Práctica 2 de Señales y Sistemas

Convolución y análisis de sistemas LTI

Francisco Javier Mercader Martínez

Rubén Gil Martínez

1. Convolución de señales discretas

La convolución de dos señales discretas viene dada por la expresión

$$y[n] = h[n] \cdot x[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]h[n-k]$$

La convolución de dos señales se puede entender de dos maneras desde el punto de vista analítico:

1) En la primera a cada impulso de la señal de entrada, el sistema responde con la respuesta al impulso ponderada por el valor de la señal en ese momento, así:

$$y[n] = \cdots + x[-1]h[n+1] + x[0]h[n] + x[1]h[n-1] + x[2]h[n-2] + \cdots$$

2) Para la segunda en cada instante de tiempo discreto n la señal de salida $y[n]$ se calcula asumiendo que el eje de tiempos es k, se queda fija la señal de entrada, y se invierte y se desplaza a n la respuesta al impulso, multiplicándose finalmente ambas señales y sumando todos sus valores. De esta manera podemos obtener el resultado:

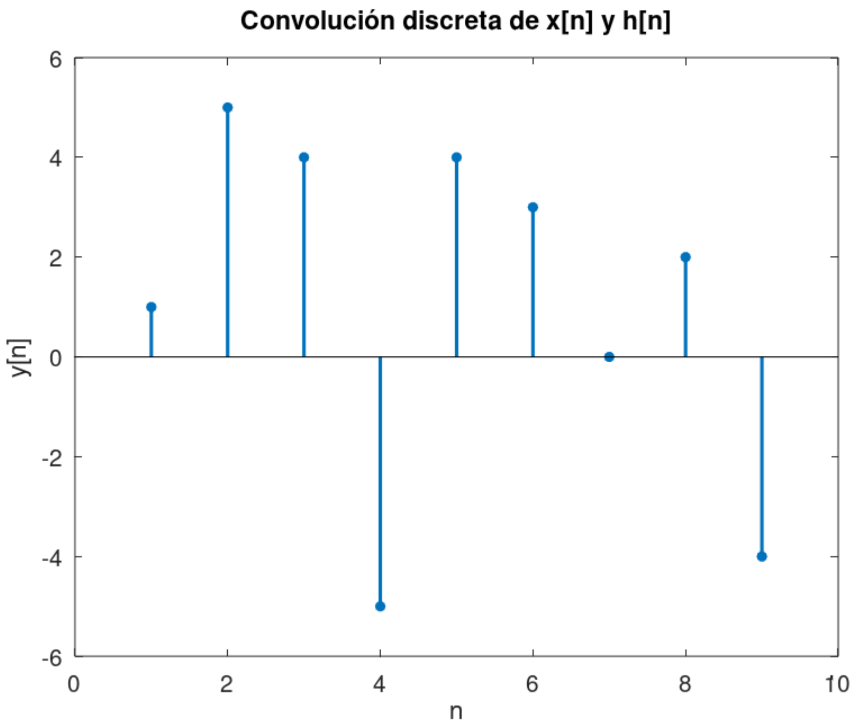
$$\begin{aligned}
&\ldots \\
&y[-1] = \textstyle\sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]h[-1-k] \\
&y[0] = \textstyle\sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]h[0-k] \\
&y[1] = \textstyle\sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]h[1-k] \\
&\ldots
\end{aligned}$$

Cuestiones

- **Calcule previamente de manera gráfica y a mano la convolución de las dos señales casuales x**[**n**] **y h**[**n**] que definiremos en MATLAB de la siguiente manera.
  - **`x = [1 2 -2];`**
  - **`h = [1 3 0 1 2 1 2];`**

```
x = [1 2 -2];
h = [1 3 0 1 2 1 2];


y = conv(x, h);
```



- **Teniendo en cuneta que la longitud de la secuencia x[n] es N y la de h[n] es M, deduzca una expresión para la longitud de y[n].**

```
longitud_y = length(x) + length(h) - 1;  % = 9
```

- Programa dos funciones MATLAB, denominadas **conv1** y **conv2**, que implementen la convolución de dos señales dsicretas mediante el método 1 y el método 2, explicados anteriormente. Las funciones tendrán el formato **y=conv1(x,h)** y **y=conv2(x,h)**. Puede inicializar la longitud de la señal de salida deducida en el punto anterior al implementear las funciones. Proporcione el código desarrollado.

