

Abstract in English:

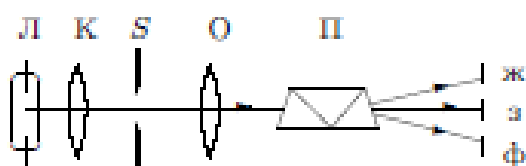
Observation of interferential strips appearing in an air wedge.

The experiment consists of an optical source, monochromator, and an air wedge which were built during the experiment. The optical source and monochromator were built similarly to the famous Newton's rings experiment. An air wedge was created by imposing two thin glass plates on one another and placing small piece of paper between them. The ends of the wedge were rigidly fastened by two bars to keep the structure solid.

When a flat wave falls on the wedge the waves are reflected from various sides which will give an interferential picture in the reflected light. In other words, these can be observed as certain drawings of strips coming from the light. As the free end of an air wedge is under pressure, both plates will have the bent form and thickness of strips will change depending on distance to the bar. Those two parameters were measured during the experiment. Using those two parameters the differential equation was found to describe a deflection form of the glass plate. As verification we integrated a tangent of angle and found thickness of the piece of paper clamped between the glass plates forming an air wedge, and compared it to the result of direct measuring.

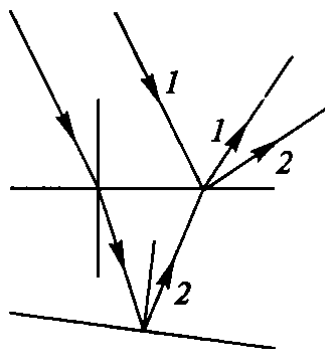
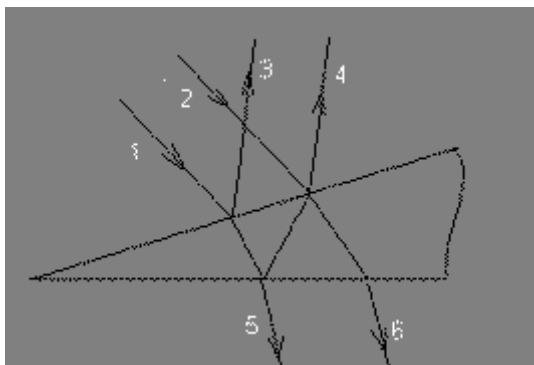
Вопрос по выбору: исследование интерференционных полос в воздушном клине.

Схема установки для наблюдения интерференционных полос.



Источником света служит ртутная лампа, находящаяся в защитном кожухе. Для получения монохроматического света применяется призмный монохроматор, состоящий из конденсора К, отвечающего за получение параллельного пучка света, коллиматора (щель S и объектив О) и призмы прямого зрения П. Эти устройства с помощью рейтеров располагаются на оптической скамье. За призмой прямого зрения помещается штатив с держателем, в котором закреплён воздушный клин. Для получения воздушного клина накладывают одну тонкую стеклянную плоскопараллельную пластину на другую и под один из концов верхней пластины помещают

небольшой предмет, в нашем случае это бумажка толщиной примерно 1 микрометр. Свободные концы клина жёстко скреплены двумя брусками. При падении на клин плоской волны отражённые от различных граней клина волны, определяемые 1 и 2, будут когерентными. Они дадут интерференционную картину в отражённом свете.

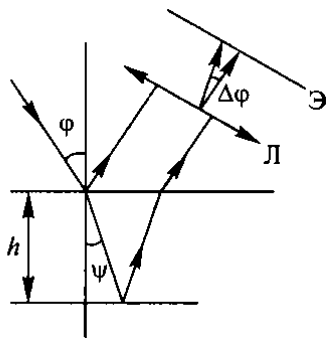


В случае пластинок переменной толщины луч 1, отражённый от верхней поверхности, и луч 2, отражённый от нижней поверхности, дают интерференционную картину только на поверхности пластинки, где взаимодействуют два луча. Локализацию картины на поверхности можно рассматривать как некий рисунок полос. Во все другие точки, находящиеся над поверхностью, попадает много лучей (следствие протяжённого источника, оптическая разность хода будет больше длины когерентности), и интерференционная картина отсутствует (в среднем получает одну и ту же интенсивность во всех точках). Получаемые при этом полосы называют **полосами равной толщины**. Свет обязательно должен быть параллельным ($\varphi = \text{const}$): если одновременно будут изменяться два параметра *и толщина пластинок, и угол падения*, то устойчивой интерференционной картины не будет.

