PROBLEMAS BLOQUE 1.pdf

lince_lsq

Fundamentos Físicos de la Informática

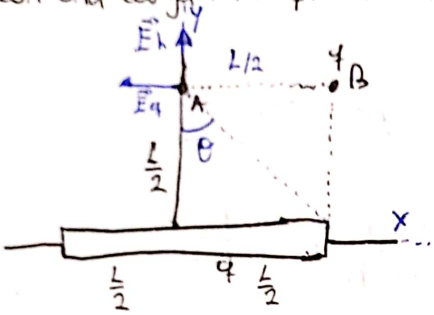
1º Grado en Ingeniería Informática

Escuela Técnica Superior de Ingeniería Informática
Universidad de Málaga

PROBLEMAS BLOQUE 1 (T1, T2 y T3)

Campo eléctrico, magnético y OEM

① Dado el sistema de cargas de la figura, formado por una carga puntual q, situada en el punto B y un hilo de longitud L cargado uniformemente con una carga total q, calcula el campo eléctrico en el punto A.



$\vec{E}_t = \vec{E}_q + \vec{E}_h$

$\vec{E}_q = -K_0 \cdot \frac{q}{r^2}\,\hat{i}$ → Vec Eq se dirige en el semieje î neg

$\vec{E}_h = 2\cdot K_0 \cdot \frac{\lambda}{a}\cdot \operatorname{sen}\theta\,\hat{j} =$

Altura del pto A. $a = L/2$

Definición de densidad lineal de carga $\lambda = q/L$

$\theta = \pi/4$ Mitad de 90° (45°)

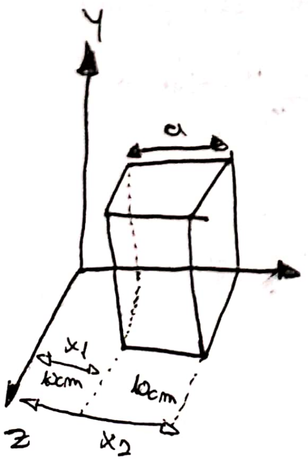
$\Rightarrow \vec{E}_h = 2\cdot K_0 \cdot \frac{q/L}{L/2}\cdot \underbrace{\operatorname{sen}\frac{\pi}{4}}_{\sqrt{2}/2} \Rightarrow \vec{E}_t = \vec{E}_q + \vec{E}_h = -K_0\cdot \frac{q}{(L/2)^2}\,\hat{i} + 2\cdot K_0 \cdot \frac{\cancel{2}q}{L^2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{\cancel{2}}\,\hat{j} =$

$-4K_0\cdot\frac{q}{L^2}$

$-K_0\cdot\frac{q}{\frac{L^2}{4}}\,\hat{i} + 2\cdot K_0\cdot\frac{q}{L^2}\cdot\sqrt{2}\,\hat{j} = \boxed{\frac{K_0\cdot q}{L^2}\cdot\left(-4\hat{i} + 2\sqrt{2}\,\hat{j}\right)\frac{N}{C}}$

Hilo cond. infinito

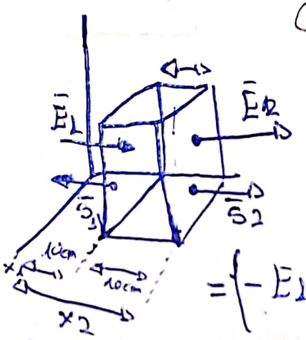
② En una cierta región del espacio existe un campo eléctrico dado por las ecuaciones $E_y = 0$, $E_z = 0$, $E_x = 1000\sqrt[3]{x}$ (SI). Calcular:



a) El flujo de este campo a través de la superficie cúbica dibujada en la figura.

Flujo Eléctrico

Como E_y e $E_z = 0$ sólo ponemos el campo en su componente x (En esos 2 lados del cubo)



$S_1 = S_2 = S = l \cdot l = l^2$; $S = (0'1)^2$
dew calculado $l = a$

$$\phi_E = \oiint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = -\iint_{S_1} \vec{E}_1 \cdot d\vec{S}_1 + \iint_{S_2} \vec{E}_2 \cdot d\vec{S}_2 \Rightarrow -E_1 \cdot \iint_{S_1} dS_1 + E_2 \cdot \iint_{S_2} dS_2 =$$

$$= (-E_1 + E_2) \cdot S = (-1000\sqrt[3]{0'1} + 1000\sqrt[3]{0'2}) \cdot (0'1)^2 \Rightarrow \boxed{\phi_E = 1'2064 \, V \cdot m}$$

Flujo Eléctrico

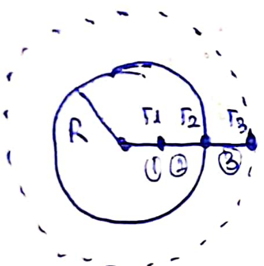
b) La carga neta encerrada en dicha superficie

Cte $= 8'85 \cdot 10^{-12}$

$$\phi_E = \oiint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{neta}}{\varepsilon_0} \Rightarrow \phi_E = \frac{Q_{neta}}{\varepsilon_0} \Rightarrow \boxed{Q_{neta} = \phi_E \, \varepsilon_0 = 1'0676 \cdot 10^{-11} \, C}$$

③ Una esfera, no conductora, posee una densidad de carga de $10 \frac{pC}{m^3}$ uniforme en todo su volumen. Si el radio de la esfera es de 10cm, hallar:

a) El campo eléctrico a las distancias 1cm, 10cm y 20cm del centro.



