

COMPUTACION GRAFICA

MODELADO DE OBJETOS GEOMETRICOS EN 3D

Prof. John Ledgard Trujillo Trejo



Facultad de Ingeniería de Ingeniería de Sistemas
Departamento de Ciencias de la Computación
UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS

Recordemos...

Generación de imagen:

- Modelar la geometría que describe objetos y personajes
- Animar su movimiento
- Calcular el color de los objetos y personajes vistos desde el ojo/cámara, simulando la interacción de la luz



Típicamente pensamos en un modelo como un objeto *stand-alone*, por ejemplo, un árbol, un escritorio, etc. y en la escena como el ensamblado de estas partes en un ambiente 3D completo en el que se incluyen las luces y la cámara.

Cada *modelo* está representado por:

- Su geometría
- Su topología
- Sus atributos



Eligiendo una representación

- ¿Cuán bien representa los objetos de interés?
- ¿Cuán fácil es renderizar los objetos en esa representación(o convertirlos a polígonos)?
- ¿Cuán compacta es (barata para almacenar y transmitir)?
- ¿Cuán fácil es de crear?
 - A mano, proceduralmente, ajustándose a medidas, ...
- ¿Cuán fácil es interactuar con ésta?
 - Modificarla, animarla, ...
- ¿Cuán fácil es llevar a cabo operaciones sobre ésta?
 - Distancia, intersección, vectores normales, curvatura, ...

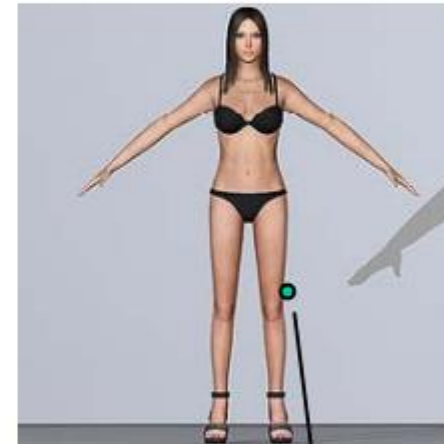


¿Por qué un modelo?

Mundo real: la imagen se genera por un proceso físico.



Mundo virtual: debemos conocer las posiciones de las superficies a representar.



Punto(x,y,z)

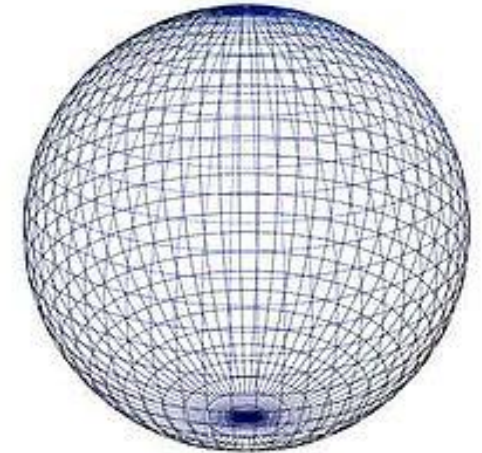
- **Raw data**
 - Nubes de Puntos
 - Range image
 - Polígonos
- **Sólidos**
 - Voxels
 - Octree
 - Árbol BSP
 - CSG
- **Superficies**
 - Mesh
 - Paramétricas
 - Subdivisión
 - Implícitas
- **Estructuras de Alto Nivel**
 - Grafos de escena
 - Skeleton
 - Sweep
 - Específicas de la aplicación



¿Por qué un modelo?

- Hace falta una forma de indicar dónde está una superficie, cómo es...
- Ejemplo: para una esfera, ecuación de la esfera.

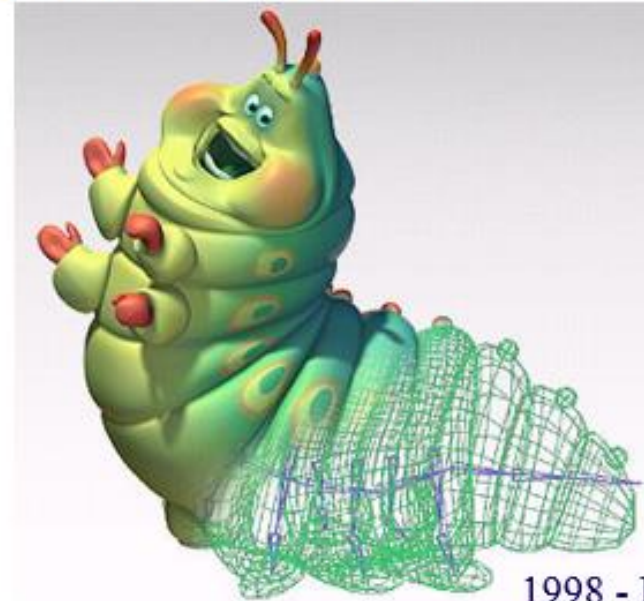
$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = r^2$$



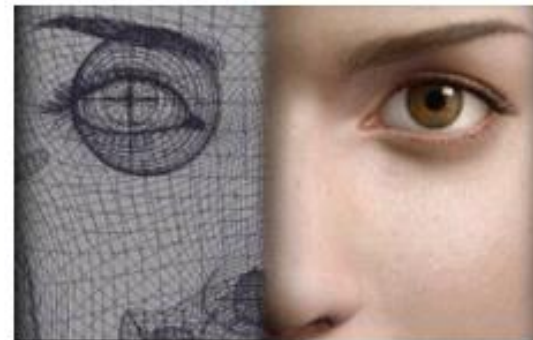
- La representación de una cabeza humana con riqueza de detalles será no mínimo de 300.000 polígonos.



1430 - Florencia



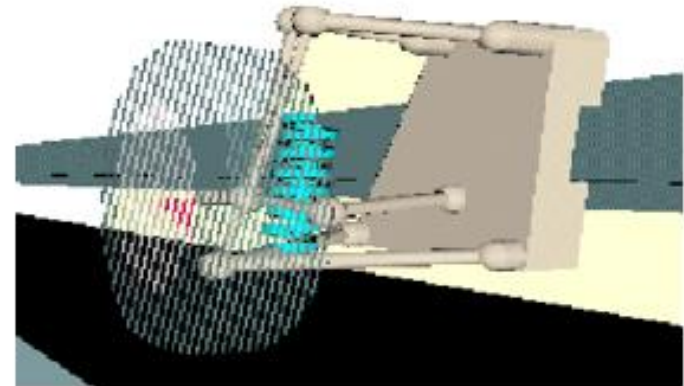
1998 - Pixar (A bug's life)



2001 - Final Fantasy



- Representación de un objeto real o descrito en el ordenador.

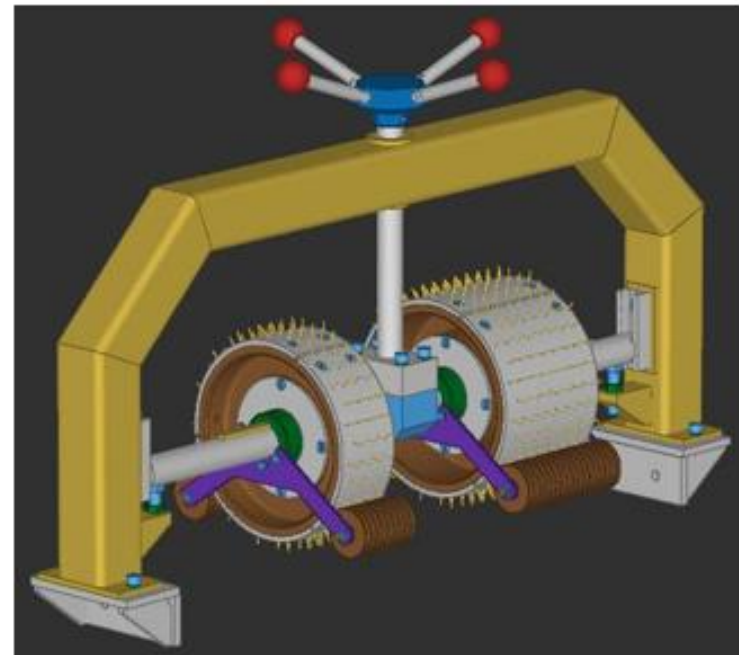
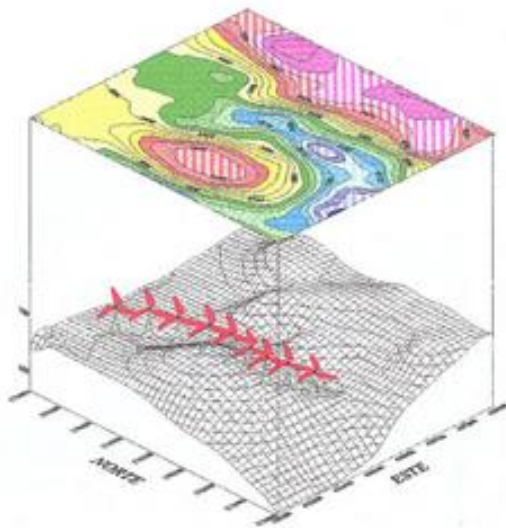


➤ La modelización trata de

- los formalismos matemáticos y
- las estructuras de datos que constituyen los modelos que sirven para representar objetos en infografía.

