Hz.
SOL.: $\varepsilon_{max} = 28.3$ V



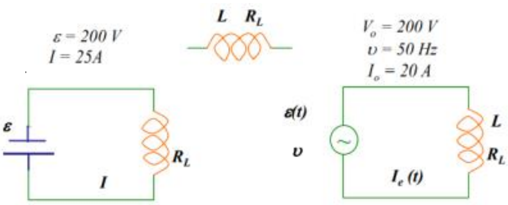
$S = 50\,cm^2$
$B = 1'5\,T$
$N = 10$
$\omega = 60\,Hz$

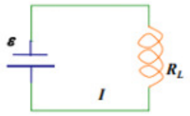
$\phi_m = N \iint_S \vec{B}\,d\vec{S} = NBS\cos\theta_t$

$\phi_m = NBS\cos\omega t$

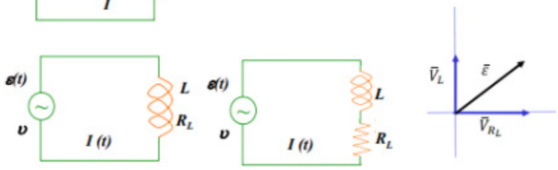
$|\varepsilon| = \frac{d\phi_m}{dt} = NBS\omega\cos\omega t \qquad |\varepsilon|_{m\acute{a}x} = NBS\omega = 28'3\,V$

18. Si una bobina real se conecta a un generador de corriente continua de 200 V la corriente que circula por ella es de 25 A. Si la misma bobina se conecta a un alternador de 200 V de tensión eficaz y 50 Hz de frecuencia, la intensidad que *circula* por ella es de 20 A. Calcular la resistencia óhmica de la bobina y su coeficiente de autoinducción.
SOL: $R_L = 8\ \Omega$; L = 19,1 mH





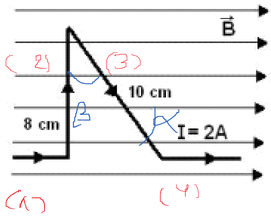
$\varepsilon = IR_L \Rightarrow R_L = \frac{\varepsilon}{I}$



$$\begin{cases} V_{R_L} = I_o R_L \\ V_L = I_o X_L \quad \{X_L = L2\pi\vartheta\} \end{cases} \qquad V_o = \sqrt{(V_L^2 + V_{R_L}^2)} = \quad I_o\sqrt{R_L^2 + X_L^2}$$

$$X_L = \sqrt{\left(\left(\frac{V_o}{I_o}\right)^2 - R_L^2\right)} \Rightarrow L = \frac{X_L}{2\pi\vartheta}$$

19. El conductor de la Figura, por el que circula una corriente estacionaria de 2 A de intensidad, se encuentra inmerso en el seno de un campo magnético uniforme de 0,15 T, siendo la dirección y el sentido del mismo los mostrados en la figura. Calcular la fuerza total que el campo ejerce sobre el conductor. DATO: $\mu_0 = 4\mu\cdot 10^{-7}$ (S.I.)
SOL: F = 0 N



$$\begin{bmatrix} \vec{F} = \vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F_3} + \vec{F_4} \\ \vec{F_i} = I(\vec{l_i} \times \vec{B}) \end{bmatrix}$$

$\vec{F_1} = I(\vec{l_1} \times \vec{B}) = 0$

$\vec{F_4} = I(\vec{l_4} \times \vec{B}) = 0$

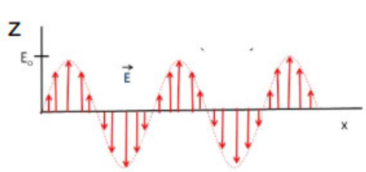
$\vec{F_2} = I(\vec{l_2} \times \vec{B}) = -I l_2 B \hat{i}$

$\vec{F_3} = I(\vec{l_3} \times \vec{B}) = I l_3 B \operatorname{sen} \alpha \hat{i} = \left[\operatorname{sen} \alpha = \cos\beta = \frac{l_2}{l_3}\right] =$

