O.L.Q sobre el eje: $\vec{E} = k_0 \frac{\lambda L}{d(L+d)}\vec{u}$

$\vec{E} = \int_Q k_0 \frac{dq}{r^2}\vec{u_r}$; $dq = \lambda dl = \sigma dS = \rho dV$

Campo eléctrico

Hilo cargado $\vec{F} = \frac{k_o\lambda}{a}\left[(\cos\theta_1 - \cos\theta_2)\vec{i} + (\text{sen}\,\theta_1 + \text{sen}\,\theta_2)\vec{j}\right]$

Hilo indefinido $\vec{E}_r = 2K_0\frac{\lambda}{r}\vec{u}_r$

Anillo cargado $E = K_o\frac{Qa}{(R^2+a^2)^{3/2}}\vec{i}$

Plano cargado $\vec{E} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_o}\vec{u}$

Esfera cargada

$E \quad r \le R \quad \vec{E} = K_o\frac{Q_{int}}{r^2}\vec{u} = \frac{\rho}{3\varepsilon_o}r\vec{u}$

$A \quad r \ge R \quad \vec{E} = K_o\frac{Q}{r^2}\vec{u} = \frac{\rho}{3\varepsilon_o}\frac{R^3}{r^2}\vec{u}$

Densidad de energía del campo eléctrico $\rho_E = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$

$\Phi = \iint_S \vec{E}\cdot d\vec{S}$ $\quad \Phi = \oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{\sum_{i=1}^{n} q_i}{\varepsilon_o}$

$W_C(A\to B) = \int_A^B \vec{F}_C \cdot d\vec{r} = -\Delta U$

$W_C(A\to B) = q'(V_A - V_B)$ * $\quad U = K_0 \sum_{pares}\frac{q_i q_j}{r_{ij}}$

$V = K_0\sum_{i=1}^{n}\frac{q_i}{r_{ij}}$ $\quad * = k_0 q q'\left[\frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_b}\right]$

$W_{ext} = \Delta E = \Delta E_c + \Delta U$

* $V_A - V_B = \int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{r}$; $d\vec{r} = dx\vec{i} + dy\vec{j} + dz\vec{k}$

Unidades y constantes:

$e^- = -1'6\cdot10^{-19}$ C

$m_{electrón} = 9{,}1\cdot10^{-31}$ kg $\quad m_{protón} = 1{,}65\cdot10^{-27}$ kg

1eV= $1'6\cdot10^{-19}$ J $\quad K_o = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} = 9\cdot10^9\frac{Nm^2}{C^2}$

$1\ T = 10^4 G$

$1\ Wb = 1\ T\ m^2$

$1\ Maxwell = 10^{-8} Wb$ $\quad \mu_o = 4\pi\cdot10^{-7}\frac{N}{A^2}$

Campo magnético

$F_c = m\frac{v^2}{R}$ $\quad T = \frac{2\pi r}{v}$

$\vec{F}_m = q\vec{v}\times\vec{B}$

$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v}\times\vec{B})$

$R = \frac{mv_\perp}{|q|B}$ $\quad d = v_\parallel T = \frac{2\pi m v_\parallel}{|q|B}$ $\quad T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi m}{|q|B}$ $\quad \omega = \frac{v}{R} = \frac{|q|B}{m}$

↳ Radio de curvat. ↳ Paso de hélice

Fuerza magnética sobre de una corriente

$\vec{F} = \int_{cond} Id\vec{\ell}\times\vec{B}$ $\quad \vec{F}_2 = I_2\vec{\ell}\times\vec{B}_1$ $\quad \frac{F_{12}}{\ell_1} = \frac{F_{21}}{\ell_2} = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1 I_2}{a}$

Espira de corriente en un cm

$\boxed{\vec{\tau} = I\vec{S}\times\vec{B} = \vec{M}\times\vec{B}}$

$\vec{M} = NI\vec{S}$

Toroide $B = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{NI}{r}$ $\quad a < r < b$

Solenoide $B = \mu_0 nI$ $\quad n = \frac{N}{L}$

Corriente rectilínea $B_{21} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{a}[\text{sen}\,\theta_1 + \text{sen}\,\theta_2]$ $\quad \ell\to\infty \Rightarrow B_{l>>a} = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{a}$

Espira circular

$\vec{B} = \frac{\mu_0}{2}\frac{IR^2}{(R^2+a^2)^{\frac{3}{2}}}\vec{u}_i$

c.m. centro de espiras: $\vec{B} = N\frac{\mu_0 I}{2R}\vec{u}$

$a >> R \Rightarrow \vec{B}_{a>>R} \approx \frac{\mu_0}{2}\frac{IR^2}{a^3}\vec{u}_i$

