Señales y Sistemas

Problemas Tema 2: Sistemas Lineales e Invariantes en el Tiempo

Francisco Javier Mercader Martínez

1) Obtenga la convolución de las señales $x(t) = \prod\left(\frac{t-\frac{T}{2}}{T}\right)$ y $h(t) = t\prod\left(\frac{t-T}{2T}\right)$.

La convolución de las funciones $x(t)$ y $h(t)$ se define como:

$$y(t) = (x * h)(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)h(t-\tau)\mathrm{d}\tau$$

Dado que $x(t)$ y $h(t)$ son funciones de duración finita, la integral se reduce al intervalo donde ambas funciones se superponen.

Paso a paso:

- **Intervalo de integración:**

  La convolución será no nula solo en el intervalo donde las funciones se superponen. Dado que $x(t)$ está definido en $[0, T]$ y $h(t)$ en $[0, 2T]$, la convolución $y(t)$ será no nula en el intervalo $[0, 3T]$.

- **Evaluación de la integral:**

  Para cada t en $[0, 3T]$, evaluamos la integral:

$$y(t) = \int_0^T \prod\left(\frac{\tau-\frac{T}{2}}{T}\right)(t-\tau)\prod\left(\frac{t-\tau-T}{2T}\right)\mathrm{d}\tau.$$

  Simplificando las funciones rectangulares, la integral se reduce a:

$$y(t) = \int_{\max(0,t-2T)}^{\min(T,t)} (t-\tau)\mathrm{d}\tau.$$

- **Cálculo de la integral:**

  Evaluamos la integral en los intervalos donde las funciones se superponen:

  - Para $0 \le t < T$, la integral es:

$$y(t) = \int_0^t (t-\tau)\mathrm{d}\tau = \left[t\tau - \frac{\tau^2}{2}\right]_0^t = \frac{t^2}{2}$$

  - Para $T \le t < 2T$, la integral es:

$$y(t) = \int_0^T (t-\tau)\mathrm{d}\tau = \left[t\tau - \frac{\tau^2}{2}\right]_0^T = tT - \frac{T^2}{2}$$

  - Para $2T \le t < 3T$, la integral es:

$$y(t) = \int_{t-2T}^T (t-\tau)\mathrm{d}\tau = \left[t\tau - \frac{\tau^2}{2}\right]_{t-2T}^T = \frac{(3T-t)^2}{2}$$

La convolución $y(t)$ es:

$$y(t) = \begin{cases} \dfrac{t^2}{2}, & 0 \leq t < T \\ tT - \dfrac{T^2}{2}, & T \leq t < 2T \\ \dfrac{(2T-t)^2}{2}, & 2T \leq t \leq 3T \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$$

2) Calcule $\left(\frac{t}{T_1}+1\right)\prod\left(\frac{t-\frac{T_1}{2}}{T_1}\right) * \prod\left(\frac{t-\frac{T_2}{2}}{T_2}\right)$, con $T_2 > T_1$.

Paso 1: Comprender las señales

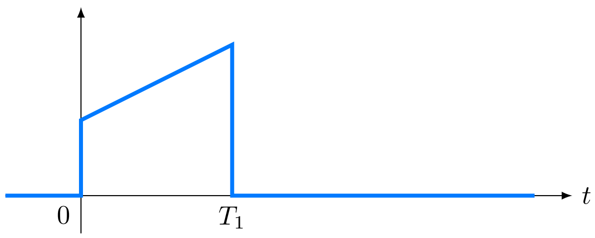
- Primera señal:

$$x(t) = \left(\frac{t}{T_1}+1\right)\prod\left(\frac{t-\frac{T_1}{2}}{T_1}\right)$$

  - La función $\prod\left(\frac{t-\frac{T_1}{2}}{T_1}\right)$ es una función rectangular centrada en $t = \frac{T_1}{2}$ con un ancho de T_1. Esto significa que $\prod$ es igual a 1 en el intervalo $[0, T_1]$ y 0 fuera de este intervalo.
  - Por lo tanto, $x(t)$ es una función lineal definida únicamente $[0, T_1]$, con:

$$x(t) = \frac{t}{T_1} + 1, \quad \text{para } t \in [0, T_1].$$

$$x(t) = \left(\frac{t}{T_1}+1\right)\prod\left(\frac{t-\frac{T_1}{2}}{T_1}\right)$$