$= I l_3 B \frac{l_2}{l_3} \hat{i} \qquad \vec{F} = \vec{F_2} + \vec{F_3} = 0$

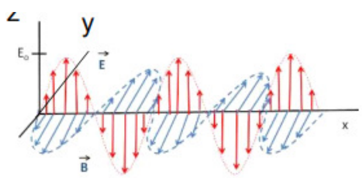
20. El campo eléctrico de una onda electromagnética es: $\vec{E}(x,t) = 12.6 sen(3.1\cdot 10^8 x - 9.3\cdot 10^{16} t)\vec{k}(SI)$.
a) ¿Cuál es la dirección y sentido de desplazamiento de la onda EM?; b) ¿Cuál es la frecuencia y la longitud de onda de la onda EM?; c) ¿Cuál es el campo magnético asociado a esta onda EM?
SOL: a) +x; b) υ = 15.10^15Hz; λ = 20. 10^-9m; c) $\vec{B}(x,t) = -42\cdot 10^{-9} sen(3.1\cdot 10^8 x - 9.3\cdot 10^{16} t)\vec{j}(SI)$

(a)



$\boxed{\vec{E} \times \vec{B}}$

$\boxed{B_o c = E_o}$



(b) $3'1 \cdot 10^8 = \frac{2\pi}{\lambda}$

$9'3 \cdot 10^{16} = 2\pi\nu$

$B_o = \frac{E_o}{c}$

$\vec{B} = B_o \operatorname{sen}(3'1 \cdot 10^8 x - 9'3 \cdot 10^{16} t)$

$\vec{B} = -42 \cdot 10^{-9} \operatorname{sen}(3'1 \cdot 10^8 x - 9'3 \cdot 10^{16} t)$ (SI)

21. Un laser didáctico de Helio-Neón emite una onda EM de longitud de 630 nm y desarrolla una potencia de 5 mW. Si suponemos que el frente de luz es una superficie circular de 3 mm de diámetro: a) ¿Cuál es la intensidad de la onda EM emitida por el laser?; b) ¿Cuál es la densidad de energía en el haz laser?; c) ¿Cuál es el módulo del campo magnético y del campo eléctrico que forman la onda EM?; d) Si la onda EM incide sobre un objeto cuya superficie es reflectante total, ¿cuál es la presión de radiación que ejerce la onda sobre el objeto?

SOL: a) 707 Wm^{-2}; b) 2.36 $10^{-6} Jm^{-3}$; c) B = 2.4 10^{-6} T, E = 730 Vm^{-1} ; d) Pr = 4.72 10^{-6} Nm^{-2}

(a) $I = \frac{dW}{dtdS} \Rightarrow P = \frac{dW}{dt} \Rightarrow \quad I = \frac{P}{dS} \Rightarrow \langle I \rangle = \frac{\langle P \rangle}{S} = \frac{5 \cdot 10^{-3}}{\pi \cdot 1.5^2 \cdot 10^{-6}}$

(b) $\langle I \rangle = \langle \eta \rangle c \Rightarrow \langle \eta \rangle = \frac{\langle I \rangle}{c} = \frac{707}{3 \cdot 10^8} Jm^{-3}$

(c) $\langle \eta \rangle = \frac{1}{2}\varepsilon_o E_o^2 \left\{ \begin{array}{l} E_o = \sqrt{\frac{2\langle \eta \rangle}{\varepsilon_o}} \\ B_o = \frac{E_o}{c} \end{array} \right.$

$$\left(\begin{array}{l} \langle I \rangle = 707\, Wm^2 \\ \langle \eta \rangle = 2.36\ 10^{-6} Jm^{-3} \\ E_o = = 730\ Vm^{-1} \\ B_o = 2.4\ 10^{-6}\ T \end{array} \right)$$

22. Una onda EM plana que se propaga en el espacio libre, en la dirección del eje x y en el sentido positivo, tiene un c. magnético que viene dado por la expresión $\vec{B}(x,t) = 0.2 \cdot 10^{-6} sen(kx - 3.14 \cdot 10^{14} t)\vec{j}(SI)$. Determinar: a) La densidad de energía de la onda; b) la intensidad media de la onda; c) la potencia media que incide sobre una superficie normal a la dirección de propagación de la onda de 2 cm^2 de área; d) el vector de Poynting de la onda.

