DEPARTAMENTO DE FÍSICA APLICADA II
UNIVERSIDAD DE MÁLAGA

CAMPO ELECTROSTÁTICO

1.- En los vértices de un cuadrado de 5 cm de lado se encuentran situadas en sus cuatro vértices las siguientes cargas: ($+10^{-8}$ C, vértice superior izquierdo), (-10^{-8} C, vértice inferior izquierdo), ($-2\cdot10^{-8}$ C, vértice superior derecho) y ($+2\cdot10^{-8}$ C, vértice inferior derecho). Calcular el vector campo eléctrico en el centro del cuadrado. DATO: $K_0 = 9\cdot10^9$ (S.I.).
SOLUCIÓN: $\vec{E} = 72000\sqrt{2}\,\vec{j}$ N/C

2.- Dos cargas puntuales, $q_1 = 2$ μC y $q_2 = -3$ μC, se sitúan, respectivamente, en los puntos A y B separados 1 m en el vacío. Determinar la posición de los puntos de la recta AB en los que se anula: a) El campo eléctrico. b) El potencial eléctrico.
SOLUCIÓN: a) A 4,49 m a la izquierda de A. b) A 0,4 m a la derecha de A * A 2 m a la izquierda de A

3.- Un hilo conductor rectilíneo, infinitamente largo, está cargado uniformemente con $\lambda = 5{,}561\cdot10^{-9}$ C/m Calcular la diferencia de potencial entre dos puntos que distan 4 y 8 cm del hilo. DATO: $K_0 = 9\cdot10^9$ (S.I.).
SOLUCIÓN: $V_A - V_B = 69{,}38$ V

4.- Determinar el trabajo que es preciso realizar para colocar las tres cargas en la forma indicada en la Fig.1. DATO: $K_0 = 9\cdot10^9$ (S.I.).
SOLUCIÓN: $W = 9\cdot10^{11}\,q^2$ (J) * Lo realiza el campo

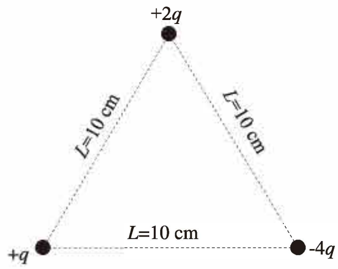


FIGURA 1

5.- El campo electrostático que aparece en la atmósfera terrestre es vertical y descendente. Suponiendo que su módulo disminuye uniformemente con la altura y que vale 100 N/C a 200 m de la superficie terrestre y 50 N/C a 300 m, estimar la densidad cúbica de carga en la atmósfera terrestre entre 200 y 300 m de altura. DATO: $\varepsilon_0 = 8{,}85\cdot10^{-12}$ (S.I.).
SOLUCIÓN: $\rho = 4{,}425\cdot10^{-12}$ C/m^3

6.- Un alambre conductor, cargado uniformemente con una densidad lineal de carga λ, forma un arco de circunferencia de radio R y amplitud 2α, tal y como se muestra en la Fig.2. a) Determinar la expresión del campo eléctrico en el centro de la circunferencia. A partir de la expresión obtenida, determinar el campo en el centro, si el conductor forma: b) Una circunferencia completa. c) Una semicircunferencia.
SOLUCIÓN: $E = 2K_0\frac{\lambda\,\text{sen}\,\alpha}{R}$ b) $E = 0$ c) $E = 2K_0\frac{\lambda}{R}$

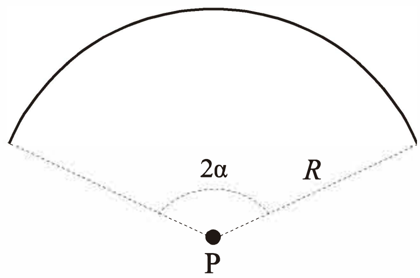


FIGURA 2

7.- Una partícula de 3 nC está situada en un campo eléctrico uniforme dirigido hacia la izquierda. Al desplazarla 5 cm hacia la derecha, el trabajo realizado por la fuerza aplicada es de $6\cdot10^{-5}$ J y la partícula experimenta una variación en su energía cinética de $4{,}5\cdot10^{-5}$ J. Calcular: a) El trabajo realizado por la fuerza eléctrica. b) La intensidad del campo eléctrico en el que se encuentra inmersa la partícula.
SOLUCIÓN: a) $W_c = -1{,}5\cdot10^{-5}$ J b) $E = 10^5$ N/C

8.- Una distribución uniforme de carga, plana e infinita, tiene una densidad de carga $\sigma = 10^{-3}$ C/m^2. Calcular el trabajo que es preciso realizar sobre un electrón para trasladarlo desde un punto A, distante 5 cm de la distribución, a un punto B que dista 9 cm de la misma. DATOS: $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C; $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ (S.I.).
SOLUCIÓN: $W(A \rightarrow B) = 3{,}619 \cdot 10^{-13}$ J * Lo realiza un agente externo