➤ Crear un modelo:

- buscar una representación matemática o algorítmica que funcione como el original
 - de forma real o
 - de forma aparente



➤ Modelo geométrico:

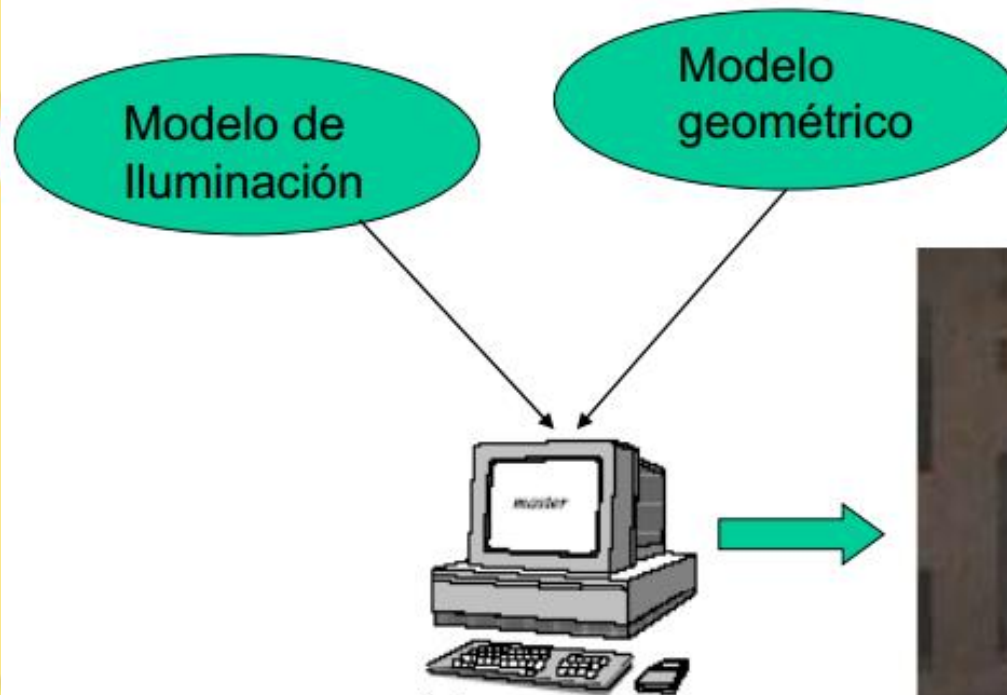
Los modelos gráficos también se le conocen como **modelos geométricos**, debido a que las partes componentes de un sistema se representan con entidades geométricas como líneas, polígonos o circunferencias de modo que el término modelo se refiere a una representación geométrica generada por la computadora.

- Modelo geométrico es la representación de una entidad que nos interesa estudiar o visualizar, cuyas características básicas pueden describirse a través de su geometría.
- Disponer de modelos nos ayuda a comprender el comportamiento y estructura de los objetos, a realizar experimentos y a predecir y visualizar los efectos de modificaciones
- Puede sustituir a las técnicas tradicionales de construcción de prototipo



Modelo: Definición

En informática gráfica, disponer de modelos nos permite sintetizar imágenes para visualizar escenas



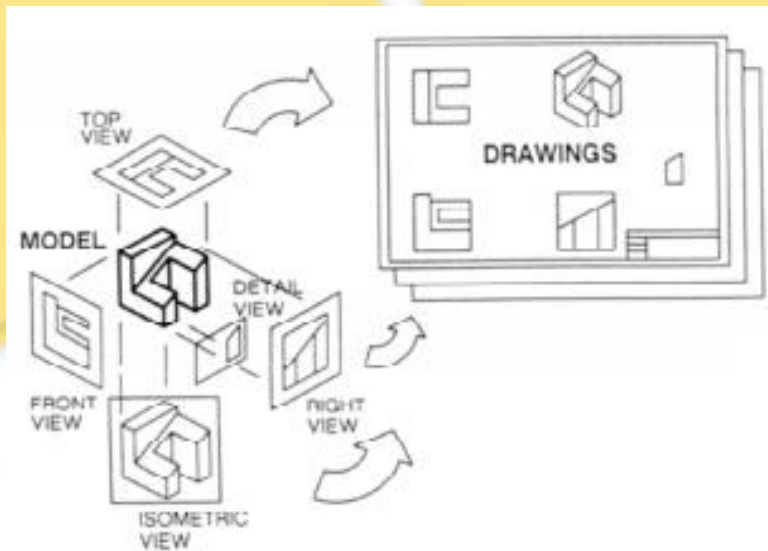
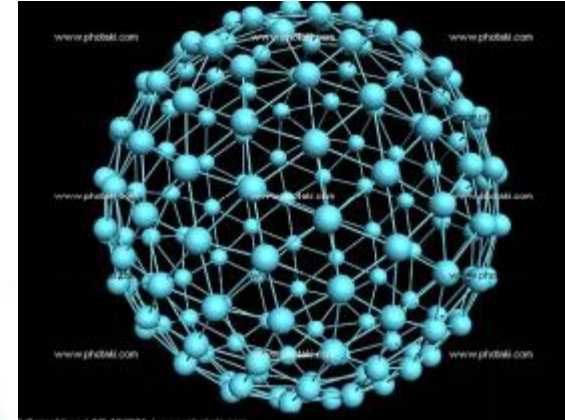
Requisitos de los Modelos: Objetivos

➤ Objetivos:

- Los modelos representan determinadas características del objeto Los modelos representan determinadas características del objeto en estudio, haciéndolas más fácilmente observables que el objeto real (porque no existe, porque no es directamente observable, etc).
- El objetivo de un modelo es obtener información sobre el objeto representado a partir de ese modelo.
 - Modelos físicos de objetos tridimensionales: representan las dimensiones relativas y la apariencia del objeto modelado (edificios, coches, personas, etc)
 - Modelos moleculares: representan la ordenación espacial de los átomos de una molécula con respecto a sus vecinos (no suelen representar más propiedades)
 - Modelos matemáticos: representan algunos de los aspectos del objeto modelado en términos de ecuaciones y datos numéricos



Requisitos de los Modelos: Objetivos



➤ Problemas:

- La realidad que se modela es muy compleja, y tenemos que recurrir a simplificaciones de la estructura o del comportamiento de la entidad modelada.
- Cuanto más se asemeje el modelo a la realidad, mejores serán los resultados que podamos obtener.



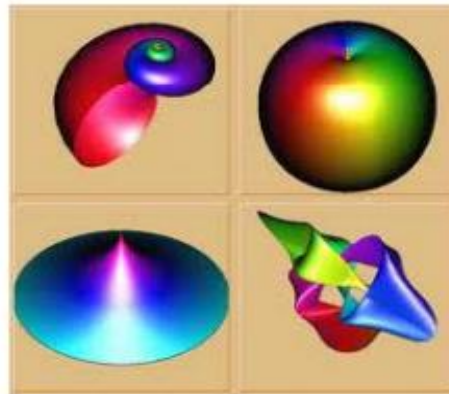
- Los **modelos geométricos** describen objetos con propiedades geométricas inherentes.
- Información contenida en un modelo geométrico en informática gráfica:
 - **Distribución espacial y de la forma de los componentes:** la geometría en función de puntos, líneas, polígonos, o volúmenes más complejos.
 - **La conectividad** o relación entre los componentes es decir la estructura o topología de la entidad.
 - **Los valores de datos específicos** para la aplicación y las propiedades relacionadas con los componentes



Información de un Modelo

¿Cómo se crea un objeto?

- Con un programa de CAD:
 - 3DStudio, AutoCAD, Blender, ProEngineer,...
- A partir de objetos reales
 - Explorador laser, digitalizador 3D,...
- Matemáticamente



Modelado Geométrico



Elección de una Técnica de Representación

- Para cada técnica de representación, hay dos aspectos fundamentales a considerar:
 - Cómo está representado el sólido. Qué primitivas usamos en la representación
 - Cómo almacenamos la información del modelo. Qué información se almacena
- Hace falta buscar un compromiso para decidir qué información se almacena para cada modelo
 - Almacenar información redundante aumenta el tamaño del modelo
 - Disponer de información adicional puede acelerar el proceso de análisis o representación, porque puede evitar la realización de cálculos en tiempo de ejecución



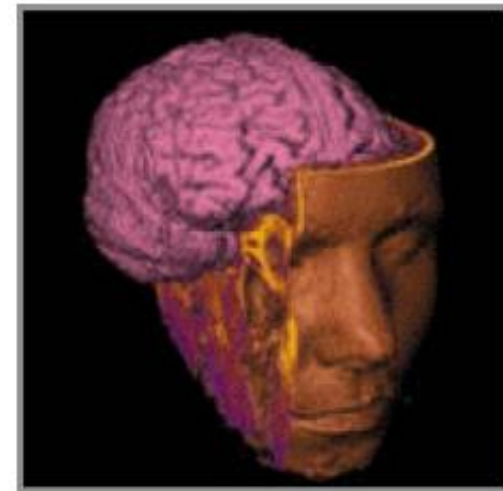
Elección de una Técnica de Representación

