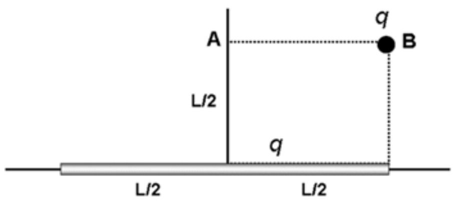
E.T.S. DE INGENIERíA INFORMÁTICA
Departamento de Física Aplicada II
Fundamentos Físicos de la Informática
Curso 2022/2023

BLOQUE I
Fenómenos electromagnéticos

1. Dado el sistema de cargas de la figura, formado por una carga puntual q situada en el punto B y un hilo de longitud L cargado uniformemente con una carga total q, calcula el campo eléctrico en el punto A.



SOL.: $\vec{E}(A) = \frac{K\,q}{L^2}\left(2\sqrt{2}\,\vec{j} - 4\vec{i}\right)$

2. Una esfera, no conductora, posee una densidad de carga de 10 pC/m^3 uniforme en todo su volumen. Si el radio de la esfera es de 10 cm, hallar: (a) el campo eléctrico a las distancias de 1 cm, 10 cm y 20 cm del centro; (b) el potencial en los mismos puntos del apartado anterior.
SOL.: (a) 3,77 mN/C; 37,7 mN/C; 9,42 mN/C (b) 5,65 mV; 3,76 mV; 1,88 mV.

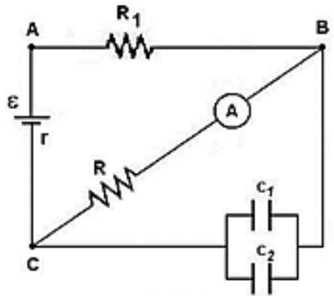
3. Una distribución uniforme de carga, plana e infinita, tiene una densidad de carga $\sigma = 10^{-3}$ C/m^2. Calcular el trabajo que es preciso realizar sobre el electrón para trasladarlo desde el punto A, distante 5 cm de la distribución, a un punto B que dista 9 cm de la misma.
SOL.: W_{ext} (A$\rightarrow$B) = 3,619 10^{-13} J.

4. Una partícula de 3 nC está situada en un campo eléctrico uniforme dirigido hacia la izquierda. Al desplazarla 5 cm hacia la derecha, el trabajo realizado por la fuerza aplicada es de $6\cdot10^{-5}$ J y la partícula experimenta una variación en su energía cinética de $4{,}5\cdot10^{-5}$ J. Calcular: (a) El trabajo realizado por la fuerza eléctrica. (b) La intensidad del campo eléctrico en el que se encuentra inmersa la partícula.
SOL.: a) Wc = $-1{,}5\cdot10^{-5}$ J ; b) E = 10^5 N/C

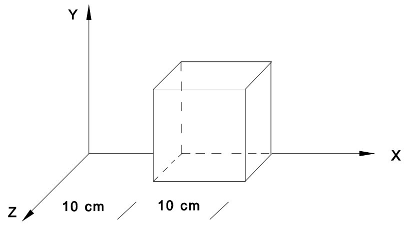
5. La intensidad de corriente en un cable de cobre de calibre 10 (3,309 mm^2 de sección) y 2 m de longitud es de 4 A. Suponiendo que cada átomo de cobre proporciona 1 electrón de conducción, determinar:(a) La carga que atraviesa la sección del cable en un intervalo de tiempo de 30 segundos; (b) La densidad de portadores de carga del cobre sabiendo que su masa atómica es de 63,57 u/at y su densidad es de 8´9 g/cm^3; (c) La velocidad de desplazamiento de los portadores de carga sabiendo que la movilidad de los electrones en el cobre es de 34,8 cm^2/Vs; (d) La energía disipada en el cable en 1,5 minutos. DATOS: N_A= $6{,}023\cdot10^{23}$ mol^{-1}
SOL.: (a) 120 C; (b) n=$8{,}43\cdot10^{28}$ e$^-$/m^3; (c) v_d= $8{,}96\cdot10^{-5}$ m/s; (d) 0,1854 J

6. Una pila se encuentra conectada a un circuito en el que existen una resistencia, un amperímetro y un interruptor. A circuito abierto, un voltímetro acusa una diferencia de potencial (ddp) entre los bornes de la pila de 1,52 V. (a) ¿Qué marcará entonces el amperímetro? (b) Cuando se cierra el circuito el voltímetro marca 1,37 V y el amperímetro 1,5 A. Calcular la fem de la pila y su resistencia interna.
SOL.: (a) 0 (b) 1,52 V y 0,1 Ω.

7. El circuito de la figura se encuentra en régimen estacionario. Calcule: (a) El valor de la resistencia R para que la corriente a través del amperímetro sea de 0,5 A; (b) La carga y la energía almacenadas en la asociación de condensadores. DATOS: ε = 15 V; r= 3 Ω; R_1= 12 Ω; C_1= 3 μF; C_2= 5 μF
SOL: (a) R = 15 Ω; (b) Q = 60 μC, U = 0,225 mJ

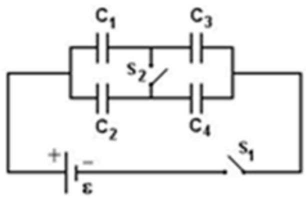


8. En una cierta región del espacio existe un campo eléctrico dado por las ecuaciones $E_y = 0$, $E_z = 0$, $E_x = 1000\sqrt[3]{x}$ (S.I.). Calcular: (a) El flujo de este campo a través de la superficie cúbica dibujada en la Figura (b) La carga neta encerrada por dicha superficie.
SOL.: (a) Φ = 1,206 V m; (b) q = $1{,}066\cdot10^{-11}$ C

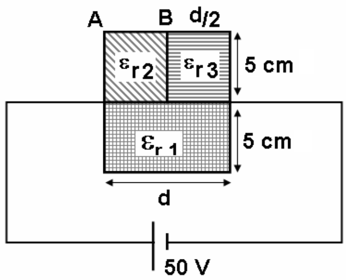


9. Se tiene una esfera maciza conductora, de radio R_1 = 9 cm con una carga total Q_1 = 160 pC, y un cilindro también conductor, de radio R_2 = 2 cm y del altura H = 4 cm, con una carga de $Q_2 = 2.10^{-10}$ C y está a un potencial V_2 = 100 V. Ambos cuerpos se unen eléctricamente por medio de un hilo conductor fino y de capacidad despreciable. Calcular: (a) El potencial y la carga final de cada conductor; (b) La densidad de carga eléctrica de la esfera y del cilindro supuesta uniformes; (c) La intensidad de campo eléctrico que crearía sólo el cilindro en un punto muy próximo a su base en el interior y en el exterior; (d) La intensidad de campo y el potencial eléctrico que crearía sólo la esfera en los puntos A y B que distan del centro de la esfera 4,5 cm y 18 cm, respectivamente.
SOL.: (a) $V'_1=V'_2$= 30V; Q'_1= $3\cdot10^{-10}$ C; Q'_2= $6\cdot10^{-11}$ C; (b) $\sigma_1=2{,}95\cdot10^{-9}$ C/m^2; $\sigma_2=7{,}95\cdot10^{-9}$ C/m^2; (c) $E_{int}=0$; E_{ext}=899,32 V/m; (d) $E_{int}=0$ y V'_1= 30V; E_{ext}=83,33 V/m y V_{ext}=15 V

