

PROBLEMAS. RELACIÓN 4: Probabilidad condicionada.

FUNDAMENTOS DE PROBABILIDAD Y ANÁLISIS EXPLORATORIO DE DATOS.

GRADO EN CIENCIA E INGENIERÍA DE DATOS.

1. Sabiendo que  $P(A \cup B) = 0,95$ ,  $P(A \cap B) = 0,35$  y  $P(A|B) = 0,5$ . Hallar  $P(A)$ ,  $P(B)$  y  $P(\overline{A} \cap \overline{B})$ .
2. Sea  $(\Omega, \mathcal{S}, P)$  un espacio de probabilidad sobre el espacio muestral  $\Omega$  y sean A, B, C y D sucesos en la  $\sigma$ -álgebra  $\mathcal{S}$  de forma que A, B y C son disjuntos (incompatibles) y verifican  $A \cup B \cup C = \Omega$ . Sabiendo que  $P(D|A) = 0,3$ ;  $P(D|B) = 0,2$ ;  $P(D) = 0,3$ ;  $P(A) = 0,6$  y  $P(B) = 0,3$ . Calcular:
  - a)  $P(C)$
  - b)  $P(D \cap A)$
  - c)  $P(D \cap B)$
  - d)  $P(D|C)$
  - e)  $P(D|(A \cup B))$
  - f)  $P(A|D)$
3. Una urna contiene tres bolas blancas y cinco bolas negras, sacamos dos bolas. ¿Cuál es la probabilidad de que ambas bolas sean blancas
  - a) si tras sacar la primera bola, ésta es devuelta a la urna?
  - b) si la segunda extracción se realiza sin devolver la primera bola a la urna?
4. Se extraen sucesivamente tres cartas (sin reemplazamiento) de una baraja española (40 cartas con 10 cartas de cada palo, oros, bastos, espadas y copas). ¿Cuál es la probabilidad de que las tres cartas extraídas sean figuras (sota, caballo o rey)?
5. Se lanza una moneda equilibrada dos veces y se consideran los sucesos:  
 $A = \{\text{sacar cara la primera tirada}\}$  y  $B = \{\text{sacar una cara y una cruz}\}$ 
  - a) ¿Son independientes los sucesos A y B?
  - b) Supongamos ahora que la moneda no es equilibrada y tiene el doble de probabilidad de obtener cara que cruz. ¿Son independientes los sucesos A y B?
6. Supongamos que lanzamos un dado perfecto dos veces y consideramos los sucesos:  
 $A = \{\text{sacar un tres en el primer lanzamiento}\}$   
 $B = \{\text{la suma de las puntuaciones obtenidas en los dos lanzamientos es siete}\}$   
 $C = \{\text{la suma de las puntuaciones obtenidas en los dos lanzamientos es ocho}\}$ 
  - a) ¿Son los sucesos A y B independientes?
  - b) ¿Son los sucesos A y C independientes?

7. a) ¿Cuál es la probabilidad de obtener al menos un seis al lanzar un dado cuatro veces?  
b) ¿Cuál es la probabilidad de obtener al menos un seis doble al lanzar dos dados veinticuatro veces?
8. Lanzamos al aire dos monedas equilibradas y consideramos los sucesos:  
 $A = \{\text{sacar cruz en la primera moneda lanzada}\}$   
 $B = \{\text{sacar cara en la segunda moneda lanzada}\}$   
 $C = \{\text{obtener el mismo resultado en las dos monedas lanzadas}\}$   
¿Son los sucesos A, B y C independientes? ¿Son independientes dos a dos? Razonar la respuesta.
9. Tenemos tres urnas con la siguiente composición. La urna  $U_1$  contiene cinco bolas blancas y cinco bolas negras, la urna  $U_2$  contiene cuatro bolas blancas y cuatro bolas negras y la urna  $U_3$  contiene tres bolas blancas y nueve negras. Se elige una urna al azar y se saca una bola. ¿Cuál es la probabilidad de que la bola extraída sea blanca?
10. La probabilidad de que un jugador de tenis gane un punto con su servicio es " $p$ ", con independencia de lo que haya sucedido en los demás puntos. En un momento dado, el resultado es DEUCE (40-40). Calcular la probabilidad de que el jugador que sirve gane ese juego.
11. Tenemos tres urnas con la misma composición que en el ejercicio 9.  
a) Se escoge una urna al azar y se extrae una bola que resulta ser blanca. Calcular la probabilidad de que la bola fuese de la urna  $U_2$ .  
b) Se escoge una urna al azar y se extrae una bola que resulta ser negra. Calcular la probabilidad de que la bola fuese de la urna  $U_1$ .
12. Supongamos que estamos observando el cielo en busca de aviones y que la probabilidad de que haya un avión volando es del 5%. Supongamos también que disponemos de un radar que puede mostrar una señal en la pantalla o no y que la probabilidad de que la muestre es del 99% cuando hay un avión (se le escapa uno de cada cien) y del 10% cuando no lo hay (produce una falsa alarma en estos casos). Si el radar detecta algo, ¿cuál es la probabilidad de que efectivamente haya un aeroplano sobrevolando la zona?
13. Una urna  $U_1$  contiene cinco bolas negras y dos bolas rojas. Otra urna  $U_2$  contiene tres bolas negras y dos bolas rojas. Se traslada una bola de la urna  $U_1$  a la urna  $U_2$  y a continuación se extrae una bola de la urna  $U_2$ .  
a) Calcular la probabilidad de que la bola extraída de la urna  $U_2$  sea una bola roja.  
b) Si, efectivamente, la bola extraída de la urna  $U_2$  es una bola roja, calcular la probabilidad de que la bola trasladada fuese una bola negra.