DATOS

$\rho = 10 \cdot 10^{-12} \frac{C}{m^3}$

$R = 10cm = 0'1m$

$r_1 = 1cm = 0'01m$

$r_2 = R = 0'1m$

$r_3 = 20cm = 0'2m$

$$\boxed{\vec{E} = \frac{\rho}{3 \cdot \varepsilon_0} \cdot r \, \hat{u}} \Rightarrow \text{Para } r_1 \text{ y } r_2 \quad r \leq R$$

$$\boxed{\vec{E} = \frac{\rho \cdot R^3}{3 \cdot \varepsilon_0 \cdot r^2} \cdot \hat{u}} \Rightarrow \text{Para } r_3 \quad r \geq R$$

DATO, DATO

$$\boxed{\vec{E}_1 = \frac{\rho}{3 \cdot \varepsilon_0} \cdot r_1 = 0'003766 \frac{N}{C} = 3'766 \frac{mN}{C}}$$

cte $= 8'85 \cdot 10^{-12}$

$$\boxed{\vec{E}_2 = \frac{\rho}{3 \cdot \varepsilon_0} \cdot r_2 = 0'03766 \frac{N}{C} = 37'66 \frac{mN}{C}}$$

DATO

$$\boxed{\vec{E}_3 = \frac{\rho \cdot R^3}{3 \cdot \varepsilon_0 \cdot r_3^2} \hat{u} = 0'009416 \frac{N}{C} = 9'416 \frac{mN}{C}}$$

cte

b) El potencial en los mismos puntos del apartado anterior

calculada a la derecha

$$\boxed{V_2 = \frac{K_0 \cdot q}{r_2} = 0'00376 \, V = 3'76 mV}$$

$$\rho = \frac{Q}{V} \Rightarrow \left(Q = \rho \cdot V = \rho \cdot \frac{4\pi R^3}{3} = 4'188 \cdot 10^{-14} C \right)$$

$$\boxed{V_3 = \frac{K_0 \cdot q}{r_3} = 0'00188 = 1'88 mV}$$

Como V_1 está dentro de la esfera, calculo $V_1 - V_2$

$$V_1 - V_2 = \int_1^2 \vec{E} \cdot d\vec{r} = \int_1^2 \frac{\rho \cdot r}{3 \cdot \varepsilon_0} d\vec{r} = \frac{\rho}{3\varepsilon_0} \cdot \int_1^2 \vec{r} \, d\vec{r} \Rightarrow V_1 = V_2 + \frac{\rho}{3 \cdot \varepsilon_0} \cdot \left[\frac{r^2}{2} \right]_1^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{V_1 = V_2 + \frac{\rho}{3 \cdot \varepsilon_0} \cdot \left(\frac{r_2^2}{2} - \frac{r_1^2}{2} \right) = 0'00562 \, V = 5'62 \, mV}$$

← lo calculo así pq el $\vec{E}$ dentro es (≠) al de fuera.

④ Se tiene una esfera maciza conductora de radio $R_1 = 9cm$ con una carga total $Q_1 = 160pC$ y un cilindro también conductor de radio $R_2 = 2cm$ y de altura $H = 4cm$, con una carga $Q_2 = 2\cdot10^{-10}C$ y está a un potencial $V_2 = 100V$. Ambos cuerpos se unen eléctricamente por medio de un hilo conductor fino y de capacidad despreciable. Calcular:

a) El potencial y la carga final de cada conductor

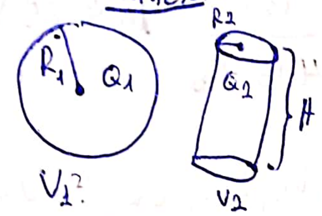
(Cilindro y esfera (conductores))

DATOS

ESFERA $\begin{cases} Q_1 = 160pC \\ R_1 = 9cm \end{cases}$

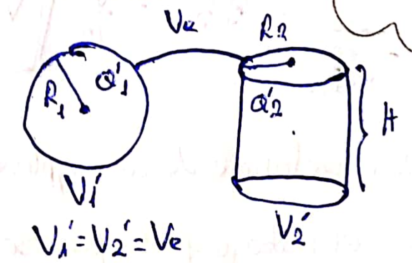
CILINDRO $\begin{cases} Q_2 = 2\cdot10^{-10}C \\ R_2 = 2cm \\ H = 4cm \\ V_2 = 100V \end{cases}$

Inicial



$\Rightarrow$

Final



$V_1' = V_2' = Ve$

$Q_{ti} = Q_{tf}$

$$Q_1 + Q_2 = Q_1' + Q_2'$$
$$V_1' = V_2' = Ve$$

$$Q_1 + Q_2 = Q_1' + Q_2'$$
$$Ve = \frac{Q_1'}{C_1} = \frac{Q_2'}{C_2}$$

$$C_1 = 4\pi\varepsilon_0 \cdot R_1 = 1'0009\cdot10^{-11}F$$
$$C_2 = \frac{Q_2}{V_2} = 2\cdot10^{-12}F \quad \text{(DATOS)}$$

$C = \frac{Q}{V} = 4\pi\varepsilon_0 \cdot r$ cuando es esfera metálica

$$3'6\cdot10^{-10} = Q_1' + Q_2' \rightarrow \boxed{Q_1' = 3'6\cdot10^{-10} - Q_2'}$$

$$\frac{Q_1'}{C_1} = \frac{Q_2'}{C_2} \rightarrow \frac{\underbrace{3'6\cdot10^{-10}}_{Q_{ti}} - Q_2'}{C_1} = \frac{Q_2'}{C_2}$$

$$\underbrace{3'6\cdot10^{-10}}_{Q_{ti}} C_2 - Q_2' C_2 = Q_2' \cdot C_1 \rightarrow$$

$$\rightarrow C_2 \cdot Q_{ti} = Q_2' \cdot C_1 + Q_2' \cdot C_2 \rightarrow$$

$$\rightarrow C_2 \cdot Q_{ti} = Q_2'(C_1 + C_2) \rightarrow$$

$$\rightarrow \boxed{Q_2' = \frac{C_2 \cdot Q_{ti}}{C_1 + C_2} = 5'9955\cdot10^{-11}C}$$

$$\boxed{Q_1' = Q_{ti} - Q_2' = 3'00045\cdot10^{-10}C}$$

$$\boxed{Ve = \frac{Q_1'}{C_1} = 29'9775\ V} = V_1' = V_2'$$

b) La densidad de carga eléctrica de la esfera y del cilindro supuesta uniformes

$$\sigma = \frac{Q}{S}\begin{cases} \boxed{\sigma_1' = \frac{Q_1'}{4\pi R_1^2} = 2'94\cdot10^{-9}\frac{C}{m^2}} \\ \boxed{\sigma_2' = \frac{Q_2'}{2\pi R_2^2 + 2\pi\cdot R_2\cdot H} = 7'95\cdot10^{-9}\frac{C}{m^2}} \end{cases}$$

c) La intensidad del campo eléctrico que crearía sólo el cilindro en un punto muy próximo a su base en el interior y en el exterior

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

$$E_{2,ext}' = \frac{\sigma_2'}{\varepsilon_0} = 898'3\ \frac{V}{m}$$

$E_{2,int}' = 0 \rightarrow$ Es 0 pq el $\vec{E}$ dentro de un conductor es siempre 0

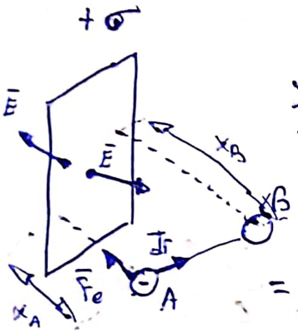
d) La intensidad y el potencial eléctrico que crearía sólo la esfera en los puntos A y B que distan del centro de la esfera 4'5 cm y 18 cm respectivamente.