10. En el circuito de la Figura se pide la carga de cada condensador y la energía del sistema en las siguientes situaciones: (a) Con S_1 cerrado y S_2 abierto. (b) Con S_1 y S_2 cerrados. DATOS: $C_1 = 1\ \mu$F, $C_2 = 2\ \mu$F, $C_3 = 3\ \mu$F, $C_4 = 4\ \mu$F, ε = 12 V.
SOL.: (a) $Q_1=Q_3$ = 9 μC ; $Q_2=Q_4$ = 16 μC; U= $1{,}48\cdot10^{-4}$ J (b) Q_1= 8.4 μC; Q_2 = 16.8 μC; Q_3= 10.8μC; Q_4 = 14.4 μC; U= $1{,}50\cdot10^{-4}$ J

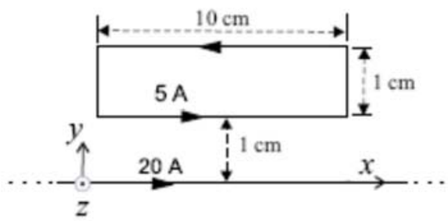


11. El condensador de la figura se encuentra conectado a una batería de 50 V, y su capacidad en vacío es 10 μF. Se introducen tres dieléctricos de constantes dieléctricas ε_{r1}=2, ε_{r2}=4 y ε_{r3}=6 tal y como se indica en la figura. Se pide: (a) La capacidad del condensador con los tres dieléctricos. (b) ¿Cuánto ha variado la carga al introducirse los tres dieléctricos? (c) Diferencia de potencial entre A y B. Nota: La distancia entre las placas del condensador es d=2 mm.
SOL.: (a) C_{eq}= $3{,}4\cdot10^{-5}$ F; (b) ΔQ= 1200 μC; (c) V_A-V_B= 30V

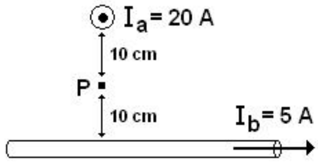


12. Se proyecta un electrón, con velocidad inicial de 10^7 ms^{-1}, dentro de un condensador plano con láminas de 2 cm de longitud separadas 1 cm. El campo está dirigido verticalmente hacia abajo y es nulo fuera de las láminas. Si el electrón entra en el condensador a igual distancia de ambas placas y sale por el mismo borde de la lámina superior, (a) calcular el módulo del campo eléctrico. (b) ¿Qué campo magnético se puede aplicar en esa zona para que el electrón no se desvíe de su trayectoria original
SOL: (a) E = 14,23 kN/C; (b) B = 1,42 mT (perpendicular al campo eléctrico y saliente)

13. Una espira rectangular recorrida por una intensidad de 5 A se encuentra junto a un hilo conductor rectilíneo e infinito por el que circula una corriente de 20A, según se muestra en la figura. Determinar la fuerza ejercida sobre los lados de la espira paralelos al conductor. DATO: $\mu_0 = 4\mu\cdot10^{-7}$ (S.I.)
SOL: $\vec{F}_1 = (-2\cdot10^{-4}\,\vec{j})N$ y $\vec{F}_2 = (10^{-4}\,\vec{j})N$

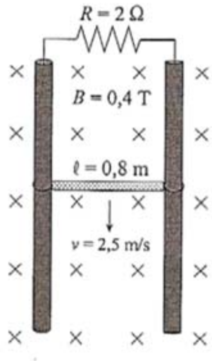


14. Dos alambres largos están orientados de tal forma que son perpendiculares entre sí y en el punto más cercano están separados por una distancia de 20 cm (Figura). Si el alambre superior transporta una corriente de 20 A y el inferior una corriente de 5 A, ¿cuál es el campo magnético que existe en el punto medio entre los dos alambres? DATO: $\mu_0 = 4\mu\cdot10^{-7}$ (S.I.)



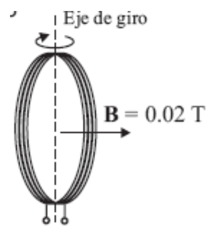
SOL: $\vec{B} = 4\cdot10^{-5}\,\vec{i} - 10^{-5}\,\vec{j}$

15. Una varilla conductora (figura) de 0,8 m de longitud desciende a una velocidad constante de 2,5 ms^{-1}, perpendicularmente a un campo magnético uniforme de 0,4 T dirigido hacia adentro. La varilla desliza sin rozamiento sobre dos barras metálicas que están conectadas mediante una resistencia de 2 Ω. Determinar: (a) La intensidad de corriente que circula en el sistema indicando su sentido. (b) La masa de la varilla.
SOL: (a) I = 0,4 A sentido antihorario; (b) m = 13 g



16. Una bobina circular de radio 20 cm y 500 vueltas se encuentra en un campo magnético uniforme de 250 mT. La bobina está dispuesta de forma que las líneas de campo forman una ángulo de 60º con la normal al plano de las espiras. Si se hace aumentar dicho campo a razón de 50 mT/s manteniendo su dirección inicial, calcular: (a) el valor del módulo del campo magnético en función del tiempo, B(t), tomando como instante inicial el momento en el que comenzó a crecer y el flujo que atraviesa la bobina en función del tiempo; (b) si la bobina tiene una resistencia de 10 Ω, determinar la f.e.m. y la corriente inducida en la misma, razonando el signo y el sentido de éstas; (c) determinar a qué razón debe crecer el campo magnético para que la f.e.m sea de 1 V (en valor absoluto).
SOL: (a) B (t) = 0,25+0,050 t; (b) $|\varepsilon|$ = 1,571V ; I = 0,1571 A ; (c) 31,8 mT/s

17. Una bobina de 20 espiras circulares de área de 0,04 m^2 gira a 10 revoluciones por segundo en un campo magnético de 0.02 T perpendicular al eje de giro, según se indica en la figura. Determinar: (a) el flujo magnético en la bobina; (b) la fuerza electromotriz inducida entre los extremos de la bobina.



SOL: (a) ϕ_B = 0.016 cos 20πt (Wb); (b) ε = sen 20πt (V)

18. Para detectar OEM en las que E_{ef} = 0,15 V/m, se utiliza una antena constituida por una sola espira de alambre conductor de 10 cm de radio. Calcular la fem eficaz inducida en la espira si la frecuencia de la onda es (a) 600 kHz y (b) 600 MHz.

