

## Polinomios II

Taller de Álgebra I

Primer cuatrimestre 2019

## Algoritmo para división de polinomios

$$\begin{array}{r} 8x^3 - 4x^2 + 2x + 7 \\ -8x^3 - 4x^2 + 4x \\ \hline -8x^2 + 6x + 7 \\ +8x^2 + 4x - 4 \\ \hline 10x + 3 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2x^2 + x - 1 \\ 4x - 4 \end{array}$$

### Ejercicios

- 1 Implementar una función  
`resta :: Polinomio -> Polinomio -> Polinomio`  
que calcula la resta de polinomios.

```
Ejemplo> resta [8, -4, 2, 7] [8, 4, -4, 0]  
[-8.0, 6.0, 7.0]
```

- 2 Implementar una función  
`primerCociente :: Polinomio -> Polinomio -> Monomio`  
que calcula el primer monomio del cociente de la división de dos polinomios.

```
Ejemplo> primerCociente [8, -4, 2, 7] [2, 1, -1]  
(4.0, 1)
```

## Algoritmo para división de polinomios

$$\begin{array}{r|l} 8x^3 - 4x^2 + 2x + 7 & 2x^2 + x - 1 \\ -8x^3 - 4x^2 + 4x & 4x - 4 \\ \hline & -8x^2 + 6x + 7 \\ & + 8x^2 + 4x - 4 \\ \hline & 10x + 3 \end{array}$$

### Ejercicios

#### 3 Implementar una función

`primerResto :: Polinomio -> Polinomio -> Polinomio`

que calcula la resta entre el dividendo y el producto del divisor por el primer cociente.

```
Ejemplo> primerResto [8, -4, 2, 7] [2, 1, -1]  
[-8.0, 6.0, 7.0]
```

#### 4 Implementar una función

`division :: Polinomio -> Polinomio -> (Polinomio, Polinomio)`

que dados polinomios  $P(X)$  y  $Q(X)$  calcule el cociente  $C(X)$  y el resto  $R(X)$  de la división (se debe verificar  $P(X) = C(X)Q(X) + R(X)$  y  $\deg R(X) < \deg Q(X)$  o  $R(X) = 0$ ).

```
Ejemplo> division [1, 0, 2, 0, (-1), (-8)] [1, (-2), 1]  
([1.0, 2.0, 5.0, 8.0], [10.0, -16.0])
```

## Ejercicio

- 1 Implementar el algoritmo de Euclides para calcular el MCD de dos polinomios.

`mcdP :: Polinomio -> Polinomio -> Polinomio`

```
Ejemplo> mcdP [1, 0, 2, 0, 1, 0] [1, 0, 0, 0, (-1)]  
[1.0, 0.0, 1.0]
```

Como MCD suele tomarse el polinomio mónico, es decir con coeficiente principal 1, pero si está multiplicado por otro número real, también es correcto. Por ejemplo, en vez de `[1.0, 0.0, 1.0]` puede devolver `[-1.0, 0.0, -1.0]`.

## Ejercicios

- 1 Implementar una función que dados un real  $x$  y un polinomio  $P(X)$  determine la multiplicidad de  $x$  como raíz de  $P$ .

`multiplicidad :: Float -> Polinomio -> Integer`

```
Ejemplo> multiplicidad 3 [1, (-6), 9]
```

```
2
```

```
Ejemplo> multiplicidad 3 [1, (-6), 10]
```

```
0
```

```
Ejemplo> multiplicidad (-2) [1, 9, 30, 44, 24]
```

```
3
```

- 2 Implementar una función para determinar si un polinomio tiene raíces múltiples.

`raicesMultiples :: Polinomio -> Bool`

**Ayuda:** Pensar qué condición tiene que cumplir el resultado del MCD entre el polinomio pasado como parámetro y su derivada.

```
Ejemplo> raicesMultiples [1, (-6), 10]
```

```
False
```

```
Ejemplo> raicesMultiples [1, 9, 30, 44, 24]
```

```
True
```

## Polinomios en $\mathbb{Z}[X]$

### type

Para trabajar con polinomios en  $\mathbb{Z}[X]$ , definimos renombres de tipos. El tipo Escalar indica el anillo de coeficientes de los polinomios.

```
type Escalar = Integer
type Monomio = (Escalar, Integer)
type Polinomio = [Escalar]
type Racional = (Integer, Integer)
```

### Ejercicio

Adaptar las funciones de la clase anterior a los nuevos tipos.

La función evaluar debe permitir evaluar un polinomio con coeficientes enteros en un Float. Pueden utilizar la función `realToFrac` que transforma tanto Integer como Float a Float.

## Ejercicios

- 1 Implementar una función

`esRaizRacional :: Polinomio -> Racional -> Bool`

que indique si un racional  $a/b$  (ingresado como el par  $(a, b)$ ) es raíz de un polinomio dado.

```
Ejemplo> esRaizRacional [4, (-3), (-25), (-6)] ((-1), 4)
True
```

- 2 Implementar una función que dado un polinomio y una lista de números racionales devuelva los números de la lista que son raíces del polinomio.

`raicesEnConjunto :: Polinomio -> [Racional] -> [Racional]`

```
Ejemplo> raicesEnConjunto [4, (-3), (-25), (-6)] [((-1), 4), (3, 2), (3, 1)]
[((-1), 4), (3, 1)]
```

## Ejercicios

- 1 Implementar una función

```
candidatosRaices :: Polinomio -> [Racional]
```

que dado un polinomio devuelva una lista todos los candidatos a raíces según el teorema de Gauss (es decir, los racionales  $p/q$  tales que  $p$  divide a  $a_0$  y  $q$  divide a  $a_n$ ).

```
Ejemplo> candidatosRaices [2, 5, (-3)]  
[(3,2),(3,1),(-3,2),(-3,1),(1,2),(1,1),(-1,2),(-1,1)]
```

- 2 Implementar una función que dado un polinomio devuelva una lista de todas las raíces racionales, utilizando el teorema de Gauss para encontrarlas.

```
raicesRacionales :: Polinomio -> [Racional]
```

```
Ejemplo> raicesRacionales [4, (-3), (-25), (-6)]  
[(3,1),(-2,1),(-1,4)]
```