DATOS
$r_A = 0'045\,m$
$r_B = 0'18\,m$

$$\boxed{\begin{aligned} E'(A)_{int} &= 0\ \tfrac{V}{m} \\ V'(A)_{int} &= V_e = 29'9775\,V \end{aligned}}$$

$$\boxed{E'(B)_{ext} = \frac{Q_1'}{4\cdot\pi\cdot\varepsilon_0\cdot r_B^2} = 83'27\ \frac{V}{m}} \quad \boxed{V'(B)_{ext} = \frac{Q_1'}{4\pi\varepsilon_0\cdot r_B} = 14'9885\,V}$$

(5) Una distribución uniforme de carga, plana e infinita, tiene una densidad de carga $\sigma = 10^{-3}\frac{C}{m^2}$. Calcular el trabajo que es preciso realizar sobre el electrón para trasladarlo desde el punto A, distante 5 cm de la distribución, a un punto B que dista 9 cm de la misma.



DATOS
$\sigma = 10^{-3}\,\frac{C}{m^2}$
$x_A = 0'05$
$x_B = 0'09$

$\vec{F} = \vec{E}\cdot q$; $\vec{E} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\,\hat{\imath}$; $\vec{F} = (-)\frac{E}{2\varepsilon_0}\cdot q\,\hat{\imath}$ → es negativo porque cuando $q<0$, $\vec{F}$ y $\vec{E}$ son opuestas. Como $\vec{E}$ está en $\hat{\imath}$, a $\vec{F}$ le toca ser $-$

$$W(A\to B) = \int_A^B \vec{F}\,\vec{dr} = \int_{x_A}^{x_B} \frac{-\sigma\cdot q}{2\varepsilon_0}\,\vec{dx} = \frac{-\sigma}{2\varepsilon_0}\cdot q\cdot\int_{x_A}^{x_B} d\vec{x} = \frac{-\sigma}{2\varepsilon_0}\cdot q\cdot\Big[x\Big]_{x_A}^{x_B} =$$

$$= \frac{-\sigma}{2\varepsilon_0}\cdot q\cdot(x_B - x_A) \to \boxed{W(A\to B) = -3'6158\cdot 10^{-13}\,J}$$

Dist. uniforme plana e infinita

El signo (−) indica que el trabajo ha sido realizado por una fuerza exterior.

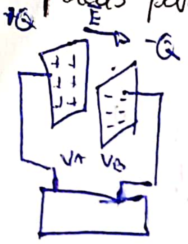
(6) a) Suponga que las dos placas del condensador tienen diferentes áreas. Cuando el condensador se carga conectándolo a una batería ¿las cargas en las dos placas tienen igual magnitud o pueden ser diferentes?

Debido a la atracción de cargas opuestas en las placas, la carga será solamente en esa parte de la placa más grande que esta directamente a través de la placa más pequeña. Tanto el condensador como la batería permanecen juntos.

[Las dos placas tienen cargas de igual magnitud.]

Condensador

b) ¿Cuál es la densidad de carga electrostática dentro de un condensador de placas paralelas, separados 2'2 mm, conectado a una batería de 1'5 V?

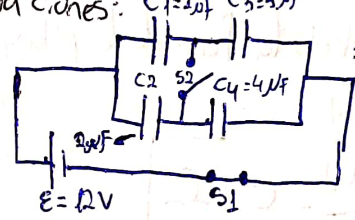


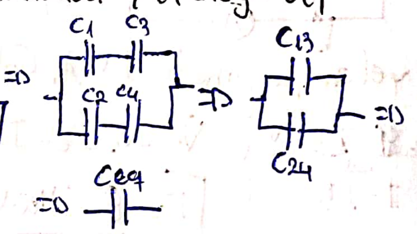
$$\boxed{\eta_E = \frac{1}{2}\varepsilon_0 \cdot E^2} \Rightarrow \left[\eta_E = 2'057\cdot 10^{-6}\,\frac{J}{m^3}\right]$$

$$V_A - V_B = \int_A^B \vec{E}\,d\vec{r} \Rightarrow V_A - V_B = E\cdot(x_A - x_B) \Rightarrow E = \frac{V_A - V_B}{d} = 681'81\,\frac{V}{m}$$

⑦ En el circuito de la figura se pide la carga de cada condensador y la energía del sistema en las siguientes situaciones:

a) S_1 cerrado y S_2 abierto





$$\frac{1}{C_{13}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_3} \Rightarrow C_{13} = \frac{C_1\cdot C_3}{C_3 + C_1}$$