9.- Una distribución plana, horizontal e infinita de carga tiene una densidad uniforme de carga de 10^{-5} C/m^2. A una distancia de 2 m de la distribución, y por debajo de ella, se encuentra en equilibrio una pequeña esfera cargada de 0,5 g de masa, tal y como se muestra en la Fig.3. Calcular: a) La carga de la esferilla. b) El trabajo que realiza el campo eléctrico cuando la esferilla se desplaza 1 m: b.1) Alejándose de la distribución. b.2) Acercándose a la misma. c) Paralelamente de la distribución. DATO: $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ (S.I.).
SOLUCIÓN: a) $q = -8{,}67 \cdot 10^{-9}$ C b.1) $W_{c1} = -4{,}9 \cdot 10^{-3}$ J b.2) $W_{c2} = 4{,}9 \cdot 10^{-3}$ J b.3) $W_{c3} = 0$ J

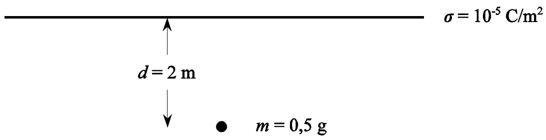


FIGURA 3

10.- Cinco cargas iguales de valor q están igualmente espaciadas en una semicircunferencia de radio R, tal y como se indica en la Fig.4. Determinar la fuerza total que ejercen sobre una sexta carga, también de valor q, situada en el centro de la semicircunferencia.
SOLUCIÓN: $\vec{F} = K_0 \frac{q^2}{R^2} \left(1 + \sqrt{2}\right) \vec{i}$

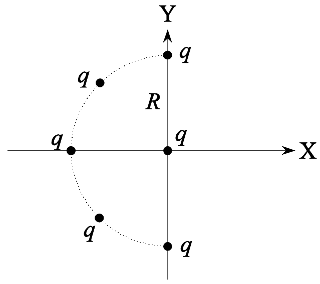


FIGURA 4

11.- Tres cargas, $q_1 = -20$ pC y $q_2 = q_3 = 10$ pC, se sitúan respectivamente en los vértices A, B y C de un rectángulo de lados AB = 4 cm y AC = 3 cm. Calcular el potencial: a) En el cuarto vértice. b) En el centro del rectángulo. DATO: $K_0 = 9 \cdot 10^9$ (S.I.).
SOLUCIÓN: a) $V_D = 1{,}65$ V b) $V_O = 0$ V

12.- En la Fig.5 se muestran algunas líneas equipotenciales de un determinado campo eléctrico. Calcular: a) El vector campo eléctrico. b) El trabajo que es preciso realizar para trasladar una carga puntual de -2 μC desde el punto (0,4) hasta el punto (8,0). ¿Quién realiza este trabajo? DATO: $K_0 = 9 \cdot 10^9$ (S.I.).
SOLUCIÓN: a) $\vec{E} = -10\,\vec{i} - 10\,\vec{j}$ (S.I.) b) $W = 8 \cdot 10^{-5}$ J * El trabajo lo realiza el campo.

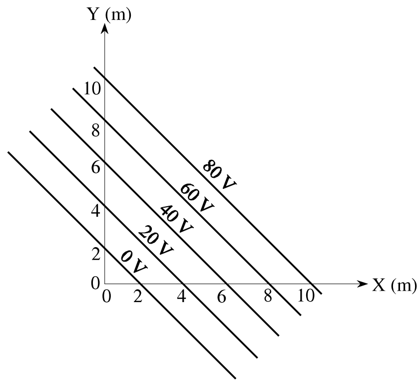


FIGURA 5

13.- Cuatro cargas de 1, -1, -2 y 3 μC se encuentran, respectivamente, en los puntos (0,0), (1,3), (4,3) y (5,1) de un sistema cartesiano de coordenadas en el que las distancias en los ejes se miden en metros. Calcular: a) La energía potencial eléctrica del sistema de cargas. Interprete físicamente el signo de esta energía. b) El trabajo que es necesario realizar para extraer la carga de -2 μC y dejarla en reposo en el infinito. DATO: $K_0 = 9 \cdot 10^9$ (S.I.).
SOLUCIÓN: a) $U = -0{,}025$ J b) $W = 0{,}0217$ J * Este trabajo lo realiza un agente exterior.

2.- Dos cargas puntuales, $q_1 = 2\ \mu C$ y $q_2 = -3\ \mu C$, se sitúan, respectivamente, en los puntos A y B separados 1 m en el vacío. Determinar la posición de los puntos de la recta AB en los que se anula: a) El campo eléctrico. b) El potencial eléctrico.

