

ONDAS ELECTROMAGNÉTICAS

- 1.- En un lugar de la Tierra, la intensidad solar es de 800 W/m^2 . Se desea construir en dicho lugar un sistema de conversión de energía solar en potencia para abastecer a una casa. Si la eficiencia del sistema es del 25% y la casa necesita una potencia mínima de 25 kW, calcular el área efectiva de los colectores solares suponiendo que son perfectamente absorbentes.

SOLUCIÓN: $A = 125 \text{ m}^2$

- 2.- Una o.e.m. polarizada según el eje OX , de 50 Mhz de frecuencia y 480 W/m^2 de intensidad, viaja en el sentido positivo del eje OZ . Determinar: a) Las expresiones de los campos eléctrico y magnético. b) La expresión del vector de Poynting. c) Los valores de la densidad de energía eléctrica y magnética. DATOS: $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ S.I.}$

SOLUCIÓN: a) $\vec{E} = 601,6 \cos\left(\frac{\pi}{3}z - 10^8\pi t\right) \vec{u}_x$ * $\vec{B} = 2 \cdot 10^{-6} \cos\left(\frac{\pi}{3}z - 10^8\pi t\right) \vec{u}_y$
 b) $\vec{S} = 957,48 \cos^2\left(\frac{\pi}{3}z - 10^8\pi t\right) \vec{u}_z$ c) $\rho_E = \rho_B = 1,59 \cdot 10^{-6} \cos^2\left(\frac{\pi}{3}z - 10^8\pi t\right)$

- 3.- En una onda electromagnética plana, que se propaga en el vacío, el campo eléctrico viene dado por $\vec{E} = 2 \sin(2\pi y - 6\pi 10^8 t) \vec{u}_z$ (S.I.) Calcular: a) Su longitud de onda y su frecuencia. b) La dirección de propagación. c) El campo magnético asociado. DATO: $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

SOLUCIÓN: a) $\lambda = 1 \text{ m}$; $\nu = 3 \cdot 10^8 \text{ Hz}$ b) En el sentido \vec{u}_y c) $\vec{B} = 6,6 \cdot 10^{-9} \sin(2\pi y - 6\pi 10^8 t) \vec{u}_x$ (S.I.)

- 4.- Una onda electromagnética plana que se propaga en el vacío, en la dirección positiva del eje X , tiene una intensidad máxima del campo eléctrico de $6 \cdot 10^3 \text{ V/m}$. Si la onda está polarizada linealmente según el eje Y y su longitud de onda es de 2 m, determinar: a) Las expresiones de los campos eléctrico y magnético que describen la onda. b) El vector de Poynting. c) La intensidad de la onda. DATOS: $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ (S.I.)

SOLUCIÓN: a) $\vec{E} = 6 \cdot 10^3 \sin \pi(x - 3 \cdot 10^8 t) \vec{u}_y$ (S.I.) * $\vec{B} = 2 \cdot 10^{-5} \sin \pi(x - 3 \cdot 10^8 t) \vec{u}_z$ (S.I.)
 b) $\vec{S} = 9,5 \cdot 10^{-4} \sin^2 \pi(x - 3 \cdot 10^8 t) \vec{u}_x$ (S.I.) c) $I = 4,8 \cdot 10^{-4} \text{ W/m}^2$

- 5.- Una estación típica de AM radia una onda sinusoidal isótropa con una potencia media de 50 kW. Calcular las amplitudes de los campos eléctrico y magnético a una distancia de la emisora de: a) 500 m. b) 5 km. c) 50 km. DATOS: $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ (S.I.); $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

SOLUCIÓN: a) $E_{01} = 3,46 \text{ N/C}$ * $B_{01} = 1,15 \cdot 10^{-8} \text{ T}$ b) $E_{02} = 0,346 \text{ N/C}$ * $B_{02} = 1,15 \cdot 10^{-9} \text{ T}$
 c) $E_{03} = 0,0346 \text{ N/C}$ * $B_{03} = 1,15 \cdot 10^{-10} \text{ T}$

- 6.- Una o.e.m. transporta una intensidad de 2000 W/m^2 . Calcular el número de fotones que por unidad de tiempo y superficie alcanzan un plano sobre el que incide perpendicularmente la onda si su frecuencia es de: a) 100 GHz. b) 100 THz. DATO: $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$

