1) Consideremos el problema

a) Comprueba que $(x_1, x_2) = (2, 1)$ es la solución de dicho problema

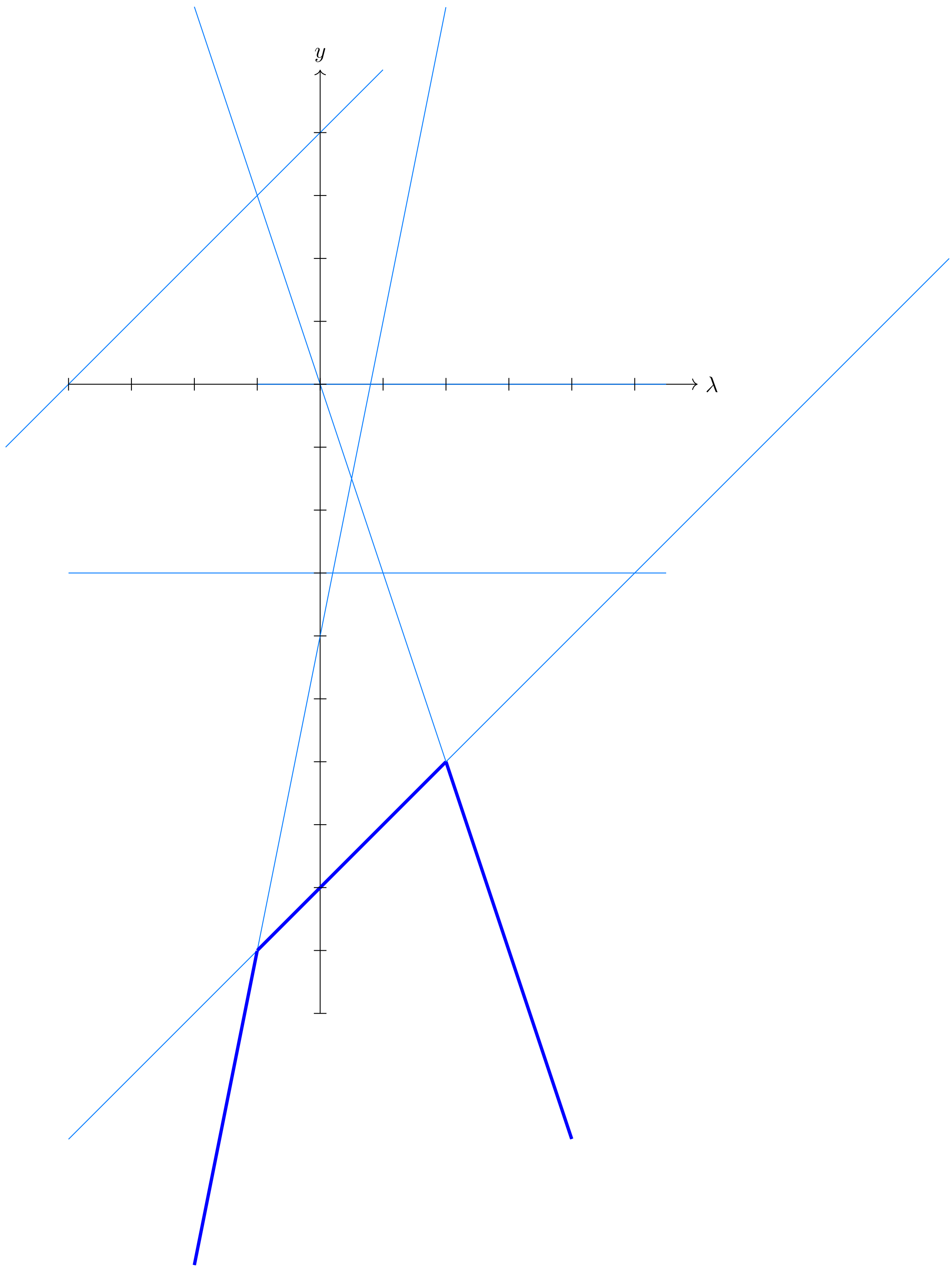
$f(1, 2) = -2 + 2 = 0$
$f(2, 1) = -4 + 1 = -3$

b) Comprueba que la función dual $\Omega(\lambda)$ viene dada por

$$\begin{cases} -4 + 5\lambda, & \lambda \leq -1 \\ -8 + \lambda, & -1 \leq \lambda \leq 2 \\ -3\lambda, & \lambda \geq 2 \end{cases}$$

$$\Omega(\lambda) = \inf_{(x_1,x_2)\in X} L(x_1, x_2, \lambda) = \inf_{(x_1,x_2)} \overset{-2x_1+x_2}{f(x_1, x_2)} + \lambda \overset{x_1+x_2-3}{h(x_1, x_2)}$$

$(x_1, x_2) = (0, 0) \longrightarrow L(0, 0, \lambda) = -3\lambda$
$(x_1, x_2) = (0, 4) \longrightarrow L(0, 4, \lambda) = 4 + \lambda$
$(x_1, x_2) = (4, 4) \longrightarrow L(4, 4, \lambda) = -4 + 5\lambda$
$(x_1, x_2) = (4, 0) \longrightarrow L(4, 0, \lambda) = -8 + \lambda$
$(x_1, x_2) = (1, 2) \longrightarrow L(1, 2, \lambda) = 0$
$(x_1, x_2) = (2, 1) \longrightarrow L(2, 1, \lambda) = -3$



2) Consideremos el problema

$$(Primal)\begin{cases}\text{Minimizar en } (x_1,x_2) & f(x_1,x_2)=x_1+x_2+\dfrac{1}{2}(x_1^2+x_2^2)\\ \text{Sujeto a} & x_1+x_2\geq 1\end{cases}$$

Se pide:

a) Escribe y resuelve las condiciones necesarias de optimizalidad de Karush-Kuhn-Tucker del problema anterior.
Escribimos el problema en forma estándar

$$g(x_1,x_2)=1-x_1-x_2\leq 0$$

$$\begin{cases} \text{Minimizar en } (x_1,x_2) & f(x_1,x_2) = x_1 + x_2 + \dfrac{1}{2}(x_1^2 + x_2^2) \\ \text{Sujeto a} & 1 - x_1 - x_2 \leq 0 \end{cases}$$

$\nabla f = (1 + x_1, 1 + x_2)$

$\nabla g = (-1,-1) \longleftarrow \mu$ La condición rango maximal de ∇g se cumple

$$\text{(KKT)} \begin{cases} \left.\begin{array}{l} 1 + x_1 - \mu = 0 \\ 1 + x_2 - \mu = 0 \end{array}\right\} \longrightarrow x_1 = x_2 = \mu - 1 \longrightarrow \mu - 1 + \mu - 1 \longrightarrow 2\mu = 3 \longrightarrow \mu = \dfrac{3}{2} \\ \mu(1 - x_1 - x_2) = 0 \\ \mu \geq 0 \\ x_1 + x_2 \geq 1 \end{cases}$$

<u>Casos:</u>

1^{o}) $\mu = 0 \longrightarrow x_1 = x_2 = -1 \quad \boxed{\overset{\text{No}}{-1 - 1 \geq 1}}$

2^{o}) $\mu \neq 0 \longrightarrow x_1 + x_2 = 1$

$x_1 = x_2 = \dfrac{3}{2} - 1 = \dfrac{1}{2}$

$L(x_1, x_2, \mu) = x_1 + x_2 + \dfrac{1}{2}(x_1^2 + x_2^2) + \mu \cdot (1 - x_1 - x - 2)$