SOLUCIÓN: a) A 4,49 m a la izquierda de A. b) A 0,4 m a la derecha de A * A 2 m a la izquierda de A

$q_1 = 2\mu C = 2 \cdot 10^{-6} C$

$q_2 = -3\mu C = -3 \cdot 10^{-6} C$

$A \leftrightarrow B = 1m = d$ (distancia)

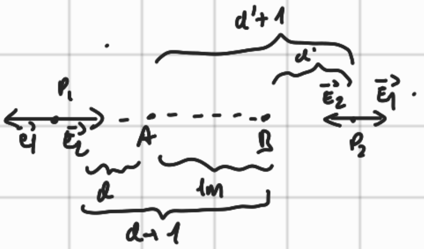
a) Para que el campo eléctrico se anule tiene que encontrarse el punto a la derecha de B o a la izquierda de A y $|\vec{E_1}| = |\vec{E_2}|$

• Analizo P_1

$$|\vec{E_1}| = |\vec{E_2}| \rightarrow \frac{K \cdot q_1}{d^2} = \frac{K \cdot q_2}{(d+1)^2} \Rightarrow \frac{q_1}{q_2} = \frac{d^2}{(d+1)^2} \Rightarrow \sqrt{\frac{q_1}{q_2}} = \frac{d}{d+1};$$

↳ distancia entre A y B

$$\frac{d}{d+1} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10^{-6}}{3 \cdot 10^{-6}}} = \frac{\sqrt{6}}{3}; \quad d = \frac{\sqrt{6}}{3}d + \frac{\sqrt{6}}{3}; \quad \frac{3-\sqrt{6}}{d} = \frac{\sqrt{6}}{3}; \quad d = 2+\sqrt{6} = 4'45\,m$$



$\boxed{\text{Se anula en un punto } P_1 \text{ a una distancia de A de } 4'45 \text{ m a la izquierda}}$

Analizo P_2

$$|\vec{E_1}| = |\vec{E_2}| \rightarrow \frac{K \cdot q_1}{(d'+1)^2} = \frac{K \cdot q_2}{(d')^2} \Rightarrow \frac{q_1}{q_2} = \frac{(d'+1)^2}{(d')^2} \Rightarrow \sqrt{\frac{q_1}{q_2}} = \frac{d'+1}{d'};$$

$$\frac{d'+1}{d'} = \frac{\sqrt{6}}{3}; \quad d'+1 = \frac{\sqrt{6}}{3}d; \quad 1 = \left(\frac{-3+\sqrt{6}}{3}\right)d; \quad d = -\ldots \times$$

(No existe distancias negativas con el planteamiento que hemos realizado)

b) Se anula el potencial eléctrico

Analizo P_1

$$V_1 + V_2 = 0; \quad \frac{K \cdot q_1}{d} + \frac{K \cdot q_2}{d+1} = 0; \quad \frac{K \cdot q_1 (d+1) + K q_2 d}{d(d+1)} = 0; \quad 18000d + 18000 - 27000d = 0$$

$$18000 - 9000d = 0; \quad 18000 = 9000d; \quad d = 2m$$

$\boxed{\text{Se anula en un punto } P_1 \text{ a la izquierda de A a una distancia de 2m}}$

Analizo P_2

$$V_1 + V_2 = 0; \quad \frac{K \cdot q_1}{d+1} + \frac{K \cdot q_2}{d} = 0; \quad \frac{K \cdot q_1 d + K \cdot q_2 (d+1)}{(d+1)\,d} = 0; \quad 18000d - 27000d - 27000 = 0$$

$$-9000d - 27000 = 0; \quad -9000d = 27000; \quad \cancel{d = -3m}$$

No distancias negativas

Analizo punto intermedio entre A y B

$$V_1 + V_2 = 0; \quad \frac{K \cdot q_1}{d_1} + \frac{K \cdot q_2}{d_2} = 0; \quad 18000\,d_2 - 27000\,d_1 = 0; \quad 18000 d_2 = 27000 d_1; \quad d_2 = \frac{3}{2}d_1$$

$$\begin{cases} d_2 > d_1 \\ d_T = d_1 + d_2 \rightarrow 1 - d_1 = d_2 \end{cases}$$

$$1 - d_1 = \frac{3}{2}d_1; \quad 1 = \frac{5}{2}d_1; \quad d_1 = 0'4m$$

$\boxed{\text{Se anula en un punto intermedio a } 0'4m \text{ a la derecha de A y } 0'6 \text{ a la izquierda de B}}$

