

campo eléctrico

F. eléctrica = $q_A \cdot q_B$

F. eléctrica = $\frac{1}{r^2}$ (distancia)

$\vec{F}_{12} = K_0 \frac{q_1 q_2}{r^2} \vec{u}_{12}$; $K_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$

$K_0 = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$
 $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2 \cdot \text{N}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}$

Ley de Coulomb

para cargas puntuales, en reposo, el medio es el vacío o dieléctrico

$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$; $\vec{E} = K_0 \frac{q \cdot q'}{r^2} \vec{u}_r = K_0 \frac{q}{r^2} \vec{u}_r$ = campo eléctrico (N/C)

Carga por longitud: $\lambda = \frac{dq}{dl}$ // $\lambda = \frac{Q}{L}$

" " superficie: $\sigma = \frac{dq}{dS}$ // $\sigma = \frac{Q}{S}$

" " volumen: $\rho = \frac{dq}{dV}$ // $\rho = \frac{Q}{V}$ | f: n.u.

Campo eléctrico en una masa: la carga: $dq = \rho \cdot dv$
 dentro de la superficie
 y por una votación x

$d\vec{E} = K_0 \cdot \frac{dq}{r^2} \vec{u}_r$

Sumar todos los campos (integral definida)

$\int d\vec{E} = K_0 \cdot \int \frac{dq}{r^2} \vec{u}_r$ $\Rightarrow \int d\vec{E} = K_0 \cdot \int \frac{dq}{r^2} \vec{u}_r$ (si se integra)

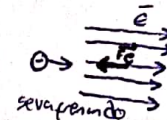
Campo eléctrico sobre un eje de carga lineal finita: $\vec{E} = K_0 \frac{dL}{d(L+d)} \vec{u}$

Campo eléctrico de una distribución lineal de carga
 si: no es $\vec{E} = 2K_0 \frac{d}{a} \sin \theta_0 \vec{u}$
 si: es $\vec{E} = 2K_0 \frac{d}{a} \vec{u}$

Campo eléctrico por un arco de carga: $\vec{E} = K_0 \frac{Qx}{(a^2 + x^2)^{3/2}} \vec{u}$
 radio // distancia

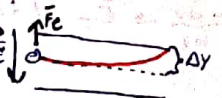
Principio de superposición: $\vec{E}_t = \vec{E}_{q1} + \vec{E}_{q2}$

Movimiento de partículas cargadas en un campo eléctrico uniforme



$\vec{a} = \frac{q}{m} \vec{E}$; $F_{el\acute{e}ctrica} = q \cdot \vec{E}$

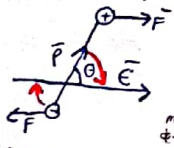
Movimiento de partículas cargadas entre placas



$\Delta y = \frac{1}{2} a_y t^2 = \frac{1}{2} \frac{|q| E}{m} t^2 = \frac{1}{2} \frac{|q| E}{m} \cdot \frac{x^2}{v_0^2}$
 $F_{el\acute{e}ctrica} = m a_y = |q| E \Rightarrow a_y = \frac{|q| E}{m} = N$

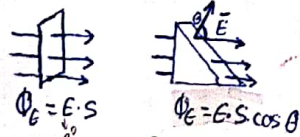
Momento dipolo eléctrico: $\vec{p} = q \cdot \vec{d}$

(sentido: de - a +)

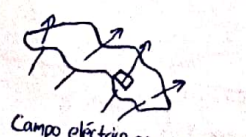


$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} = \vec{r} \times q \vec{E} = \vec{p} \times \vec{E}$
 momento de torsión

Flujo eléctrico:



$\Phi_E = \vec{E} \cdot \vec{S}$
 $\Phi_E = E \cdot S \cos \theta$
 θ : perpendicular a la superficie



Campo eléctrico no uniforme
 $d\Phi_E = \vec{E} \cdot d\vec{S} = E dS \cos \theta$
 elemento // normal

$\Phi_E = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S}$ $\Phi_E = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S}$

