RELACIÓN DE PROBLEMAS: ANÁLISIS DE COMPONENTES PRINCIPALES
ANÁLISIS ESTADÍSTICO MULTIVARIANTE
GRADO EN CIENCIA E INGENIERÍA DE DATOS

1. Calcular las componentes principales para una variable bidimensional con matriz de covarianzas
$$V = \begin{pmatrix} 1 & 0.8 \\ 0.8 & 1 \end{pmatrix}.$$
¿Qué información contiene cada componente? Calcular la matriz de saturaciones e interpretar sus valores.

2. Calcular las componentes principales para una variable bidimensional con matriz de correlaciones
$$\Pi = \begin{pmatrix} 1 & r \\ r & 1 \end{pmatrix}.$$
¿Qué condiciones debe verificar r? Calcular la información que contiene cada componente.

3. Calcular las componentes principales para una variable bidimensional con matriz de covarianzas
$$\begin{pmatrix} 10 & -3 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}.$$
Calcular la matriz de saturaciones e interpretar sus valores.

4. Calcular la primera componente principal para una variable tridimensional con media cero y matriz de correlaciones
$$\begin{pmatrix} 1 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 1 & 0.8 \\ 0.8 & 0.8 & 1 \end{pmatrix}.$$

5. Calcular las componentes principales para una variable tridimensional con media cero y matriz de covarianzas
$$\Sigma = \begin{pmatrix} \beta^2+\delta & \beta & \beta \\ \beta & 1+\delta & 1 \\ \beta & 1 & 1+\delta \end{pmatrix}.$$
(Indicación: $\Sigma - \delta I = (\beta, 1, 1)'(\beta, 1, 1)$).

6. Demostrar que si las varianzas iniciales son iguales entonces las componentes principales que se obtienen con la matriz de covarianzas son iguales a las que se obtienen con la matriz de correlaciones.

7. Calcular las componentes principales de k variables con media cero, varianza uno y correlaciones iguales a r. ¿Qué condiciones debe verificar r? Calcular la información que contiene cada componente.

8. Demostrar que las componentes principales no son invariantes por cambio de escala.