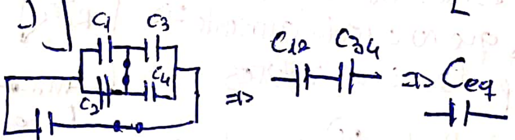
$$\underline{C_{13} = 7'5\cdot 10^{-7}\,F}\;;\; \frac{1}{C_{24}} = \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_4} \Rightarrow C_{24} = \frac{C_2\cdot C_4}{C_4 + C_2}\;;\; \underline{C_{24} = 1'3\cdot 10^{-6}\,F}$$

$$C_{eq} = C_{13} + C_{24} \Rightarrow \left[C_{eq} = 2'083\cdot 10^{-6}\,F\right] \quad C = \frac{Q}{V}\;;\; Q_1 = Q_3 = C_{13}\cdot\varepsilon \Rightarrow \left[Q_1 = Q_3 = 9\cdot 10^{-6}\,F\right]$$

$$Q_2 = Q_4 = C_{24}\cdot\varepsilon \Rightarrow \left[Q_2 = Q_4 = 1'56\cdot 10^{-5}\,F\right]$$

$$\left[U = \frac{1}{2}\cdot C_{eq}\overbrace{(V_A - V_B)}^{\varepsilon}{}^2 = 1'49\cdot 10^{-4}\,J\right]$$

b) Con S_1 y S_2 cerrados

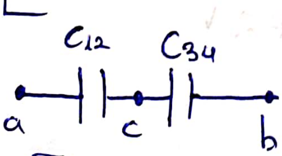


$$C_{12} = C_1 + C_2 = 3\cdot 10^{-6}\,F$$
$$C_{34} = C_3 + C_4 = 7\cdot 10^{-6}\,F$$
$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_{12}} + \frac{1}{C_{34}} \Rightarrow C_{eq} = \frac{C_{12}\cdot C_{34}}{C_{34} + C_{12}} \Rightarrow \left[C_{eq} = 2'1\cdot 10^{-6}\,F\right]$$

$$Q_{eq} = Q_{12} = Q_{34}$$

$$\left[U = \frac{1}{2}\cdot C_{eq}\cdot\varepsilon^2 = 1'512\cdot 10^{-4}\,J\right] \quad V_{ac} = \frac{Q_{12}}{C_{12}} = 8'4\,V \begin{cases}\left[Q_1 = C_1\cdot V_{ac} = 8'4\cdot 10^{-6}\,C\right]\\ \left[Q_2 = C_2\cdot V_{ac} = 1'68\cdot 10^{-5}\,C\right]\end{cases}$$

$$C = \frac{Q}{V}$$

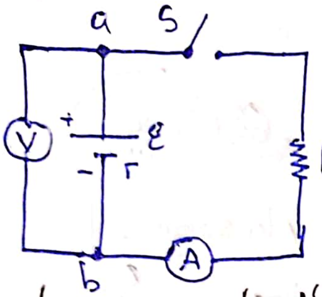


$$\left[Q_{eq} = C_{eq}\cdot\varepsilon = 2'52\cdot 10^{-5}\,C\right]$$

$$V_{cb} = \frac{Q_{34}}{C_{34}} = 3'6\,V \begin{cases}\left[Q_3 = C_3\cdot V_{cb} = 1'08\cdot 10^{-5}\,C\right]\\ \left[Q_4 = C_4\cdot V_{cb} = 1'44\cdot 10^{-5}\,C\right]\end{cases}$$

8) Una pila se encuentra conectada a un circuito en el que existen una resistencia, un amperímetro y un interruptor. A circuito abierto, un voltímetro acusa una diferencia de potencial (ddp) entre los bornes de la pila de 1'52 V.

a) ¿Qué marca el amperímetro?



$\varepsilon = 1'52$; $I = 0 \Rightarrow$ El amperímetro marcará 0 porque el circuito está abierto y no pasa intensidad por él.

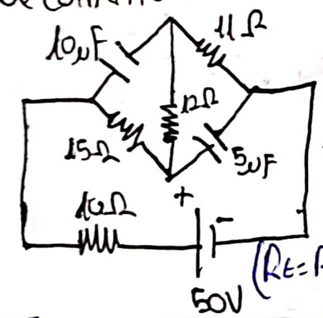
b) Cuando se cierra el circuito, el voltímetro marca 1'37 V y el amperímetro 1'5 A. Calcula la fem de la pila y su resistencia interna.

$V_a - V_b = 1'37\,V$
$I = 1'5$
$\varepsilon = 1'52$

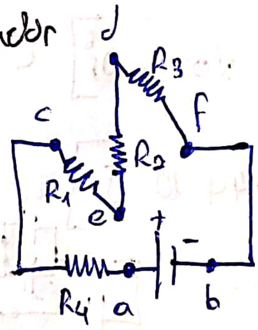
$V_a - V_b = \varepsilon - I \cdot r$

$$\boxed{r = \frac{\varepsilon - (V_a - V_b)}{I} = 0'1\,\Omega}$$

9) El circuito de la figura se encuentra en régimen estacionario. Calcular: la intensidad de corriente del circuito y la carga de cada condensador



Que esté en régimen estacionario significa $\Rightarrow$ que no circula corriente $\Rightarrow$ por los condensadores



$(R_t = R_1 + R_2 + R_3 + R_4 = 48)$

$$V = R \cdot I \rightarrow \boxed{I = \frac{V}{R_t} = \frac{50}{48} = 1'0416\,A}$$

$C = \frac{Q}{V}$; $Q_1 = C_1 \cdot (V_c - V_d)$ | $V = R \cdot I \Rightarrow V_c - V_d = (15+12) \cdot I \Rightarrow V_c - V_d = 28'1232\,V$

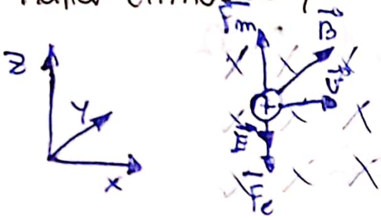
$Q_2 = C_2 \cdot (V_e - V_f)$ | $V = R \cdot I \Rightarrow V_e - V_f = (12+11) \cdot I \Rightarrow V_e - V_f = 23'9568\,V$

$$\boxed{Q_1 = 2'81232 \cdot 10^{-4}\,C}$$

$$\boxed{Q_2 = 1'198 \cdot 10^{-4}\,C}$$

(10) Un haz de protones se mueve a lo largo del eje x en su sentido positivo con una velocidad de 12'4 km/s a través de una región de campos eléctrico y magnético cruzados, equilibrados para producir desviación nula.

a) Si existe un campo magnético de valor 0'85 T en el sentido positivo del eje y, hallar el módulo y dirección del campo eléctrico



DATOS

$v = 12'4 \frac{km}{s} \cdot \frac{1000 m}{1 km} = 12'4 \cdot 10^3 \frac{m}{s}$

$\vec{B} = 0'85 T$ $\quad \vec{F}_m + \vec{F}_e = 0 \Rightarrow \vec{F}_e = -\vec{F}_m$