Ley de Gauss

$\boxed{\Phi_m = \iint_S \vec{B}\bullet d\vec{S}}$ $\quad d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\cdot\frac{Id\vec{l}}{r^2}\vec{u}_l\times\vec{u}_r$

Ley de Ampere

$\boxed{\oint \vec{B}\bullet d\vec{l} = \mu_0\sum_{i=1}^{n} I_i = \mu_0 I_{neta}}$

Condensadores

c.e. fuera conductor: $\frac{\sigma}{\varepsilon_0}\vec{u}_s = \vec{E}$

Cond. esférico: $C = \frac{Q}{V} = 4\pi\varepsilon_0 r$

$\sigma_1 R_1 = \sigma_2 R_2$

Condensador plano $C = \varepsilon_o\frac{S}{d}$

Condensador cilíndrico $C = \frac{L}{2K_o\ln\frac{r_2}{r_1}}$

Condensador esférico $C = \frac{R_1 R_2}{k_o(R_2 - R_1)}$

Asociaciones

$U = \frac{Q^2}{2C} = \frac{Q(V_A - V_B)}{2} = \frac{1}{2}C(V_A - V_B)^2$

$\boxed{C_{eq} = C_1 + C_2}$ $\quad \boxed{\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}}$ → Q cte

V cte

$E_i = \frac{(\varepsilon_r - 1)}{\varepsilon_r}E_0$

Carga condensador

$I(t) = I_o\,e^{-t/RC}$

$Q(t) = Q_{max}(1 - e^{-t/RC})$

Descarga condensador

$I(t) = I_o\,e^{-t/RC}$ $\quad \tau = RC$

$Q(t) = Q_o\,e^{-t/RC}$

$C = \varepsilon_r C_o$ $\quad \Delta V = \frac{\Delta V_0}{\varepsilon_r}$

$E = \frac{E_0}{\varepsilon_r} = \frac{\sigma}{\varepsilon_r\varepsilon_0}$ $\quad \varepsilon_r = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}$

Corriente eléctrica

$I = \frac{dQ}{dt}$ $\quad I = nqv_d S$ $\quad \vec{J} = \sum_{i=1}^{n} n_i q_i \vec{v}_{di}$

$J = I/S$

$I = \iint_S \vec{J}\cdot d\vec{S}$

$\vec{J} = \sigma\vec{E}$ $\quad V_1 - V_2 = IR$ resistencia óhmica $R = \rho\frac{\ell}{S}$

Asociaciones

$\boxed{R_{eq} = R_1 + R_2}$ $\quad \boxed{\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}$

$(V_a - V_b) = \varepsilon - Ir$ $\quad P = (V_a - V_b)\,I = I^2R = \frac{(V_a - V_b)^2}{R}$ ⇒ (Pot. disipada) (Ley de Joule)

Circuitos c.a. $\quad V(t) = V_o\,\text{sen}\,\omega t$ $\quad X_L = \omega L$ $\quad X_C = \frac{1}{\omega C}$

R $\quad I(t) = \frac{V_o}{R}\,\text{sen}\,\omega t$

L $\quad I(t) = \frac{V_o}{\omega L}\,\text{sen}\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$ ad.

C $\quad I(t) = \frac{V_o}{X_C}\,\text{sen}\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$ retr.

Inducción magnética

$\varepsilon = -\frac{d\phi_m}{dt} = -\frac{d}{dt}\iint_S \vec{B}\bullet d\vec{S}$ $\quad \varepsilon = -\int_a^b(\vec{v}\times\vec{B})\bullet d\vec{l}$

Generador de f.e.m. sinusoidal

$\varepsilon(t) = V(t) = NBS\omega\,\text{sen}\,\omega t$

Coef. de inducción mutua y autoinducción $\quad M = N_2\frac{d\phi_{12}}{dI_1} = N_1\frac{d\phi_{21}}{dI_2}$ $\quad L = N\frac{d\phi}{dI}$

$\boxed{U = \frac{1}{2}LI^2}$ ⇒ Energía almacenada en un inductor

Asociaciones

$L_{eq} = L_1 + L_2$ $\quad \frac{1}{L_{eq}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}$

Densidad de energía magnética

$\rho_B = \frac{1}{2\mu_0}B^2$

Ondas electromagnéticas

$\vec{E}(x,t) = E_o\text{sen}(kx - \omega t)\vec{j}$

$\vec{B}(x,t) = B_o\text{sen}(kx - \omega t)\vec{k}$

$B_o c = E_o$

$\eta_E = \frac{1}{2}\varepsilon_o E_o^2\text{sen}^2(kx - \omega t)$

$\eta_B = \frac{1}{2\mu_o}B_o^2\text{sen}^2(kx - \omega t)$

$\eta = \frac{1}{2}\left(\varepsilon_o E_o^2 + \frac{B_o^2}{\mu_o}\right)\text{sen}^2(kx - \omega t)$