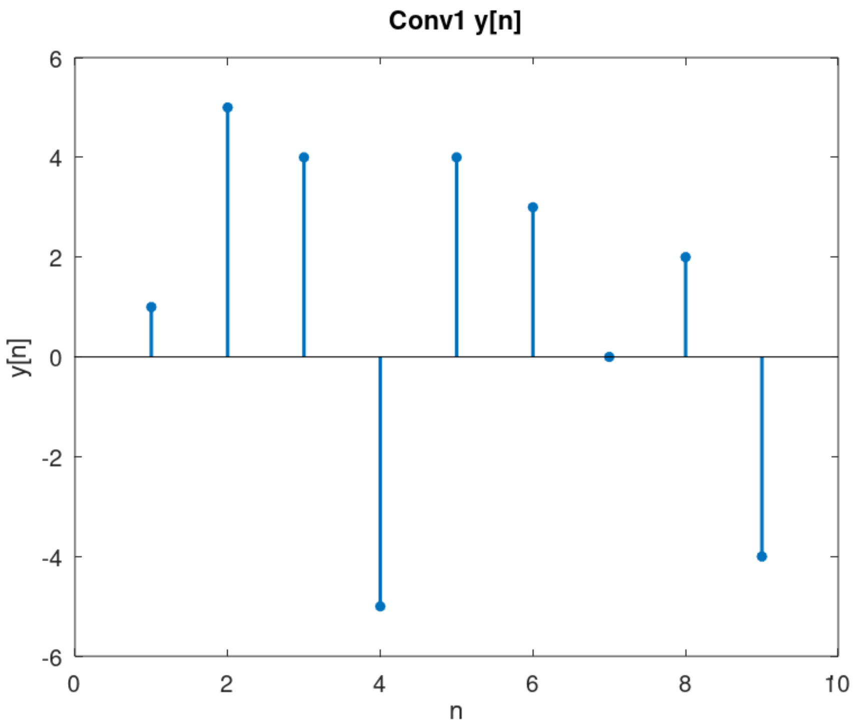
```
function y = conv1(x, h)
  % N es la longitud de la secuencia x
  N = length(x);
  % M es la longitud de la secuencia h
  M = length(h);
  % Inicializa la secuencia de salida y con ceros
  y = zeros(1, N+M-1);
  % Itera sobre cada elemento de la secuencia de salida
  for n = 1:N+M-1
    % Itera sobre los elementos de x y h que se superponen para el elemento
       actual de y
    for k = max(1, n+1-M):min(n, N)
      % Suma el producto de los elementos correspondientes de x y h a la
         secuencia de salida
      y(n) = y(n) + x(k) * h(n-k+1);
    end
  end
```

```
end

function y = conv2d(x, h)
  % Obtén las dimensiones de las matrices de entrada
  [xRows, xCols] = size(x);
  [hRows, hCols] = size(h);
  % Inicializa la matriz de salida
  y = zeros(xRows + hRows - 1, xCols + hCols - 1);
  % Realiza la convolución
  for i = 1:xRows
    for j = 1:xCols
      for m = 1:hRows
        for n = 1:hCols
          y(i+m-1, j+n-1) = y(i+m-1, j+n-1) + x(i, j) * h(m, n);
        end
      end
    end
  end
end
```