3.- Un hilo conductor rectilíneo, infinitamente largo, está cargado uniformemente con $\lambda = 5{,}561\cdot10^{-9}$ C/m Calcular la diferencia de potencial entre dos puntos que distan 4 y 8 cm del hilo. DATO: $K_0 = 9\cdot10^9$ (S.I.).
<u>SOLUCIÓN</u>: $V_A - V_B = 69{,}38$ V

$$\boxed{\vec{E} = 2k_0 \frac{\lambda}{r}}$$

$$\boxed{V_A - V_B = \int_A^B \vec{E}\, d\vec{r}}$$

$$\boxed{\int \frac{1}{x} = \ln x}$$

$$V_A - V_B = \int_A^B 2k_0 \frac{\lambda}{r}\, dr = 2k_0\lambda \int_A^B \frac{dr}{r} = 2k_0\lambda \int_{0'04}^{0'08} \frac{dr}{r} = 2k_0\cdot\lambda\cdot\left[\ln r\right]_{0'04}^{0'08}$$

$$V_A - V_B = 2k_0\lambda\left(\ln(0'08) - \ln(0'04)\right) = 2\cdot9\cdot10^9\cdot5'561\cdot10^{-9}\cdot(\ln 0'08 - \ln 0'04) = 69'38\,V$$

4.- Determinar el trabajo que es preciso realizar para colocar las tres cargas en la forma indicada en la Fig.1. DATO: $K_0 = 9\cdot10^9$ (S.I.).
<u>SOLUCIÓN</u>: $W = 9\cdot10^{11}\, q^2$ (J) * Lo realiza el campo

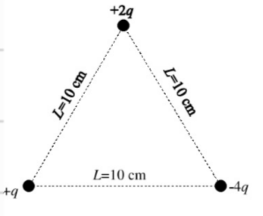


FIGURA 1

$$U_{12} = k_0\cdot\frac{2q\cdot q}{L} = \frac{2k_0\cdot q^2}{L} = \frac{2\cdot9\cdot10^9\cdot q^2}{0'1} = 1'8\cdot10^{11}q^2$$

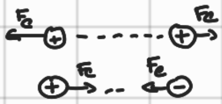
$$U_{13} = k_0\cdot\frac{2q\cdot(-4q)}{L} = \frac{-8k_0\cdot q^2}{L} = \frac{-8\cdot9\cdot10^9 q^2}{0'1} = -7'2\cdot10^{11}q^2$$

$$U_{23} = k_0\cdot\frac{q\cdot(-4q)}{L} = \frac{-4k_0\cdot q^2}{L} = \frac{-4\cdot9\cdot10^9\cdot q^2}{0'1} = -3'6\cdot10^{11}q^2$$

$$U_T = U_{12} + U_{13} + U_{23} = 1'8\cdot10^{11}q^2 - 7'2\cdot10^{11}q^2 - 3'6\cdot10^{11}q^2 = -9\cdot10^{11}q^2\,J = W$$

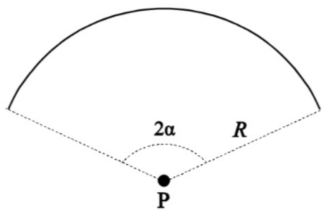
$\boxed{W_{Fe} = U}$ U: Ep electroestática de pareja de cargas

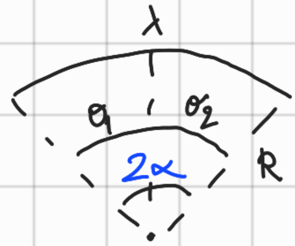
$\boxed{U = k_0\frac{q_1\cdot q_2}{r}}$



Al ser negativo se opone. Debemos hacer un trabajo externo
$W_{ext} = -W_{Fe} = 9\cdot10^{11}q^2\,J$

6.- Un alambre conductor, cargado uniformemente con una densidad lineal de carga λ, forma un arco de circunferencia de radio R y amplitud 2α, tal y como se muestra en la Fig.2. a) Determinar la expresión del campo eléctrico en el centro de la circunferencia. A partir de la expresión obtenida, determinar el campo en el centro, si el conductor forma: b) Una circunferencia completa. c) Una semicircunferencia.
<u>SOLUCIÓN</u>: $E = 2K_0\frac{\lambda\,\text{sen}\,\alpha}{R}$ b) $E = 0$ c) $E = 2K_0\frac{\lambda}{R}$





$$\boxed{E = k_0\cdot\frac{\lambda}{R}(\text{sen}\,\theta_1 + \text{sen}\,\theta_2)}$$

a) $\theta_1 = \theta_2 = \alpha$

$$E = k_0\cdot\frac{\lambda}{R}(\text{sen}\,\alpha + \text{sen}\,\alpha) = \frac{k_0\cdot\lambda}{R}(2\,\text{sen}\,\alpha);\quad \boxed{E = 2k_0\cdot\frac{\lambda\,\text{sen}\,\alpha}{R}}$$

