PROBLEMAS BLOQUE 2.pdf

lince_lsq

Fundamentos Físicos de la Informática

1º Grado en Ingeniería Informática

Escuela Técnica Superior de Ingeniería Informática
Universidad de Málaga

PROBLEMAS BLOQUE 2 (T4 y T5)

B2-T4

Fundamentos de física cuántica e introd. al estado sólido.

① Para romper un enlace químico en las moléculas de piel humana (dando lugar a una quemadura), se requiere la energía de un fotón de, aproximadamente 8'5 eV ¿A qué longitud de onda corresponde? ¿Qué lugar ocupa en el espectro de las OEM?

$E = hf \Rightarrow E = h \cdot \frac{c}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{h \cdot c}{E} \Rightarrow \boxed{\lambda = 3'5464 \cdot 10^{-7}\ m} = 354'64\,nm$

DATOS

$E = 8'5\,eV \cdot 1'6 \cdot 10^{-19} = 5'6 \cdot 10^{-19}\,J$

Espectro de OEM: $300\,nm - 400\,nm \Rightarrow UV \Rightarrow \boxed{\lambda \text{ es una onda UV}}$

② En una lámpara de incandescencia de 50W, el filamento de wolframio está a una temperatura de 2150°C. Si la energía emitida en el campo visible es el 28% de la total correspondiente a un cuerpo negro a la misma temperatura, hallar la superficie del filamento del wolframio.

DATOS

$P_\ell = 50\,W$

$T = 2150°C = 2423\,K$

$\underbrace{E_\ell}_{\text{De la lámpara}} = 28\% \cdot \underbrace{E_n}_{\text{Del cuerpo negro}}$

$R_{T\ell} = 28\% \cdot R_{Tn} \Rightarrow R_{T\ell} = 28\% \cdot \sigma \cdot T^4 \Rightarrow R_{T\ell} = 547239'86 \left(\frac{W}{m^2}\right)$

$R_{Tn} = \sigma \cdot T^4$

$R_{T\ell} = \frac{E_\ell}{t \cdot S} = \frac{P_\ell}{S} \Rightarrow S = \frac{P_\ell}{R_{T\ell}} \Rightarrow \boxed{S = 9'136 \cdot 10^{-5}\,m^2}$

③ Un electrón, un fotón y un neutrón tienen una longitud de onda de 1Å. Calcular la frecuencia y la energía asociada a cada uno de ellos. $m_e = 9'1 \cdot 10^{-31}\,kg$; $m_n = 1'68 \cdot 10^{-27}\,kg$.

DATOS

$\left.\begin{array}{l}\lambda_e = \\ \lambda_n = \\ \lambda_f = \end{array}\right\} 10^{-10}\,m$

Fotón $\Rightarrow E_f = h \cdot \frac{c}{\lambda_f} \Rightarrow \boxed{E_f = 1'986 \cdot 10^{-15}\,J}$ $E_f = h \cdot f_f \Rightarrow f_f = \frac{E_f}{h} \Rightarrow \boxed{f_f = 3 \cdot 10^{18}\,Hz}$

Neutrón $\Rightarrow E_n = \frac{p_n^2}{2m_n} \Rightarrow \boxed{E_n = 1'3 \cdot 10^{-20}\,J}$ $E_n = hf_n \Rightarrow f_n = \frac{E_n}{h} \Rightarrow \boxed{f_n = 1'97 \cdot 10^{13}\,Hz}$

$\lambda_n = \frac{h}{p_n} \Rightarrow p_n = p_e = \frac{h}{\lambda} = 6'62 \cdot 10^{-24}$

Electrón $\Rightarrow E_e = \frac{p_e^2}{2 \cdot m_e} \Rightarrow \boxed{E_e = 2'4 \cdot 10^{-17}\,J}$ $E_e = h \cdot f_e \Rightarrow f_e = \frac{E_e}{h} \Rightarrow \boxed{f_e = 3'63 \cdot 10^{16}\,Hz}$

(4) La radiación emitida por electrones que caen de un estado energético de 30'4 eV a otro de 5'54 eV se utiliza para irradiar un metal y producir efecto fotoeléctrico. Determina:

a) La longitud de onda y frecuencia de la radiación utilizada.