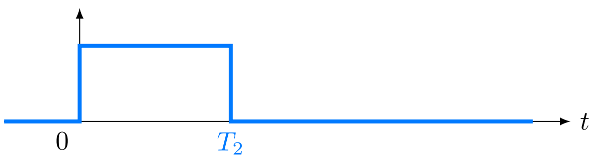


- Segunda señal:

$$h(t) = \prod\left(\frac{t-\frac{T_2}{2}}{T_2}\right).$$

  - Esta es una función rectangular centrada en $t = \frac{T_2}{2}$ con un ancho de T_2. Es igual a 1 en el intervalo $[0, T_2]$ y 0 fuera de este intervalo.

$$h(t) = \prod\left(\frac{t-\frac{T_2}{2}}{T_2}\right)$$



- Convolución de las señales

  La convolución de $x(t)$ y $h(t)$ se define como:

$$y(t) = (x * h)(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)h(t-\tau)\mathrm{d}\tau.$$

  Dado que $x(t)$ está definido en $[0, T_1]$ y $h(t)$ en $[0, T_2]$, la convolución será no nula únicamente en el intervalo donde ambas funciones se superponen. Esto ocurre en el intervalo $[0, T_1 + T_2]$.

Intervalo de integración:

- Para cada $t \in [0, T_1 + T_2]$, la integral se reduce a:

$$y(t) = \int_{\max(0,t-T_2)}^{\min(T_1,t)} x(\tau)\mathrm{d}\tau,$$

ya que $h(t-\tau)$ es no nula cuando $t - \tau \in [0, T_2]$, es decir, $\tau \in [t - T_2, t]$, y $x(\tau)$ es no nula solo cuando $\tau \in (0, T_1)$.

Paso 2: Evaluar la integral

En el interalo de integración, $x(\tau) = \dfrac{\tau}{T_1} + 1$. Sustituyendo esto en la integral:

$$\begin{aligned} y(t) &= \int_{\max(0,t-T_2)}^{\min(T_1,t)} \left(\frac{\tau}{T_1} + 1\right) \mathrm{d}\tau = \int_{\max(0,t-T_2)}^{\min(T_1,t)} \frac{\tau}{T_1}\mathrm{d}\tau + \int_{\max(0,t-T_2)}^{\min(T_1,t)} 1\mathrm{d}\tau \\ &= \boxed{\frac{1}{T_1}\left(\frac{\min(T_1,t)^2}{2} - \frac{\max(0,t-T_2)^2}{2}\right) + \min(T_1,t) - \max(0,t-T_2)} \end{aligned}$$

- $\displaystyle\int_{\max(0,t-T_2)}^{\min(T_1,t)} \frac{\tau}{T_1}\mathrm{d}\tau = \frac{1}{T_1}\int_{\max(0,t-T_2)}^{\min(T_1,t)} \tau\mathrm{d}\tau = \frac{1}{T_1}\left[\frac{\tau^2}{2}\right]_{\max(0,t-T_2)}^{\min(T_1,t)} = \frac{1}{T_1}\left(\frac{\min(T_1,t)^2}{2} - \frac{\max(0,t-T_2)^2}{2}\right).$
- $\displaystyle\int_{\max(0,t-T_2)}^{\min(T_1,t)} 1\mathrm{d}\tau = [\tau]_{\max(0,t-T_2)}^{\min(T_1,t)} = \min(T_1,t) - \max(0,t-T_2)$

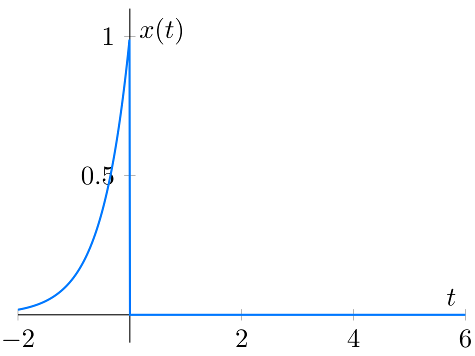
3) Calcule la convolución de $x(t) = e^{2t}u(-t)$ con $h(t) = u(t-3)$.