- Creación y representación de un objeto modelado por ordenador

Modelado por puntos



*Modelado de curvas
y superficies*



SUNY Stoney Brook

Modelado de sólidos



Elección de una Técnica de Representación

- La creación y manipulación de un modelo necesita varias etapas:
 - Edición (creación y modificación) del modelo
 - Almacenamiento
 - Utilización para visualizar o simular el objeto
- Hay fuertes diferencias en las necesidades de estas etapas según el área de aplicación en el que trabajamos (CAD, animación, etc.)
- En consecuencia, no existe una única técnica de representación que sea óptima para todos los casos



Elección de una Técnica de Representación

- Los objetos
 - son de una complejidad notable
 - requieren modelos matemáticos y estructuras de datos específicos para la computación gráfica.
- Existen diversas posibilidades de representar un mismo objeto.
- Cuál usemos dependerá de
 - los objetivos del proyecto
 - de otros factores relacionados con el
 - rendimiento
 - la calidad del resultado.
- Algunos de estos aspectos son:
 - Precisión
 - Necesidad de almacenamiento
 - Aplicabilidad de los algoritmos de trazado
 - Realismo del resultado.
- En muchos casos no es posible cumplimentar todos los requisitos que un modelo ha de cumplir para representar eficientemente un objeto.
- Ello obliga a veces de establecer un compromiso en cuanto al modelo que se va a utilizar.



Elección de una Técnica de Representación




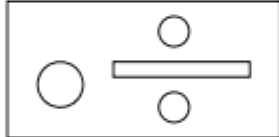

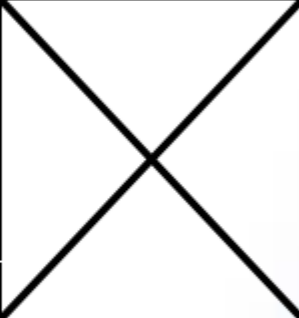
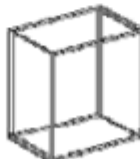


- **Raw data**
 - Nubes de Puntos
 - Range image
 - Polígonos
- **Sólidos**
 - Voxels
 - Octree
 - Árbol BSP
 - CSG
- **Superficies**
 - Mesh
 - Paramétricas
 - Subdivisión
 - Implícitas
- **Estructuras de Alto Nivel**
 - Grafos de escena
 - Skeleton
 - Sweep
 - Específicas de la aplicación



Elección de una Técnica de Representación

Clasificación de los modelos geométricos

Dimensiones del diseño de elementos

	<u>1D</u> 	<u>2D</u> 	<u>3D</u> 
<u>Modelos 2D</u>	Dibujo lineal 	Dibujo poligonal 	
<u>Modelos 3D</u>	Jaula de alambre 	Superficies 	Sólidos 





Universidad Nacional Mayor de San Marcos
Facultad de Ingeniería de Sistemas e Informática
E.A.P. Ingeniería de Sistemas

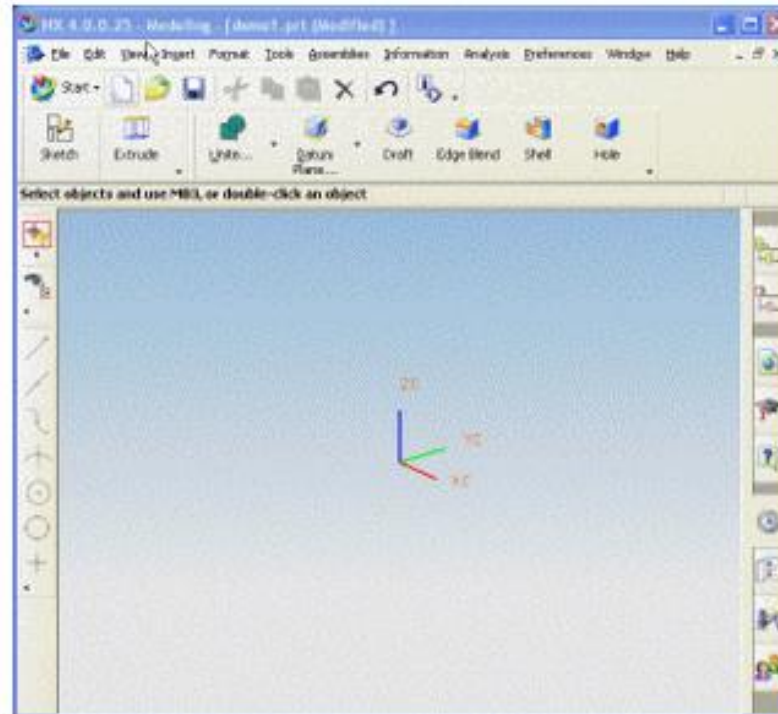
REPRESENTACION DE OBJETOS



Sistema de referencia de un Objeto

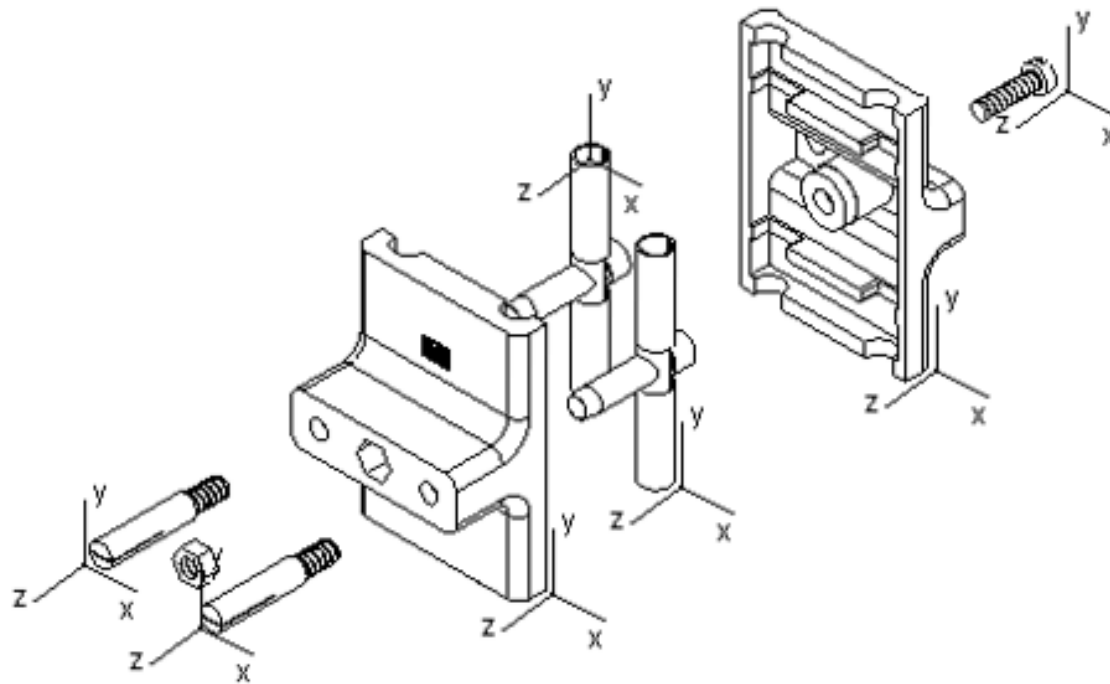
➤ Sistema de referencia de un Objeto (Pivot)

- Centro del objeto o centro de coordenadas locaies
- Creado automaticamente por los sistemas de modelamiento
- Verificar una posición dada por los sistemas para atender las modificaciones



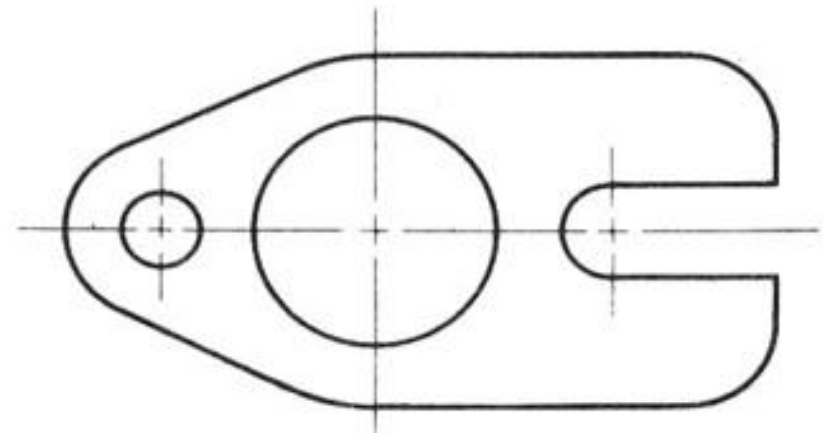
Sistema de referencia de un Objeto

- Sistema de Coordenadas Maestras:
 - Coordenadas de Modelado a coordenadas locales.
 - Definen la forma del objeto.
 - Sistema Individual, independiente para cada objeto.
- El pivot de un objeto es usado en funciones de transformación.