$\frac{N \cdot m^2}{C} / \frac{J \cdot m}{C}$

(La partícula va en el sentido del campo
 si: en \odot ; si no: en \otimes)
 $\vec{u} \cdot \vec{u} = 1$; $\vec{u} \cdot \vec{v} = \cos \theta$
 $\vec{u} \cdot \vec{v} = \cos \theta$; $\vec{u} \cdot \vec{v} = \cos \theta$
 $\vec{u} \cdot \vec{v} = \cos \theta$; $\vec{u} \cdot \vec{v} = \cos \theta$

Ley de Gauss (superficie cerrada)

(N/C · m²)

$\Phi_{eto} = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}$; $\Phi_{eto} = \frac{q_1 + q_2}{\epsilon_0}$
 (si hay 2 cargas)

Aplicaciones

$\vec{E} = 2K_0 \frac{\lambda}{r} \vec{u}_r$ $\vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{u}_x$ $\vec{E} = K_0 \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r$

(Al aplicar Gauss: la S = $4\pi r^2$)

$r < R$: $\vec{E} = K_0 \frac{Q_{int}}{r^2} \vec{u}_r = \frac{\rho}{3\epsilon_0} r \vec{u}_r$

$r > R$: $\vec{E} = K_0 \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r = \frac{\rho}{3\epsilon_0} \frac{R^3}{r^2} \vec{u}_r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_{total}}{r^2} \vec{u}_r$

Energía potencial electrostática

(Coulomb) (Hay que multiplicar todos los campos por 10^{-9})

$W_e(A \rightarrow B) = \int_A^B \vec{F}_e \cdot d\vec{r} = \int_A^B K_0 \frac{q_1 q_2}{r^2} \cdot \vec{u}_r \cdot d\vec{r} = K_0 q_1 q_2 \int_A^B \frac{1}{r^2} \cdot \cos \theta \cdot dr = K_0 q_1 q_2 \int_A^B \frac{1}{r^2} \cdot dr = K_0 q_1 q_2 \left[-\frac{1}{r} \right]_A^B = K_0 q_1 q_2 \left[\frac{1}{A} - \frac{1}{B} \right]$

$W_e(A \rightarrow B) = U_A - U_B = -\Delta U = K_0 q_1 q_2 \left[\frac{1}{A} - \frac{1}{B} \right]$ (Si $W_e < 0$ el trabajo lo hace un agente externo; si no, el trabajo lo hace el campo)

- Energía potencial de una carga q' en un punto del campo creado por otra carga puntual q

$$W_e(A \rightarrow \infty) = U = K_0 \cdot \frac{q \cdot q'}{r}$$

quien crea el campo r: distancia que los separa

↳ Sistema constituido por n cargas puntuales

$$U = K_0 \left(\frac{q_1 \cdot q_2}{r_{12}} + \frac{q_1 \cdot q_3}{r_{13}} + \frac{q_2 \cdot q_3}{r_{23}} \right)$$

(Si $U < 0$: el trabajo necesario para llevar las cargas a esa distancia es que las separemos)
(Si $U > 0$: el trabajo necesario para separarlas a una distancia es que las separemos)

- Potencial eléctrico (Unidad: Vol(Co); $1V = 1J/C$) (Lo usamos para calcular el trabajo del campo cuando avanzamos la diferencia de potencial)

$$W_e(A \rightarrow B) = \int_A^B \vec{F}_e \cdot d\vec{r} = \int_A^B q' \cdot \vec{E} \cdot d\vec{r} = q' \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r} = -\Delta U = (U_A - U_B)$$

$$\frac{W_e(A \rightarrow B)}{q'} = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r} = \frac{U_A - U_B}{q'} = V_A - V_B = -\Delta V$$

$$W_e(A \rightarrow B) = q' (V_A - V_B)$$

- Potencial eléctrico de un punto (Vol(Co)): cuando no le influye nada

$$V = \frac{U}{q'} = \frac{K_0 \cdot \frac{q \cdot q'}{r}}{q'} = K_0 \cdot \frac{q}{r}$$