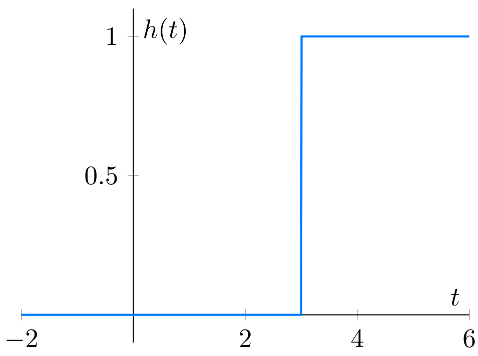
La convolució se define como:

$$y(t) = (x * h)(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)h(t-\tau)\mathrm{d}\tau$$

Análisis de las señales

- $x(t) = e^{2t}u(-t)$ es una señal exponencial que existe solo para $t < 0$.
- $h(t) = u(t-3)$ es un escalón unitario desplazado 3 unidades a la derecha.





Determinación de los límites de integración

Para que la integral no sea nula, necesitamos que:

- $\tau < 0$ (debido a $u(-\tau)$ en $x(\tau)$)
- $t - \tau > 3$ (debido a $u(t-\tau-3)$ en $h(t-\tau)$)

De $t - \tau > 3$, obtenemos: $\tau < t - 3$. Por tanto, los límites de itengración son:

- Límite inferior: $-\infty$
- Límite superior: $\min(0, t-3)$

Cálculo de la convolución

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\min(0,t-3)} e^{2\tau}(u-\tau)u(t-\tau-3)\mathrm{d}\tau$$

Debemos considerar dos casos:

Caso 1: $t < 3$

En este caso, $t-3<0$, por lo que $\min(0,t-3) = t-3$

$$y(t) = \int_{-\infty}^{t-3} e^{2\tau}\mathrm{d}\tau = \frac{1}{2}e^{2(t-3)} = \frac{1}{2}e^{2t-6}$$

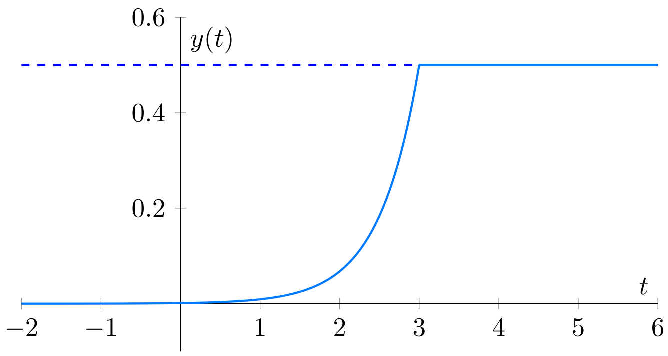
Caso 2: $t \geq 3$

En este caso, $t-3 \geq 0$, por lo que $\min(0,t-3) = 0$

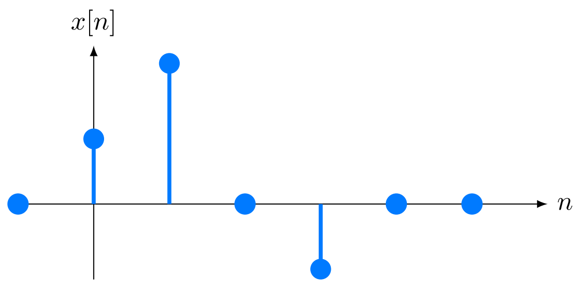
$$y(t) = \int_{-\infty}^{0} e^{2\tau}\mathrm{d}\tau = \frac{1}{2}$$

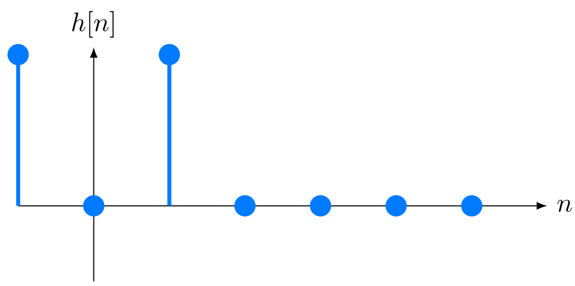
La convolución es:

$$y(t) = \begin{cases} \frac{1}{2}e^{2t-6}, & t<3 \\ \frac{1}{2}, & t \geq 3 \end{cases}$$



