

Prueba PDF

Francisco Javier Mercader Martínez

Ejercicio Práctica 1: primera toma de contacto con la optimización no lineal

Sea $a \geq 1$ el dígito más bajo de tu DNI y b el más alto. Define la función

$$f(x) = (x^2 - a)^b$$

```
# Completar aquí
dni = "26649110"

# Convertir la cadena en una lista de enteros
dni_list = [int(digit) for digit in dni]

a = min(digit for digit in dni_list if digit >= 1)
b = max(dni_list)

print(f"a={a}\nb={b}")

def f(x):
    return (x**2-a)**b
# -----
```

```
a=1
b=9
```

Dibuja dicha función en el rango que consideres oportuno. Usaremos dicho gráfico para guiarnos en el cálculo de sus mínimos. Los resultados que mostraremos a partir de ahora se corresponden con $a = 2$ y $b = 4$.

```

# Completar aquí
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np

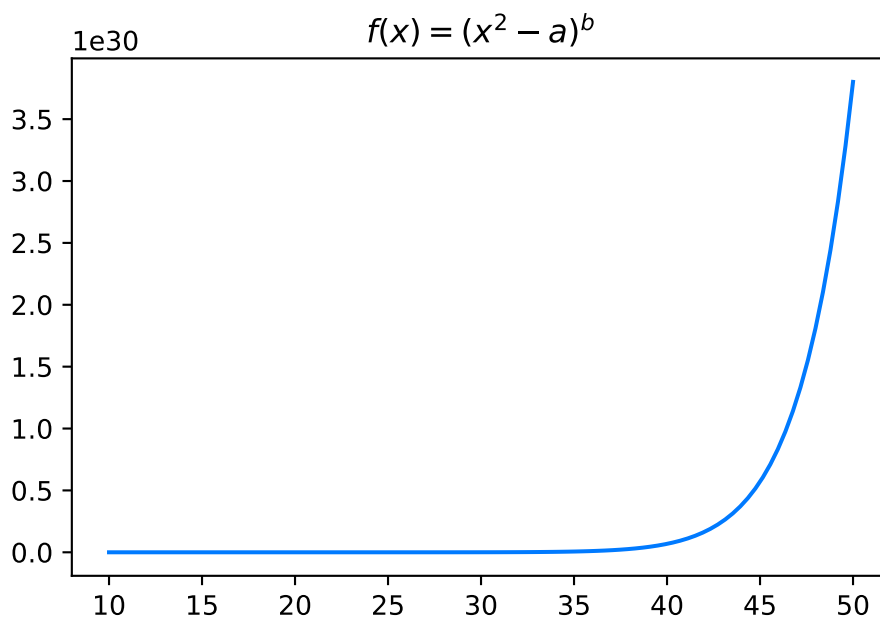
x = np.linspace(10, 50, 100)

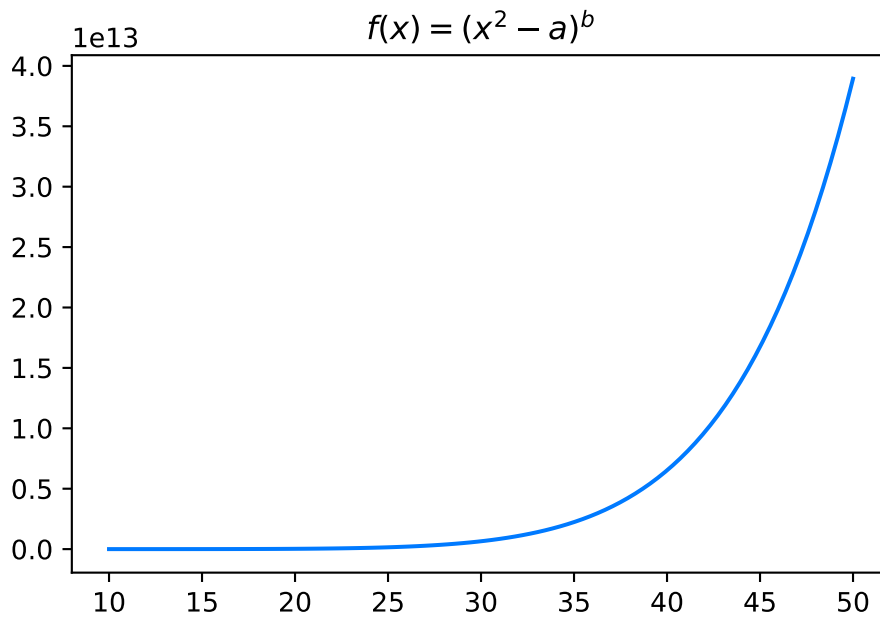
# Primera figura
plt.plot(x, f(x), color='#007AFF')
plt.title(r"$f(x)=(x^2-a)^b$")
plt.show()

a = 2
b = 4

plt.plot(x, f(x), color='#007AFF')
plt.title(r"$f(x)=(x^2-a)^b$")
plt.show()
# -----

```





Utiliza la función **minimize** del submódulo **optimize** del módulo **scipy** con distintas inicializaciones para calcular los mínimos de la función definida anteriormente.

```
# Completar aquí
from scipy.optimize import minimize

for i in range(-3, 4, 3):
    x0 = i
    res = minimize(f, x0, method='BFGS',
                  options={'gtol': 1e-6, 'disp': True})
    print(f"Solución x = {res.x}")
# -----
```

```
Optimization terminated successfully.
    Current function value: 0.000000
    Iterations: 24
    Function evaluations: 52
    Gradient evaluations: 26
Solución x = [-1.4156768]
Optimization terminated successfully.
    Current function value: 16.000000
    Iterations: 0
    Function evaluations: 2
    Gradient evaluations: 1
```

```
Solución x = [0.]
Optimization terminated successfully.
    Current function value: 0.000000
    Iterations: 24
    Function evaluations: 52
    Gradient evaluations: 26
Solución x = [1.41567678]
```