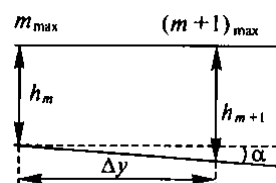
В нашем случае, так как свободный конец воздушного клина находится под давлением, обе пластинки будут иметь искривлённую форму (симметрично относительно центра, поэтому рассматриваем только одну пластинку), а толщина полос будет меняться в зависимости от расстояния до места приложения силы, то есть до бруска.

Интерференционная картина наблюдается в отражённом свете с помощью собирающей линзы с фокусным расстоянием $f=11.5$ см и зрительной трубы, настроенной на бесконечность (телескопа). Изображение полос должно быть в фокусе линзы, поэтому фокус линзы выбирался достаточно длинным, так как доступ к воздушному клину был ограничен в силу самой установки.

Если угол между поверхностями пластинок мал, то можно воспользоваться условием для максимумов: $m\lambda = \Delta_\phi = \Delta + \lambda/2 = 2h(n^2 - \sin^2\varphi)^{1/2} + \lambda/2$.



$$n = \sin\varphi / \sin\psi. \text{ (Формула Снеллиуса)}$$



При этом разность хода (оптическая длина) :

$$\Delta = 2nh/\cos\psi - 2h\sin\psi\sin\varphi/\cos\psi = (2h/\cos\psi)(n - \sin^2\varphi/n) \\ = 2h(n^2 - \sin^2\varphi)/(n\cos\psi) = 2h(n^2 - \sin^2\varphi)^{1/2} = 2hncos\psi. \quad ($$

С другой стороны разность хода, с учётом того, что при отражении от верхней границы фаза волны меняется на противоположную, а разность хода - на $\lambda/2$, при отражении от нижней поверхности и преломлении на верхней фаза не меняется :

$$\Delta_{\text{в}} = \Delta + \lambda/2.$$

$$2h_m(n^2 - \sin^2\varphi)^{1/2} + \lambda/2 = m\lambda, \quad 2h_{m+1}(n^2 - \sin^2\varphi)^{1/2} + \lambda/2 = (m+1)\lambda.$$

Отсюда для угла между поверхностями пластинки α получаем :

$$\alpha = (h_{m+1} - h_m)/\Delta y = \lambda/[2\Delta y(n^2 - \sin^2\varphi)^{1/2}].$$

Для расстояния между максимумами полос на поверхности стеклянного клина с углом α имеем:

$$\Delta y = \lambda/[2\alpha(n^2 - \sin^2\varphi)^{1/2}].$$

В случае воздушного клина ($n=1$) и без учёта малости α получаем для ширины полос d :

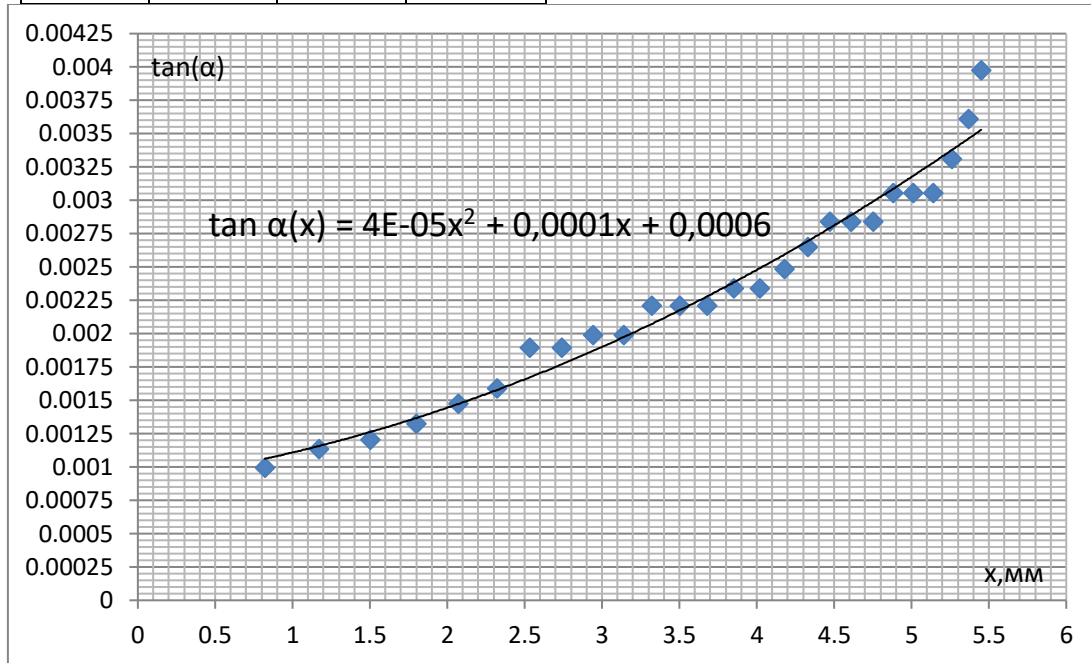
$$\tan(\alpha) = \frac{\lambda}{2d\cos\varphi} \quad d = \frac{\lambda}{2\tan\alpha\cos\varphi}$$