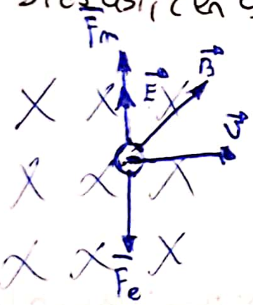
$\cancel{q} \cdot E = \cancel{q} v B$

$\begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 0 & B & 0 \\ v & 0 & 0 \end{vmatrix} = -Bv\hat{k}$, por lo que la dirección es en el $\hat{k}$ negativo

$\boxed{\vec{E} = 10540 \frac{N}{C}}$

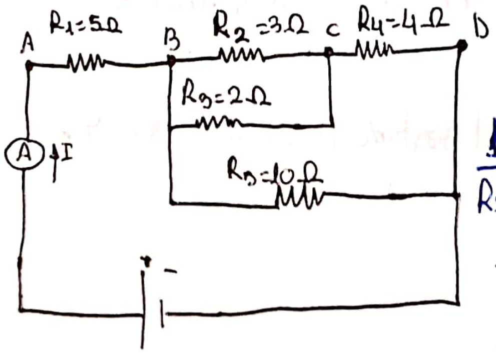
$\boxed{\vec{E} = -10540\hat{k} \frac{N}{C}}$

b) ¿Serían desviados por este campo electrones de la misma velocidad? Si es así, ¿en qué dirección y sentido?

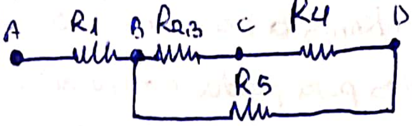


Aunque el campo apunte a otra dirección, $\vec{F}_m + \vec{F}_e = 0$, por lo que no se desvían

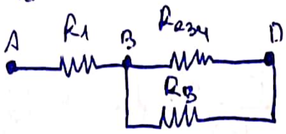
(11) En el circuito de la figura calcular la intensidad de corriente que atraviesa cada una de las resistencias si el amperímetro indica 5A.



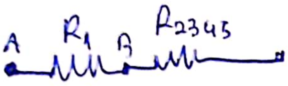
$\boxed{I_1=5A}$



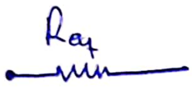
$$\frac{1}{R_{2,3}}=\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3} \Rightarrow R_{2,3}=\frac{R_2\cdot R_3}{R_3+R_2}=1'2\ \Omega$$



$\Rightarrow R_{234}=R_{23}+R_4=5'2\ \Omega$



$$\Rightarrow \frac{1}{R_{2345}}=\frac{1}{R_{234}}+\frac{1}{R_5} \Rightarrow R_{2345}=\frac{R_{234}\cdot R_5}{R_5+R_{234}}=3'42\ \Omega$$



$\Rightarrow R_{eq}=R_1+R_{2345}=8'42\ \Omega$; $V_T=I\cdot R_{eq}=42'1\ V$

$\left[I_{2345}=I_1=5\ A\right]$ $V_{2345}=I_{2345}\cdot R_{2345}=17'1\ V$

Forma (2) $\Rightarrow I_{2345}=I_5+I_{234}$

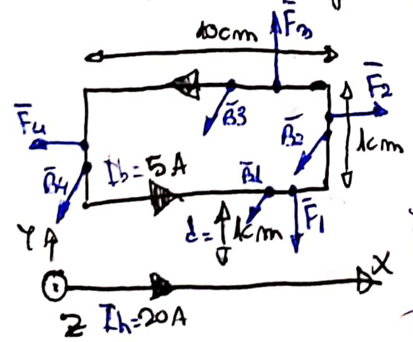
$I_{234}=I_{2345}-I_5=3'29\ A$

$V_{2345}=V_5=V_{234}$; $\left[I_5=\frac{V_5}{R_5}=1'71\ A\right]$ $\left[I_{234}=\frac{V_{234}}{R_{234}}=3'288\ A\right]$

$\left[I_{234}=I_{23}=I_4=3'288\ A\right]$ $V_{23}=I_{23}\cdot R_{23}=3'9456\ V$

$V_2=V_3=V_{23}=3'9456\ V$; $\boxed{I_2=\frac{V_2}{R_2}=1'3152\ A}$ $\boxed{I_3=\frac{V_3}{R_3}=1'9728\ A}$

(12) Una espira rectangular recorrida por una intensidad de 5 A se encuentra junto a un hilo conductor rectilíneo e infinito por el que circula una corriente de 20 A, según se muestra en la fig. Determinar la fuerza ejercida sobre los lados de la espira paralelos al conductor: $\mu_0=4\pi\cdot10^{-7}$



$$\boxed{\vec{B}=\frac{\mu_0\cdot I_h}{2\pi y}\hat{k}}$$ $y=d=1cm$

Nos piden $\bar{F}_1$ y $\bar{F}_3$

$\vec{B}_1=4\cdot10^{-4}\,T\,\hat{k}$

$\vec{B}_3=\frac{\mu_0\cdot I_h}{2\cdot\pi\cdot(d+a)}=2\cdot10^{-4}\,T\,\hat{k}$

?

$\boxed{\vec{F}=I\cdot(\vec{l}\times\vec{B})}$

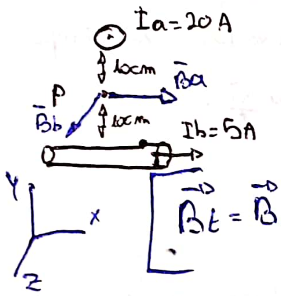
$\bar{F}_1=I(b\hat{i}\times\vec{B}_1)\Rightarrow\left[\bar{F}_1=\frac{\mu_0\cdot I_h\cdot I_b}{2\pi\cdot d}=\right]$

$\bar{F}_3=I(-b\hat{i}\times\vec{B}_2)\Rightarrow\left[\vec{F}_3=\frac{\mu_0\cdot I_h\cdot I_b}{2\cdot\pi\cdot(d+a)}=\right]$

dir de I

(13) Dos alambres largos están orientados de tal forma que son perpendiculares entre sí y en el pto más cercano están separados por una distancia de 20cm. Si el alambre superior transporta una corriente de 20A y el inferior de 5A. ¿Cuál es el $\vec{B}$ que existe en el punto medio entre los dos alambres?

