

Tarea 3. Las matemáticas de Jorge Juan y la elipse

Instrucciones:

1. Realice la tarea descrita más abajo utilizando como lenguaje “Python”.
2. Para ello, cree un archivo de la forma APELLIDO1 APELLIDO2 Nombre T3.ipynb o bien APELLIDO Nombre T3.ipynb según su caso. Es muy importante que el archivo sea de extensión .ipynb. No deje espacios, ni utilice tildes en el nombre del archivo.
3. Incluya todos los comandos necesarios para obtener las soluciones, incluidos los módulos que ha utilizado.
4. Añada las celdas de texto que considere necesarias para justificar los razonamientos y las operaciones empleadas.
5. Puede utilizar también comentarios en las celdas de comando.
6. Todas las celdas de comando deben estar evaluadas.
7. Una vez finalizada la tarea, exporte el archivo a formato .html. o a .pdf.
8. Suba los dos archivos .ipynb y .html (o pdf) a la tarea correspondiente del Aula Virtual. Siga las instrucciones y compruebe que los archivos se han subido correctamente.
9. Sólo se admitirán los trabajos entregados a través del Aula Virtual.
10. El profesor podrá solicitar una entrevista con el estudiante para que el alumno justifique los razonamientos y argumentos empleados en la resolución de los ejercicios. La no asistencia a dicha entrevista o la imposibilidad de justificar alguna parte del trabajo realizado supondrá una calificación igual a 0. Dicha entrevista puede ser grabada.

-
1. **(2 puntos)** La ecuación de una elipse en coordenadas cartesianas con centro en el origen viene dada por la fórmula

$$x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1,$$

donde $a > 0$ y $b > 0$ son los semiejes de la elipse. La fórmula del área encerrada por la elipse es $ab\pi$. Utiliza la función `integrate` del paquete `sympy` para obtener esta fórmula.

2. **(2 puntos)** Teniendo en cuenta que la fórmula de la longitud de una curva $\gamma : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}^2$ es $\int_a^b |\gamma'(t)| dt$, intenta calcular el perímetro de la elipse anterior con la función `integrate`. ¿Obtienes alguna fórmula sencilla? ¿Y si a y b satisfacen alguna relación entre ellos?
3. **(2 punto)** Utiliza la regla de Simpson y la regla del trapecio para dar una aproximación del perímetro de la elipse con semiejes $a = 2$ y $b = 1$.

4. **(4 puntos)** Resulta fascinante que no exista una fórmula sencilla para el cálculo del perímetro de la elipse. El objetivo de este apartado es ver cómo Jorge Juan y Santacilia, un ingeniero naval con una gran pasión por las matemáticas, abordó el problema de aproximar la longitud de un segmento de elipse. Jorge Juan nació en 1713 y, en 1734, con 21 años, recibió la solicitud de Felipe V para viajar a Quito con una expedición de la *Academia Royale de Sciences* de París. El objetivo de esta expedición era medir un arco de Meridiano de un grado próximo al Ecuador, para así determinar el achatamiento de la Tierra en los polos. Los únicos miembros españoles de esta expedición fueron los jóvenes guardias marinas Jorge Juan y Antonio de Ulloa (con tan solo diecinueve años).

Esta expedición llevó a Jorge Juan al interés por determinar la longitud de un segmento de elipse, ya que la forma de la Tierra se asemeja a un elipsoide. Para ello, aplicó de forma muy eficiente el Cálculo Infinitesimal y, en particular, los desarrollos en series de potencias. En <http://www.cervantesvirtual.com/nd/ark:/59851/bmcw95p8> (también disponible en el Aula Virtual) puede encontrarse el documento que escribió acerca de esta aventura y muchas otras. Se sugiere leer el *Capítulo V. Conclusión de la figura de la Tierra* de este libro y se pide comprobar con Python todos los desarrollos en series de potencias de la página 338, especificando si hay alguna errata o error en estos desarrollos.