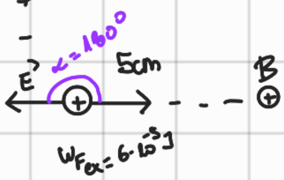
b) Al estar justo en el centro de la circunferencia (completa) (en el centro de un alambre finito), todos los puntos tendrán inversos y el campo se anulará $E = 0$ (circunferencia cerrada). $\boxed{E = 0}$

c) En una semicircunferencia el ángulo que forma será 90°. $\text{sen}\,90^\circ = 1$ $\Rightarrow$ $\boxed{E = 2k_0\cdot\frac{\lambda}{R}}$

FIGURA 2

7.- Una partícula de 3 nC está situada en un campo eléctrico uniforme dirigido hacia la izquierda. Al desplazarla 5 cm hacia la derecha, el trabajo realizado por la fuerza aplicada es de $6\cdot10^{-5}$ J y la partícula experimenta una variación en su energía cinética de $4{,}5\cdot10^{-5}$ J. Calcular: a) El trabajo realizado por la fuerza eléctrica. b) La intensidad del campo eléctrico en el que se encuentra inmersa la partícula.
SOLUCIÓN: a) $W_e = -1{,}5\cdot10^{-5}$ J b) $E = 10^5$ N/C

$q = 3\,nC = 3\cdot10^{-9}\,C$



$\Delta E_c = 4'5\cdot10^{-5}\,J$

a) Energía en A y B

$E_{c_B} + U_B = E_{c_A} + U_A + W_{ext}$

$E_{c_B} - E_{c_A} = U_A - U_B + W_{ext}$

$\boxed{\Delta E_c = W_{Fe} + W_{ext}}$

$\boxed{\Delta E_c - W_{ext} = W_{Fe}\;;\; W_{Fe} = \underbrace{4'5\cdot10^{-5}}_{\Delta E_c} - \underbrace{6\cdot10^{-5}}_{W_{ext}} = -1'5\cdot10^{-5}\,J \text{ (se opone al movimiento)}}$

b) $\boxed{W_{Fe} = \int_A^B \vec{F_e}\cdot\vec{dr}}$ $\quad W_{Fe} = \int_A^B F_e\cdot\cos\underbrace{180^\circ}_{\alpha}\,dr = -F_e\int_A^B dr = -F_e\,r$

$W_{Fe} = -F_e\,r\;;\; F_e = \frac{-W_{Fe}}{r} = \frac{1'5\cdot10^{-5}}{\underbrace{0'05}_{5cm}} = 3\cdot10^{-4}\,N \Rightarrow \boxed{F_e = q\cdot E}$ $\quad E = \frac{F_e}{q} = \frac{3\cdot10^{-4}}{3\cdot10^{-9}} = 1\cdot10^{5}\,\frac{N}{C}$

8.- Una distribución uniforme de carga, plana e infinita, tiene una densidad de carga $\sigma = 10^{-3}$ C/m^2. Calcular el trabajo que es preciso realizar sobre un electrón para trasladarlo desde un punto A, distante 5 cm de la distribución, a un punto B que dista 9 cm de la misma. DATOS: $e = 1{,}6\cdot10^{-19}$ C; $\varepsilon_0 = 8{,}85\cdot10^{-12}$ (S.I.).
SOLUCIÓN: $W(A\to B) = 3{,}619\cdot10^{-13}$ J * Lo realiza un agente externo

$\boxed{E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}}$ $\quad E = \frac{10^{-3}}{2\cdot8'85\cdot10^{-12}} = 5'65\cdot10^{7}\,N/C \rightarrow \vec{E} = 5'65\cdot10^{7}\,\vec{j}\;N/C$ (carga positiva crea campo hacia fuera)

$\boxed{V_A - V_B = \int_A^B \vec{E}\,\vec{dr}}$ $\quad V_A - V_B = \int_A^B \vec{E}\,\vec{dr} = \int_A^B E\cdot\text{sen}\,90\,dr = \int_A^B E\,dr = E\,[r]_A^B = E\cdot(0'09 - 0'05) = 5'65\cdot10^{7}\cdot0'04 = 2'26\cdot10^{6}\,V$

$\boxed{W = q\,[V_A - V_B]}$ $\quad W = q\,[V_A - V_B] = -1'6\cdot10^{-19}\cdot2'26\cdot10^{6} = -3'616\cdot10^{-13}\,J$ $\quad \boxed{W_{ext} = 3'616\cdot10^{-13}\,J}$

El trabajo (F_e) se opone al movimiento por lo que el W lo realiza una fuerza externa

9.- Una distribución plana, horizontal e infinita de carga tiene una densidad uniforme de carga de 10^{-5} C/m^2. A una distancia de 2 m de la distribución, y por debajo de ella, se encuentra en equilibrio una pequeña esfera cargada de 0,5 g de masa, tal y como se muestra en la Fig.3. Calcular: a) La carga de la esferilla. b) El trabajo que realiza el campo eléctrico cuando la esferilla se desplaza 1 m: b.1) Alejándose de la distribución. b.2) Acercándose a la misma. c) Paralelamente de la distribución. DATO: $\varepsilon_0 = 8{,}85\cdot10^{-12}$ (S.I.).