4) Sea $x[n] = \delta[n] + 2\delta[n-1] - \delta[n-3]$ y $h[n] = 2\delta[n+1] + 2\delta[n-1]$





a) $y_1 = x[n] * h[n]$

La convolución se calcula como:

$$y_1 = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]h[n-k]$$

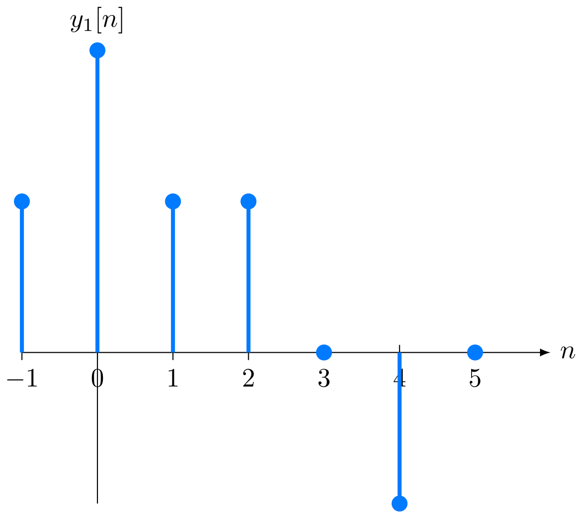
Sustituyendo $x[k]$ y $h[n-k]$, tenemos:

$$y_1[n] = x[0]h[n] + x[1]h[n-1] + x[3]h[n-3]$$

- $x[0] = 1 \longrightarrow h[n] = 2\delta[n+1] + 2\delta[n-1]$
- $x[1] = 2 \longrightarrow h[n-1] = 2\delta[n] + 2\delta[n-2]$
- $x[3] = -1 \longrightarrow h[n-3] = 2\delta[n-2] + 2\delta[n-4]$

Sumando todas las contribuciones:

$$y_1[n] = 2\delta[n+1]+2\delta[n-1]+4\delta[n]+4\delta[n-2]-2\delta[n-2]-2\delta[n-4] = 2\delta[n+1]+4\delta[n]+2\delta[n-1]+2\delta[n-2]-2\delta[n-4]$$



b) $y_2[n] = x[n+2] * h[n]$

Señal desplazada:

$$x[n+2] = \delta[n+2] + 2\delta[n+1] - \delta[n-1]$$

La convolución se calcula como:

$$y_2[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k+2]h[n-k]$$

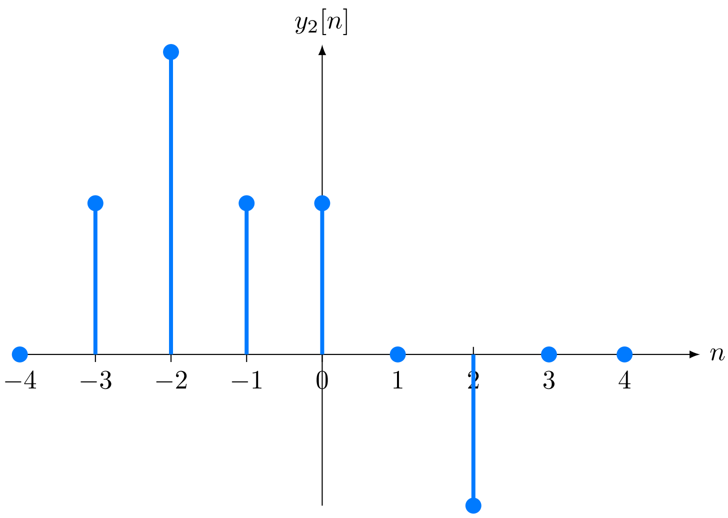
Sustituyendo $x[k+2]$ y $x[n-k]$, tenemos:

$$y_2[n] = x[-2]h[n+2] + x[-1]h[n+1] + x[1]h[n-1]$$

- $x[-2] = 1 \longrightarrow h[n+2] = 2\delta[n+3] + 2\delta[n+1]$
- $x[-1] = 2 \longrightarrow h[n+1] = 2\delta[n+2] + 2\delta[n]$
- $x[1] = -1 \longrightarrow h[n-1] = 2\delta[n] + 2\delta[n-2]$