Sólidos uni, bi y tridimensionales

- Un sólido es un subconjunto cerrado y limitado del espacio euclidiano Tridimensional: E^3
 - Definición dada por el investigador Martti Mäntylä: *An introduction to solid modeling*, publicado pela Computer Science Pressem1988.
- Objetos1D: alambre
- Objetos 2D: Laminas de papel o metal

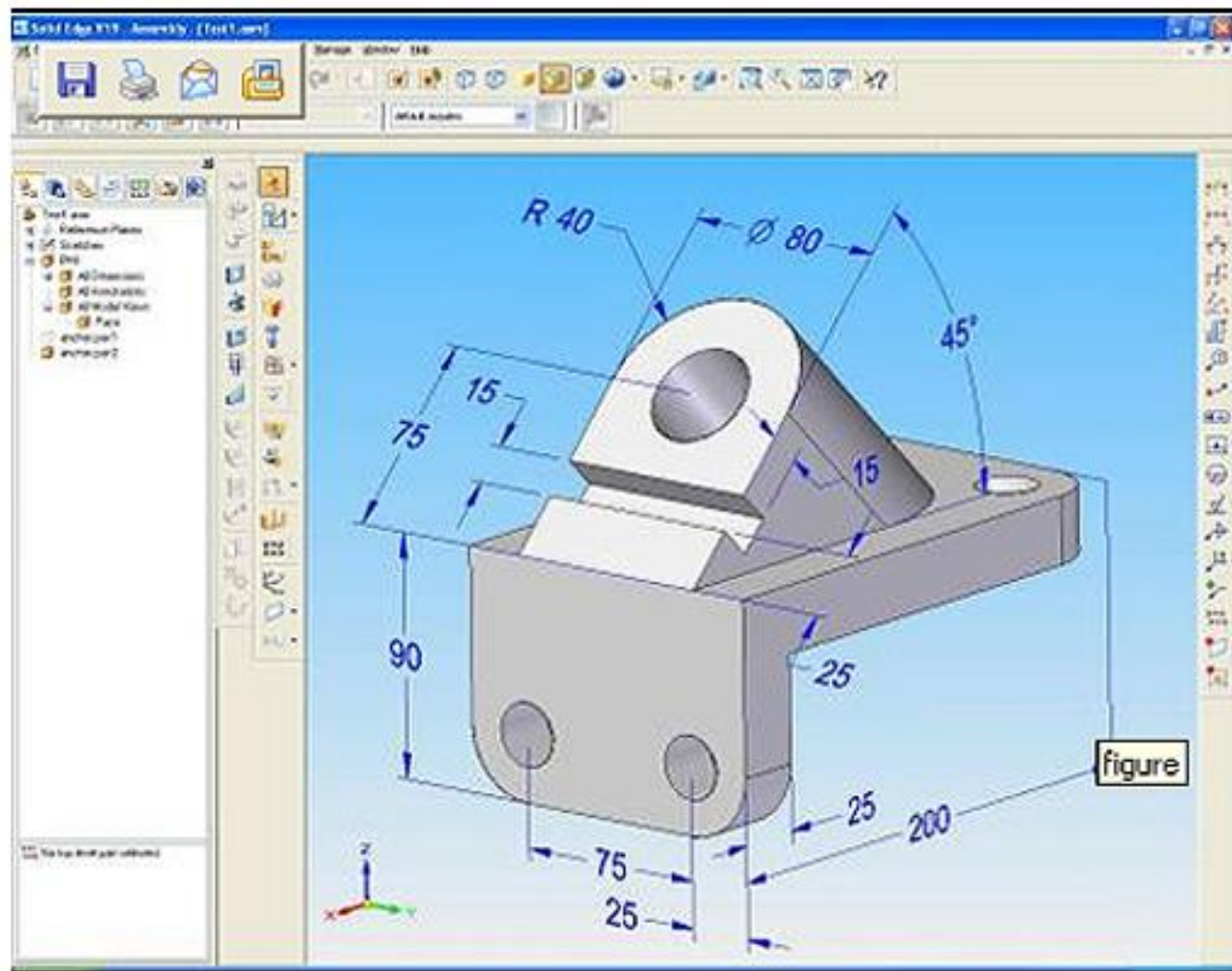


MATERIAL DE $\frac{1}{16}$ DE GRUESO



Sólidos uni, bi y tridimensionales

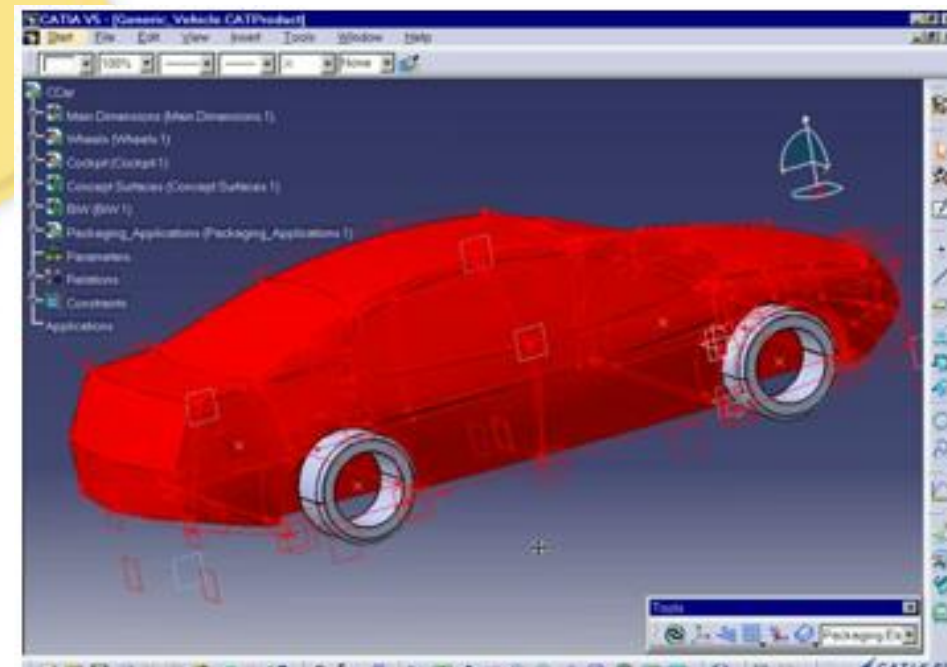
➤ Objetos 3D: Sólido cerrado y limitado



- **Un sólido es considerado realizable o válido** si satisface las siguientes propiedades:
- **Rigidez:** el objeto debe tener la forma invariable si se mueve de un lugar a otro.
 - debe ser invariante bajo las transformaciones de cuerpo rígido. Ellos son: rotación, traslación y cambio de sistemas de coordenadas, utilizado para describir sus coordenadas.
- **Finitud:** el objeto debe tener dimensiones finitas y se consignará en una porción limitada de espacio.
- **Homogeneidad:** el objeto debe tener las mismas propiedades en todos sus puntos interiores;
- **Límites de determinismo:** debe ser posible para describir la frontera, el interior y el exterior del objeto.



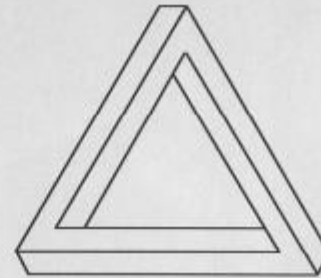
- Descriptibilidad: el objeto debe ser descrito por un número finito de propiedades físicas, químicas, biológicas, etc.;
- Cierre de las operaciones: el resultado de las operaciones geométricas realizadas en los objetos válidos debe seguir siendo un objeto válido.



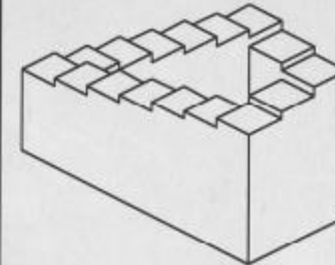
- Los sólidos pueden ser representados por diferentes formulaciones. Las propiedades deseables de las formas de representación son:
 - **Validez:** el modelo debe representar sólo sólidos válidos;
 - **Unicidad:** cada sólido debería ser validado por un modelo único;
 - **No ambigüedad:** cada modelo debe corresponder a un sólido válido.
 - **Integridad:** el modelo debe ser completo, es decir, contener una variedad de información sobre las distintas funciones que pueden realizar.
 - **Conciso:** el modelo debe de ocupar un menor espacio de memoria posible.
 - **Simplicidad:** debe ser posible crear un modelo de una forma simple y directa sin ninguna característica de hardware especial;
 - **Eficiencia:** las operaciones deben ser de fácil aplicación y presentar respuestas rápidas;
 - **Cierre de las operaciones:** las operaciones de la descripción y la manipulación debe preservar la validez del modelo.