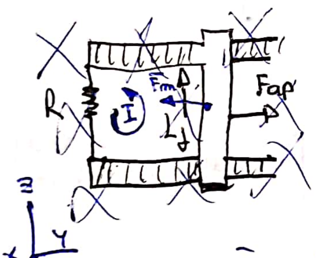
$$\vec{B} = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot r}\, \hat{u}_r \quad \begin{cases} \vec{B}_a = \dfrac{\mu_0 \cdot I_a}{2 \cdot \pi \cdot y_a}\, \hat{i} = 4 \cdot 10^{-5}\, T\, \hat{i} \\ \vec{B}_b = \dfrac{\mu_0 \cdot I_b}{2 \cdot \pi \cdot y_b}\, \hat{k} = 10^{-5}\, T\, \hat{k} \end{cases}$$



$$\boxed{\vec{B}_t = \vec{B}_a + \vec{B}_b = \left(4 \cdot 10^{-5}\, \hat{i} + 10^{-5}\, \hat{k}\right) T}$$

(14) El circuito de la figura (donde R=6Ω) se encuentra inmerso en un campo magnético uniforme entrante en el papel de 2'5T.

a) Calcular la fuerza aplicada necesaria para mover la barra (L=1'2m) hacia la derecha con una velocidad constante de 2 m/s



DATOS

$\vec{B} = -2'5\, T\, \hat{i}$

$\vec{F}_{ap} = F_{ap}\, \hat{j}$

$\vec{v} = 2\, \frac{m}{s}\, \hat{j}$

$$\mathcal{E} = -\frac{d\phi_m}{dt} \; ; \; |\mathcal{E}| = B \cdot v \cdot l = 6\, V$$

$$\vec{F}_m = I \cdot \vec{l} \times \vec{B} = -I \cdot l \cdot B\, \hat{j}$$

$$I \cdot \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ B & 0 & 0 \\ 0 & 0 & l \end{vmatrix} = -IBl\,\hat{j}$$

$$\vec{F}_m + \vec{F}_{ap} = 0 \Rightarrow \vec{F}_{ap} = -\vec{F}_m \Rightarrow \vec{F}_{ap} = (I)\, l\, B\, \hat{j} \rightarrow \boxed{\vec{F}_{ap} = 3\, N\, \hat{j}}$$

$$V = R \cdot I \Rightarrow I = \frac{\mathcal{E}}{R} = 1\, A$$

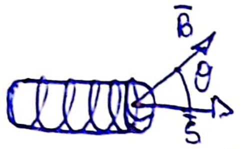
b) ¿Qué potencia se disipa en la resistencia en esas condiciones?

$$P = \frac{\mathcal{E}^2}{R} \Rightarrow \boxed{P = 6\, W}$$

(15) Una bobina circular de radio 20cm y 500 vueltas se encuentra en un $\vec{B}$ de 250mT. La bobina está dispuesta de forma que las líneas de campo formen un ángulo de 60° con la normal al plano de las espiras. Si se hace aumentar dicho campo a razón de 50 mT/s manteniendo su dirección inicial, calcular:

Apartado c)

a) El valor del módulo del campo magnético en función del tiempo, B(t), tomando como instante inicial el momento en el que comenzó a crecer y el flujo que atraviesa la bobina en función del tiempo.



$S=\pi \cdot r^2$

DATOS
$r = 0'2m$
$N = 500$
$B_0 = 250mT$
$\Delta B = 50mT/s$

$\boxed{B(t) = B_0 + \Delta B \cdot t}$ $B(t) = 250mT + 50\frac{mT}{s} \cdot t$

$\boxed{B(t) = 0'25\,T + 0'05\frac{T}{s}.t}$

$\boxed{\phi_m = N \cdot \iint_S \vec{B} \cdot \vec{dS}} \Rightarrow \phi_m = N \cdot \iint_S B \cdot \cos\theta \cdot dS \Rightarrow \phi_m = NBS \cdot \cos\theta$; $\boxed{\phi_m = N \cdot S \cdot \cos\theta \cdot (0'25 + 0'05t)\,Wb}$

b) Si la bobina tiene una resistencia de 10Ω, determinar la f.e.m y la corriente inducida en la misma, razonando el signo y el sentido de éstas.

DATO
$R = 10\Omega$

$\left[|\varepsilon| = \frac{d\phi_m}{dt} = N \cdot S \cdot \cos\theta \cdot 0'05 = \frac{\pi}{2} = 1'5708V \right]$ $\left[I = \frac{|\varepsilon|}{R} = 0'15708A \right]$

Importante tener la calculadora en Grados y NO radianes.

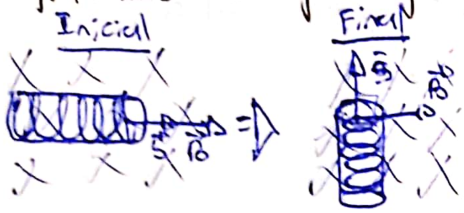
c) Determinar a qué razón debe crecer el campo magnético para que la f.e.m sea 1V (en valor absoluto)

$|\varepsilon| = \frac{d\phi_m}{dt} = N \cdot S \cdot \cos\theta \cdot \Delta B \Rightarrow \left[\Delta B = \frac{|\varepsilon|}{N \cdot S \cdot \cos\theta} = 0'0318T \right]$

DATO
$|\varepsilon| = 1V$

(16) Una bobina plana cuya resistencia total es de 25Ω, está constituida por 50 espiras idénticas de $4cm^2$ de área. Se introduce en un campo magnético uniforme de 500G de forma que el eje de la bobina coincide con la dirección del campo. En esta situación se gira la bobina, hasta que su eje se sitúa perpendicular al campo, operación en la que emplea 1ms. Calcular:

a) El cambio de flujo magnético a través de la bobina: → Diff de la sit final con la inicial.



