Departamento de Matemática Aplicada y Estadística. UPCT Grado en Ciencia e Ingeniería de Datos

HOJA DE PROBLEMAS 1.2

Bibliografía:

- Calculus, M. Spivak. Editorial Reverté.
- Calculus for biology and Medicine. C. Neuhauser.
- University Calculus. Haar, Weir & Thomas. Pearson.

Ejercicios Propuestos

1. Hallar la suma de las series:

a)
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n(n+1)};$$
 e) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3}{10^n};$ i) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2^{n+3}};$ b) $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{n^2 - n};$ f) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{5^n};$ g) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2^{n+3}};$ f) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^{n+3}}{3^3};$ f) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^{n+3}}{3^n};$ f) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2^{n-1}};$ f) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^{n+3}}{3^3};$ f) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^{n+3}}{3^n};$ f 0 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^{n+3}}{3^n};$ f 1 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^{n+3}}{3^n};$ f 2 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^{n+3}}{3^n};$ f 3 $\sum_{n=$

- 2. Dado que una pelota que se deja caer hacia el suelo rebota hasta una altura proporcional a la altura desde la cual se la dejó caer, hallar la distancia total recorrida por una pelota que se deja caer desde una altura de 6 metros y cuyo rebote inicial alcanza una altura de 3 metros.
- 3. Sea $(a_n)_n$ una sucesión de números reales. Establecer una condición necesaria y suficiente para que la serie $\sum_{n=1}^{\infty} (a_{n+2} - a_n)$ sea convergente.
- 4. Demostrar la convergencia y hallar la suma de la series:

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n}. \quad (b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-2)^n}{3^n}. \quad (c) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n}{3^n}. \quad (d) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)(n+2)}. \quad (e) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n+2}{3^n}.$$

5. Determinar en cada caso para qué valores del parámetro $\lambda \in \mathbb{R}$, las series

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^{\lambda} \tan \left(\frac{1}{n}\right) \quad \mathbf{y} \quad \sum_{n=0}^{\infty} \lambda^{n}$$

verifican la condición necesaria de convergencia.

6. Estudiar la convergencia de las series:

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^3 + 2n + 2}}. \quad (b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)! - n!}{4^n}. \quad (c) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 + n^2}{n^2 - 1}.$$

$$(d) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(\log(n))^n}. \quad (e) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^3 + 5n}{3^n + 4}. \quad (f) \sum_{n=1}^{\infty} (n+1)^n e^{-n^2}.$$

$$(g) \sum_{n=1}^{\infty} n^{-(3-\cos(\frac{1}{n}))}$$

7. Estudia la convergencia y la convergencia absoluta de las series:

$$(a) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\log(n)}. \quad (b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n^2}{n^3 + 1}. \quad (c) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(n)}{n^2 + 1}. \quad (d) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2}. \quad (e) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt{n}}.$$