Machine Learning II
Ejercicio de ampliación

Francisco Javier Mercader Martínez

- He instalado una alarma antirrobo en mi casa, pudiendo ésta activarse (A) tanto si hay un robo (B) como si se produce un terremoto (E).
- Las especificaciones de la alarma son las siguientes:

B	E	$P(A\|B, E)$
0	0	0.001
0	1	0.29
1	0	0.94
1	1	0.95

- La tasa diaria de robos en mi vecindario es del 0.1%, mientras que la tasa diaria de terremotos en esta zona es del 0.2%.
- Si suena la alarma, alguno de mis dos vecinos podría avisarme por teléfono
- Mi vecino Juan me llamará (J) con una probabilidad del 90% si realmente se produce una alarma en mi domicilio, aunque también podría confundirla con el timbre de la puerta con una probabilidad de 5%.
- Mi vecina María me llamará (M) si oye la alarma, lo cual tiene una probabilidad del 70% puesto que siempre escucha la múscia muy alta, pudiendo además equivocarse con una probabilidad del 1%.

¿Qué probabilidad hay de que se esté produciendo un robo en mi casa si recibo una llamada de María?

1) Datos de problema
   - $P(B) = 0.001$, $P(\neg B) = (1 - P(B)) = 0.999$.
   - $P(E) = 0.002$, $P(\neg E) = (1 - P(E)) = 0.998$.
   - Para María:
     - $P(M|A) = 0.70$ (llama si oye la alarma, 70%).
     - $P(M|\neg A) = 0.01$ (se confunde, 1%).
2) Probabilidad de que suene la alarma $P(A)$

$$P(A) = \underbrace{P(A|\neg B, \neg E)P(\neg B)P(\neg E)}_{t_1} + \underbrace{P(A|\neg B, E)P(\neg B)P(E)}_{t_2} + \underbrace{P(A|B, \neg E)P(B)P(\neg E)}_{t_3} + \underbrace{P(A|B, E)P(B)P(E)}_{t_4}.$$

   Cálculo numérico:
   - $t_1 = 0.001 \cdot 0.999 \cdot 0.998 = 0.000997002$
   - $t_2 = 0.29 \cdot 0.999 \cdot 0.002 = 0.00057942$

- $t_3 = 0.94 \cdot 0.001 \cdot 0.998 = 0.00093812$
- $t_4 = 0.95 \cdot 0.001 \cdot 0.002 = 0.0000019$

$$P(A) = t_1 + t_2 + t_3 + t_4 = 0.002516442$$

3) Probabilidad de recibir llamada de María $P(M)$

$$P(M) = P(M|A)P(A) + P(M|\neg A)P(\neg A) = 0.7 \cdot P(A) + 0.01 \cdot (1 - P(A)) = 0.01173634498$$

4) Probabilidad conjunto $P(B, M)$

Descomponemos por A:

$$P(B, M) = P(M|A)P(A, B) + P(M|\neg A)P(\neg A, B).$$

Primero $P(A, B)$:

$$P(A, B) = P(A|B, \neg E)P(B)P(\neg E) + P(A|B, E)P(B)P(E) = 0.00093812 + 0.0000019 = 0.00094002$$

Luego $P(\neg A, B) = P(B) - P(A, B) = 0.001 - 0.00094002 = 0.00005998$.

Así,

$$\begin{aligned} P(B, M) &= 0.7 \cdot 0.00094002 + 0.01 \cdot 0.00005998 \\ &= 0.000658014 + 0.0000005998 \\ &= 0.0006586138 \end{aligned}$$

5) Posterior buscado $P(B|M)$

$$P(B|M) = \frac{P(B, M)}{P(M)} = \frac{0.0006586138}{0.01173634498} \approx 0.5612.$$