$$\text{В нашей установке угол падения } \varphi = 45 \text{ градусов, } \lambda = 560 \cdot 10^{-6} \text{ мм: } d = \frac{\lambda}{1.41 \tan\alpha} = 560 \cdot 10^{-6} / (1.41 \tan\alpha)$$

Обработка экспериментальных данных :

N полосы	d, мм	x, мм	tan(α)
2	0,4	0,82	0,000993
3	0,35	1,17	0,001135
4	0,33	1,5	0,001204
5	0,3	1,8	0,001324
6	0,27	2,07	0,001471
7	0,25	2,32	0,001589
8	0,21	2,53	0,001891
9	0,21	2,74	0,001891
10	0,2	2,94	0,001986
11	0,2	3,14	0,001986
12	0,18	3,32	0,002206
13	0,18	3,5	0,002206
14	0,18	3,68	0,002206
15	0,17	3,85	0,002336
16	0,17	4,02	0,002336
17	0,16	4,18	0,002482
18	0,15	4,33	0,002648
19	0,14	4,47	0,002837

20	0,14	4,61	0,002837
21	0,14	4,75	0,002837
22	0,13	4,88	0,003055
23	0,13	5,01	0,003055
24	0,13	5,14	0,003055
25	0,12	5,26	0,00331
26	0,11	5,37	0,003611
27	0,1	5,45	0,003972



Для того чтобы аппроксимировать уравнение прогиба стеклянных пластинок обратимся к задаче о деформации балки под действием силы P , приложенной между опорами А и Б.

На рис. 3а показана балка, деформированная под действием силы P , приложенной посередине между опорами А и Б. Со стороны опор на балку в точках А и Б действуют силы $P/2$. Деформация балки происходит таким образом, что продольные слои в верхней ее части оказываются сжатыми, а в нижней — растянутыми. Можно считать, что абсолютные величины напряжений по слоям растут пропорционально расстоянию от средней линии балки, как показано стрелками на рис. 3б для выделенного элемента балки. Так как средняя часть элемента не напряжена, то длина средней линии элемента dl_0 при деформации не меняется (так же, как и длина средней линии всей балки). Такое напряженное состояние балки называется чистым изгибом. Считаем, что напряжения в слоях связаны с их деформацией законом Гука:

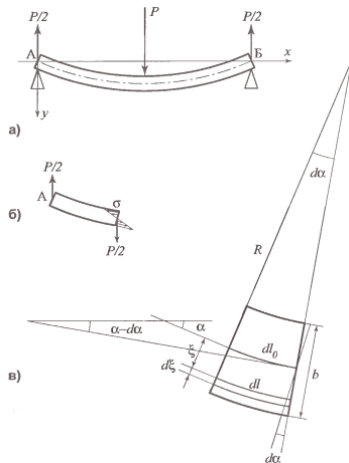
$$\sigma = E \frac{dl - dl_0}{dl_0}. \quad (1)$$

В выделенном на рис. 3в элементе балки наклон средней линии на ее длине dl_0 меняется от α до $\alpha - d\alpha$. Длину дуги можно выразить через радиус ее кривизны R :

$$dl_0 = -Rd\alpha. \quad (2)$$

Знак минус здесь потому, что R мы считаем положительным, а угол наклона средней линии балки в выбранных на рис. 3а координатах уменьшается по длине балки (как это показано на рис. 3в). Если $y(x)$ — зависимость, описывающая форму средней линии балки в выбранной системе координат x, y (обратим внимание, что ось y направлена на рисунке вниз), то угол наклона средней линии определяется выражением

$$\frac{dy(x)}{dx} = \operatorname{tg} \alpha. \quad (3)$$



Длину средней линии малого элемента балки можно выразить следующим образом (см. рис. 3г):

$$dl_0 = \sqrt{(dx)^2 + (dy)^2} = dx \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}. \quad (4)$$