SOLUCIÓN: a) $3 \cdot 10^{25} \frac{\text{fotones}}{\text{m}^2 \text{ s}}$ b) $3 \cdot 10^{22} \frac{\text{fotones}}{\text{m}^2 \text{ s}}$

- 7.- Una onda electromagnética plana y monocromática que se propaga en el vacío tiene un vector campo eléctrico dado por $\vec{E}(\vec{r}, t) = 100 \cos[(3x + 4z) - 1,5 \cdot 10^9 t] \vec{u}_y$ (S.I.). Calcular: a) El vector de Poynting. b) El promedio temporal de dicho vector. c) La intensidad de la onda. DATOS: $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$; $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ (S.I.)

SOLUCIÓN: a) $\vec{S} = 5,31 \cos^2[(3x + 4z) - 1,5 \cdot 10^9 t] (3\vec{u}_x + 4\vec{u}_z) \text{ W/m}^2$
 b) $\langle \vec{S} \rangle = 2,655 (3\vec{u}_x + 4\vec{u}_z) \text{ W/m}^2$ c) $I = 13,275 \text{ W/m}^2$

Problemas complementarios OEM.

① $I = 800 \text{ W/m}^2$; Eficiencia = 25%. $P_{\min} = 2.5 \cdot 10^4 \text{ W}$.

Como la potencia mínima es de 25 kW y la eficiencia es del 25%:

$$P_{\text{real}} = 25 : \frac{25}{100} = 100 \text{ kW} = 10^5 \text{ W}$$

$$P = IS \Rightarrow S = \frac{P_{\text{real}}}{I} = 125 \text{ m}^2$$

② $f = 50 \text{ MHz} = 50 \cdot 10^6 \text{ Hz} = 5 \cdot 10^7 \text{ Hz}$; $I = 480 \text{ W/m}^2$, 0.2° .

a) $\omega = 2\pi f = \pi \cdot 10^8 \text{ rad/s}$

$$c = \lambda f; \lambda = \frac{c}{f} = 6 \text{ m}; k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\pi}{3} \text{ m}^{-1}$$

$$I = \frac{E_0 B_0}{2\mu_0} = \frac{B_0^2 c}{2\mu_0}; B_0 = \sqrt{\frac{2I\mu_0}{c}} = 2 \cdot 10^{-6} \text{ T}$$

$$E_0 = c B_0 = 600 \text{ V/m}$$

$$\vec{E}(z, t) = 600 \cos\left(\frac{\pi}{3}z - \pi \cdot 10^8 t\right) \vec{u} \text{ V/m}$$

$$\vec{B}(z, t) = 2 \cdot 10^{-6} \cos\left(\frac{\pi}{3}z - \pi \cdot 10^8 t\right) \vec{j} \text{ T}$$

b) $\vec{S} = \frac{\vec{E} \times \vec{B}}{\mu_0} = \frac{E_0 B_0}{\mu_0} \cos^2\left(\frac{\pi}{3}z - \pi \cdot 10^8 t\right) \vec{u} \text{ W/m}^2$

$$\vec{S} = 954.93 \cos^2\left(\frac{\pi}{3}z - \pi \cdot 10^8 t\right) \vec{u} \text{ W/m}^2$$

c) $\eta_e = \frac{1}{2} \epsilon_0 E_0^2 \cos^2\left(\frac{\pi}{3}z - \pi \cdot 10^8 t\right) =$
 $= 1.59 \cdot 10^{-6} \cos^2\left(\frac{\pi}{3}z - \pi \cdot 10^8 t\right) \text{ J/m}^3 = \eta_B$

$$\textcircled{3} \quad \vec{E}(y, t) = 2 \sin(2\pi y - 6\pi \cdot 10^8 t) \vec{k} \text{ V/m}$$

$$a) \quad \lambda = \frac{2\pi}{k} = 1\text{m}; \quad \omega = 2\pi f \Rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = 3 \cdot 10^8 \text{ Hz}$$

$$b) \quad \text{Dirección de propagación} = \text{Eje } y^+$$

$$c) \quad E_0 = cB_0 \Rightarrow B_0 = 6.67 \cdot 10^{-9} \text{ T}$$

$$\vec{B}(y, t) = 6.67 \cdot 10^{-9} \sin(2\pi y - 6\pi \cdot 10^8 t) \vec{k} \text{ T}$$