SOL: a) 15.9 10^{-9} Jm^{-3}; b) 4.77 Wm^{-2}; c) 9.55 10^{-4} W; d) $9.55 sen^2(kx - 3.14 \cdot 10^{14} t)\vec{i}(SI)$

(a) $\langle \eta \rangle = \frac{1}{2}\varepsilon_o E_o^2 = \frac{1}{2}\frac{cB_o^2}{\mu_o} = \frac{1}{2}\frac{3 \cdot 10^8 (0.2 \cdot 10^{-6})^2}{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}} Jm^{-3}$

(b) $\langle I \rangle = \langle \eta \rangle c = 15.6 \cdot 10^{-9} \cdot 3 \cdot 10^8 Wm^{-2}$

(c) $\langle P \rangle = \langle I \rangle S = 4.77 \cdot 2 \cdot 10^{-4}$ W

$\langle \eta \rangle = 15.9\ 10^{-9}\ Jm^{-3}$
$\langle I \rangle = 4.77\ Wm^{-2}$
$\langle P \rangle = 9.54 \cdot 10^{-4}$ W

23. Una onda EM avanza en la dirección y sentido del eje z. La ecuación del campo eléctrico es: $\vec{E}(z,t) = 0.3\cos(6 \cdot 10^8 t - 2z)\vec{i}(SI)$. Determinar: a) la ecuación del campo magnético; b) la intensidad media de esta onda EM

SOL: a) $\vec{B}(z,t) = 10^{-9}\cos(6 \cdot 10^8 t - 2z)\vec{j}(SI)$; b) 1.2 10^{-4} Wm^{-2}

(a) $\vec{E}(z,t) = 0{,}3\, cos(6 \cdot 10^8 t - 2z)\hat{\imath} = 0{,}3 cos(2z - 6 \cdot 10^8 t)\hat{\imath}$

$\vec{B}(z,t) = \frac{E_o}{c} cos(2z - 6 \cdot 10^8 t)\hat{\jmath} \qquad \vec{B}(z,t) = 10^{-9} cos(2z - 6 \cdot 10^8 t)\hat{\jmath}$

(b) $\langle I \rangle = \frac{1}{2}\varepsilon_o c E_o^2 \qquad \langle I \rangle = 1.2 \cdot 10^{-4} Wm^{-2}$

24. Una estación típica de AM radia una onda sinusoidal isótropa con una potencia media de 50 kW. (a)¿Cuáles son las amplitudes de E y B a una distancia de 5 km?, (b) Calcular la intensidad de la onda. (c)¿Cuál es su presión de radiación?

SOL: (a) E_0 = 0,346 V/m, B_0 = 1,15 nT; (b) I = $1{,}59\cdot10^{-4}$ Wm^{-2}; (c) Pr = $5{,}3\cdot10^{-13}$ Pa

(a) $\langle I\rangle = \frac{1}{2}\varepsilon_o c E_o^2 \Rightarrow \quad E_o = \sqrt{\frac{2\langle I\rangle}{\varepsilon_o c}} \rightarrow \langle I\rangle = \frac{P}{S} = \frac{P}{4\pi d^2} = \frac{50\cdot10^3}{4\pi(5\cdot10^3)^2} =$

$= 1.59\cdot10^{-4}\ Wm^{-2}$

$$E_o = \sqrt{\frac{2\langle I\rangle}{\varepsilon_o c}} = \sqrt{\frac{2\cdot1.59\cdot10^{-4}}{8.85\cdot10^{-12}\cdot3\cdot10^8}} \rightarrow \quad E_o = 0.346\ Vm^{-1}$$

$$B_o = \frac{E_o}{c} \rightarrow \quad B_o = 1.15\cdot10^{-3}T$$

(b) $\langle I\rangle = 1.59\cdot10^{-4}Wm^{-2}$