SOL: (a) ε_{ef} = 59,2 μV; (b) ε_{ef} = 5,92 mV

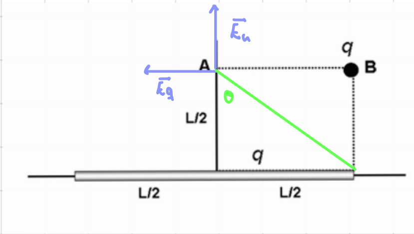
19. Una estación típica de AM radia una onda sinusoidal isótropa con una potencia media de 50 kW. (a) ¿Cuáles son las amplitudes de E y B a una distancia de 5 km?, (b) Calcular la intensidad de la onda. (c) ¿Cuál es su presión de radiación?
SOL: (a) E_0 = 0,346 V/m, B_0 = 1,15 nT; (b) I = $1{,}59\cdot10^{-4}$ Wm^{-2}; (c) $P_r = 5{,}3\cdot10^{-13}$ Pa

20. Una onda electromagnética tiene un campo eléctrico dado por la expresión: $\vec{E}(x,t) = 12{,}6\ \mathrm{sen}(3{,}1\cdot10^{8}\,x - 9{,}3\cdot10^{16}t)\,\hat{k}$. Determinar su dirección y sentido de propagación, su frecuencia y longitud de onda, y el campo magnético asociado.

SOL: $\nu = 1{,}5\cdot10^{16}$ Hz; $\lambda = 2\cdot10^{-8}$ m; $B_0 = 4{,}2\cdot10^{-8}$ T.

Tema 1

1. Dado el sistema de cargas de la figura, formado por una carga puntual *q* situada en el punto B y un hilo de longitud L cargado uniformemente con una carga total *q*, calcula el campo eléctrico en el punto A.



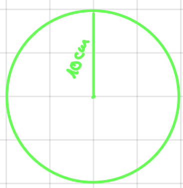
$$\vec{E}_T = \vec{E}_q + \vec{E}_h$$

$$\vec{E}_h = 2k_0 \frac{\lambda}{r} \operatorname{sen}\theta \, \vec{j} \qquad \lambda = q/L \qquad r = 2/L \qquad \vec{E}_h = 2k_0 \frac{q/L}{L/2} \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\vec{E}_q = k_0 \frac{q}{r^2} \vec{u}_r \qquad \vec{E}_q = -k_0 \frac{q}{(L/2)^2}$$

$$\vec{E}_T = \frac{2k_0 \, q/L}{L/2} \frac{\sqrt{2}}{2} \vec{j} - k_0 \frac{q}{(L/2)^2} \vec{i} = \frac{k_0 q}{L^2} \left(-4\vec{i} + 2\sqrt{2}\vec{j}\right)$$

2. Una esfera, no conductora, posee una densidad de carga de 10 pC/m^3 uniforme en todo su volumen. Si el radio de la esfera es de 10 cm, hallar: (a) el campo eléctrico a las distancias de 1 cm, 10 cm y 20 cm del centro; (b) el potencial en los mismos puntos del apartado anterior.



$\rho = Q/V = 10 \, \mu C/m^3 = 10 \cdot 10^{-12} \, C/m^3$

a) Ley de Gauss

Si $r \le R$: $\vec{E} = \frac{\rho}{3\varepsilon_0} r \vec{u}$

Para $r = 1$ cm: $\vec{E} = \frac{\rho}{3\varepsilon_0} r \vec{u} = \frac{1 \cdot 10^{-11}}{3\varepsilon_0} \cdot 0{,}01 = 3{,}77$ mN/C

Para $r = 10$ cm: $\vec{E} = \frac{1 \cdot 10^{-11}}{3\varepsilon_0} \cdot 0{,}1 = 37{,}7$ mN/C

Si $r \ge R$: $\vec{E} = \frac{\rho}{3\varepsilon_0} \frac{R^3}{r^2} \vec{u}$

Para $r = 20$ cm: $\vec{E} = \frac{1 \cdot 10^{-11} \cdot (0{,}1)^3}{3\varepsilon_0 (0{,}2)^2} = 9{,}41$ mN/C

b) $V_a - V_b = \int_a^b \vec{E} \, d\vec{r}$

$Q_{total} = \rho \frac{4}{3} \pi R^3 = 1 \cdot 10^{-11} \frac{4}{3} \pi \cdot (0{,}1)^3 = 4{,}18879 \cdot 10^{-14}$

Si $r \ge R$: $V_r = \int_r^\infty \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q_t}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q_t}{r}$; $V_\infty = 0$ ← Para $r = 0{,}1$, $r = 0{,}2$

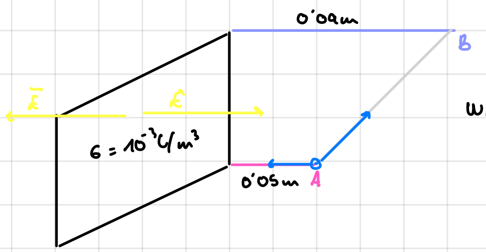
Si $r < R$: $V_1 = V_2 + \int_1^2 \vec{E} \, dr = V_2 + \int_1^2 \frac{\rho}{3\varepsilon_0} r \, dr = V_2 + \frac{\rho}{3\varepsilon_0} \left[\frac{r^2}{2}\right]_{r_1}^{r_2} = V_2 + \frac{\rho}{3\varepsilon_0} \left(\frac{r_2^2}{2} - \frac{r_1^2}{2}\right)$ ← Para $r = 0{,}01$

Para $r = 0{,}1$: $V_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{4{,}188 \cdot 10^{-14}}{0{,}1} = 3{,}76$ mV

Para $r = 0{,}2$: $V_3 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{4{,}188 \cdot 10^{-14}}{0{,}2} = 1{,}88$ mV

Para $r = 0{,}01$: $V_1 = V_2 + \frac{10^{-11}}{3\varepsilon_0} \left(\frac{0{,}1^2}{2} - \frac{0{,}01^2}{2}\right) = 5{,}63$ mV

3. Una distribución uniforme de carga, plana e infinita, tiene una densidad de carga $\sigma = 10^{-3}$ C/m^2. Calcular el trabajo que es preciso realizar sobre el electrón para trasladarlo desde el punto A, distante 5 cm de la distribución, a un punto B que dista 9 cm de la misma.