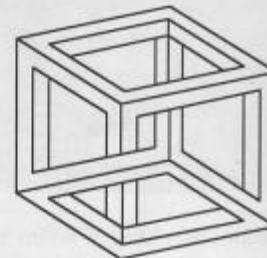
Validez: Ejemplos de objetos imposibles



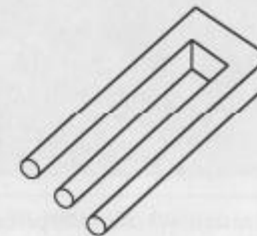
Penrose Triangle



Penrose Staircase



Escher Cube



Two-Pronged Trident

Validez: Ejemplos de objetos imposibles



Formas de representación de objetos

Representación de objetos en 3D

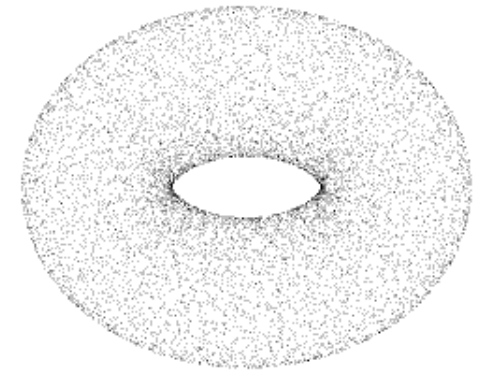
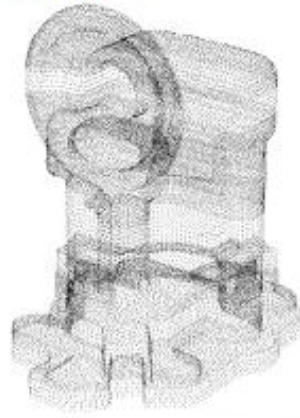
- Modelos de Puntos
 - Nubes de puntos
 - Mapas de profundidad
- Modelos de Curvas y Superficies
 - Geometría analítica, Teoría de la aproximación, Teoría de la interpolación
 - Mallas
 - Subdivisión
- Modelos de Sólidos
 - Modelos de descomposición
 - Modelos constructivos
 - Modelos de fronteras



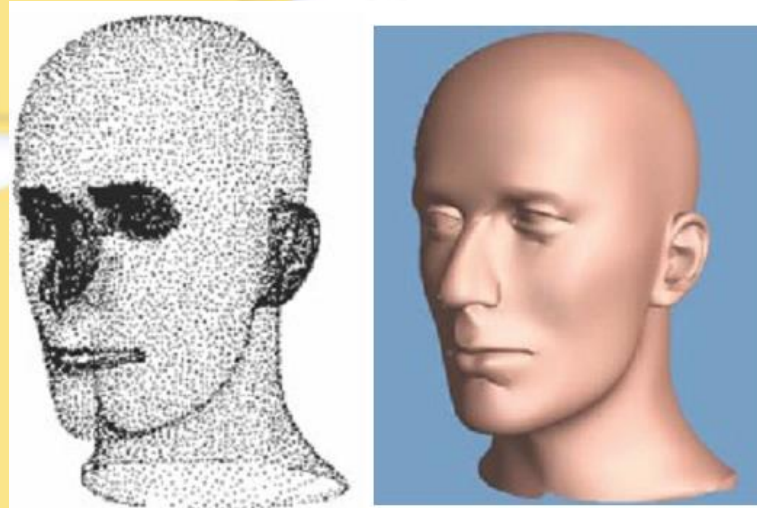
Modelado por nube de puntos

Nubes de puntos

- Muestras de puntos en 3D no estructuradas
 - Adquiridas mediante técnicas de visión por ordenador,...



Modelado por nube de puntos



Es un conjunto no estructurado de puntos 3D muestreados del volumen.
Pueden obtenerse a partir de un escáner, distintos algoritmos de visión, etc..



Modelo de puntos: Mapas de profundidad

- Conjunto de puntos en 3D que generan un mapa de profundidad
 - Adquirido mediante escáner

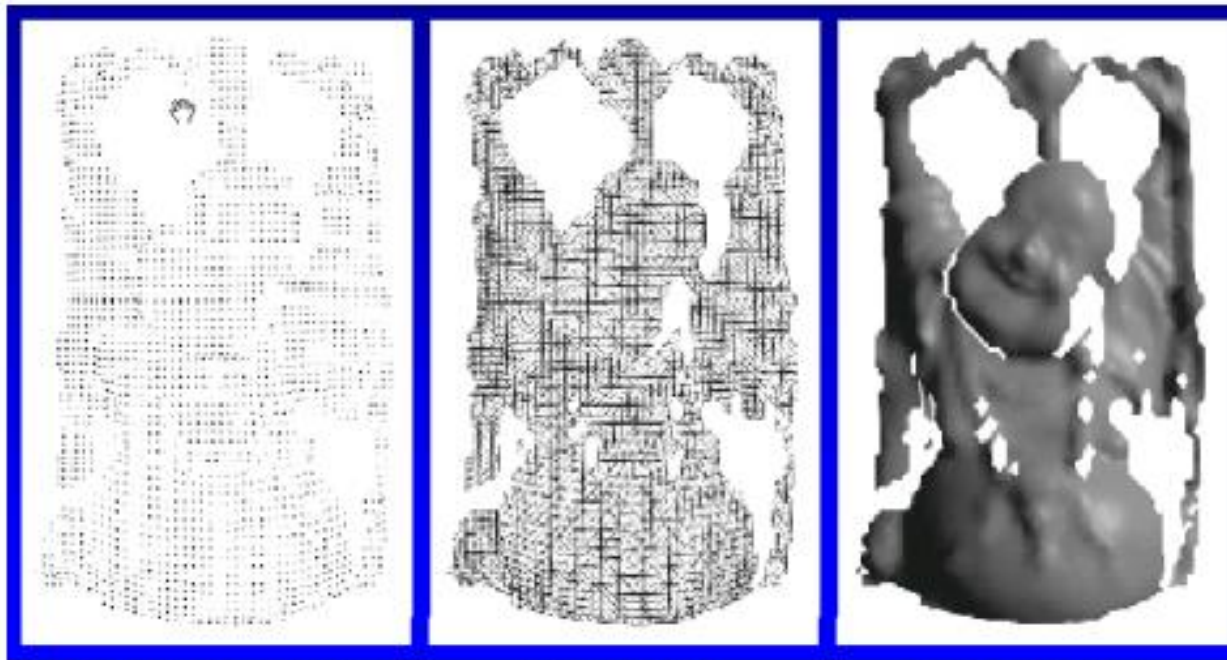


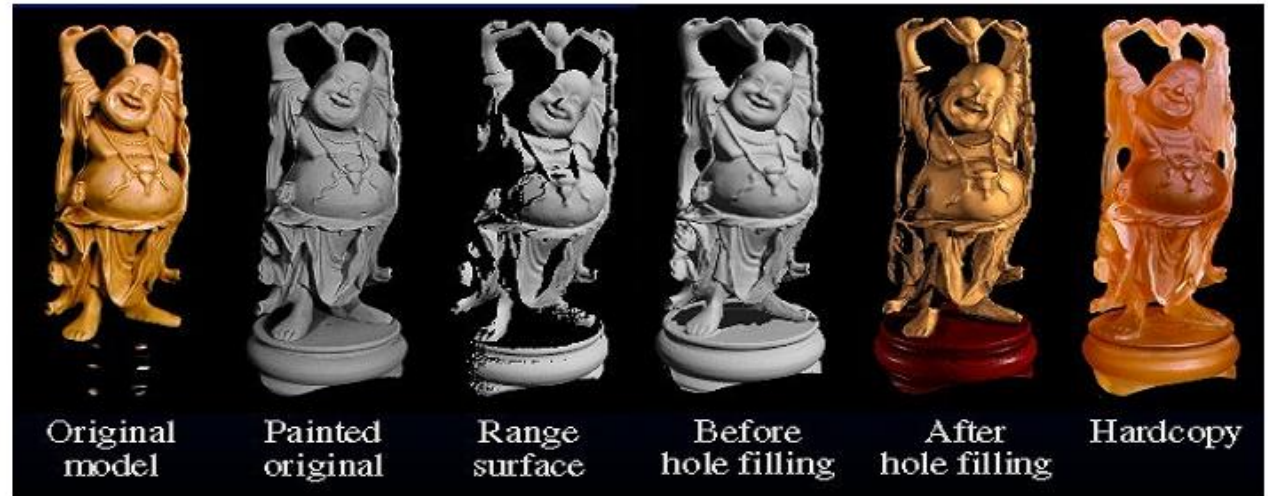
Imagen de puntos
en profundidad

Teselación

Superficie en
profundidad



Modelo de puntos: Mapas de profundidad



Es un conjunto de puntos 3D mapeados a pixels de una imagen de profundidad. Pueden obtenerse a partir de los escáners 3D.



Modelos de Curvas y Superficies

Las curvas y superficies permite representar los contornos de forma exacta.

Este tipo de modelos representan la información geométrica en términos de:

- Curvas: puntos, líneas rectas y curvas
 - Superficies: polígonos planos y superficies alabeadas
- Las técnicas matemáticas empleadas son:
 - Geometría analítica
 - Teoría de la interpolación
 - Teoría de la aproximación



Geometría Analítica

- Cualquier curva se puede describir por un vector de puntos... pero esto conllevaría mucho almacenamiento y la forma exacta sigue siendo desconocida...
- Las ecuaciones analíticas ofrecen mayor control sobre la curva y sobre su comportamiento.