Consideremos ahora la función

$$f_1(x) = -|x - a|$$

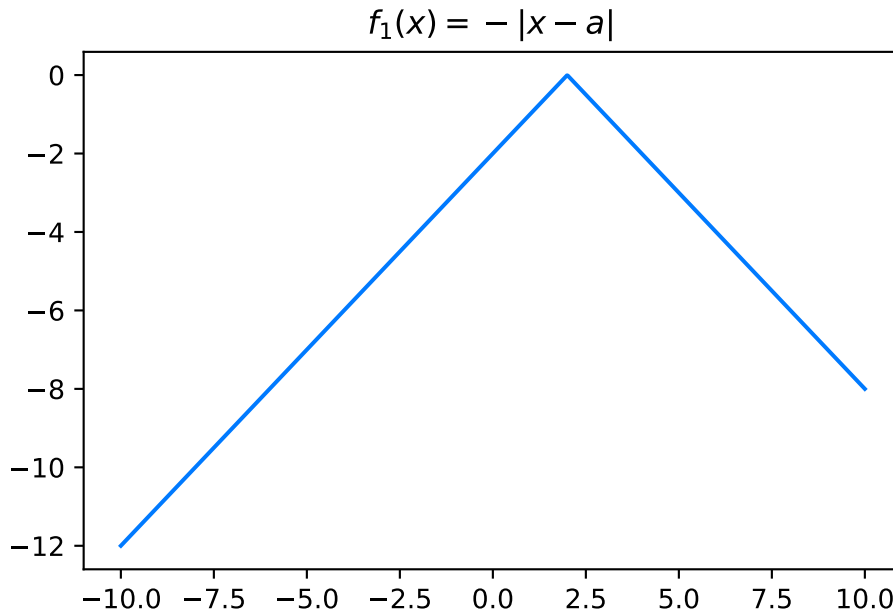
Dibújala en un intervalo adecuado que te ayude a averiguar si se trata de una función coerciva.
¿Crees que se trata de una función coerciva? ¿Por qué?

```
# Completar aquí
def f_1(x):
    return -abs(x-a)

x = np.linspace(-10, 10, 1000)

plt.plot(x, f_1(x), color='#007AFF')
plt.title(r"$f_1(x)=-|x-a|$")
plt.show()

# -----
```

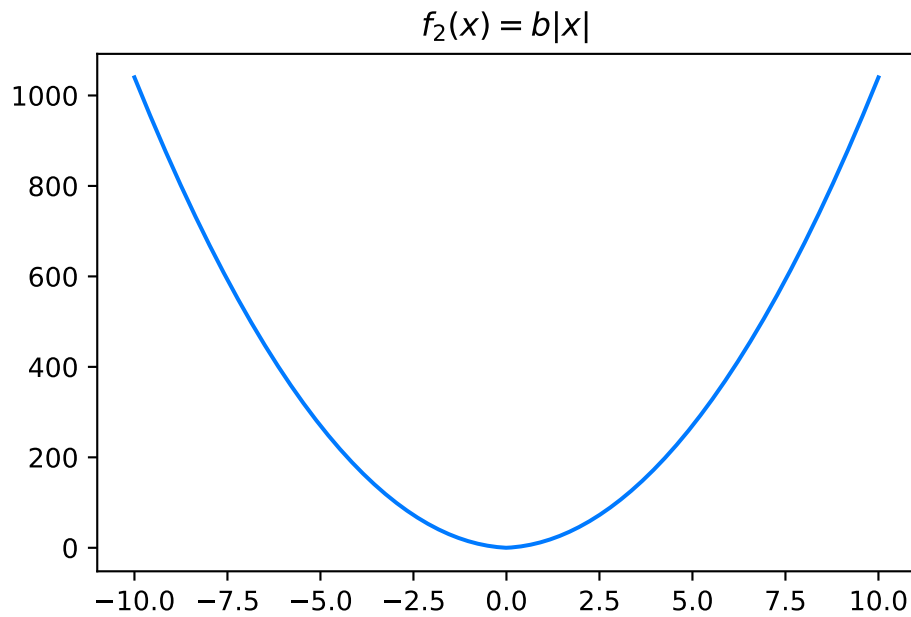


No creo que se trate de una función coerciva ya que $|x| \rightarrow -\infty$ debido al signo negativo delante del valor absoluto.

Añade un término de regularización de la forma $b|x|$ y dibuja la nueva función regularizada.

```
# Completar aquí
def f_1_reg(x):
    alpha = 10
    return b*abs(x) + alpha * x ** 2

x = np.linspace(-10, 10, 1000)
plt.plot(x, f_1_reg(x), color='#007AFF')
plt.title(r"$f_2(x)=b|x|$")
plt.show()
# -----
```



Resuelve el problema de minimización siguiente usando el método **golden** de **minimize_scalar**:

$$\left\{ \text{Minimizar en } x \in \mathbb{R} : \quad f_{\text{reg}}(x) = f_1(x) + b|x| \right.$$

```
# Completar aquí
from scipy.optimize import minimize_scalar

def f_reg(x):
    return f_1(x) + b * abs(x)

res_2 = minimize_scalar(f_reg, method='golden')
print(f"Solución x = {res_2.x}")
# -----
```

Solución x = 2.7755575444292694e-17