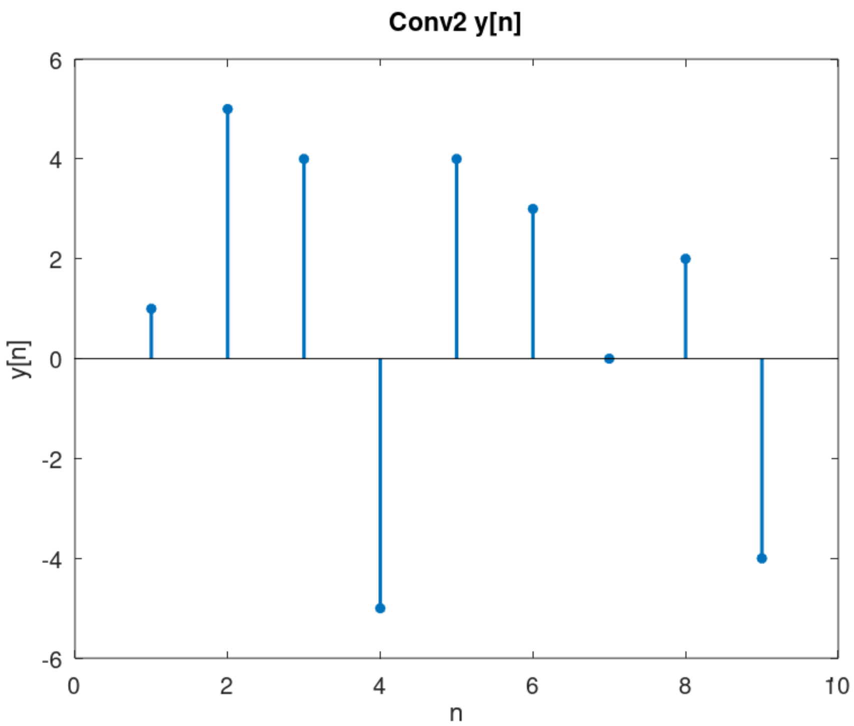
```
y1 = conv1(x,h);

figure(2)
stem(y1, "filled", "LineWidth", 1.5, "MarkerSize", 4);
xlabel('n');
ylabel("y[n]")
title('Conv1 y[n]')
```




```
y2 = conv2d(x, h);

figure(3)
stem(y2, "filled", "LineWidth", 1.5, "MarkerSize", 4);
xlabel('n');
ylabel("y[n]")
title('Conv2 y[n]')
```



- Compruebe el correcto funcionamiento de las funciones empleando las señales $x[n]$ y $h[n]$ generadas en MATLAB previamente. Consulta la ayuda (con el comnado **`help`**) de la función **`conv`** de MATLAB, que implementa la convolución discreta de dos secuencias. El resultado con **conv**, **conv1** y **conv2** ha de ser el mismo con cualquier par de señales de entrada.

```
% Las siguiente funciones recorren todos los elementos de las señales y
% comprueban si sus valores coinciden con valores bnarios (1 sí, 0 no).
disp(all(y == y1)); % 1
disp(all(y == y2)); % 1
disp(all(y1 == y2)); % 1
```