Representación como colección de puntos

$$\begin{aligned}x &= at^2 \\ y &= 2at\end{aligned} \quad 0 \leq t \leq \infty$$

Representación analítica

Modelos de Curvas y Superficies

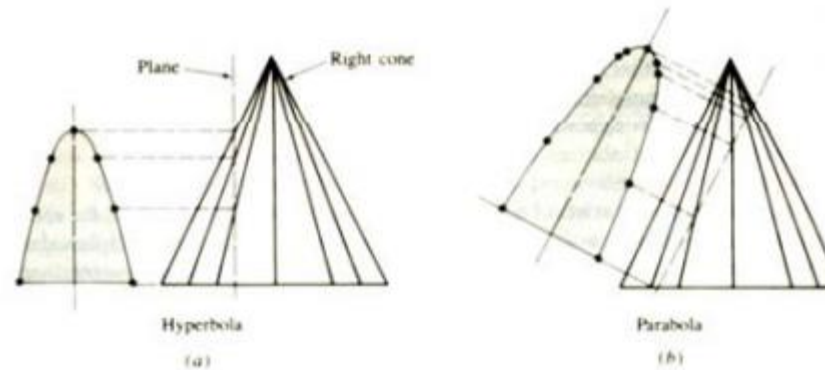
Modelado de curvas planas

– Curvas no paramétricas

$$y = f(x)$$

$$y = 3x^2 + \cos x$$

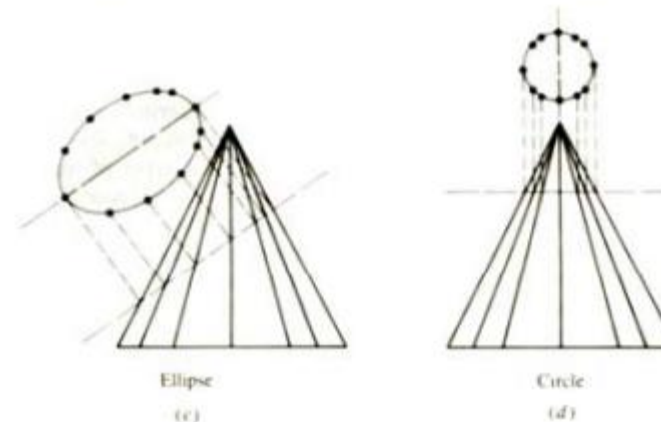
Representación explícita



$$f(x, y) = 0$$

$$3x^2 + 2xy - 5e^{y \cos x} = 1$$

Representación implícita



Modelos de Curvas y Superficies

Modelado de curvas planas

– Curvas paramétricas

$$x = x(t)$$

$$y = y(t)$$

$$\begin{aligned} x &= \cos \theta \\ y &= \sin \theta \end{aligned} \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi$$

Círculo de radio r con centro en el origen de coordenadas	$\begin{aligned} x &= r \cos \theta \\ y &= r \sin \theta \end{aligned} \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi$
Elipse de ejes a y b centrada en el origen de coordenadas	$\begin{aligned} x &= a \cos \theta \\ y &= b \sin \theta \end{aligned} \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi$
Parábola centrada en el origen y simétrica respecto al eje x	$\begin{aligned} x &= a\theta^2 \\ y &= 2a\theta \end{aligned} \quad 0 \leq \theta \leq \infty$
Hipérbola centrada en el origen y simétrica respecto al eje x	$\begin{aligned} x &= \pm a \sec \theta \\ y &= \pm a \operatorname{tg} \theta \end{aligned} \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi$

Representación paramétrica de las cónicas



Modelos de Curvas y Superficies

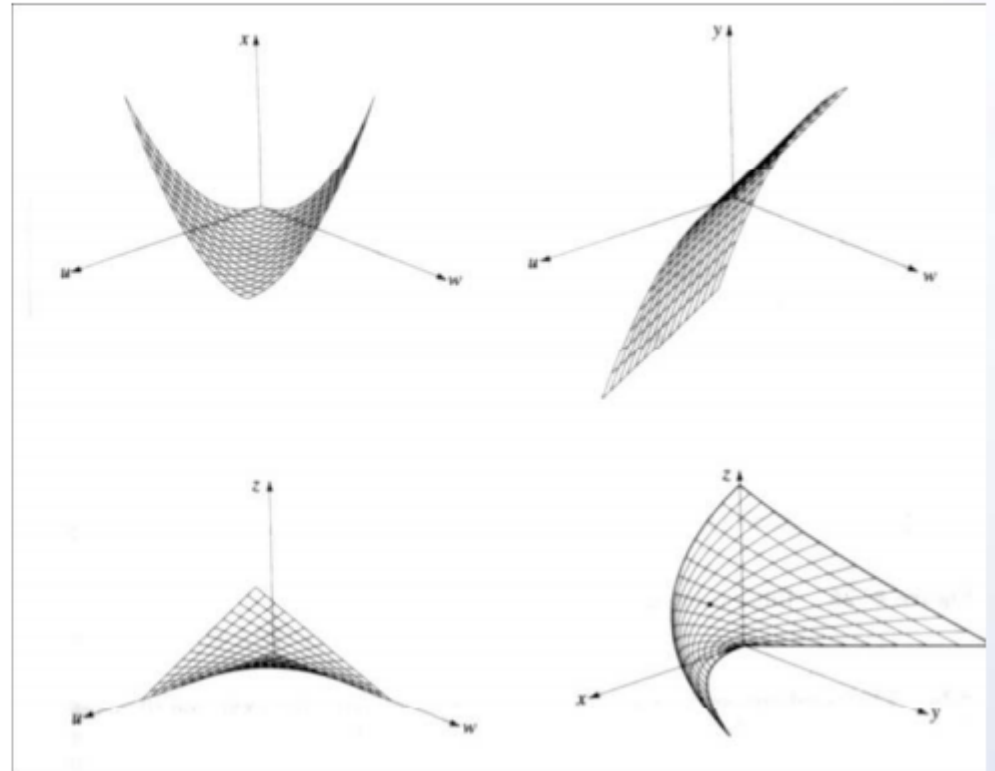
- Superficies paramétricas

$$x = x(u, w)$$

$$y = y(u, w)$$

$$z = z(u, w)$$

$$\begin{aligned} x(u, w) &= (u - w)^2 & 0 \leq u \leq 1 \\ y(u, w) &= u - w^2 & 0 \leq w \leq 1 \\ z(u, w) &= uw \end{aligned}$$



Modelos de Curvas y Superficies

Superficies cuádricas:

– Representación paramétrica de las cuádricas

$$\begin{aligned}x &= a \cos \theta \sin \phi & 0 \leq \theta \leq 2\pi \\y &= b \sin \theta \sin \phi & 0 \leq \phi \leq 2\pi \\z &= c \cos \phi\end{aligned}$$

Elipsoide

$$\begin{aligned}x &= a \cos \theta \cosh \phi & 0 \leq \theta \leq 2\pi \\y &= b \sin \theta \sinh \phi & -\pi \leq \phi \leq \pi \\z &= c \sinh \phi\end{aligned}$$

Hiperboloide de una hoja

$$\begin{aligned}x &= \pm a \cosh \phi & 0 \leq \theta \leq 2\pi \\y &= b \sin \theta \sinh \phi & -\pi \leq \phi \leq -\pi \\z &= c \cos \theta \sinh \phi\end{aligned}$$

Hiperboloide de dos hojas

$$\begin{aligned}x &= a \phi \cos \theta & 0 \leq \theta \leq 2\pi \\y &= b \phi \sin \theta & 0 \leq \phi \leq \phi_{\max} \\z &= \phi^2\end{aligned}$$

Paraboloide elíptico

$$\begin{aligned}x &= a \phi \cosh \theta & -\pi \leq \theta \leq \pi \\y &= b \phi \sinh \theta & \phi_{\min} \leq \phi \leq \phi_{\max} \\z &= \phi^2\end{aligned}$$

Paraboloide hiperbólico

$$\begin{aligned}x &= a \phi \cos \theta & 0 \leq \theta \leq 2\pi \\y &= b \phi \sin \theta & \phi_{\min} \leq \phi \leq \phi_{\max} \\z &= c \phi\end{aligned}$$

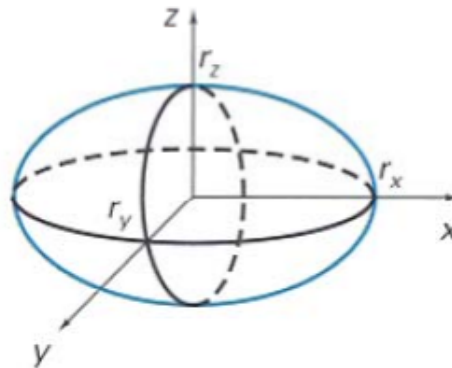
Cono elíptico

$$\begin{aligned}x &= a \cos \theta & 0 \leq \theta \leq 2\pi \\y &= b \sin \theta & \phi_{\min} \leq \phi \leq \phi_{\max} \\z &= \phi\end{aligned}$$