$\vec{E} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \vec{i}$ $\qquad F_{\vec{E}} = \frac{-\sigma e}{2\varepsilon_0} \vec{i}$ $\qquad$ Trabajo para mover al electrón $W(A \to B) = \int_A^B \vec{F} \, d\vec{l}$

$$W(A \to B) = \int_{x_A}^{x_B} -\frac{\sigma e}{2\varepsilon_0} dx = \frac{-\sigma e}{2\varepsilon_0}(x_B - x_A) = \frac{-10^{-3} \cdot e}{2\varepsilon_0}(0{,}09 - 0{,}05) = -3{,}6187 \cdot 10^{-3} \text{ J}$$

↳ trabajo realizado por una fuerza exterior

4. Una partícula de 3 nC está situada en un campo eléctrico uniforme dirigido hacia la izquierda. Al desplazarla 5 cm hacia la derecha, el trabajo realizado por la fuerza aplicada es de $6 \cdot 10^{-5}$ J y la partícula experimenta una variación en su energía cinética de $4{,}5 \cdot 10^{-5}$ J. Calcular: (a) El trabajo realizado por la fuerza eléctrica. (b) La intensidad del campo eléctrico en el que se encuentra inmersa la partícula.
SOL.: a) Wc = $-1{,}5 \cdot 10^{-5}$ J ; b) E = 10^5 N/C

a) $W_c = -\Delta U$ $\qquad W_{ext} = \Delta E_c + \Delta U$ $\qquad 6 \cdot 10^{-5} = 4{,}5 \cdot 10^{-5} + \Delta U$ $\qquad \Delta U = 15 \cdot 10^{-6}$ J

$W_c = -15 \cdot 10^{-6}$ J

b) $W_c(A \to B) = -q\vec{E}(r_B - r_A)$ $\qquad -15 \cdot 10^{-6} = -3 \cdot 10^{-9} \cdot \vec{E} \cdot (0{,}05)$ $\qquad \vec{E} = \frac{-15 \cdot 10^{-6}}{-3 \cdot 10^{-9} \cdot 0{,}05} = 10^5$ N/C

5. La intensidad de corriente en un cable de cobre de calibre 10 (3,309 mm^2 de sección) y 2 m de longitud es de 4 A. Suponiendo que cada átomo de cobre proporciona 1 electrón de conducción, determinar:(a) La carga que atraviesa la sección del cable en un intervalo de tiempo de 30 segundos; (b) La densidad de portadores de carga del cobre sabiendo que su masa atómica es de 63,57 u/at y su densidad es de 8´9 g/cm^3; (c) La velocidad de desplazamiento de los portadores de carga sabiendo que la movilidad de los electrones en el cobre es de 34,8 cm^2/Vs; (d) La energía disipada en el cable en 1,5 minutos. DATOS: N_A= 6´023·10^{23} mol^{-1}
SOL.: (a) 120 C; (b) n=8,43▪10^{28} e^-/m^3; (c) v_d= 8,96▪10^{-5} m/s; (d) 0,1854 J

a) $I = \frac{Q}{t}$ $\quad 4 = \frac{Q}{30}$ $\quad Q = 120\ C$

b) $n \cdot M_A = z \cdot N_{avogadro} \cdot d$

densidad de portador de carga

$n = \frac{z \cdot N_{av} \cdot d}{M_A} = \frac{1 \cdot 6'023 \cdot 10^{23} \cdot 89 \cdot 10^5}{63'57} = 8'4324 \cdot 10^{28}\ e^-/m^3$

$d = 8'9\ g/cm^3 = 89 \cdot 10^5\ g/m^3$

c) $I = q \cdot n \cdot V_0 \cdot S$

superficie

carga electrón

$4 = 1'6 \cdot 10^{-19} \cdot 8'43 \cdot 10^{28} \cdot V_0 \cdot 3'309 \cdot 10^{-6}$ $\quad V_0 = \frac{4}{1'6 \cdot 10^{-19} \cdot 8'43 \cdot 10^{28} \cdot 3'309 \cdot 10^{-6}} = 8'96 \cdot 10^{-5}\ m/s$

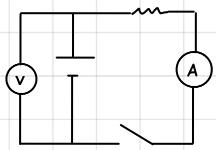
d) $1'5\ min = 90\ seg.$ $\quad \mu = 34'8 \cdot 10^{-4}\ m^2/Vs$

$E = ?$ $\quad E = q\,\Delta V \Rightarrow E = q\, I \cdot R \Longrightarrow E = I^2 \cdot R \cdot t$ $\quad E = 4^2 \cdot 0'01287 \cdot 90 = 18'545$

$R = \rho \frac{\ell}{S} = \frac{1}{\sigma} \frac{\ell}{S}$ $\quad \sigma = n \cdot q \cdot \mu$ $\quad R = \frac{\ell}{n \cdot q \cdot \mu \cdot S} = 0'01287$

6. Una pila se encuentra conectada a un circuito en el que existen una resistencia, un amperímetro y un interruptor. A circuito abierto, un voltímetro acusa una diferencia de potencial (ddp) entre los bornes de la pila de 1,52 V. (a) ¿Qué marcará entonces el amperímetro? (b) Cuando se cierra el circuito el voltímetro marca 1,37 V y el amperímetro 1,5 A. Calcular la fem de la pila y su resistencia interna.
SOL.: (a) 0 (b) 1,52 V y 0,1 Ω.

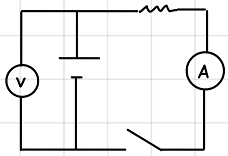
a)



$V_a - V_b = 1'52V$

$I = 0$ porque el circuito está abierto

b)

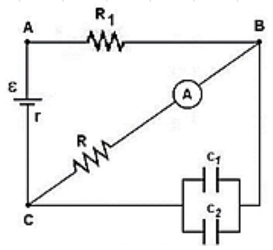


$V_a - V_b = 1'37$ $\quad V_a - V_b = \mathcal{E} - Ir$

$I = 1'5A$ $\quad \mathcal{E} = 1'52$

$r = \frac{-1'37 + 1'52}{1'5} = 0'1\ \Omega$

7. El circuito de la figura se encuentra en régimen estacionario. Calcule: (a) El valor de la resistencia *R* para que la corriente a través del amperímetro sea de 0,5 A; (b) La carga y la energía almacenadas en la asociación de condensadores. DATOS: ε = 15 V; r= 3 Ω; R_1= 12 Ω; C_1= 3 µF; C_2= 5 µF
SOL: (a) R = 15 Ω; (b) Q = 60 µC, U = 0,225 mJ