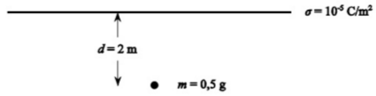


FIGURA 3

SOLUCIÓN: a) $q = -8{,}67\cdot10^{-9}$ C b.1) $W_{c1} = -4{,}9\cdot10^{-3}$ J b.2) $W_{c2} = 4{,}9\cdot10^{-3}$ J b.3) $W_{c3} = 0$ J

a) Al estar la carga en equilibrio $|\vec{F_e}| = mg$

$|\vec{F_e}| = 0'5 \cdot 9'8 = 4'9$ N $\quad \boxed{\vec{F_e} = 4'9\,\hat{j}\text{ N}}$

$\boxed{|\vec{E}| = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}}$ $\quad |\vec{E}| = \frac{10^{-3}}{2\cdot 8'85\cdot10^{-12}} = 5'65\cdot10^{5}$ N/C $\rightarrow |\vec{E}| = -5'65\cdot10^{5}\,\vec{j}$ N/C

debajo

$\boxed{\vec{F_e} = q\vec{E}}$ $\quad \boxed{q = \frac{\vec{F_e}}{\vec{E}} = \frac{4'9}{-5'65\cdot10^{5}} = -8'67\cdot10^{-6}\text{ C}}$ La carga de la esferilla

b) Esferilla se desplaza 1m $\quad \boxed{W_{F_e} = q\cdot[V_A - V_B]}$

I)

$\boxed{V_A - V_B = \int_A^B \vec{E}\,d\vec{r}}$ $\quad V_A - V_B = \int_A^B E\cdot\cos 0\; d\vec{r} = \vec{E}\int_B^B d\vec{r} = E\cdot 1 = 5'65\cdot10^{5}$ N/C

$\boxed{W = q\,[V_A - V_B]}$ $\quad W_{F_e} = -8'67\cdot10^{-6}\cdot 5'65\cdot10^{5} = -4'9$ J

II) (Acercandose) $\quad W_{F_e} = 4'9$ J (igual pero con signo positivo) $\rightarrow V_A - V_B = \int_A^B E\cdot\underbrace{\cos 180^\circ}_{-1}\,dr$

III) Cuando es paralelo a la distribución $\quad W_{F_e} = 0$ J $\rightarrow \quad V_A - V_B = \int_A^B E\cdot\underbrace{\cos 90^\circ}_{0}\,dr$

10.- Cinco cargas iguales de valor q están igualmente espaciadas en una semicircunferencia de radio R, tal y como se indica en la Fig.4. Determinar la fuerza total que ejercen sobre una sexta carga, también de valor q, situada en el centro de la semicircunferencia.

SOLUCIÓN: $\vec{F} = K_0\frac{q^2}{R^2}\left(1 + \sqrt{2}\right)\vec{i}$

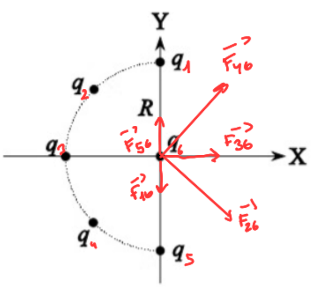


FIGURA 4

$|\vec{F_{16}}| = |\vec{F_{56}}|$ (misma dirección y sentido contrario) $\rightarrow$ se anulan

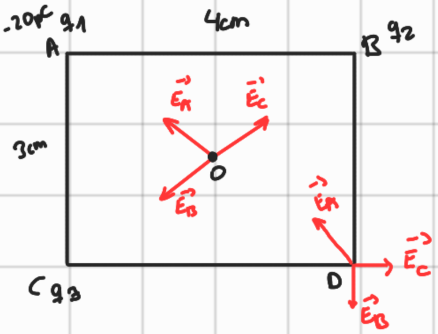
$|\vec{F_{46_y}}| = |\vec{F_{26_y}}|$ (se anulan)

$\vec{F_x} = \vec{F_{46_x}} + \vec{F_{26_x}} = 2\cdot\frac{q^2\cdot k_0}{r^2}\cdot \operatorname{sen} 45^\circ$

$\vec{F_x} = \frac{\cancel{2}\sqrt{2}}{\cancel{2}}\cdot\frac{q^2\cdot k_0}{r^2} = \frac{\sqrt{2}q^2 k_0}{r^2}\,\vec{\imath}$ $\qquad \vec{F_{36}} = \frac{q^2 k_0}{r^2}\,\vec{\imath}$