DATOS

$E_1 = 30'4\,eV$

$E_2 = 5'54\,eV$ $\Rightarrow E_{fotón} = E_1 - E_2$

$E_{fotón} = 24'86\,eV \rightarrow E_f = 3'9776 \cdot 10^{-18}\,J$

$E_f = h \cdot \frac{c}{\lambda} \Rightarrow \lambda = h \cdot \frac{c}{E} \Rightarrow \boxed{\lambda = 4'992 \cdot 10^{-8}\,m}$

$E = h \cdot f \Rightarrow f = \frac{E}{h} \Rightarrow \boxed{f = 6 \cdot 10^{15}\,Hz}$

b) El trabajo de extracción del metal si el potencial de frenado medio es de 22'4 V.

DATO

$V_0 = 22'4\,V$

$E = W_0 + E_c \rightarrow W_0 = E - E_c \rightarrow \boxed{W_0 = 3'936 \cdot 10^{-19}\,J}$

$E_c = e \cdot V_0 \rightarrow E_c = 3'584 \cdot 10^{-18}\,J$

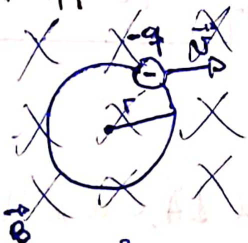
c) la frecuencia umbral para la emisión fotoeléctrica del metal.

$W_0 = h \cdot f_0 \Rightarrow f_0 = \frac{W_0}{h} \Rightarrow \boxed{f_0 = 5'9456 \cdot 10^{14}\,Hz}$

d) El radio de la circunferencia descrita por los electrones emitidos con la energía cinética máxima cuando éstos entran en el seno de un campo magnético uniforme de $2 \cdot 10^4\,G$ perpendicular al plano de su trayectoria

DATO

$\vec{B} = 2\,T$



Fórmula del radio de curvatura $\Rightarrow r = \frac{m_e \cdot v_\perp}{|e| \cdot B} \Rightarrow \boxed{r = 7'981 \cdot 10^{-6}\,m}$

Dato de antes

$E_{cmáx} = 3'584 \cdot 10^{-18}\,J$

$E_{cmáx} = \frac{1}{2} \cdot m_e \cdot v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_{cmáx}}{m_e}} \Rightarrow v = 2'8 \cdot 10^6\,\frac{m}{s}$

⑦ Un fotón de 400 pm de longitud de onda choca contra un electrón en reposo y rebota en una dirección que forma un ángulo de 150° con la dirección incidente. Calcula la velocidad y la longitud de onda del fotón dispersado.

DATOS

$\lambda_1 = 4 \cdot 10^{-10}$ m

$\theta = 150°$

$\boxed{c = 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}}$

Efecto Compton $\Rightarrow \Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 = \lambda_C \cdot (1 - \cos\theta) \Rightarrow$

$\Rightarrow \lambda_2 = \lambda_1 + \lambda_C \cdot (1 - \cos\theta) \Rightarrow \boxed{\lambda_2 = 4'0453 \cdot 10^{-10} \text{ m}}$

$\Rightarrow$ La velocidad es c, no varía

⑧ Calcular la longitud de onda asociada a una partícula que se mueve con una velocidad de $2 \cdot 10^6 \frac{m}{s}$ si dicha partícula es:

a) Un electrón

$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m_e \cdot v} \Rightarrow \boxed{\lambda = 3'6374 \cdot 10^{-10} \text{ m}}$

b) Un protón

$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m_p \cdot v} \Rightarrow \boxed{\lambda = 2 \cdot 10^{-13} \text{ m}}$

c) Una bola de 0'2 kg de masa

$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m_b \cdot v} \Rightarrow \boxed{\lambda = 1'655 \cdot 10^{-39} \text{ m}}$

⑨ Los electrones de un haz tienen una velocidad de $(400 \pm 5) \cdot 10^4 \frac{m}{s}$ ¿Cuál es la mínima incertidumbre con que se puede conocer la posición?