Отсюда и из (4) следует

$$\frac{1}{R} = -\frac{y''}{(1+y'^2)^{3/2}}. \quad (7)$$

Напряжение в продольном слое, находящемся на расстоянии ξ от средней линии балки (см. рис. 3в) и описываемое формулой (1), можно представить следующим образом:

$$\sigma = E \frac{dl - dl_0}{dl_0} = \frac{E}{R} \xi. \quad (8)$$

Здесь использовано соотношение, следующее из подобия треугольников на рис. 3в:

$$\frac{dl - dl_0}{\xi} = \frac{dl_0}{R}. \quad (9)$$

Сумма сил упругости, действующих в сечении балки, равна нулю, поэтому их суммарный момент не зависит от положения точки, относительно которой он вычисляется. Выберем эту точку на средней линии балки. Получаем

$$M = \int_{-b/2}^{b/2} \xi \sigma dS = \frac{E}{R} \int_{-b/2}^{b/2} \xi^2 dS = \frac{E}{R} I, \quad (10)$$

где $dS = ad\xi$, a — ширина, b — высота поперечного сечения балки (см. рис. 3д). I называют моментом инерции поперечного сечения балки относительно оси, проходящей через среднюю линию балки. Из рис. 3б видно, что для части балки (от $x = 0$ до x) равновесие обеспечивается равенством сил, приложенных в точке опоры и в рассматриваемом сечении, а также равенством моментов этих сил и момента, определяемого формулой (10). Равенство моментов дает

$$\frac{EI}{R} = \frac{xP}{2}. \quad (11)$$

Теперь, используя (7), можно написать уравнение, определяющее форму средней линии балки:

$$y'' = -(1+y'^2)^{3/2} \frac{P}{2EI} x. \quad (12)$$

Верификация :

1. $Y' = \tan \alpha(x) = 4E-05x^2 + 0.0001x + 0.0006$ зависимость ширины полос от расстояния до бруска.

$$y'' = -(1+y'^2)^{3/2} \frac{P}{2EI} x.$$

-дифференциальное уравнение для формы прогиба балки под действием силы P .

Проверим правильность этого дифференциального уравнения, опираясь на полученные данные:

$$Y'' = 2 \cdot 4E-05x + 0.0001$$

$$-(1 + (4 \cdot 10^{-5}x^2 + 0.0001x + 0.0006)^2)^{3/2} \frac{P}{2EI} x = 2 \cdot 4E-05x + 0.0001 = Y''$$

Разложим многочлен в ряд Тейлора ($x \rightarrow \infty$):

$$-(1 + (4 \cdot 10^{-5}x^2 + 0.0001x + 0.0006)^2)^{3/2} x = -6.4 \cdot 10^{-14}x^7 - 4.8 \cdot 10^{-12}x^5 - 1.54 \cdot 10^{-11}x^4 - 0.0000600001x^3 - 0.00015x^2 - 0.0009x + O\left(\frac{1}{x}\right)$$

Вывод : в первом приближении обе части равенства пропорциональны x , следовательно аппроксимация верная.

$$2. d \tan \alpha \cos \varphi = \frac{\lambda}{2}$$

$$\text{Тангенс угла } \tan(\alpha(x)) = \frac{\lambda}{2d \cos \varphi} = 4E-05x^2 + 0.0001x + 0.0006, \quad \lambda = 560 \cdot 10^{-9} \text{ м}$$

Проинтегрировав тангенс угла, найдём толщину бумажки, зажатой между стеклянными пластинками, образующими воздушный клин:

$$h = \int_0^{18} \tan(\alpha(x)) dx = \int_0^{18} (4E-05x^2 + 0.0001x + 0.0006) dx =$$

$$= 0.00004(x^3/3 + 1.25x^2 + 15x) = 0.10476 \text{ мм}$$

Измеренная с помощью микрометра толщина бумажки : $h = 0.108 \text{ мм}$.

Вывод : толщина бумажки сходится по порядку величины.