- Potencial eléctrico de un punto del campo si el campo está creado por n cargas puntuales

$$V_A = K_0 \left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} + \frac{q_3}{r_3} \right)$$

Hay que poner los signos de las cargas

- Gradiente potencial: indica la variación en el potencial cuando nos movemos en un campo eléctrico

$$\frac{U_B - U_A}{(Final - inicial)} = - \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r} = -q_0 \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

$$\Delta V = V_B - V_A = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

$$dV = -\vec{E} \cdot d\vec{r} \xrightarrow{A} E_x = -\frac{\partial V}{\partial x}; E_y = -\frac{\partial V}{\partial y}; E_z = -\frac{\partial V}{\partial z} \rightarrow \vec{E} = - \left(\frac{\partial V}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial V}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial V}{\partial z} \vec{k} \right)$$

Componente en x ... en y ... en z

$$\vec{E} = -\nabla V$$

UNIDADES

$$\left(\begin{array}{l} \text{mili. C} = 10^{-3} \\ \text{micro C} = 10^{-6} \\ \text{nano C} = 10^{-9} \\ \text{pico C} = 10^{-12} \end{array} \right)$$

- Materiales aislantes: (el campo eléctrico es cero dentro del material)

• Campo eléctrico fuera del conductor: $\vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{r}$

• conductor irregular: $\sigma_1 \cdot R_1 = \sigma_2 \cdot R_2$

• Potencial: $V = K_0 \cdot \frac{q}{R}$

$$V_1 = V_2$$

• Conservación de carga: $Q_1 + Q_2 = Q'_1 + Q'_2$

• Capacidad: $C = \frac{Q}{V}$ (depende de la geometría); En aislantes: $4\pi\epsilon_0 R$

UNIDADES: (1F = 1C/V)

$$(1\mu F = 10^{-6} F; 1nF = 10^{-9} F; 1pF = 10^{-12} F)$$

- Capacidad condensador:

$$C = \frac{Q_+}{V_+ - V_-} = \frac{Q_-}{V_- - V_+}$$

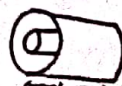


$$C = \epsilon_0 \frac{S}{d}$$



$$C = \frac{4\pi \epsilon_0 R_1 R_2}{R_2 - R_1}$$

CILINDRO



$$C = \frac{2\pi \epsilon_0 L}{\ln \frac{R_2}{R_1}}$$

- Asociación de condensadores ($E = V_a - V_b = V_{ab}$)

EN SERIE

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

$$Q_{total} = Q_1 = Q_2$$

$$V_a - V_b = (V_a - V_m) + (V_m - V_b)$$

$$C_1 = \frac{Q_1}{V_a - V_m}, C_2 = \frac{Q_2}{V_m - V_b} \rightarrow C_{eq} = \frac{Q_1}{V_a - V_b} = \frac{Q_1}{V_a - V_m + V_m - V_b}$$

EN PARALELO

$$C_{eq} = C_1 + C_2$$

$$(V_a - V_b) = (V_a - V_m) = (V_m - V_b) = \dots$$

$$Q_{total} = Q_1 + Q_2$$

$$Q_2 = C_2 \cdot V$$

$$V_e = \frac{1}{2} C_e V_{ab}$$

Inducción mutua (Wb/A)

$$\left(\frac{d\Phi_{12}}{dt} \right) \quad E = - \frac{d\Phi_{12}}{dt} = -N_2 \frac{d\Phi_{12}}{dI_1} \cdot \frac{dI_1}{dt} = -M_{12} \frac{dI_1}{dt}$$

$$\left(\frac{d\Phi_{21}}{dt} \right) \quad E = - \frac{d\Phi_{21}}{dt} = -N_1 \frac{d\Phi_{21}}{dI_2} \cdot \frac{dI_2}{dt} = -M_{21} \frac{dI_2}{dt} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} M_{12} = M_{21} = N_2 \frac{d\Phi_{12}}{dI_1} = N_1 \frac{d\Phi_{21}}{dI_2}$$