Sumando todas las contribuciones:

$$y_2[n] = 2\delta[n+3]+2\delta[n+1]+4\delta[n+2]+4\delta[n]-2\delta[n]-2\delta[n-2] = 2\delta[n+3]+4\delta[n+2]+2\delta[n+1]+2\delta[n]-2\delta[n-2]$$



c) $y_3[n] = x[n] * h[n+2]$

Señal desplazada:

$$h[n+2] = 2\delta[n+3] + 2\delta[n+1]$$

La convolución se calcula como:

$$y_3[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]h[n-k+2]$$

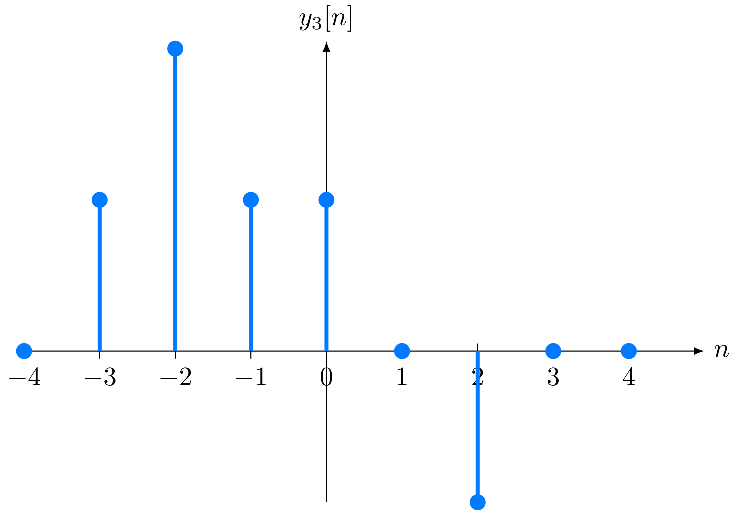
Sustituyendo $x[k]$ y $h[n-k+2]$, tenemos:

$$y_3[n] = x[0]h[n+2] + x[1]h[n+1] + x[3]h[n-1]$$

- $x[0] = 1 \longrightarrow h[n+2] = 2\delta[n+3] + 2\delta[n+1]$
- $x[1] = 2 \longrightarrow h[n+1] = 2\delta[n+2] + 2\delta[n]$
- $x[3] = -1 \longrightarrow h[n-1] = 2\delta[n] + 2\delta[n-2]$

Sumando todas las contribuciones:

$$y_3[n] = 2\delta[n+3]+2\delta[n+1]+4\delta[n+2]+4\delta[n]-2\delta[n]-2\delta[n-2] = 2\delta[n+3]+4\delta[n+2]+2\delta[n+1]+2\delta[n]-2\delta[n-2]$$



5) Un sistema lineal S relaciona su entrada $x[n]$ y su salida $y[n]$ como

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]g[n-2k]$$

donde $g[n] = u[n] - u[n-4]$.

a) Determine $y[n]$ cuando $x[n] = \delta[n-1]$

La relación entre la entrada y la salida está dada por:

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]g[n-2k]$$

Sustituyendo $x[n] = \delta[n-1]$, sabemos que $\delta[n-1]$ es no nula cuando $n = 1$. Por lo tanto, la suma se reduce a:

$$y[n] = g[n-2(1)] = g[n-2]$$

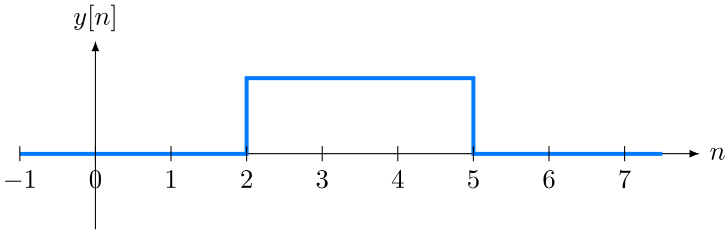
Dado que $g[n] = u[n] - u[n-4]$, tenemos:

$$g[n-2] = u[n-2] - u[n-6]$$

Por lo tanto:

$$y[n] = u[n-2] - u[n-6]$$

Esto significa que $y[n]$ es un pulso rectangular que comienza en $n = 2$ y termina en $n = 5$ (ya que $u[n-6]$) se activa en $n = 6$.



b) Determine $y[n]$ cuando $x[n] = \delta[n-2]$

De nuevo, la relación es:

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]g[n-2k]$$

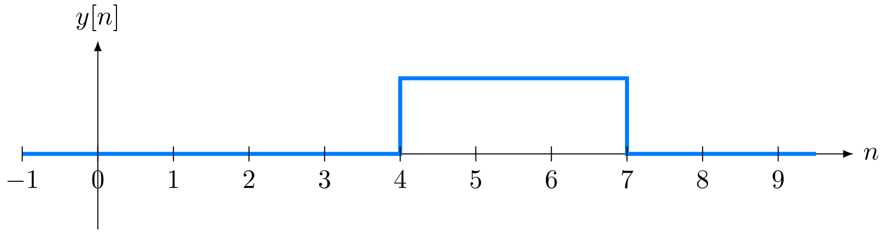
Sustituyendo $x[n] = \delta[n-2]$, sabemos que $\delta[n-2]$ es no nula solo cuando $n = 2$. Por lo tanto, la suma se reduce a:

$$y[n] = g[n-2(2)] = g[n-4]$$

Dado que $g[n] = u[n] - u[n-4]$, tenemos:

$$g[n-4] = u[n-4] - u[n-8]$$

Esto significa que $y[n]$ es un pulso rectangular que comienza en $n = 4$ y termina en $n = 7$ (ya que $u[n-8]$ se activa en $n = 8$)



c) ¿Es S un sistema LTI?

Para determinar si el sitema es **lineal** e **invariante** en el tiempo, evaluamos cada propiedad:

- **Linealidad:**

  Un sistema es lineal si satisface el principio de superposición, es decir, si para dos entradas $x_1[n]$ y $x_2[n]$ con salidas $y_1[n]$ y $y_2[n]$, respectivamente, se cumple que:

  $$S\{ax_1[n] + bx_2[n]\} = ay_1[n] + by_2[n]$$

  En este caso, la salida está dada por una suma ponderada de $x[k]$ y $g[n-2k]$, lo cual es una operación lineal. Por lo tanto, el sistema es **lineal**.

- **Invanrianza en el tiempo:**

  Un sistema es invariante en el tiempo si un desplazamiento en la entrada produce el mismo desplazamiento en la salida. Es decir, si para una entrada $x[n]$ con salida $y[n]$, al desplazar la entrada $x[n-n_0]$, la salida se desplaza de manera idéntica $y[n-n_0]$.

  En este caso, la salida depende de $g[n-2k]$, que introduce un factor de escalamiento en el índice k. Esto significa que el sistema **no es invariante en el tiempo**, ya que el desplazamiento de la entrada no se traduce directamente en un desplazamiento de la salida.

d) Determine $y[n]$ cuando $x[n] = u[n]$

De nuevo, la relación es:

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]g[n-2k]$$

Sustituyendo $x[n] = u[n]$, sabemos que $u[n]$ es no nula para $k \geq 0$. Por lo tanto, la suma se reduce a:

$$y[n] = \sum_{k=0}^{\infty} g[n-2k]$$

Dado que $g[n] = u[n] - u[n-4]$, tenemos:

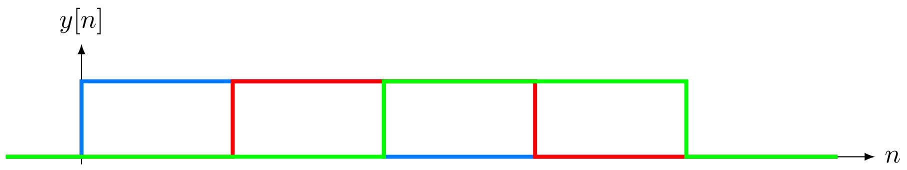
$$g[n-2k] = u[n-2k] - u[n-2k-4]$$

Sustituyendo esto en la suma:

$$y[n] = \sum_{k=0}^{\infty}(u[n-2k] - u[n-2k-4])$$

La suma se puede interpretar como una superposición de pulsos rectangulares desplazados. Cada término $u[n-2k] - u[n-2k-4]$ es un pulso rectangular de longitud 4, comenzando en $n = 2k$ y terminando en $n = 2k+3$.

Por lo tanto, $y[n]$ es una secuencia de pulsos rectangulares de longitud 4, comenzando en $n = 0$ y repitiéndose cada 2 unidades de tiempo.



6) Determine y esboce la convolución de las siguientes señales:

$$x(t) = \begin{cases} t+1, & 0 \leq t \leq 1 \\ 2-t, & 1 < t \leq 2 \\ 0, & \text{otro valor} \end{cases} \qquad h(t) = \delta(t+2) + 2\delta(t+1)$$

La convolución de dos señales $x(t)$ y $h(t)$ está definida como:

$$y(t) = (x * h)(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau)h(t-\tau)\mathrm{d}\tau$$

En este caso:

- $x(t)$ es una función triangular definida por tramos:

$$x(t) = \begin{cases} t+1, & 0 \leq t \leq 1 \\ 2-t, & 1 < t \leq 2 \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$$