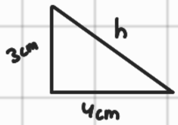
$$\boxed{\vec{F_T} = \vec{F_x} + \vec{F_{36}} = \frac{q^2 k_0}{r^2}\left(1+\sqrt{2}\right)\vec{\imath}}$$

11.- Tres cargas, $q_1 = -20$ pC y $q_2 = q_3 = 10$ pC, se sitúan respectivamente en los vértices A, B y C de un rectángulo de lados AB = 4 cm y AC = 3 cm. Calcular el potencial: a) En el cuarto vértice. b) En el centro del rectángulo. DATO: $K_0 = 9 \cdot 10^9$ (S.I.).
SOLUCIÓN: a) $V_D = 1{,}65$ V b) $V_O = 0$ V



a) $\boxed{V = k_0 \cdot \frac{q}{r}}$ $V_B = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10 \cdot 10^{-12}}{0'03} = 3V$ $V_C = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10 \cdot 10^{-12}}{0'04} = 2'25V$

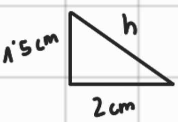
• Para V_A =>



$h = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5cm$ $V_A = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot (-20 \cdot 10^{-12})}{0'05} = -3'6V$

$\boxed{V_D = V_A + V_B + V_C = -3'6 + 3 + 2'25 = 1'65V}$

b) En el centro del rectángulo



$h = \sqrt{1'5^2 + 2^2} = 2'5cm$ $V_C = V_B = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10 \cdot 10^{-12}}{0'025} = 3'6V$

$V_A = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot (-20 \cdot 10^{-12})}{0'025} = -7'2V$

$\boxed{V_O = V_A + V_B + V_C = V_A + 2 \cdot V_B = -7'2 + 2 \cdot 3'6 = 0V}$

12.- En la Fig.5 se muestran algunas líneas equipotenciales de un determinado campo eléctrico. Calcular: a) El vector campo eléctrico. b) El trabajo que es preciso realizar para trasladar una carga puntual de -2 μC desde el punto (0,4) hasta el punto (8,0). ¿Quién realiza este trabajo? DATO: $K_0 = 9 \cdot 10^9$ (S.I.).
SOLUCIÓN: a) $\vec{E} = -10\vec{i} - 10\vec{j}$ (S.I.) b) $W = 8 \cdot 10^{-5}$ J * El trabajo lo realiza el campo.

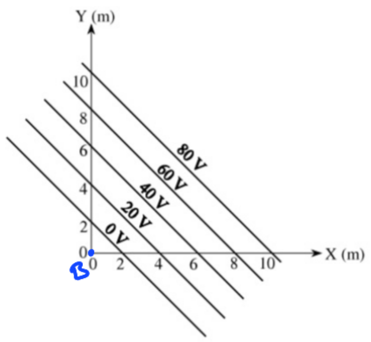
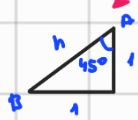


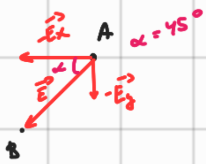
FIGURA 5

a) ¿$\vec{E}$?

$\boxed{V_A - V_B = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r}}$ $V_A - V_B = \int_A^B E\, dr \cdot \cos 0 = E \int_A^B dr = E(\sqrt{2} - 0) = E\sqrt{2}$



$h = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$



$V_A - V_B = E\sqrt{2}$
$V_A - V_B = 0 - (-20) = 20$; $20 = E\sqrt{2}$; $E = 10\sqrt{2}$; $\vec{E} = 10\sqrt{2} \cdot \text{sen}\, 45° (-\vec{i}) + 10\sqrt{2} \cdot \text{sen}\, 45° (-\vec{j})$

$\boxed{\vec{E} = -10\vec{i} - 10\vec{j} \ N/C}$

b) $\boxed{W_{AB} = q(V_A - V_B)}$ $q = -2\mu C = -2 \cdot 10^{-6} C$

$V_{(0,4)} = 20V$ $V_{(8,0)} = 60V$ => datos sacados de la figura (líneas equipotenciales)

$W_{AB} = -2 \cdot 10^{-6} \cdot (20 - 60) = 8 \cdot 10^{-5} J$ (trabajo realizado por la $\vec{F}_e$)

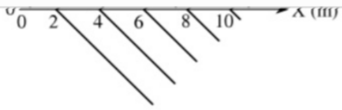
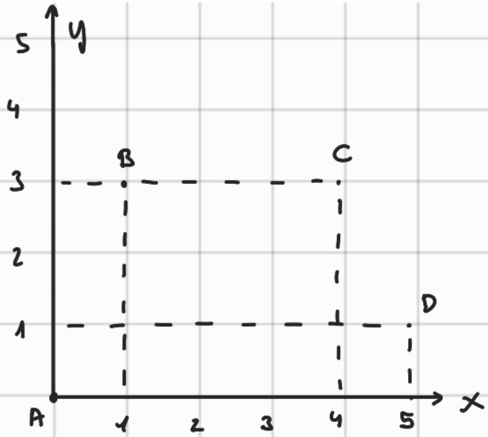