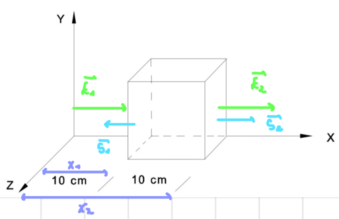
a) $R = ?$ $\quad I = 0'5A$ $\quad V = I \cdot R$ $\quad I = \frac{V}{R} = \frac{V}{R + R_1 + r} = \frac{15}{R + 12 + 3} = 0'5$ $\quad 0'5R + 7'5 = 15$ $\quad 0'5R = 7'5$ $\quad R = \frac{7'5}{0'5} = 15$

b) Los condensadores están en paralelo $\quad C_{eq} = C_1 + C_2$ $\quad C_1 = 3 \cdot 10^{-6} F$ $\quad C_{eq} = \frac{Q}{V} \longrightarrow 8 \cdot 10^{-6} = \frac{Q}{R \cdot I}$ $\quad Q = 8 \cdot 10^{-6} \cdot 0'5 \cdot 15 = 60 \cdot 10^{-6} C$

$C_2 = 5 \cdot 10^{-6} F$

$U = \frac{Q^2}{2C} = \frac{(60 \cdot 10^{-6})^2}{2 \cdot 8 \cdot 10^{-6}} = 2'25 \cdot 10^{-4}\ J$

8. En una cierta región del espacio existe un campo eléctrico dado por las ecuaciones E_y = 0, E_z = 0, $E_x = 1000\sqrt[3]{x}$ (S.I.). Calcular: (a) El flujo de este campo a través de la superficie cúbica dibujada en la Figura (b) La carga neta encerrada por dicha superficie.
SOL.: (a) Φ = 1,206 V m; (b) q = 1,066·10^{-11} C



a) El cubo es una superficie cerrada por lo tanto ⟶

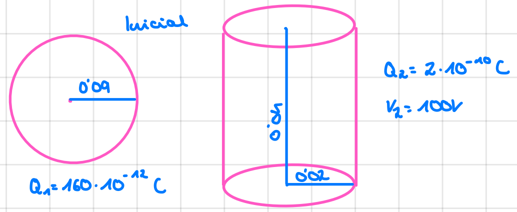
$\Phi_{neto} = \oiint_S \vec{E}\, d\vec{S}$ $\quad \phi = \iint_{S_1} \vec{E}\, d\vec{s} + \iint_{S_2} \vec{E}\, d\vec{s}$ $\quad \vec{E} = 1000\sqrt[3]{x}\ \vec{i}$ $\left\{ \begin{array}{l} \vec{E_1} = 1000\sqrt[3]{0'1}\ \vec{i} \\ \vec{E_2} = 1000\sqrt[3]{0'2}\ \vec{i} \end{array} \right.$ $\quad S = (a^2)$ $\quad \left\{ \begin{array}{l} \vec{E_1} = -E\vec{i} \\ \vec{E_2} = E\vec{i} \end{array} \right.$

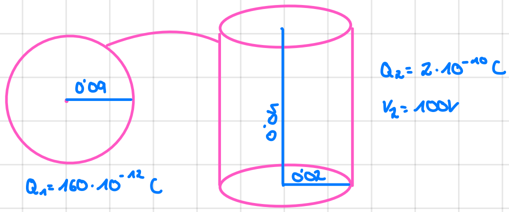
$\phi = -\iint_{S_1} E ds + \iint_{S_2} E ds$ $\quad \phi = -E_1 \iint_{S_1} dS + E_2 \iint_{S_2} dS$ $\quad \phi = (-E_1 + E_2) S = 1'206\ V$

b) $\phi_{neto} = \oiint_S \vec{E}\, d\vec{S} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$ $\quad Q_{int} = \phi_{neto} \cdot \varepsilon_0 \quad Q_{int} = 1'206 \cdot 8'85 \cdot 10^{-12} = 1'0677 \cdot 10^{-11}$

9. Se tiene una esfera maciza conductora, de radio R_1 = 9 cm con una carga total Q_1 = 160 pC, y un cilindro también conductor, de radio R_2 = 2 cm y del altura H = 4 cm, con una carga de $Q_2 = 2.10^{-10}$ C y está a un potencial V_2 = 100 V. Ambos cuerpos se unen eléctricamente por medio de un hilo conductor fino y de capacidad despreciable. Calcular: (a) El potencial y la carga final de cada conductor; (b) La densidad de carga eléctrica de la esfera y del cilindro supuesta uniformes; (c) La intensidad de campo eléctrico que crearía sólo el cilindro en un punto muy próximo a su base en el interior y en el exterior; (d) La intensidad de campo y el potencial eléctrico que crearía sólo la esfera en los puntos A y B que distan del centro de la esfera 4,5 cm y 18 cm, respectivamente.

SOL.: (a) $V'_1=V'_2$= 30V; $Q'_1= 3{\cdot}10^{-10}$ C; $Q'_2= 6{\cdot}10^{-11}$ C; (b) $\sigma_1=2{,}95{\cdot}10^{-9}$ C/m^2; $\sigma_2=7{,}95{\cdot}10^{-9}$ C/m^2; (c) $E_{int}=0$; E_{ext}=899,32 V/m; (d) $E_{int}=0$ y V'_1= 30V; E_{ext}=83,33 V/m y V_{ext}=15 V





a) $Q_1 + Q_2 = Q_1' + Q_2'$ $\quad 3'6\cdot10^{-10} = Q_1' + Q_2'$ $\quad Q_1' = 3'6\cdot10^{-10} - Q_2' = 3\cdot10^{-10}$

$V_1' = V_2' = V_e$ $\quad V_e = \frac{Q_1'}{C_1} = \frac{Q_2'}{C_2}$ $\quad V_e = \frac{Q_1'}{10^{-11}} = \frac{Q_2'}{2\cdot10^{-12}} \longrightarrow \frac{3'6\cdot10^{-10} - Q_2'}{10^{-11}} = \frac{Q_2'}{2\cdot10^{-12}}$ $\quad 7'2\cdot10^{-22} - 2\cdot10^{-12} Q_2' = 10^{-11} Q_2'$

$C_1 = \frac{Q_1}{k_0 \frac{Q_1}{r}}$ $\quad C_2 = \frac{Q_2}{V_2}$ $\quad C_1 = \frac{r}{k_0} = 10^{-11}$ F $\quad C_2 = \frac{2\cdot10^{-10}}{100} = 2\cdot10^{-12}$ F $\quad 7'2\cdot10^{-22} = 1'2\cdot10^{-11} Q_2'$ $\quad Q_2' = 6\cdot10^{-11}$ C

$V_e = \frac{3\cdot10^{-10}}{10^{-11}} = 30V = V_A' = V_B'$

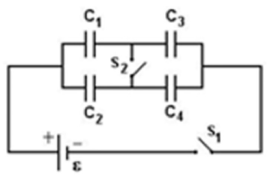
b) $\sigma = \frac{Q}{S}$ $\quad \sigma_{es}' = \frac{3\cdot10^{-10}}{4\pi\cdot0'09^2} = 2'95\cdot10^{-9}$ C/m^2 $\quad \sigma_{ci}' = \frac{6\cdot10^{-11}}{2\cdot\pi\cdot0'02\cdot0'04 + 2\pi0'02^2} = 7'96\cdot10^{-9}$ C/m^2

c) $\vec{E}_{,int} = 0$ V $\quad \vec{E}_{,ext} = \frac{7'96\cdot10^{-9}}{\varepsilon_0} = 899'43$V

d) Para punto a 4'5 cm $\quad R > r \quad \vec{E}(0'045) = 0$ V/m $\quad \vec{V}(0'045) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{3\cdot10^{-10}}{0'09} = 30$V