Autoinducción (Wb/A)

$$E = - \frac{d\Phi}{dt} = -N \frac{d\Phi}{dI} \cdot \frac{dI}{dt} = -L \cdot \frac{dI}{dt} ; \quad L = N \frac{d\Phi}{dI}$$

Asociación de inductores

Series: $\frac{1}{L_{eq}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}$

Paralelo: $\frac{1}{L_{eq}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}$

Generador de f.e.m. sinusoidal

$$E(t) = - \frac{d\Phi}{dt} = - \frac{d}{dt} [NBS \cdot \cos \omega t] = NBS\omega \sin \omega t = \mathcal{E} \sin \omega t$$

Energía almacenada en un inductor

$$U = \frac{1}{2} \cdot L \cdot I^2 \xrightarrow{\text{con } B} L = \mu_0 \cdot \frac{N^2}{l} \cdot S$$

$$B = \mu_0 \cdot \frac{N}{l} \cdot I$$

Densidad de energía del campo magnético

$$u_B = \frac{U}{V} = \frac{1}{2} \cdot \frac{B^2}{\mu_0}$$

Constante de desplazamiento

$$\epsilon_d = \epsilon_0 \cdot \frac{d\Phi_e}{d\Phi_m}$$

ondas

Ly de Ampere-Maxwell una corriente en un alambre produce un campo magnético

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{L} = \mu_0 \left(I + \epsilon_0 \frac{d\Phi_e}{dt} \right)$$

Onda electromagnética

$$y_1(x,t) = y_0 \cdot \sin(kx - \omega t) \quad ; \quad k = \frac{2\pi}{\lambda} \text{ (ondas)} ; \quad \omega = 2\pi f$$

$$y_2(x,t) = y_0 \cdot \sin(kx + \omega t) \quad ; \quad \omega = 2\pi f$$

Ecuaciones de onda electromagnéticas (onda de forma 1) (y se propagan en la dirección z)

$$\frac{\partial^2 \vec{E}(x,t)}{\partial x^2} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}(x,t)}{\partial t^2} ; \quad \frac{\partial^2 \vec{B}(x,t)}{\partial x^2} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{B}(x,t)}{\partial t^2}$$

$$\vec{E}(x,t) = E_0 \cdot \sin(kx - \omega t) \cdot \hat{j} \quad ; \quad \vec{B}(x,t) = B_0 \cdot \sin(kx - \omega t) \cdot \hat{k}$$

Velocidad de propagación de la onda $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} \approx 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

Relación entre módulos: $B_0 = E_0 / c$

Vector de Poynting: $\vec{S} = \vec{E} \times \vec{B}$

$\vec{F}_m = q(\vec{v} \times \vec{B})$ ($1T = 1N/Cm/s$)

$1G = 10^{-4}T$

$E_c = \frac{mv^2}{2}$

$1Kev \rightarrow 10^3 eV$

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$

• **Trabajo:** F, v, B (constantes) (a, \vec{v}, \vec{B}) \vec{F}_m es perpendicular a \vec{v}
la \vec{F}_m no realiza trabajo sobre la partícula

• **Radio de curvatura:** $R = \frac{mv_{\perp}}{|q|B}$

• **Periodo:** $T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi m}{|q|B}$

Radio de helice: $d = v_{||} \cdot T = \frac{2\pi m v_{||}}{|q|B}$

• **Frecuencia:** $\omega = \frac{v}{R} = \frac{|q|B}{m}$

• **Fuerza de Lorentz:** $\vec{F} = q\vec{E} + q(\vec{v} \times \vec{B})$

• **Fuerza magnetica sobre un hilo conductor rectilineo / fuerza magnetica sobre un hilo conductor no rectilineo**
 $\vec{F} = I \int d\vec{\ell} \times \vec{B}$

• **Fuerza magnetica sobre un hilo conductor cerrado / Fuerza magnetica sobre una espira de corriente**