DATOS

$R = 25\,\Omega$

$N = 50$

$S = \pi \cdot r^2 = 4 \cdot 10^{-4} m$

$\vec{B} = 500G \Rightarrow$ $1T - 10^4 G$; $x - 500$; $x = 0'05T$

$\vec{B} = 0'05T$

$\Delta t = 1ms = 10^{-3}s$

$$\Delta\phi_m = \phi_{mf} - \phi_{mi} = \cancel{NBS\cdot\cos 90} - NBS\cdot\cos 0 = -NB\cdot S \Rightarrow \boxed{\Delta\phi_m = -10^{-3}\,Wb}$$

b) La f.e.m inducida por la bobina

$$|\varepsilon| = \frac{d\phi_m}{dt} = \frac{\Delta\phi_m}{\Delta t} \Rightarrow |\varepsilon| = 1V$$

c) La corriente media que circula por la bobina

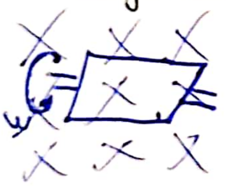
$$I = \frac{|\varepsilon|}{R} \Rightarrow \boxed{I = 0'04\,A}$$

d) La cantidad de carga que ha circulado por la bobina.

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \Rightarrow \Delta Q = I\cdot\Delta t;$$

$$\boxed{\Delta Q = 4\cdot 10^{-5}\,C}$$

(17) En un generador de corriente alterna se dispone de una espira rectangular de lados a y b (a = 10cm, b = 5cm) y N = 10 vueltas inmersa dentro de un campo magnético constante uniforme de magnitud 1'5T. Calcular f.e.m máxima cuando la bobina gira a 60Hz



DATOS

$a = 0'1m$

$b = 0'05m$

$N = 10$

$\vec{B} = 1'5T$

$S = a\cdot b$

$S = 5\cdot 10^{-3} m^2$

$$|\varepsilon| = \frac{d\phi_m}{dt}$$

$$\phi_m = N\cdot\iint \vec{B}\cdot d\vec{S} = NBS\cdot\cos\omega t$$

$\omega = 60Hz$; $1Hz - 6'28\,\frac{rad}{s}$; $60Hz - x$

$x = 376'8\,\frac{rad}{s}$

$$|\varepsilon| = \frac{d\phi_m}{dt} = NBS\cdot\omega\cdot\cos\omega t$$

$$|\varepsilon|_{max} = NBS\cdot\omega \Rightarrow \boxed{|\varepsilon|_{max} = 28'26V}$$

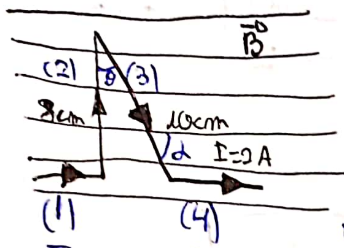
$NBS\cdot\omega\cdot\cancel{\cos\omega t}^{\,1}$

ε es máx cuando el cos es máx

$\cos\theta \Rightarrow 0 \leq x \leq 1 \rightarrow$ ε es máxima cuando cos es 1

valores del coseno

~~18~~ 19 El conductor de la figura, por el que circula una corriente estacionaria de 2A de intensidad, se encuentra inmerso en el seno de un campo magnético uniforme de 0'15 T, siendo la dirección y el sentido los de la figura. Calcular la fuerza total que el campo ejerce sobre el conductor.



$\vec{F}_t = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4$ Como $\vec{F}_1$ y F_4 son paralelos al campo, su fuerza ejercida es 0

$\boxed{\vec{F}_t = I \cdot (\vec{l}_i \times \vec{B})}$

$\begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ 0 & 0 & l \\ 0 & B & 0 \end{vmatrix} = -Bl\hat{\imath}$

$\vec{F}_2 = I \cdot (\vec{l}_2 \times \vec{B}) = -I \cdot l_2 \cdot B \hat{\imath}$

$\operatorname{sen}\alpha = \cos\theta = \frac{l_2}{l_3}$

$\vec{F}_3 = I(\vec{l}_3 \times \vec{B}) = I \cdot l_3 \cdot B \cdot \operatorname{sen}\alpha \Rightarrow I \cdot \cancel{l_3} \cdot B \cdot \frac{l_2}{\cancel{l_3}} \hat{\imath}$ $\vec{F}_3 = I \cdot B \cdot l_2 \hat{\imath}$

$\therefore \vec{F}_t = \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \cancel{-I l_2 B} + \cancel{I l_2 B} = 0 \Rightarrow \boxed{\vec{F}_t = 0}$

20 El campo eléctrico de una OEM es: $\vec{E}(x,t) = 12'6 \cdot \operatorname{sen}(3'1 \cdot 10^8 x - 9'3 \cdot 10^{16} t)\hat{k}$ (S.I)

a) ¿Cuál es la dirección y sentido de desplazamiento de la OEM.

Sabemos por la ecuación que $\vec{E}$ está en $\hat{k}$ y se propaga en el eje X, por eso $\vec{B}$ está en $\hat{\jmath}$

b) ¿Cuál es la frecuencia y la longitud de la OEM?

$\omega = 2\pi f \Rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} \Rightarrow \boxed{f = 1'48 \cdot 10^{16} \text{ Hz}}$ $\quad K = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{K} \Rightarrow \boxed{\lambda = 2 \cdot 10^{-8} \text{ m}}$

DATO

$\omega = 9'3 \cdot 10^{16}$

$K = 3'1 \cdot 10^8$

c) ¿Cuál es el campo magnético asociado a esta OEM?

$B_0 \cdot c = E_0 \Rightarrow B_0 = \frac{E_0}{c}$; $\boxed{B_0 = 4'2 \cdot 10^{-8} \text{ T}}$ $\quad \vec{B}(x,t) = -B_0 \cdot \operatorname{sen}(Kx - \omega t)\hat{\jmath}$

$\boxed{\vec{B}(x,t) = -4'2 \cdot 10^{-8} \cdot \operatorname{sen}(3'1 \cdot 10^8 x - 9'3 \cdot 10^{16} t)\hat{\jmath} \text{ (SI)}}$

DATO

$E_0 = 12'6$

cte: $c = 3 \cdot 10^8$

B1-T3

(21) Un laser didáctico de Helio-Neón emite una OEM de longitud 630 nm y desarrolla una potencia de 5 mW. Si suponemos que el frente de luz es una superficie circular de 3 mm de diámetro.

a) ¿Cuál es la intensidad de la OEM emitida por el laser?