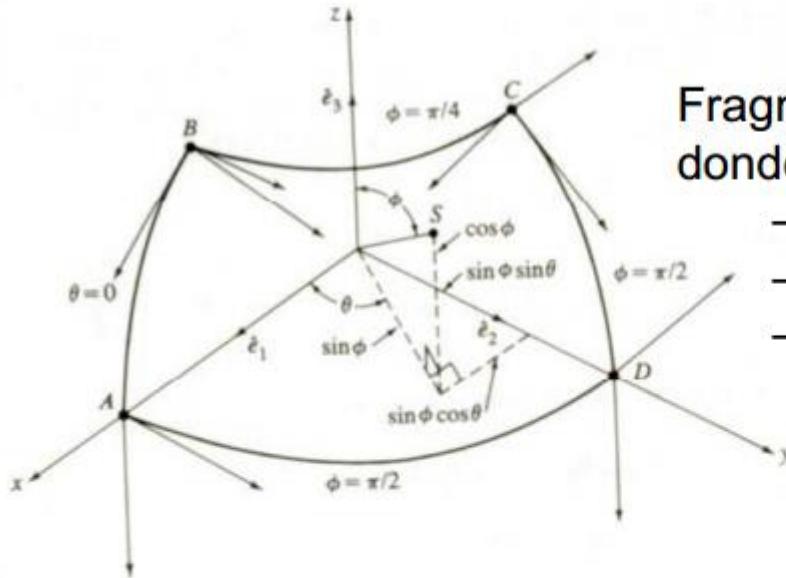
Cilindro elíptico

$$\begin{aligned}x &= a \theta^2 & 0 \leq \theta \leq \theta_{\max} \\y &= 2a \theta & \phi_{\min} \leq \phi \leq \phi_{\max} \\z &= \phi\end{aligned}$$

Cilindro parabólico



Superficies a trozos



Fragmentos formados por cuatro aristas curvas, donde es preciso conocer:

- coordenadas de los cuatro vértices
- dos vectores tangentes en cada vértice
- torsión en cada vértice

$$Q(\theta, \phi) = [\cos \theta \sin \phi \quad \sin \theta \sin \phi \quad \cos \phi], \theta_1 \leq \theta \leq \theta_2, \phi_1 \leq \phi \leq \phi_2$$

$$Q_\theta(\theta, \phi) = [-\sin \theta \sin \phi \quad \cos \theta \sin \phi \quad 0]$$

$$Q_\phi(\theta, \phi) = [\cos \theta \cos \phi \quad \sin \theta \cos \phi \quad -\sin \phi]$$

$$Q_{\theta, \phi}(\theta, \phi) = [-\sin \theta \cos \phi \quad \cos \theta \cos \phi \quad 0]$$

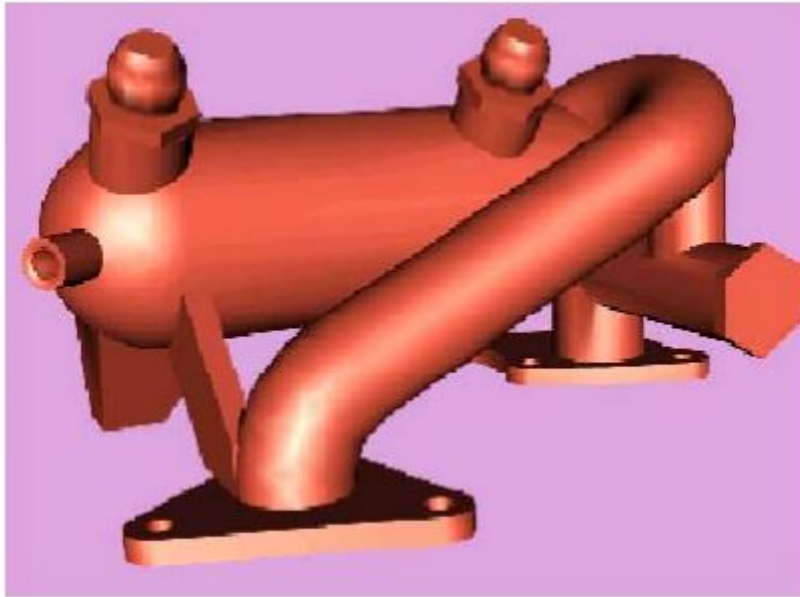
$$Q_\theta \times Q_\phi = [-\cos \theta \sin^2 \phi \quad \sin \theta \sin^2 \phi \quad -\sin \phi \cos \phi]$$



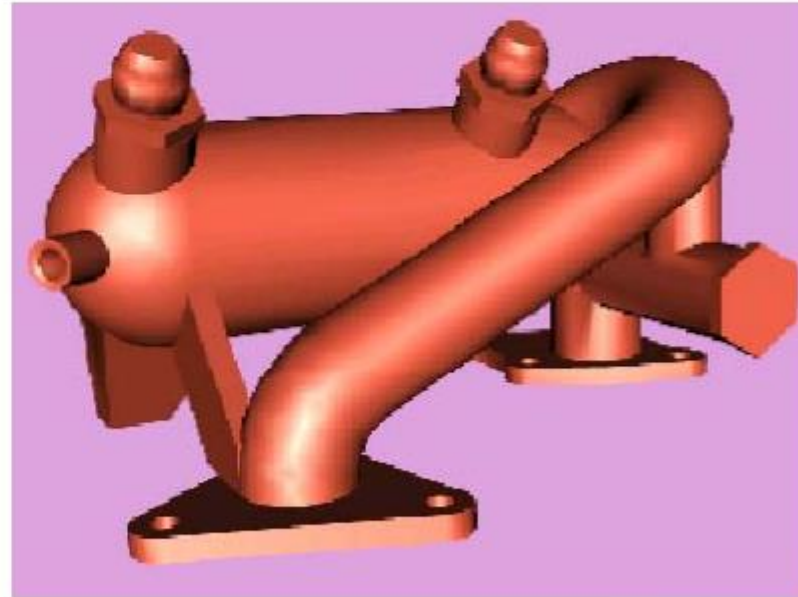
Modelos de Curvas y Superficies

Superficies implícitas

- Los puntos satisfacen $F(x,y,z) = 0$



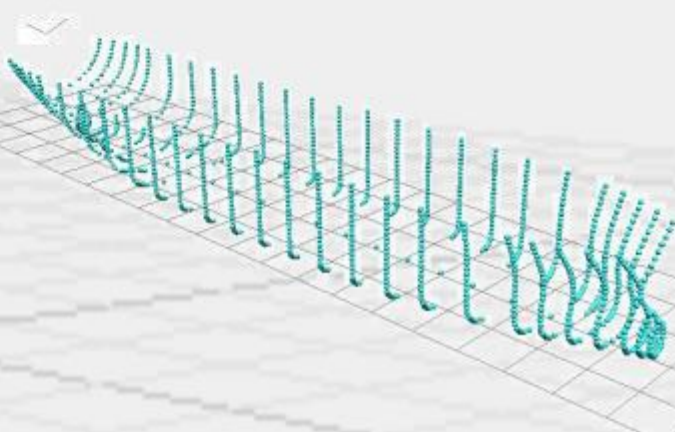
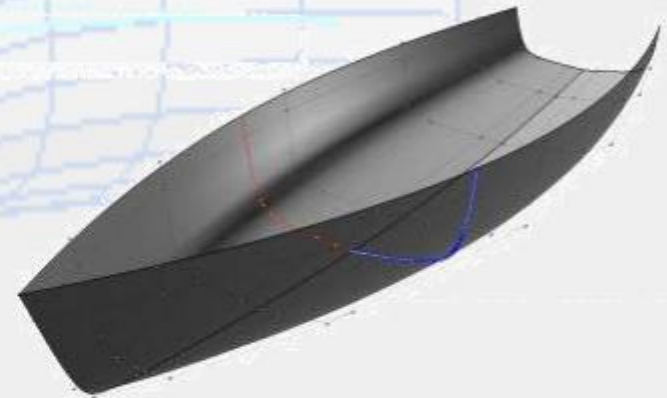
Modelo poligonal



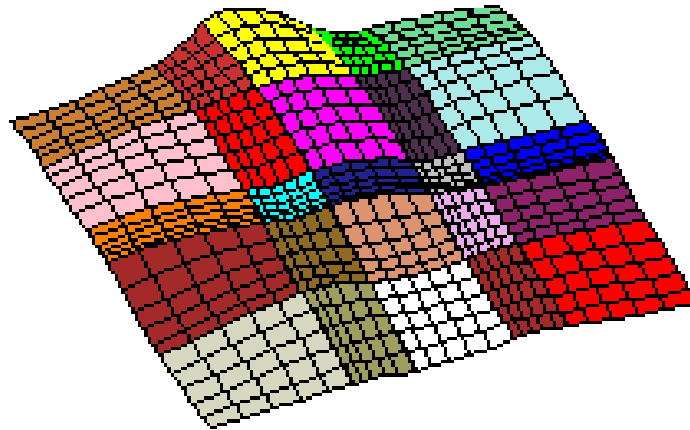
Modelo implícito

Curvas racionales: NURBS

- ❑ NURBS (Non Uniform Rational B-Splines): modelo matemático muy utilizado en la computación gráfica para generar y representar curvas y superficies.
- ❑ El desarrollo de NURBS empezó en 1950 por ingenieros que necesitaban la representación matemática exacta de superficies de forma libre como las usadas en carrocerías de automóviles y cascos de barcos, que pudieran ser reproducidos exacta y técnicamente en cualquier momento.
- ❑ Las anteriores representaciones de este tipo de diseños sólo podían hacerse con modelos físicos o maquetas realizadas por el diseñador o ingeniero.