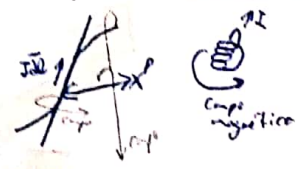
$\vec{F} = 0$

$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$
 $\vec{F}_3 = -\vec{F}_4$
 $\vec{F}_i = I \vec{\ell} \times \vec{B}$

Momento dipolar magnetico
 $\vec{\tau} = \vec{M} \times \vec{B}$
 $\vec{M} = I \vec{S}$ / $\vec{M} = N I \vec{S}$
Nucleo (bobinas)

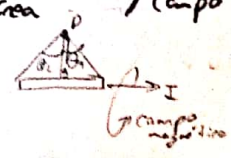
• **Campo magnetico originado por un elemento de corriente Ley de Biot y Savart**

$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{\ell} \times \vec{r}}{r^2}$
 $10^{-7} N/A$



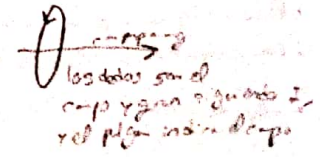
• **Campo magnetico creado por una corriente rectilinea**

$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{a} (\sin \theta_1 + \sin \theta_2)$
Distancia del pto a la recta



• **Campo magnetico creado por una espira de corriente**

$B = \frac{\mu_0}{2} \frac{I R^2}{(R^2 + a^2)^{3/2}}$
Distancia al pto



• **Fuerza magnetica entre corrientes paralelas**

$d\vec{F}_2 = I_2 d\vec{\ell}_2 \times \vec{B}_1 \rightarrow dF_2 = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_1 I_2}{d} d\ell_2 \rightarrow F_2 = \int \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_1 I_2}{d} d\ell_2 = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_1 I_2}{d} L_2$
 $F_1 = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_1 I_2}{d} L_1$
Si la intensidad va en el mismo sentido se atraen con esta fuerza y sino se repelen con la misma fuerza

• **Ley de Ampere** (unido a Biot)

$\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I$; $B L = \mu_0 I n L$
corriente y regla derecha por la corriente

• **Campo magnetico creado por toroide**

$B = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{NI}{r}$

• **Campo magnetico creado por un solenoide**

$B = \mu_0 n I$
 $n = \frac{N}{L}$

Flujo: $\Phi = N \int \vec{B} \cdot d\vec{S}$

• **Flujo magnetico. Ley de Gauss para el campo magnetico** ($T \cdot m^2$)

$\oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$ (siempre es cero)
superficie abierta / superficie cerrada

• **Vector magnetizacion**

$\vec{M} = \frac{\text{momento magnetico}}{\text{cantidad de volumen}}$

• **Momento magnetico neto del sistema**

$\vec{m} = I \vec{S}$

• **Campo magnetico del material**

$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \vec{M}$
intensidad campo mag

• **Ley de Faraday** (fem inducida en un circuito)

$\mathcal{E} = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{d}{dt} \int \vec{B} \cdot d\vec{S}$

• **Ley de Faraday y Lenz**

$\mathcal{E} = - \frac{d\Phi}{dt} = - \frac{d}{dt} \int \vec{B} \cdot d\vec{S}$

f.e.m. debida al mov.
Vuelta conductor
mueve en
campo mag

$\mathcal{E} = \frac{d\Phi}{dt} = \vec{v} \cdot \vec{B} L$
 $\mathcal{E} = I \cdot R$

Trabajo y energia del primer
integracion: $\vec{F} \cdot d\vec{r} = I \cdot \vec{L} \cdot \vec{B} \cdot d\vec{r} = I \cdot \vec{L} \cdot \vec{B} \cdot L$
Potencia: $P = \vec{F} \cdot \vec{v} = I \cdot \vec{L} \cdot \vec{B} \cdot \vec{v} = I \cdot \vec{L} \cdot \vec{B} \cdot v$
Energia: $E = \int P dt = I \cdot \vec{L} \cdot \vec{B} \cdot L$