Enunciado 1 de ppo incert. Heisenberg $\Rightarrow \Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{h}{4\pi}$; Como mínimo $\Delta x \cdot \Delta p = \frac{h}{4\pi} \Rightarrow \Delta x_{min} = \frac{h}{4\pi \Delta p}$

$p = m \cdot v$

$\Delta p = m \cdot \Delta v$

$\Delta v = 5 \cdot 10^4$ $v \Rightarrow [4 \cdot 10^6 - 5 \cdot 10^4, 4 \cdot 10^6 + 5 \cdot 10^4]$

Incertidumbre de la velocidad, que es lo que varía $\Rightarrow$ para que se entienda, es lo de después del $\pm$

$v - 5 \cdot 10^4$ v $v + 5 \cdot 10^4$

$\Delta x_{min} = \frac{h}{4\pi \cdot m_e \Delta v} \Rightarrow \boxed{\Delta x_{min} = 1'15 \cdot 10^{-9} \text{ m}}$

(11) Calcular la densidad de electrones libres en: Para calcular $\bar{e}$ libres, rentaba dejar todo en gramos

a) Ag de densidad $10'5 \frac{g}{cm^3}$

DATO
$d = 10'5 \frac{g}{cm^3}$
Valencia = 1
(nº $\bar{e}$ libre por átomo)

$n = \frac{n^o \bar{e} \text{ libres}}{V} = \text{Valencia} \cdot \frac{n^o \text{átomos}}{V} \Rightarrow n = \frac{\text{Valencia} \cdot N_{AV}}{M_{at}} \cdot d$

nº de $\bar{e}$ libre por átomo; nº de Avogadro; densidad; masa atómica

Tabla periódica
$M_{at}\, Ag = 107'86 gr$

$\boxed{n = 5'8623 \cdot 10^{22} \frac{\bar{e}}{cm^3}}$

b) Au, de densidad $19'3 \frac{g}{cm^3}$, admitiendo en ambos un electrón libre por átomo.

DATOS
$d = 19'3 \frac{g}{cm^3}$
Valencia = 1
$m_{at}\, Au = 196'96 gr$

$\boxed{n = 5'9 \cdot 10^{22} \frac{\bar{e}}{cm^3}}$

(12) Calcular la velocidad de un electrón de conducción cuya energía es igual a la energía de Fermi para:

a) $Na (E_F = 3'24 eV)$ b) $Au (E_F = 5'53 eV)$ c) $Sn (E_F = 10'2 eV)$

DATOS
$\boxed{E_{F_{Na}} = E_{C_{Na}}}$
$E_{F_{Na}} = 5'184 \cdot 10^{-19} J$

$E_F = E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$

DATO: $E_{F_{Au}} = 8'848 \cdot 10^{-19} J$ // DATO: $E_{F_{Sn}} = 1'632 \cdot 10^{-18} J$

$v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_F}{m}}$; $\boxed{v_{Na} = 1'0674 \cdot 10^6 \frac{m}{s}}$ $\boxed{v_{Au} = 1'3945 \cdot 10^6 \frac{m}{s}}$ $\boxed{v_{Sn} = 1'8939 \cdot 10^6 \frac{m}{s}}$

(13) Un conductor en el que hay un campo eléctrico de $5 \frac{V}{m}$, contiene $2 \cdot 10^{28} \frac{\text{electrones}}{m^3}$ y su conductividad es $\sigma = 10^8 (\Omega \cdot m)^{-1}$. Calcular:

a) La velocidad media de arrastre de los electrones en el metal.

DATOS
$\sigma = 10^8 (\Omega \cdot m)^{-1}$
$\vec{E} = 5 \frac{V}{m}$
$n = 2 \cdot 10^{28} \frac{e}{m^3}$

$\boxed{\sigma = e \cdot n \cdot \mu} \Rightarrow \mu = \frac{\sigma}{e \cdot n} \Rightarrow \mu = 3'125 \cdot 10^{-2} \frac{m^2}{V s}$