- $h(t)$ es una combinación de deltas desplazadas:

$$h(t) = \delta(t+2) + 2\delta(t+1)$$

Dado que $h(t)$ está compuesto por deltas, la convolución se simplifica porque las deltas actúan como "muestradoras" de $x(t)$. Específicamente, la convolución se convierte en:

$$y(t) = x(t) * h(t) = x(t+2) + 2x(t+1)$$

Paso 1: Determinar $x(t+2)$

Para obtener $x(t+2)$, desplazamos $x(t)$ dos unidades hacia la izquierda. Esto significa que el soporte de $x(t+2)$ (el intervalo donde es cero) será:

$$-2 \leq t \leq -1$$

En este intervalo, la forma de $x(t+2)$ es:

- Para $-2 \leq t \leq -1, x(t+2) = t + 2 + 1 = t + 3$.

Por lo tanto:

$$x(t+2) = \begin{cases} t+3, & -2 \leq t \leq -1 \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Paso 2: Determinar $2x(t+1)$

Para obtener $2x(t+1)$, desplazamos $x(t)$ una unidad hacia la izquierda y multiplicamos por 2. Esto significa que el soporte de $2x(t+1)$ será:

$$-1 \leq t \leq 1$$

En este intervalo, la forma de $x(t+1)$ es:

- Para $-1 \leq t \leq 0, x(t+1) = t + 1 + 1 = t + 2$
- Para $0 < t \leq 1, x(t+1) = 2 - (t-1) = 1 - t$

Multiplicando por 2, obtenemos:

$$2x(t+1) = \begin{cases} 2(t+2) = 2t+4, & -1 \leq t \leq 0 \\ 2(1-t) = 2-2t, & 0 < t \leq 1 \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Paso 3: Sumar $x(t+2)$ y $2x(t+1)$

Ahora sumamos las dos contribuciones $x(t+2)$ y $2x(t+1)$. El soporte total de $y(t)$ será la unión de los soportes de $x(t+2)$ y $2x(t+1)$, es decir:

$$-2 \leq t \leq 1$$

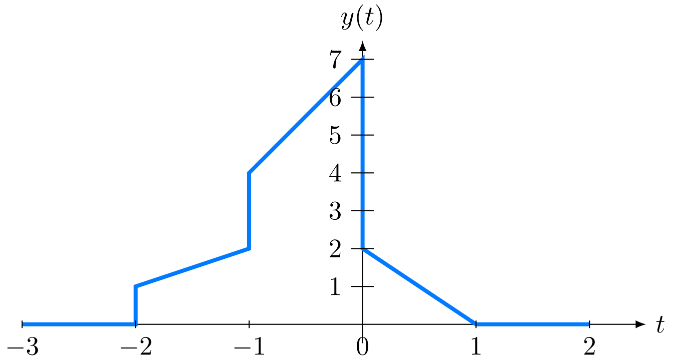
Dividimos el cálculo en intervalos:

- Para $-2 \leq t < -1$:
  - $x(t+2) = t+3$
  - $2x(t+1) = 0$ (porque $t+1 < -1$)
  - $y(t) = t+3$
- Para $-1 \leq t < 0$:
  - $x(t+2) = t+3$
  - $2x(t+1) = 2t+4$
  - $y(t) = (t+3) + (2t+4) = 3t+7$
- Para $0 \leq t \leq 1$:

- $x(t+2) = 0$ (porque $t+2 > 2$)
- $2x(t+1) = 2 - 2t$
- $y(t) = 0 + (2-2t) = 2 - 2t$

La salida $y(t)$ es:

$$y(t) = \begin{cases} t+3, & -2 \leq t < -1 \\ 3t+7, & -1 \leq t < 0 \\ 2-2t, & 0 \leq t < 1 \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$$



7) Sean

$$x(t) = \begin{cases} 1, & 0 \leq t \leq 1 \\ 0, & \text{otro valor} \end{cases} \qquad h(t) = x\left(\frac{t}{\alpha}\right), \text{ donde } 0 < \alpha \leq 1$$

a) Determine y esboce $y(t) = x(t) * h(t)$.

b) Si $\dfrac{\mathrm{d}y(t)}{\mathrm{d}t}$ contiene sólo tres discontinuidades, ¿cuál es el valor de α?