• Polarización eléctrica

$$\vec{P} = \frac{n \cdot \vec{p}}{V} = \frac{q \cdot l}{S \cdot d} = \frac{Q \cdot d}{S \cdot d} = \sigma$$

- Campo eléctrico en condensadores aislados

$$\vec{E} = E_0 - E_i = \frac{\sigma - \sigma_i}{\epsilon_0} \parallel E = \frac{E_0}{K} = \frac{\sigma}{K \cdot \epsilon_0} = \frac{\sigma}{\epsilon}$$

en una placa: 0

- Condensadores con dieléctricos

$$\epsilon = \frac{\epsilon_0}{\epsilon_r} \quad (V_1 - V_2) = \frac{(V_1 - V_2)_0}{\epsilon_r} \quad C = C_0 \epsilon_r$$

Cuando el dieléctrico llena todo el espacio

- 2 condensadores en serie

$$C = 2 \epsilon_0 \cdot \frac{S}{d} \left(\frac{\epsilon_{r1} \cdot \epsilon_{r2}}{\epsilon_{r1} + \epsilon_{r2}} \right)$$

- 2 condensadores en paralelo

$$C = \epsilon_0 \frac{S}{d} \left(\frac{\epsilon_{r1} + \epsilon_{r2}}{2} \right)$$

- Condensador parcialmente lleno

$$C = 2 \epsilon_r \epsilon_0 \cdot \frac{S}{d} \left(\frac{1}{1 + \epsilon_r} \right)$$

permitividad dieléctrica relativa

- Condensador parcialmente lleno

$$C = \epsilon_0 \frac{S}{d} \left(\frac{1 + \epsilon_r}{2} \right)$$

- Energía del campo eléctrico

$$U_E = \frac{1}{2} \cdot \epsilon_0 \cdot E^2 \quad U = \frac{1}{2} \cdot \epsilon_0 \cdot E^2 \cdot V$$

Energía almacenada por volumen J/m^3 para un campo eléctrico uniforme

- Intensidad ($1A = \frac{1C}{1s}$)

$$I = \frac{Q}{t} \quad I = \frac{dQ}{dt} \quad \text{se pone el sentido de los protones}$$

$\vec{E} = (V_A - V_B) \quad V_A > V_B$

$$I = q \cdot n \cdot S \cdot v_d \rightarrow \frac{I}{S} = J = q \cdot n \cdot v_d \rightarrow \vec{J} = q \cdot n \cdot \vec{v}_d$$

$n = \frac{dN}{dV}$ densidad de portadores

• densidad de corriente

- Para cualquier tipo de corriente $\rightarrow I = \iint_S \vec{J} \cdot d\vec{S}$

- Para corrientes con diferentes tipos de portadores $\rightarrow \vec{J} = \sum_{i=1}^n n_i q_i \cdot \vec{v}_{di}$

- Ley de Ohm ($1 \Omega = 1V/A$)

$$I = \frac{V_1 - V_2}{R}$$

- Resistencia del conductor (R)

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S}$$

- Resistividad (Ωm)

$$\rho = \frac{R}{l/S}$$

- Asociación de resistencias

↓ en serie

$$R_{eq} = R_1 + R_2$$

En paralelo

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

- Ley de Joule (energía en forma de calor) (Joules)

$$P = (V_A - V_B) I = I^2 \cdot R = \frac{(V_A - V_B)^2}{R}$$

- Fuerza electromotriz

$$\mathcal{E} = \frac{dw}{dq} \rightarrow P = \frac{dw}{dt} = \frac{dw}{dt} \cdot \frac{dq}{dq} = \frac{dw}{dq} \cdot \frac{dq}{dt} = \mathcal{E} I \Rightarrow P_{suministrada} = \mathcal{E} \cdot I$$

• Potencia = $I^2 (r + R)$

- Ley de Ohm generalizada

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r} \rightarrow \mathcal{E} I = I^2 \cdot r + I^2 \cdot R \rightarrow \mathcal{E} I = I^2 \cdot r + I (V_A - V_B) \rightarrow V_A - V_B = \mathcal{E} - I r$$