$\overline{\eta}_{(m)} = \varepsilon_o E_o^2 = \frac{B_o^2}{\mu_o} = \frac{E_o B_o}{2\mu_o c}$

$\vec{p} = \frac{W}{c}\vec{u}$ $\quad P_r = \frac{I}{c}$ ⇒ Abs $\quad \vec{S} = \frac{\vec{E}\times\vec{B}}{\mu_o}$ $\quad S_{(m)} = \frac{E_o B_o}{2\mu_o}$ $\quad I_{\text{onda}} = \overline{\eta}_{(m)}c = S_{(m)}$

$P_r = \frac{2I}{c}$ ⇒ Refl. $\quad \vec{E}\times\vec{B}$ $\quad I_i = \frac{EB}{\mu_0}$ $\quad |\vec{S}| = I_i$

$v = \lambda\nu$

$\omega = 2\pi\nu = kv$

$T = \frac{2\pi}{\omega}$

$P_r = F/S$

$P = W/t$

$\oint_C \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0\left(I + \varepsilon_0\frac{d}{dt}\iint_S \vec{E}\cdot d\vec{S}\right)$

Vacío: $\vec{\nabla}\times\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$ $\quad \vec{\nabla}\times\vec{B} = \mu_0\varepsilon_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}$

$\oiint \vec{B}\cdot d\vec{S} = 0$

$\varepsilon = \oint_C \vec{E}\cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_m}{dt} = -\frac{d}{dt}\iint_S \vec{B}\cdot d\vec{S}$

$\vec{\nabla}\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$

Esferas:

- Conductora/metálica:
  - $\vec{E}_{int} = 0$.
  - B · $V_{int} = \frac{k_0 Q}{R}$ $(r \leq R)$
  - A · $\vec{E}_{ext} = \frac{k_0 Q}{r^2}$ $(r \geq R)$
  - C · $V_{ext} = \frac{k_0 Q}{r}$

- No conductora:
  - $\vec{E}_{ext} = A$
  - $V_{ext} = C$
  - Maciza:
    - $\vec{E}_{int} = E = \frac{k_0 Q r}{R^3}$
    - $V_{int} = \frac{kQ}{R}\left[\frac{3}{2} - \frac{1}{2}\left(\frac{r}{R}\right)^2\right]$
  - Hueca: $\vec{E}_{int} = 0$.
    - $V_{int} = B$

Dipolos: (el)

$\vec{\tau} = \vec{l} \times \vec{F} = \vec{p} \times \vec{E}$

$\vec{p} = q\vec{l}$

Cond. con 2 diel:

En serie $\Rightarrow \frac{d}{2} \Rightarrow C = 2\varepsilon_0 \frac{S}{d}\left(\frac{\varepsilon_{r1}\varepsilon_{r2}}{\varepsilon_{r1}+\varepsilon_{r2}}\right)$

$C = 2\varepsilon_r\varepsilon_0 \frac{S}{d}\left(\frac{1}{1+\varepsilon_r}\right)$

En $\parallel \Rightarrow \frac{S}{2} \Rightarrow C = \varepsilon_0 \frac{S}{d}\left(\frac{\varepsilon_{r1}+\varepsilon_{r2}}{2}\right)$

$C = \varepsilon_0 \frac{S}{d}\left(\frac{1+\varepsilon_r}{2}\right)$

F.E.M.

$P_{suministrada} = P_{consumida}$

$\varepsilon I = I^2 (r+R)$

$I = \frac{\varepsilon}{R+r}$

Espectrómetro de masas:

$\frac{|q|}{m} = \frac{v}{Br}$; $v = \frac{E}{B}$

Ciclotrón:

$\frac{r}{v} = \frac{m}{|q|B}$; $T = \frac{2\pi m}{|q|B}$

Fuerza magnética sobre hilo conductor cerrado:

$\vec{F} = I\left(\oint d\vec{l}\right) \times \vec{B}$

$\oint d\vec{l} = 0$.

Vector polarización

$d\vec{p} = \vec{P}\, dV$

Vector magnetización

$d\vec{m} = \vec{M}\, dV$

$\vec{B} = \vec{B}_{ap} + \mu_0 \vec{M}$

$\vec{B} = \vec{B}_{ap}(1 + \chi_m)$

Permeabilidad del material

$\mu = \mu_0 (1 + \chi_m)$

Varilla conduct. móvil en c.m.

$\vec{F}_e + \vec{F}_m = 0$.