8) Sean

$$x(t) = u(t-3) - u(t-5) \qquad h(t) = e^{-3t}u(t)$$

a) Calcule $y(t) = x(t) * h(t)$

b) Calcule $g(t) = \dfrac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t} * h(t)$

c) Establece una relación entre $g(t)$ e $y(t)$

9) Calcule la convolución de los siguientes pares de señales:

a) $x[n] = \alpha^n u[n], \quad h[n] = \beta^n u[n], \quad \alpha \neq \beta$

b) $x[n] = h[n] = \alpha^n u[n]$

c) $x[n] = \left(-\dfrac{1}{2}\right)^n u[n-4], \quad h[n] = 4^n u[2-n]$

d) $x[n] = 2^n u[-n], \quad h[n] = u[n]$

10) ¿Cuál/es de las siguientes respuestas al impulso corresponden a sistemas LTI estables?

a) $h(t) = e^{-(1-2j)t}u(t)$

b) $h(t) = e^{-t}\cos(2t)u(t)$

11) ¿Cuál/es de las siguientes respuestas al impulso corresponden a sistemas LTI estables?

a) $h[n] = n\cos\left(\dfrac{\pi}{4}\right)$

b) $h[n] = 3^n u[-n+10]$

12) Para las siguientes respuestas al impulso de sistemas LTI, determine si cada sistema es causal y/o estable, justificando la respuesta.

a) $h[n] = \left(\frac{1}{5}\right)^n u[n]$

b) $h[n] = 0.8^n u[n+2]$

c) $h[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^n u[-n]$

d) $h[n] = 5^n u[3-n]$

e) $h[n] = \left(-\frac{1}{2}\right)^n u[n] + 1.01^n u[n-1]$

f) $h[n] = \left(-\frac{1}{2}\right)^n u[n] + 1.01^n u[1-n]$

g) $h[n] = n\left(\frac{1}{3}\right)^n u[n-1]$

13) Considere un sistema LTI que se encuentra incialmente en reposo y cuya entrada $x(t)$ y salida $y(t)$ se relacionan por la ecuación diferencial

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}y(t) + 4y(t) = x(t)$$

a) Obtenga la respuesta al impulso del sistema.

b) Si $x(t) = e^{(-1+3j)t}u(t)$, calcule $y(t)$

14) Considere un sistema LTI que se encuentra inicialmente en reposo y cuya entrada $x(t)$ y salida $y(t)$ se relacionan por la ecuación diferencial

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}y(t) + 3y(t) = 2x(t)$$

a) Si $x(t) = \cos(2t)u(t)$, calcule $y(t)$.

b) Obtenga la respuesta al impulso del sistema.

15) Obtenga la respuesta al impulso, así como las propiedades de memoria, causalidad, estabilidad, invarianza en el tiempo y linealidad de los siguientes sistemas:

a) $y(t) = \int_{-\infty}^{t} x(\tau)\mathrm{d}\tau$

b) $y(t) = \int_{-\infty}^{t} 2x(\tau-5)\mathrm{d}\tau$

c) $y(t) = \int_{-\infty}^{t} e^{-(t-\tau)}3x(\tau-2)\mathrm{d}\tau$

d) $y(t) = \int_{t-3}^{t+2} e^{-(t+\tau)}x(\tau-2)\mathrm{d}\tau$

16) Un sistema discreto viene determinado por la relación entrada-salida

$$y[n] = e^{j\frac{2\pi}{10}(n+2)}x[n-2].$$

Analice las propiedades de memoria, causalidad, estabilidad, invarianza en el tiempo y linealidad del sistema.

17) Considere la señal $x[n] = \bigwedge\left(\frac{n}{4}\right) + \prod\left(\frac{n-2}{5}\right)$. Obtenga y represente la parte par e impar de esta señal. Calcule la energía y potencia de $x[n]$, indicando si se trata de una señal defindia en energía o en potencia.

18) Calcule la convolución de las señales

$$x_1[n] = (n-6)\prod\left(\frac{n-6}{13}\right) \qquad x_2[n] = \prod\left(\frac{-n-3}{5}\right)$$

Nota: la suma de una progresión aritmética $a_{n_i}, a_{n_i+1}, \ldots, a_{n_f}$, con $a_{n_i+1} = a_{n_i} + d, a_{n_i+2} = a_{n_i} + 2d, \ldots$ es

$$\sum_{k=n_i}^{n_f} a_k = \frac{(n_f - n_i + 1)(a_{n_i} + a_{n_f})}{2}.$$