FIGURA 5

13.- Cuatro cargas de 1, -1, -2 y 3 μC se encuentran, respectivamente, en los puntos (0,0), (1,3), (4,3) y (5,1) de un sistema cartesiano de coordenadas en el que las distancias en los ejes se miden en metros. Calcular: a) La energía potencial eléctrica del sistema de cargas. Interprete físicamente el signo de esta energía. b) El trabajo que es necesario realizar para extraer la carga de -2 μC y dejarla en reposo en el infinito. DATO: $K_0 = 9{\cdot}10^9$ (S.I.).

<u>SOLUCIÓN</u>: a) $U = -0{,}025$ J b) $W = 0{,}0217$ J * Este trabajo lo realiza un agente exterior.



$q_A = 1\mu C = 1\cdot 10^{-6} C$

$q_B = -1\mu C = -1\cdot 10^{-6} C$

$q_C = -2\mu C = -2\cdot 10^{-6} C$

$q_D = 3\mu C = 3\cdot 10^{-6} C$

$r_{AB} = \sqrt{3^2+1^2} = \sqrt{10}\,m$ $\quad r_{BC} = 3m$

$r_{AC} = \sqrt{3^2+4^2} = 5m$ $\quad r_{BD} = \sqrt{2^2+4^2} = 2\sqrt{5}\,m$

$r_{AD} = \sqrt{5^2+1^2} = \sqrt{26}\,m$ $\quad r_{CD} = \sqrt{2^2+1^2} = \sqrt{5}\,m$

$$\boxed{U = \frac{K_0\cdot q_1\cdot q_2}{r}}$$

$$U_{AB} = U_{BA} = K_0\cdot\frac{q_A\cdot q_B}{r_{AB}} = \frac{9\cdot 10^9\cdot 1\cdot 10^{-6}\cdot(-1\cdot 10^{-6})}{\sqrt{10}} = -2'846\cdot 10^{-3} J$$

$$U_{BC} = U_{CB} = K_0\cdot\frac{q_B\cdot q_C}{r_{BC}} = \frac{9\cdot 10^9\cdot(-1\cdot 10^{-6})\cdot(-2\cdot 10^{-6})}{3} = 6\cdot 10^{-3} J$$

$$U_{AC} = U_{CA} = K_0\cdot\frac{q_A\cdot q_C}{r_{AC}} = \frac{9\cdot 10^9\cdot 1\cdot 10^{-6}\cdot(-2\cdot 10^{-6})}{5} = -3'6\cdot 10^{-3} J$$

$$U_{BD} = U_{DB} = K_0\cdot\frac{q_B\cdot q_D}{r_{BD}} = \frac{9\cdot 10^9\cdot(-1\cdot 10^{-6})\cdot 3\cdot 10^{-6}}{2\sqrt{5}} = -6'037\cdot 10^{-3} J$$

$$U_{AD} = U_{DA} = K_0\cdot\frac{q_A\cdot q_D}{r_{AD}} = \frac{9\cdot 10^9\cdot 1\cdot 10^{-6}\cdot 3\cdot 10^{-6}}{\sqrt{26}} = 5'3\cdot 10^{-3} J$$

$$U_{CD} = U_{DC} = K_0\cdot\frac{q_C\cdot q_D}{r_{CD}} = \frac{9\cdot 10^9\cdot(-2\cdot 10^{-6})\cdot 3\cdot 10^{-6}}{\sqrt{5}} = 2'42\cdot 10^{-2} J$$

$$U_A = U_{AB} + U_{AC} + U_{AD} = -2'846\cdot 10^{-3} + (-3'6\cdot 10^{-3}) + 5'3\cdot 10^{-3} = -1'15\cdot 10^{-3} J$$

$$U_B = U_{BA} + U_{BC} + U_{BD} = (-2'846\cdot 10^{-3}) + 6\cdot 10^{-3} + (-6'037\cdot 10^{-3}) = -2'88\cdot 10^{-3} J$$

$$U_C = U_{CA} + U_{CB} + U_{CD} = (-3'6\cdot 10^{-3}) + 6\cdot 10^{-3} + 2'42\cdot 10^{-2} = -0'02391 J$$

$$U_D = U_{DA} + U_{DB} + U_{DC} = 5'3\cdot 10^{-3} + (-6'037\cdot 10^{-3}) + 2'42\cdot 10^{-2} = -0'024947 J$$

$$\boxed{U_T = U_A + U_B + U_C + U_D = -0'053 J}$$

b) En el infinito la $E_p = 0 = U_T$ Por tanto $\boxed{W = E_c}$