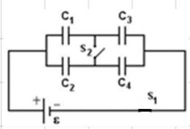
Para punto a 18 cm $\quad R < r \quad \vec{E}(0'18) = \frac{k_0\, 3\cdot10^{-10}}{0'18^2} = 83'33$ V/m $\quad \vec{V}(0'18) = \frac{k_0\, 3\cdot10^{-10}}{0'18} = 15$V

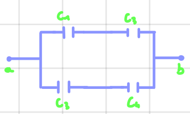
10. En el circuito de la Figura se pide la carga de cada condensador y la energía del sistema en las siguientes situaciones: (a) Con S_1 cerrado y S_2 abierto. (b) Con S_1 y S_2 cerrados. DATOS: C_1 = 1 μF, C_2 = 2 μF, C_3= 3 μF, C_4 = 4 μF, ε = 12 V.



SOL.: (a) $Q_1=Q_3$ = 9 μC ; $Q_2=Q_4$ = 16 μC; U= $1{,}48\cdot10^{-4}$ J (b) Q_1= 8.4 μC; Q_2 = 16.8 μC; Q_3= 10.8μC; Q_4 = 14.4 μC; U= $1{,}50\cdot10^{-4}$ J

a)





$\varepsilon = V_a - V_b = V_{ab} = 12V$

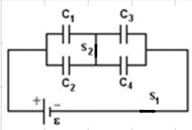
$\begin{cases} \frac{1}{C_{13}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_3} \\ \frac{1}{C_{24}} = \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_4} \end{cases}$ $\quad C_{13} = \frac{C_1C_3}{C_1+C_3} = 0'75\cdot10^{-8}$ $\quad C_{24} = \frac{C_2C_4}{C_2+C_4} = \frac{4}{3}\cdot10^{-8}$

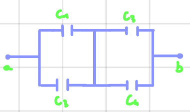
$C_e = C_{13} + C_{24}$

$Q_e = C_eV_{ab} \begin{cases} Q_{13} = C_{13}V_{ab} = 9\mu C = Q_1 = Q_3 \\ Q_{24} = C_{24}V_{ab} = 16\mu C = Q_2 = Q_4 \end{cases}$

$U_e = \frac{1}{2}C_eV_{ab}^2 = 1'5\cdot10^{-4}$

b)





$\begin{cases} C_{12} = C_1 + C_2 \\ C_{34} = C_3 + C_4 \end{cases}$ $\quad \frac{1}{C_e} = \frac{1}{C_{12}} + \frac{1}{C_{34}}$ $\quad C_e = \frac{C_{12}C_{34}}{C_{12}+C_{34}} = \frac{3\cdot10^{-6}\cdot7\cdot10^{-6}}{3\cdot10^{-6}+7\cdot10^{-6}} = 2'1\cdot10^{-6}$ $\quad U_e = 151\cdot10^{-6}$ C

$Q_e = C_eV_{ab} \longrightarrow Q_e = Q_{12} = Q_{34}$ $\quad Q_e = 2'1\cdot10^{-6}\cdot 12 = 25'2\cdot10^{-6}$

$V_{ac} = \frac{Q_{12}}{C_{12}} = \frac{25'2\cdot10^{-6}}{3\cdot10^{-6}} = 8'4V$

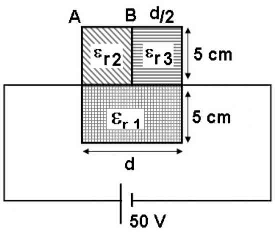
$V_{cb} = V_{ab} - V_{ac} = 3'6V$

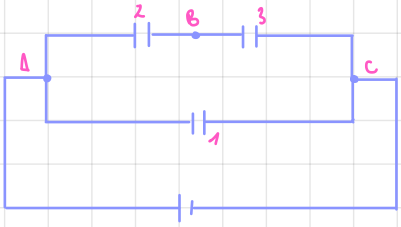
$Q_1 = 10^{-6}\cdot8'4 = 8'4\cdot10^{-6}$ C $\quad Q_3 = 3\cdot10^{-6}\cdot3'6 = 10'8\cdot10^{-6}$ C

$Q_2 = 2\cdot10^{-6}\cdot8'4 = 16'8\cdot10^{-6}$ C $\quad Q_4 = 4\cdot10^{-6}\cdot3'6 = 14'4\cdot10^{-6}$ C

11. El condensador de la figura se encuentra conectado a una batería de 50 V, y su capacidad en vacío es 10 μF. Se introducen tres dieléctricos de constantes dieléctricas $\varepsilon_{r1}=2$, $\varepsilon_{r2}=4$ y $\varepsilon_{r3}=6$ tal y como se indica en la figura. Se pide: (a) La capacidad del condensador con los tres dieléctricos. (b) ¿Cuánto ha variado la carga al introducirse los tres dieléctricos? (c) Diferencia de potencial entre A y B. Nota: La distancia entre las placas del condensador es d=2 mm.

SOL.: (a) $C_{eq}= 3{,}4\cdot10^{-5}$ F; (b) $\Delta Q= 1200\ \mu C$; (c) $V_A-V_B= 30V$





a) $C = C_0 \varepsilon_r$, $C_0 = \varepsilon_0 \frac{S}{d}$ $\Big\}$ $C = \varepsilon_r \varepsilon_0 \frac{S}{d}$

$C_0 = 10 \cdot 10^{-6}$ F

$C_1 = 2\overbrace{\varepsilon_0 \frac{S/2}{d}}^{C_0} = 10 \cdot 10^{-6}$ F

$C_2 = 4\ \varepsilon_0 \frac{S/2}{d/2} = 40 \cdot 10^{-6}$ F

$C_3 = 6 \cdot \varepsilon_0 \cdot \frac{S/2}{d/2} = 60 \cdot 10^{-6}$ F

$\frac{1}{C_{23}} = \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$

$C_{23} = \frac{C_2 C_3}{C_2 + C_3} = \frac{2400 \cdot 10^{-6}}{100 \cdot 10^{-6}} = 24 \cdot 10^{-6}$ F

