UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE CARTAGENA

ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIERÍA DE TELECOMUNICACIÓN

Práctica 2 de Señales y Sistemas

Convolución y análisis de sistemas LTI

Grado en Ciencia e Ingeniería de Datos

Profesores:

Alejandro Díaz, Jorge Larrey y Antonio Lozano

Prólogo

El objetivo principal de esta práctica es que el alumno alcance una comprensión práctica de la operación suma de convolución y que la emplee para realizar el análisis de señales y sistemas en tiempo discreto (tanto FIR como IIR). **Se incluyen en negrita, a lo largo del guion de la práctica, los estudios teóricos que se han de realizar de manera previa a la práctica para una mejor compresión y aprovechamiento de la misma.**

Funciones útiles para la realización de la práctica

`conv, exp, filter, length, linspace, sum, zeros`

1. Convolución de señales discretas

La convolución de dos señales discretas viene dada por la expresión

$$y[n] = h[n] * x[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]h[n-k]$$

La convolución de dos señales se puede entender de dos maneras desde el punto de vista analítico:

1. En la primera a cada impulso de la señal de entrada, el sistema responde con la respuesta al impulso ponderada por el valor de la señal en ese momento, así:

$$y[n] = \cdots + x[-1]h[n+1] + x[0]h[n] + x[1]h[n-1] + x[2]h[n-2] + \cdots$$

2. Para la segunda en cada instante de tiempo discreto n la señal de salida $y[n]$ se calcula asumiendo que el eje de tiempos es k, se queda fija la señal de entrada, y se invierte y se desplaza a n la respuesta al impulso, multiplicándose finalmente ambas señales y sumando todos sus valores. De esta manera podemos obtener el resultado:

$$\ldots\ldots$$

$$y[-1] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]h[-1-k]$$

$$y[0] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]h[0-k]$$

$$y[1] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]h[1-k]$$

$$\ldots\ldots$$

Cuestiones

- **Calcule previamente de manera gráfica y a mano la convolución de las dos señales causales x[n] y h[n]** que definiremos en MATLAB de la siguiente manera
    - **`x = [1 2 -2];`**
    - **`h = [1 3 0 1 2 1 2];`**

- **Teniendo en cuenta que la longitud de la secuencia x[n] es *N* y la de h[n] es *M*, deduzca una expresión para la longitud de y[n].**

- Programe dos funciones MATLAB, denominadas **`conv1`** y **`conv2`**, que implementen la convolución de dos señales discretas mediante el método 1 y el método 2 explicados anteriormente. Las funciones tendrán el formato **`y=conv1(x,h)`**y **`y=conv2(x,h).`** Puede inicializar la longitud de la señal de salida deducida en el punto anterior al implementar las funciones. Proporcione el código desarrollado.

- Compruebe el correcto funcionamiento de las funciones empleando las señales x[n] y h[n] generadas en MATLAB previamente. Consulte la ayuda (con el comando **`help)`** de la función **`conv`** de MATLAB, que implementa la convolución discreta de dos secuencias. El resultado con **`conv`**, **`conv1`** y **`conv2`** ha de ser el mismo con cualquier par de señales de entrada.

2. Respuesta al impulso de un sistema lineal

La respuesta al impulso h[n] se emplea para caracterizar el comportamiento de un sistema lineal e invariante (LTI – Linear Time-Invariant). Podremos clasificar el comportamiento de los sistemas LTI atendiendo a la duración finita o infinita de la respuesta al impulso. Por lo tanto, hablaremos respectivamente de sistemas FIR (Finite Impulse Response) o bien de sistemas IIR (Infinite Impulse Response).

Cuestiones

Sistemas FIR

$$y[n] = 2x[n] + x[n-1] - 2x[n-2] + x[n-3]$$

- **Como estudio previo represente el diagrama de bloques (con delays, multiplicadores y sumadores) que caracteriza a este sistema.**
- **Como estudio previo calcule y represente gráficamente a mano la respuesta al impulso h[n] del sistema dado. ¿Es de duración finita?**
- **Como estudio previo calcule a mano la salida del sistema ante la entrada x[n]=δ[n]-δ[n-1],** (en MATLAB `x=[1 -1]`).

Calcule la salida con la función **`conv`** (o **`convol1`**, **`convol2`**) en Matlab y verifique que los resultados coinciden con el estudio **previo**

Sistemas IIR

Para un sistema IIR causal definido por la ecuación en diferencias

$$y[n] - \frac{4}{5}y[n-1] = x[n]$$

Teniendo en cuenta que se trata de un sistema IIR la respuesta al impulso es de duración infinita. Dado que h[n] es de duración infinita no se podrá emplear la función **`conv`** de MATLAB para obtener exactamente la salida de este sistema ante cualquier señal de entrada. Para estos casos, MATLAB ofrece la función **`filter`** con la que podemos calcular la salida del sistema a partir de la entrada y la ecuación en diferencias.

- **Como estudio previo calcule analíticamente la respuesta al impulso del sistema anterior**. Genere en MATLAB la respuesta al impulso mediante la función **`filter`** y tomando x[n] como **`x=[1 zeros(1,24)].`** Verifique que el resultado teórico y el práctico coinciden.

- **Como estudio previo calcule analíticamente la respuesta del sistema ante la siguiente señal de entrada:**

$$x[n] = \left(\frac{1}{3}\right)^n u[n]$$

  Genere en MATLAB la señal x[n] en el intervalo [0:49]. Genere en MATLAB la salida del sistema ante la entrada x[n] empleando de nuevo la función **`filter`**. Compruebe que el resultado práctico coincide con la solución teórica.

- Repita el proceso anterior, esta vez para la siguiente señal de entrada

$$x[n] = \left(\frac{4}{5}\right)^n u[n]$$

y verifique que la salida, tanto **teórica** como práctica, es

$$y[n] = (n+1)\left(\frac{4}{5}\right)^n u[n]$$