$$\textcircled{4} \quad \text{Ox}^+; \quad E_0 = 6 \cdot 10^3 \text{ V/m. Polarizada eje } y.$$

$$\lambda = 2\text{m. } k = \frac{2\pi}{\lambda} = \pi \text{ m}^{-1}; \quad \omega = kv = 3\pi \cdot 10^8 \text{ rad/s.}$$

$$a) \quad \vec{E}(x, t) = 6 \cdot 10^3 \sin(\pi x - 3\pi \cdot 10^8 t) \vec{j} \text{ V/m}$$

$$E_0 = B_0 c \Rightarrow B_0 = 2 \cdot 10^{-5} \text{ T.}$$

$$\vec{B}(x, t) = 2 \cdot 10^{-5} \sin(\pi x - 3\pi \cdot 10^8 t) \vec{k} \text{ T.}$$

$$b) \quad \vec{S} = \frac{\vec{E} \times \vec{B}}{\mu_0} = \frac{E_0 B_0}{\mu_0} \sin^2(\pi x - 3\pi \cdot 10^8 t) =$$

$$= 9.55 \cdot 10^4 \sin^2(\pi x - 3\pi \cdot 10^8 t) \vec{k} \text{ W/m}^2$$

$$c) \quad I = \frac{E_0 B_0}{2\mu_0} = 4.77 \cdot 10^4 \text{ W/m}^2$$

$$\textcircled{5} \quad P_m = 5 \cdot 10^4 \text{ W.}$$

$$a) \quad r = 500\text{m.}$$

$$P = IS \Rightarrow I = \frac{P}{S} = \frac{P}{4\pi r^2} = 1.59 \cdot 10^{-2} \text{ W/m}^2$$

$$I = \frac{E_0 B_0}{2\mu_0} = \frac{B_0^2 c}{2\mu_0} \Rightarrow B_0 = \sqrt{\frac{2I\mu_0}{c}} = 1.154 \cdot 10^{-8} \text{ T}$$

$$E_0 = cB_0 = 3.46 \text{ V/m}$$

MISMO RAZONAMIENTO:

b) $I = 1'59 \cdot 10^{-4} \text{ W/m}^2$; $B_0 = 1'15 \cdot 10^{-9} \text{ T}$; $E_0 = 0'346 \text{ V/m}$

c) $I = 1'59 \cdot 10^{-6} \text{ W/m}^2$; $B_0 = 1'15 \cdot 10^{-10} \text{ T}$; $E_0 = 3'46 \cdot 10^{-2} \text{ V/m}$

⑥ $I = 2000 \text{ W/m}^2$;

a) $f = 100 \text{ GHz} = 100 \cdot 10^9 \text{ Hz} = 10^{11} \text{ Hz}$.

$E_f = hf = 6'63 \cdot 10^{-23} \text{ J}$

$\frac{I}{E_f} = 3 \cdot 10^{25} \text{ fotones/m}^2 \cdot \text{s}$, ya que $\omega = \frac{I}{S}$

b) $f = 10^{14} \text{ Hz}$

$E_f = 6'63 \cdot 10^{-19} \text{ J} \Rightarrow \frac{I}{E_f} = 3 \cdot 10^{22} \text{ fotones/m}^2 \cdot \text{s}$

⑦ $\vec{E}(\vec{r}, t) = 100 \cos[(3x + 4z) - 1'5 \cdot 10^9 t] \vec{j} \text{ V/m}$

a) $E_0 = c B_0 \Rightarrow B_0 = 3'33 \cdot 10^{-7} \text{ T}$

$\frac{E_0 B_0}{\mu_0} = \sqrt{(3A)^2 + (4A)^2} \Rightarrow \frac{E_0^2 B_0^2}{\mu_0^2} = 25A^2$

$\Rightarrow \frac{E_0 B_0}{\mu_0} = 5A \Rightarrow A = 5'31 \text{ W/m}^2$

$\vec{S} = 5'31 \cos^2[(3x + 4z) - 1'5 \cdot 10^9 t] (3\vec{i} + 4\vec{k}) \text{ W/m}^2$

b) $\langle \vec{S} \rangle = 2'655 (3\vec{i} + 4\vec{k}) \text{ W/m}^2$, ya que el promedio de $\cos^2 x = 1/2$

c) $I = \frac{B_0 E_0}{2\mu_0} = 13'275 \text{ W/m}^2$