$C_{123} = C_{23} + C_1 \longrightarrow C_{123} = 3'4 \cdot 10^{-5}$ F

b) $C = \frac{Q}{V}$

$\Delta Q = Q_1 - Q_0$

$Q_1 = C_{123} \cdot V$ $\quad Q_1 = 1'7 \cdot 10^{-3}$

$Q_0 = C_0 V$ $\quad Q_0 = 0'5 \cdot 10^{-3}$

$\Delta Q = 1'2 \cdot 10^{-3}$

c) $Q_2 = C_2 (V_a - V_b)$

$Q_3 = C_3 V_B$

$Q_2 = Q_3$

$V_A = 50$ V

$C_2 (V_a - V_b) = C_3 V_B$

$C_2 V_A - C_2 V_b = C_3 V_b$

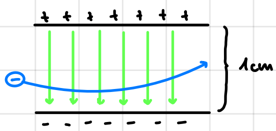
$V_b = \frac{C_2 V_A}{C_3 + C_2} = 20V$

$\Delta V = V_A - V_B = 30V$

12. Se proyecta un electrón, con velocidad inicial de 10^7 ms^{-1}, dentro de un condensador plano con láminas de 2 cm de longitud separadas 1 cm. El campo está dirigido verticalmente hacia abajo y es nulo fuera de las láminas. Si el electrón entra en el condensador a igual distancia de ambas placas y sale por el mismo borde de la lámina superior, (a) calcular el módulo del campo eléctrico. (b) ¿Qué campo magnético se puede aplicar en esa zona para que el electrón no se desvíe de su trayectoria original

SOL: (a) E = 14,23 kN/C; (b) B = 1,42 mT (perpendicular al campo eléctrico y saliente)

a)



$V_0 = 10^7$ m/s
$m_e = 9'1 \cdot 10^{-31}$ kg
$e = -1'6 \cdot 10^{-19}$ C

$y = y_0 + \frac{1}{2} a t^2$; $\quad y = 0'0005 - \frac{1}{2} a t^2$

$0'01 = 0'0005 - \frac{1}{2} a (2 \cdot 10^{-9})^2$ $\quad a = -2'5 \cdot 10^{15}$ m/s²

$F = m \cdot a$

$E \cdot q = m \cdot a$

$E = \frac{m a}{q} = \frac{9'1 \cdot 10^{-31} \cdot -2'5 \cdot 10^{15}}{-1'6 \cdot 10^{-19}}$

$E = 14218'75$ N/C

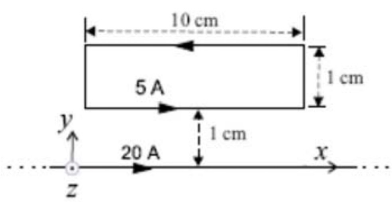
b) $F_e = F_m$

$\cancel{q} \cdot E = \cancel{q} \cdot v \cdot B$

$B = \frac{E}{v}$; $\quad B = \frac{14218'75}{10^7} = 1'4219 \cdot 10^{-3}$

13. Una espira rectangular recorrida por una intensidad de 5 A se encuentra junto a un hilo conductor rectilíneo e infinito por el que circula una corriente de 20A, según se muestra en la figura. Determinar la fuerza ejercida sobre los lados de la espira paralelos al conductor. DATO: $\mu_0 = 4\mu\cdot10^{-7}$ (S.I.)

SOL: $\vec{F_1} = (-2 \cdot 10^{-4}\ \vec{j})N$ y $\vec{F_2} = (10^{-4}\ \vec{j})N$



$\vec{B} = \frac{\mu_0 I_h}{2\pi \cdot S}\ \vec{k}$

$\vec{B_1} = \frac{\mu_0 I_h}{2\pi (d + a)}\ \vec{k} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 20}{2\pi \cdot 0'02} = 2 \cdot 10^{-4}$

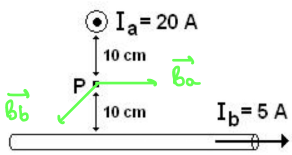
$\vec{B_3} = \frac{\mu_0 I_h}{2\pi \cdot d}\ \vec{k} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 20}{2\pi \cdot 0'01} = 4 \cdot 10^{-4}$

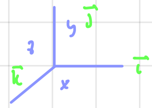
$F = I \vec{\ell} \vec{B}$

$F_1 = 5 \cdot 0'1 \cdot 2 \cdot 10^{-4} = 1 \cdot 10^{-4}$ N

$F_2 = 5 \cdot 0'1 \cdot 4 \cdot 10^{-4} = 2 \cdot 10^{-4}$ N

14. Dos alambres largos están orientados de tal forma que son perpendiculares entre sí y en el punto más cercano están separados por una distancia de 20 cm (Figura). Si el alambre superior transporta una corriente de 20 A y el inferior una corriente de 5 A, ¿cuál es el campo magnético que existe en el punto medio entre los dos alambres? DATO: $\mu_0 = 4\mu \cdot 10^{-7}$ (S.I.)



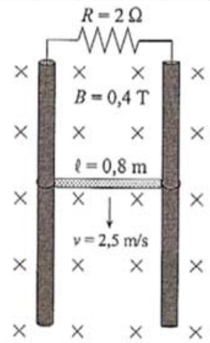


SOL: $\vec{B} = 4 \cdot 10^{-5}\, \vec{i} - 10^{-5}\, \vec{j}$

$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot r} \hat{u}_r$ $\quad B_T = B_a + B_b$ $\quad B_A = \frac{\mu_0 \cdot 20}{2\pi \cdot 0'1} = 4 \cdot 10^{-6} \vec{i}$ $\quad B_B = \frac{\mu_0 \cdot 5}{2\pi \cdot 0'1} = 10^{-5} \vec{k}$

$B_T = 4 \cdot 10^{-6} \vec{i} + 10^{-5} \vec{k}$

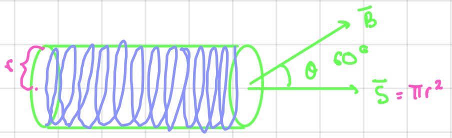
15. Una varilla conductora (figura) de 0,8 m de longitud desciende a una velocidad constante de 2,5 ms^{-1}, perpendicularmente a un campo magnético uniforme de 0,4 T dirigido hacia adentro. La varilla desliza sin rozamiento sobre dos barras metálicas que están conectadas mediante una resistencia de 2 Ω. Determinar: (a) La intensidad de corriente que circula en el sistema indicando su sentido. (b) La masa de la varilla.
SOL: (a) I = 0,4 A sentido antihorario; (b) m = 13 g



a) $|\varepsilon| = \frac{d\Phi_m}{dt} = vB\ell$ $\quad I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{Bv\ell}{R}$ $\quad I = \frac{0'4 \cdot 2'5 \cdot 0'8}{2} = 0'4$ A

b) $\vec{F}_{ap} = -mg\vec{j}$ $\quad \vec{F}_B + \vec{F}_{ap} = 0$ $\quad F_B = I\ell B = F_{ap} = mg$ $\quad m = \frac{I\ell B}{g} = \frac{0'4 \cdot 0'8 \cdot 0'4}{9'8} = 0'013$ kg