$V_a - V_b = \int_a^b \vec{E}\, d\vec{l} = EL =$

$= vBL = V_{ab}$

En circuito

$|\varepsilon| = vBL$

$\varepsilon = \oint \vec{E}\, d\vec{l}$

Estudio energético en circuito:

- Pot. disipada en $R = I^2 R =$

$= \left(\frac{vBL}{R}\right)^2 R = \frac{(vBL)^2}{R}$

- Pot. entregada:

$P = \vec{F}_{ext} \cdot \vec{v} = ILBv =$

$= \frac{vBL}{R} LBv = \frac{(vBL)^2}{R}$

Inducción mutua:

$\varepsilon_1 = -N_1 \frac{d\phi_e}{dt} = -M_{21}\frac{dI_1}{dt}$

Autoinducción:

$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = -L\frac{dI}{dt}$

Integrales:

$d\vec{F} = \vec{E}\, dq$

$dU = V dq$

$V = \int_Q k_0 \frac{dq}{r}$

Cosas básicas

Esfera:

$S = 4\pi r^2$

$V = \frac{4}{3}\pi r^3$

Circunf.:

$S = \pi r^2$

$L = 2\pi r$

Cilindro:

$V = \pi r^2 h$

$S = 2\pi r(r+h)$

Cono:

$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$S = \pi r g + \pi r^2$

Condensador en Circuito corriente continua (CCC):

Transitorio RC

$V = V_R(t) + V_C(t)$

$t_0 = 0 \Rightarrow I_0 = \frac{V}{R}$

$t_f \Rightarrow I_f = 0$.

Autoinducción en CCC: Transitorio RL

$V = V_R(t) + V_L(t)$

$t_0 = 0 \Rightarrow I_0 = 0$

$t_f \Rightarrow I_f = \frac{V}{R}$

Carga de un condensador (en CCC).

$V = I(t)R + \frac{Q(t)}{C}$

$t=0 \Rightarrow Q_0 = 0$; $V_{C0} = 0$

$V_{R0} = V$; $I_0 = \frac{V}{R}$

$t_f \Rightarrow I_f = 0$; $Q_f = Q_{máx}$

$Q_{máx} = VC$; $V_{Rf} = 0$

$V_{Cf} = V$

$I(t) = I_0 e^{-t/RC}$

$Q(t) = Q_{máx}(1 - e^{-t/RC})$

$\Downarrow$

$V_R(t) = V e^{-t/RC}$

$V_C(t) = V(1 - e^{-t/RC})$

$\tau = RC$ = cte de tiempo.

Descarga de un condensador (en CCC)

$V_R(t) = V_C(t) \Rightarrow$

$\Rightarrow I(t)R = \frac{Q(t)}{C} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{dQ(t)}{dt} R = \frac{Q(t)}{C}$

$t=0 \Rightarrow Q(0) = Q_0$;

$V_{C0} = \frac{Q_0}{C}$; $I(0) = I_0 =$

$= \frac{V_{C0}}{R} = \frac{Q_0}{RC}$

$t_f \Rightarrow Q_f = 0$; $V_{Cf} = 0$

$I_f = 0$; $V_{Rf} = 0$.

$Q(t) = Q_0 e^{-t/RC}$

$I = I_0 e^{-t/RC}$

$\Downarrow$

$V_R(t) = V_{C0} e^{-t/RC}$

$V_C(t) = V_{C0} e^{-t/RC}$

$\tau = RC$, cte de t.

Transitorio RL

$V = V_R(t) + V_L(t) \Rightarrow$

$\Rightarrow V = I(t)R + L\frac{dI(t)}{dt}$

$t_0 = 0 \Rightarrow I_0 = 0$; $V_{L0} = V$

$t_f \Rightarrow I_f = \frac{V}{R}$

$I(t) = \frac{V}{R}\left(1 - e^{-Rt/L}\right)$

$I(t)R = -L\frac{dI(t)}{dt}$

Descarga

$t_0 = 0 \Rightarrow I_0$

$t_f \Rightarrow I_f = 0$.

$I(t) = I_0 e^{-Rt/L}$

$\tau = L/R$ = cte de tiempo.

Complementario: corriente alterna

- Resistencia: $I_0 = \frac{V_0}{R}$ (detrás hay más)
- Condensador:

Capacitancia/Reactancia capacitiva: $X_C = 1/C\omega$.

$I_0 = \frac{V_0}{X_C}$; $V(t) = V_C(t) = \frac{Q(t)}{C}$

- Autoinducción:

Inductancia/Reactancia inductiva: $X_L = L\omega$

$I_0 = \frac{V_0}{X_L}$; $V(t) = V_L(t) = L\frac{dI(t)}{dt}$

$V_0^2 = V_L^2 + V_{RL}^2$

$\frac{\partial^2 y(x,t)}{dx^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y(x,t)}{dt^2}$

$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}} = 3 \cdot 10^8$ m/s