OEM

DATOS

$\lambda = 6'3 \cdot 10^{-7} m$

$P = 5 \cdot 10^{-3} W$

$d = 3 \cdot 10^{-3} m$

$S = \pi \cdot r^2$

$r = \frac{3 \cdot 10^{-3}}{2}$

$\langle I \rangle = \frac{\langle P \rangle}{S} \Rightarrow \langle I \rangle = \frac{5 \cdot 10^{-3}}{\pi \cdot \left(\frac{3 \cdot 10^{-3}}{2}\right)^2}$; $\boxed{\langle I \rangle = 707'355 \frac{W}{m^2}}$

b) ¿Cuál es la densidad de energía en el haz laser?

$I = \eta \cdot c \Rightarrow \langle \eta \rangle = \frac{\langle I \rangle}{c} \Rightarrow \boxed{\langle \eta \rangle = 2'358 \cdot 10^{-6} \frac{J}{m^3}}$

c) ¿Cuál es el módulo del campo magnético y del eléctrico que forma la OEM?

$\eta_E = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \cdot E_0^2 \Rightarrow E_0 = \sqrt{\frac{\eta_E \cdot 2}{\varepsilon_0}} \Rightarrow \boxed{E_0 = 729'987 \frac{V}{m}}$

$B_0 \cdot c = E_0$

$\frac{E_0}{c} = B_0 \Rightarrow \boxed{B_0 = 2'433 \cdot 10^{-6} T}$

d) El vector de Poynting de la onda.

Suponemos que la sup. de incidencia de la OEM refleja toda la energía

$P_R = 2 \cdot \frac{\langle I \rangle}{c} \Rightarrow \boxed{P_R = 4'7157 \cdot 10^{-6} \frac{N}{m^2}}$

(22) Una OEM plana que se propaga por el espacio libre en la dirección del eje x y en sentido positivo, tiene un c. magnético que viene dado por la expresión $\vec{B}(x,t) = 0'2 \cdot 10^{-6} \cdot sen(kx - 3'14 \cdot 10^{14} t)\, \hat{j}$ (SI)

cte: $\mu_0 = \pi \cdot 4 \cdot 10^{-7}$

a) La densidad de energía de la onda.

$\eta_B = \frac{1}{2} \frac{B_0^2}{\mu_0}$; DATO $B_0 = 0'2 \cdot 10^{-6} T$; $\boxed{\eta_B = 1'591 \cdot 10^{-8} \frac{J}{m^3}}$

b) La intensidad media de la onda.

$I = \eta \cdot c$; $\boxed{I = 4'7746 \frac{W}{m^2}}$

d) El vector de Poynting de la onda.

$\vec{S} = c \cdot \frac{B_0}{\mu_0} \cdot sen^2(kx - wt) \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{\vec{S} = 9'5493\, sen^2(kx - 3'14 \cdot 10^{14} t)\, \hat{i}\ (SI)}$

c) La potencia media que incide sobre una superficie normal a la dirección de propagación de la onda de $2 cm^2$ de área

DATO

$S = 2 \cdot 10^{-4} m^2$

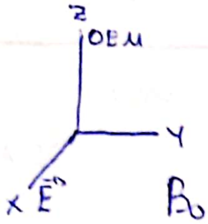
$S = \pi \cdot r^2$

$P = I \cdot S \Rightarrow \boxed{P = 9'5493 \cdot 10^{-4} W}$

$I = \frac{P}{S}$

23) Una OEM avanza en la dirección y sentido del eje z. La ecuación del campo eléctrico es: $\vec{E}(z,t) = 0'3 \cdot \cos(6 \cdot 10^8 t - 2z)\,\hat{i}$ (SI). Determinar:

a) La ecuación del campo magnético



$$\vec{B}(z,t) = B_0 \cdot \cos(6 \cdot 10^8 t - 2z)\,\hat{j} \Rightarrow \boxed{\vec{B}(z,t) = 10^{-4} \cdot \cos(6 \cdot 10^8 t - 2z)\,\hat{j}\ (SI)}$$

$$B_0 \cdot c = E_0 \Rightarrow B_0 = \frac{E_0}{c} \Rightarrow B_0 = 10^{-4}\,T$$

b) La intensidad media de esta OEM

1) $I = \dfrac{E_0 \cdot B_0}{2\mu_0} \Rightarrow \boxed{I = 1'1937 \cdot 10^{-4}\,\frac{W}{m^2}}$

También podría usar → 2) $I = \bar{\eta} c \Rightarrow I = \frac{1}{2}\varepsilon_0 \cdot E_0^2 \cdot c \Rightarrow$

$\bar{\eta} = \frac{1}{2}\varepsilon_0 \cdot E_0^2 \Rightarrow \boxed{I = 1'1937 \cdot 10^{-4}\,\frac{W}{m^2}}$

24) Una estación típica de AM radia una onda sinusoidal isotrópica con una potencia media de 50kW.

a) ¿Cuáles son las amplitudes E y B a una distancia de 5km?

DATOS
$P = 50 \cdot 10^3\,W$
$d = 5 \cdot 10^3\,m$

$I = \bar{\eta} \cdot c = \frac{1}{2}\varepsilon_0 \cdot E_0^2 \cdot c \Rightarrow E_0 = \sqrt{\dfrac{I \cdot 2}{\varepsilon_0 \cdot c}} \Rightarrow \boxed{E_0 = 0'346\,\frac{V}{m}}$

$I = \dfrac{P}{S} = \dfrac{P}{4\pi d^2} \Rightarrow \boxed{I = 1'59 \cdot 10^{-4}\,\frac{W}{m^2}}$

Sup. de una esfera, por la onda se expande en todas direcciones creando una esfera

$E_0 = B_0 \cdot c \Rightarrow B_0 = \dfrac{E_0}{c}$

$\boxed{B_0 = 1'15 \cdot 10^{-9}\,T}$

b) Calcular la intensidad de la onda

Resuelto en el a); $\boxed{I = 1'59 \cdot 10^{-4}\,\frac{W}{m^2}}$

c) ¿Cuál es su presión de radiación.

$P_R = \dfrac{I}{c} \Rightarrow \boxed{P_R = 5'3 \cdot 10^{-13}\,\frac{N}{m^2}}$