16. Una bobina circular de radio 20 cm y 500 vueltas se encuentra en un campo magnético uniforme de 250 mT. La bobina está dispuesta de forma que las líneas de campo forman una ángulo de 60º con la normal al plano de las espiras. Si se hace aumentar dicho campo a razón de 50 mT/s manteniendo su dirección inicial, calcular: (a) el valor del módulo del campo magnético en función del tiempo, B(t), tomando como instante inicial el momento en el que comenzó a crecer y el flujo que atraviesa la bobina en función del tiempo; (b) si la bobina tiene una resistencia de 10 Ω, determinar la f.e.m. y la corriente inducida en la misma, razonando el signo y el sentido de éstas; (c) determinar a qué razón debe crecer el campo magnético para que la f.e.m sea de 1 V (en valor absoluto).
SOL: (a) B (t) = 0,25+0,050 t; (b) $|\varepsilon|$ = 1,571V ; I = 0,1571 A ; (c) 31,8 mT/s



$B = 250\,mT + 50\,mT/s \cdot t$

a) $B = 0'25T + 0'05T/s \cdot t$

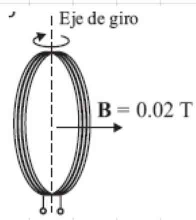
$\Phi_m = \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = N \iint_S B \cos\theta\, dS = NBS \cdot \cos 60 = NS\cos 60\, (0'25 + 0'05t)$ Wb

$r = 0'2m \quad B_0 = 250\,mT$

b) $\varepsilon = \frac{d\Phi}{dt} = NS\cos 60 \cdot 0'05 = 1'571$ V

c) $B = 0'25 + \Delta B t$ $\quad \Phi_m = NS(0'25 + \Delta B t)\cos 60$ $\quad |\varepsilon| = \frac{d\Phi_m}{dt} = NS\cos 60 \cdot \Delta B$ $\quad \Delta B = \frac{1}{NS\cos 60} = 0'0318\, T/s$

17. Una bobina de 20 espiras circulares de área de 0,04 m^2 gira a 10 revoluciones por segundo en un campo magnético de 0.02 T perpendicular al eje de giro, según se indica en la figura. Determinar: (a) el flujo magnético en la bobina; (b) la fuerza electromotriz inducida entre los extremos de la bobina.
SOL: (a) $\phi_B = 0.016 \cos 20\pi t$ (Wb); (b) ε = sen $20\pi t$ (V)



a) $\Phi_m = N \iint_S B \cos\theta\, dS = NBS\cos\omega t = 0'016 \cos 20\pi t$

$\omega = 10\,rps = 20\pi$ rad/s

b) $\varepsilon = \frac{d\Phi}{dt} = 0'016 \cdot 20\pi \cdot \text{sen}\, 20\pi t$ $\quad |\varepsilon|_{max} = NBS\omega = 1V$ $\quad \varepsilon = \text{sen}\, 20\pi t$ V

Tema 3

18. Para detectar OEM en las que E_{ef} = 0,15 V/m, se utiliza una antena constituida por una sola espira de alambre conductor de 10 cm de radio. Calcular la fem eficaz inducida en la espira si la frecuencia de la onda es (a) 600 kHz y (b) 600 MHz.

SOL: (a) ε_{ef} = 59,2 μV; (b) ε_{ef} = 5,92 mV

a) $B = B_{ef} \operatorname{sen}(kx - \omega t)\,\vec{k}$ $\quad B_{ef} = \frac{E_{ef}}{c} = \frac{0'15}{3\cdot 10^8} = 5\cdot 10^{-10}$ $\quad \omega = 2\pi\cdot f = 1'2\pi\, 10^6$

$\varepsilon = \frac{-d\Phi_B}{dt} = -\frac{d}{dt} BS = \underbrace{B_{ef} S \omega}_{\varepsilon_{ef}} \cos(kx - \omega t)$ $\quad \varepsilon_{ef} = 5'921\cdot 10^{-5}\,V$

b) Igual pero cambia $\omega = 2\pi f_0 = 1'2\pi\cdot 10^9$ $\quad \varepsilon_{ef} = 5'92\cdot 10^{-2}\,V$

19. Una estación típica de AM radia una onda sinusoidal isótropa con una potencia media de 50 kW. (a) ¿Cuáles son las amplitudes de E y B a una distancia de 5 km?, (b) Calcular la intensidad de la onda. (c) ¿Cuál es su presión de radiación?
SOL: (a) E_0 = 0,346 V/m, B_0 = 1,15 nT; (b) I = $1{,}59\cdot 10^{-4}$ Wm^{-2}; (c) $P_r = 5{,}3\cdot 10^{-13}$ Pa

a) $\langle I\rangle = \frac{1}{2}\varepsilon_0 c E_0^2$ $\quad E_0 = \sqrt{\frac{2I}{\varepsilon_0 c}} \longrightarrow \langle I\rangle = \frac{P}{S} = \frac{P}{4\pi r^2} = \frac{50\cdot 10^3}{4\pi\cdot(5\cdot 10^3)^2} = 1'591\cdot 10^{-4}\,W/m^2$ $\quad E_0 = \sqrt{\frac{1'59\cdot 10^{-4}\cdot 2}{8'85\cdot 10^{-12}\cdot c}} = 0'346\,V/m$

$B_0 = \frac{E_0}{c} = 1'15\cdot 10^{-9}\,T$

b) $\langle I\rangle = \frac{P}{S} = \frac{P}{4\pi r^2} = \frac{50\cdot 10^3}{4\pi\cdot(5\cdot 10^3)^2} = 1'591\cdot 10^{-4}\,W/m^2$

c) $P_r = \frac{I}{c} = 5'303\cdot 10^{-13}\,Pa$

20. Una onda electromagnética tiene un campo eléctrico dado por la expresión: $\vec{E}(x,t) = 12{,}6\ \operatorname{sen}(3{,}1\cdot 10^8\,x - 9{,}3\cdot 10^{16} t)\,\hat{k}$. Determinar su dirección y sentido de propagación, su frecuencia y longitud de onda, y el campo magnético asociado.

SOL: ν = $1{,}5\cdot 10^{16}$ Hz; λ = $2\cdot 10^{-8}$ m; $B_0 = 4{,}2\cdot 10^{-8}$ T.

La onda se propaga a la izquierda. $\quad \omega = 2\pi\nu$ $\quad \nu = \frac{\omega}{2\pi} = 1'48\cdot 10^{16}\,Hz$ $\quad B_0 = \frac{E_0}{c} = 4'2\cdot 10^{-8}\,T$

$k = \frac{2\pi}{\lambda}$ $\quad \lambda = 2\pi/k = 2\cdot 10^{-8}\,m$