$\mu = \frac{v_d}{E} \Rightarrow v_d = \mu \cdot E \Rightarrow \boxed{v_d = 1'5625 \cdot 10^{-1} \frac{m}{s}}$

b) Su movilidad μ

Resuelto en el a); $\boxed{\mu = 3'125 \cdot 10^{-2} \frac{m^2}{V \cdot s}}$

(14) La resistividad del cobre es de $1'675 \cdot 10^{-8}\ \Omega \cdot m$ siendo la concentración de electrones en el mismo $8'48 \cdot 10^{22}\ cm^{-3}$. Determine la velocidad de arrastre de los electrones de conducción al aplicar un campo eléctrico de $10\ \frac{V}{m}$

DATOS

$\rho = 1'675 \cdot 10^{-8}\ \Omega \cdot m$

$n = 8'48 \cdot 10^{22}\ cm^{-3}$

$\vec{E} = 10\ \frac{V}{m}$

$\sigma = \frac{1}{\rho} \Rightarrow \sigma = 5'97 \cdot 10^{7}\ (\Omega \cdot m)^{-1}$

$\sigma = e \cdot n \cdot \mu \Rightarrow \mu = \frac{\sigma}{e \cdot n} \Rightarrow \mu = 4'4 \cdot 10^{-3}\ \frac{m^2}{V \cdot s} \Rightarrow \mu = \frac{V_d}{E} \Rightarrow V_d = \mu \cdot E$

$\boxed{V_d = 4'4 \cdot 10^{-2}\ \frac{m}{s}}$

$n = 8'48 \cdot 10^{22}\ \frac{1}{\cancel{cm^3}} \cdot \frac{10^6\ \cancel{cm^3}}{m^3} \Rightarrow n = 8'48 \cdot 10^{28}\ m^{-3}$

(15) El magnesio es un metal bivalente con una masa atómica de $24'32\ \frac{g}{at}$ y una densidad de $1'74\ \frac{g}{cm^3}$. Calcular

a) La densidad de electrones libres.

DATOS

$M_{at}\ Mg = 24'32\ \frac{g}{at}$

$d = 1'74\ \frac{g}{cm^3}$

Valencia = 2

porque te dice que es bivalente

$d = 1'74\ \frac{g}{\cancel{cm^3}} \cdot \frac{10^6\ \cancel{cm^3}}{1\ m^3} = 1'74 \cdot 10^{6}\ \frac{g}{m^3}$

$n = \text{Valencia} \cdot \frac{N_{AV} \cdot d}{M_{at}} \Rightarrow \boxed{n = 8'617 \cdot 10^{28}\ \frac{e^-}{m^3}}$

b) Su energía de Fermi $\Rightarrow E_F = \sqrt{\left(\frac{3n}{28}\right)^2} \Rightarrow \boxed{E_F = 7'1154\ eV}$

16) a) El peso atómico del zinc (Zn) es 65'38 $\frac{g}{mol}$ y su densidad es 7'1 $g \cdot cm^3$, Si en un sólido de Zn hay 2 electrones libres por cada átomo, ¿Cuál es la densidad de electrones libres del Zn?

DATOS

$m_{at}Zn = 65'38 \frac{g}{mol}$

$d = 7'1 \frac{g}{cm^3} \cdot \frac{10^6 cm^3}{1 m^3} = 7'1 \cdot 10^6 \frac{g}{m^3}$

Valencia = 2

$n = \text{Valencia} \cdot \frac{N_{AV} \cdot d}{m_{at}Zn} \Rightarrow \boxed{n = 1'3079 \cdot 10^{29} \frac{\bar{e}}{m^3}}$

b) ¿Cuál es la longitud de onda de De Broglie de los electrones en el nivel de energía de fermi

DATO

$E = E_F$

$E_c = E_F = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \Rightarrow E_F = \frac{1 \cdot p^2}{2 \cdot m} \Rightarrow p = \sqrt{2 \cdot E_F \cdot m}$; $E_F = \sqrt[3]{\left(\frac{3n}{2\gamma}\right)^2} \Rightarrow E_F = 9'3975 eV$

$E_F = 1'5036 \cdot 10^{-18} J$

$\lambda = \frac{h}{p} \Rightarrow \lambda = \frac{h}{\sqrt{2 \cdot E_F \cdot m}} \Rightarrow \boxed{\lambda = 4 \cdot 10^{-10} m}$

c) Determine la energía de los estados electrónicos en el Zn cuya probabilidad de ocupación es del 10% a temperatura ambiente (T=300K)