2. Respuesta al impulso de un sistema lineal

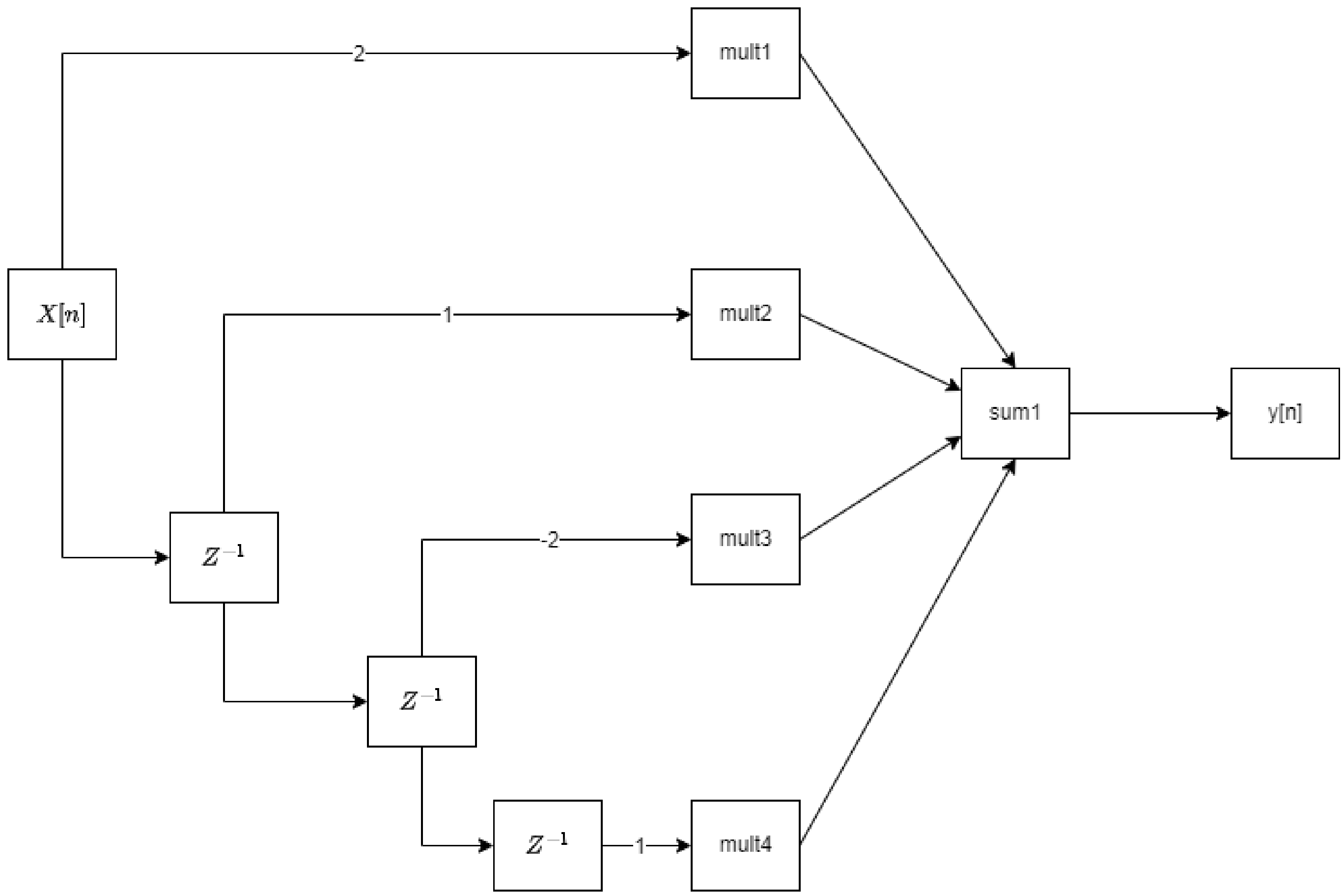
La respuesta al impulso $h[n]$ se emplea para caracterizar el comportamiento de un sistema lineal e invariante (LTI – Linear Time-Invariant). Podremos clasificar el comportamiento de los sistemas LTI atendiendo a la duración finita o infinita de la respuesta al impulso. Por lo tanto, hablaremos respectivamente de sistemas FIR (Finite Impulse Response) o bien de sistemas IIR (Infinite Impulse Response).

Cuestiones

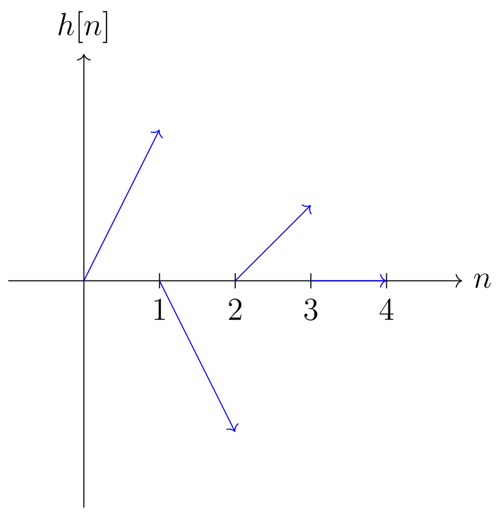
Sistemas FIR

$$y[n] = 2x[n] + x[n-1] - 2x[n-2] + x[n-3]$$

- **Como estudio previo represente el diagrama de bloques (con delays, multiplicadores y sumadores) que caracteriza a este sistema.**



- **Como estudio previo calcule y represente gráficamente a mano la respuesta al impulso $h[n]$ del sistema dado. ¿Es de duración finita?**



- **Como estudio calcule a mano la salida del sistema ante la entrada $\mathbf{x[n] = \delta[n] - \delta[n-1]}$,** (en MATLAB `x=[1 -1]`).

Calcule la salida con la función conv (o convol1, convol2) en Matlab y verifique que los resultados coinciden con el estudio previo