



## 1. Ejercicios Propuestos

1. Calcular las primitivas de las siguientes fracciones racionales:

$$(a) \int \frac{x^4 + 2x^2 + x + 1}{(x^2 + 1)^3} dx \quad (b) \int \frac{x^7 + x^3}{x^4 - 1} dx \quad (c) \int \frac{3x^2 + 2x + 4}{x^3 + x^2 + x + 1} dx.$$

2. Calcular las primitivas de las siguientes funciones (expresiones que contienen  $\frac{ax+b}{cx+d}$ ):

$$(a) \int \left( \frac{1-x}{1+x} \right)^{\frac{1}{3}} (1+x)^{-2} dx \quad (b) \int \frac{\sqrt{4+3x}}{4-3x} dx$$

3. Idem con las siguientes funciones (diferencias binomias):

$$(a) \int x(a+bx)^{-3/2} dx \quad \int x(1+x^3)^{-2/3} dx \quad (c) \int x^5(1+x^3)^{1/3} dx$$

4. Idem con las siguientes funciones (expresiones que contienen  $\cos(x)$  y  $\sin(x)$ ):

$$(a) \int \frac{1}{\cos(x)} dx \quad (b) \int \frac{2 - \cos(x)}{2 + \cos(x)} dx \quad (c) \int \frac{1}{\sin(x) + \cos(x)} dx \quad (d) \int \cos(x)^4 \sin(x)^3 dx$$

5. Idem con las siguientes funciones (funciones de la forma  $f(g(x))g'(x)$ ; primitivas de funciones de la forma  $f(e^x)$ ):

$$(a) \int x^5 \arctan \frac{x^6 + 4}{5} dx \quad \int \frac{dx}{a^2 e^x + b^2 e^{-x}} \quad (c) \int \frac{\sin(\sqrt{x^3})}{\sqrt{x^3}} x^2 dx \quad (d) \int \frac{x e^{\arcsin(x)}}{\sqrt{1-x^2}} dx$$

6. Idem con las siguientes funciones (primitivas de expresiones que contienen  $\sqrt{ax^2 + 2bx + c}$ ):

$$(a) \int (-4x^2 + 8x - 3)^{-1/2} dx \quad (b) \int (4x^2 - 4x + 1)(4x^2 - 4x + 2)^{-1/2} dx \quad (c) \int (3x^2 + 8x + 5)^{-3/2} dx$$

7. Calcular las siguientes integrales definidas:

$$(a) \int_0^1 x e^x dx \quad (b) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin(x) dx \quad (c) \int_1^2 \log(x) dx \quad (d) \int_a^b x^p dx, \text{ donde } p \neq -1$$

8. Calcular los siguientes límites:

$$(a) \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{j=1}^n \frac{1}{2n+j} \quad (b) \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{j=1}^n \frac{j(n-j)}{n^3}$$

9. Demostrar que las siguientes integrales impropias son convergentes y calcular su valor:

$$(a) \int_1^{+\infty} e^{-x} \cos(x) dx, \quad (b) \int_0^{+\infty} \frac{x}{x^4 + 1} dx, \quad (c) \int_0^{+\infty} \frac{dx}{(x^2 + 1)(x + 1)} \\ (d) \int_0^2 \frac{dx}{\sqrt{|1-x^2|}} \quad (e) \int_{0^+}^1 \log(x) dx \quad (f) \int_{-1}^{0^-} \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^3} dx$$

10. Determinar el carácter de las siguientes integrales impropias:

$$(a) \int_0^{+\infty} \frac{e^{-x} \sin(x)}{\sqrt{x+1}} dx \quad (b) \int_1^{+\infty} \frac{1 - \sin(x)}{x^2} dx \quad (c) \int_1^{2^-} \frac{dx}{\sqrt{2+x-x^2}} \quad (d) \int_{1^+}^{3^-} \frac{dx}{\sqrt{(x-1)(9-x^2)}}$$