DATOS

$f(E) = 10\% = 0'1$

$T = 300K$

$f(E) = \frac{1}{1 + e^{\frac{E-E_F}{k_B \cdot T}}} \Rightarrow f(E) \cdot \left(1 + e^{\frac{E-E_F}{k_B T}}\right) = 1 \Rightarrow 1 + e^{\frac{E-E_F}{k_B T}} = \frac{1}{f(E)} \Rightarrow$

$\Rightarrow e^{\frac{E-E_F}{k_B T}} = \frac{1}{f(E)} - 1 \Rightarrow \frac{E-E_F}{k_B T} = \ln\left(\frac{1}{f(E)} - 1\right) \Rightarrow E - E_F = \ln\left(\frac{1}{f(E)} - 1\right) \cdot k_B \cdot T \Rightarrow$

$\Rightarrow E = \ln\left(\frac{1}{f(E)} - 1\right) \cdot k_B T + E_F \Rightarrow \boxed{E = 9'4543 eV}$

(17) Calcular, en el cero absoluto, la energía máxima de los electrones libres en:

a) El aluminio, suponiendo que existen 3 electrones libres por átomo

DATOS
T=0K
Valencia=3
Mat Al: 26'97 u/at
d_{Al} = 2'7 g/cm³

$n = \frac{\text{Valencia} \cdot N_{AV} \cdot \text{densidad}}{M_{at} Al} \Rightarrow n = 1'8086 \cdot 10^{29} \frac{e^-}{m^3}$

$d = 2'7 \frac{g}{cm^3} \cdot \frac{10^6 cm^3}{1 m^3}$

$E_F = \sqrt[3]{\left(\frac{3n}{2\gamma}\right)^2} \Rightarrow \boxed{E_F = 11'6643\,eV}$

b) La plata, suponiendo que existe un electrón libre por átomo.

DATOS
Valencia = 1
Mat Ag = 107'9 u/at
$d = 10'5 \frac{g}{cm^3} = 10'5 \cdot 10^6 \frac{g}{m^3}$

$n = \frac{\text{Valencia} \cdot N_A}{M_{at} Ag} \cdot d \Rightarrow n = 5'8601 \cdot 10^{28} \frac{e^-}{m^3}$

$E_F = \sqrt[3]{\left(\frac{3n}{2\gamma}\right)^2} \Rightarrow \boxed{E_F = 5'5026\,eV}$

(18) La energía de Fermi de la plata es 5'1 eV. Calcular la probabilidad de que esté ocupado a 300K un estado cuya energías:

a) 5 eV

DATOS
E_F=5'1 eV
E= 5 eV
T=300K

$f(E) = \frac{1}{1 + e^{\frac{E-E_F}{k_B \cdot T}}} = 0'9795 \Rightarrow \boxed{P = 97'95\%}$

b) 5'2 eV

DATOS
E_F=5'1
E=5'2
T=300K

$f(E) = \frac{1}{1 + e^{\frac{E-E_F}{k_B T}}} \Rightarrow f(E) = 0'0205 \Rightarrow \boxed{P = 2'05\%}$

c) 6 eV

DATOS
E_F=5'1 eV
E=6 eV
T=300K

$f(E) = 7'6797 \cdot 10^{-16}$

$\boxed{P = 7'6797 \cdot 10^{-14}\,\%}$

d) Calcular la temperatura a la que la probabilidad de ocupación de un estado de 5'2 eV de energía es del 10%

DATOS
f(E) = 0'1
E=5'2 eV
E_F=5'1 eV
T=300K

$f(E) = \frac{1}{1 + e^{\frac{E-E_F}{k_B T}}} \Rightarrow 1 + e^{\frac{E-E_F}{k_B T}} = \frac{1}{f(E)} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{E-E_F}{k_B T} = \ln\left(\frac{1}{f(E)} - 1\right)$

$T = \frac{E - E_F}{k_B \cdot \ln\left(\frac{1}{f(E)} - 1\right)} \Rightarrow \boxed{T = 527'98\,K}$