- Superficies de Bézier

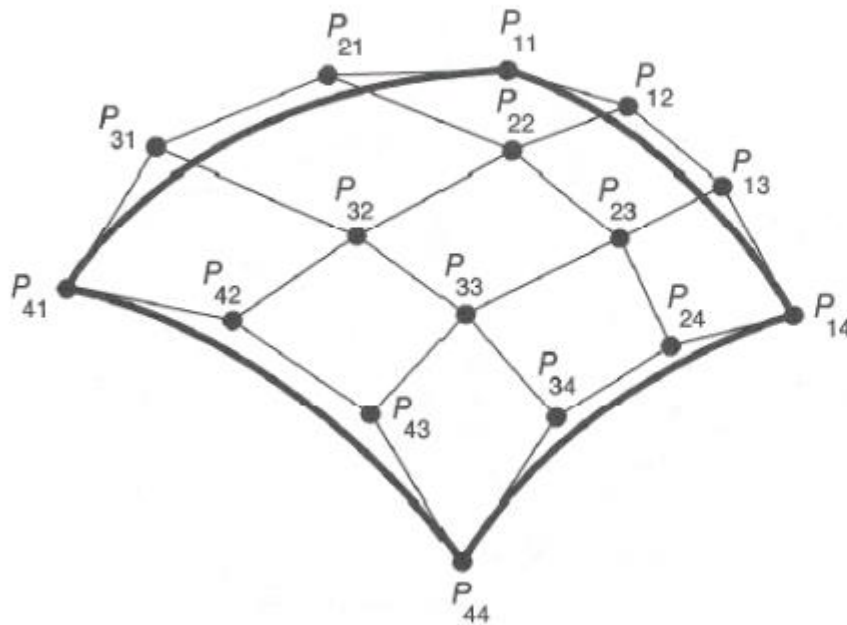


$$Q(u, w) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m B_{i,j} J_{n,i}(u) K_{m,j}(w)$$



Modelos de Curvas y Superficies

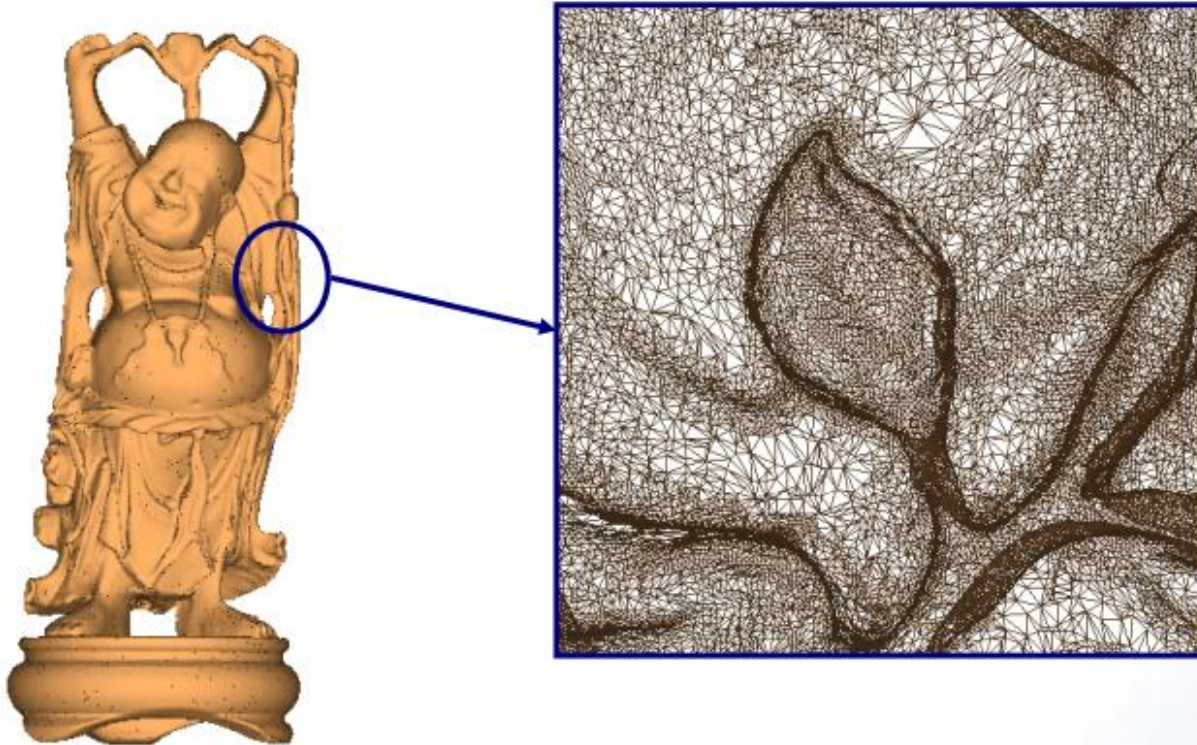
- Superficies B-spline a trozos (parches)



Modelos de Curvas y Superficies

Mallas poligonales

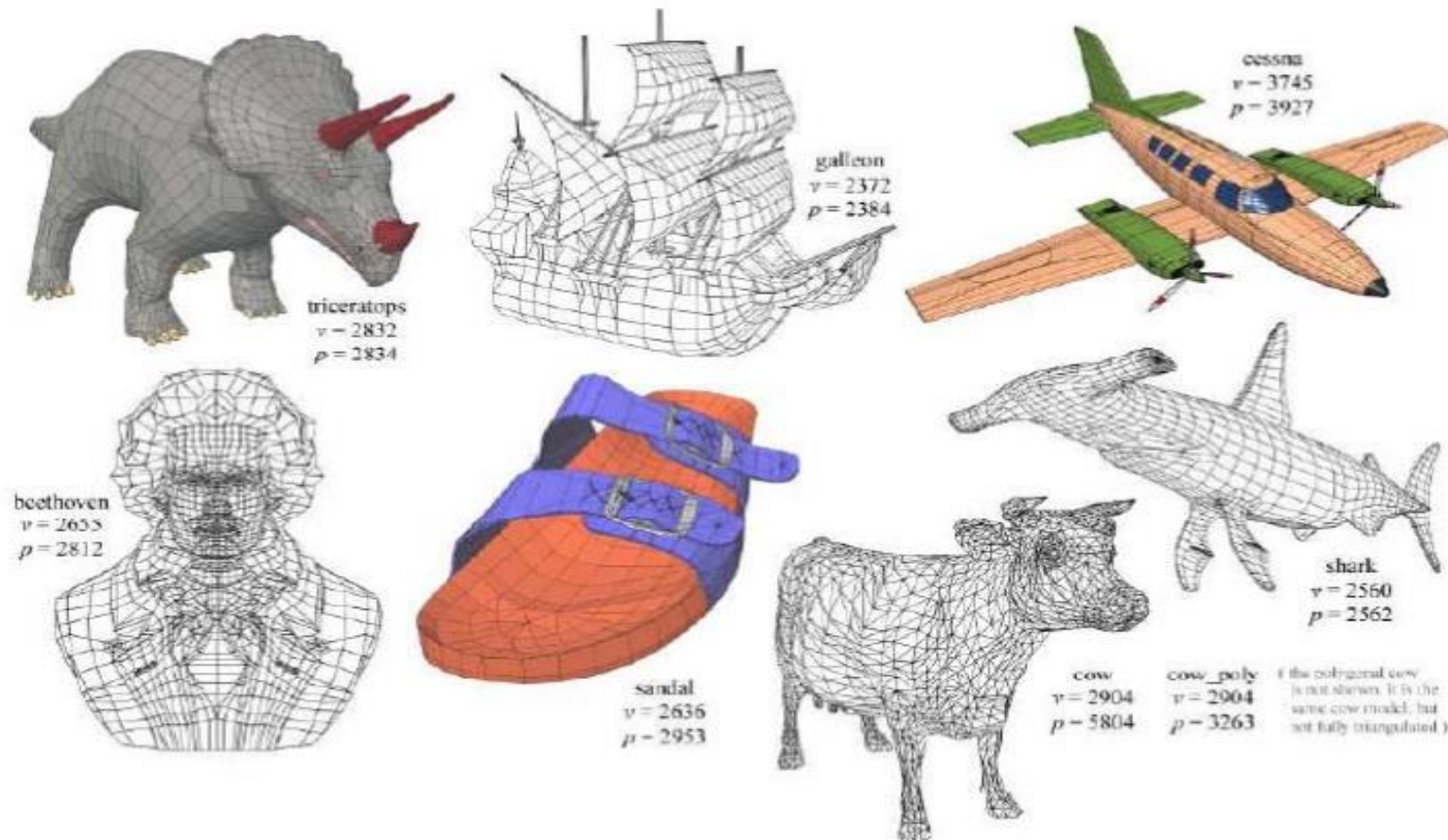
- Conjunto de polígonos conectados (usualmente triángulos)



Modelos de Curvas y Superficies

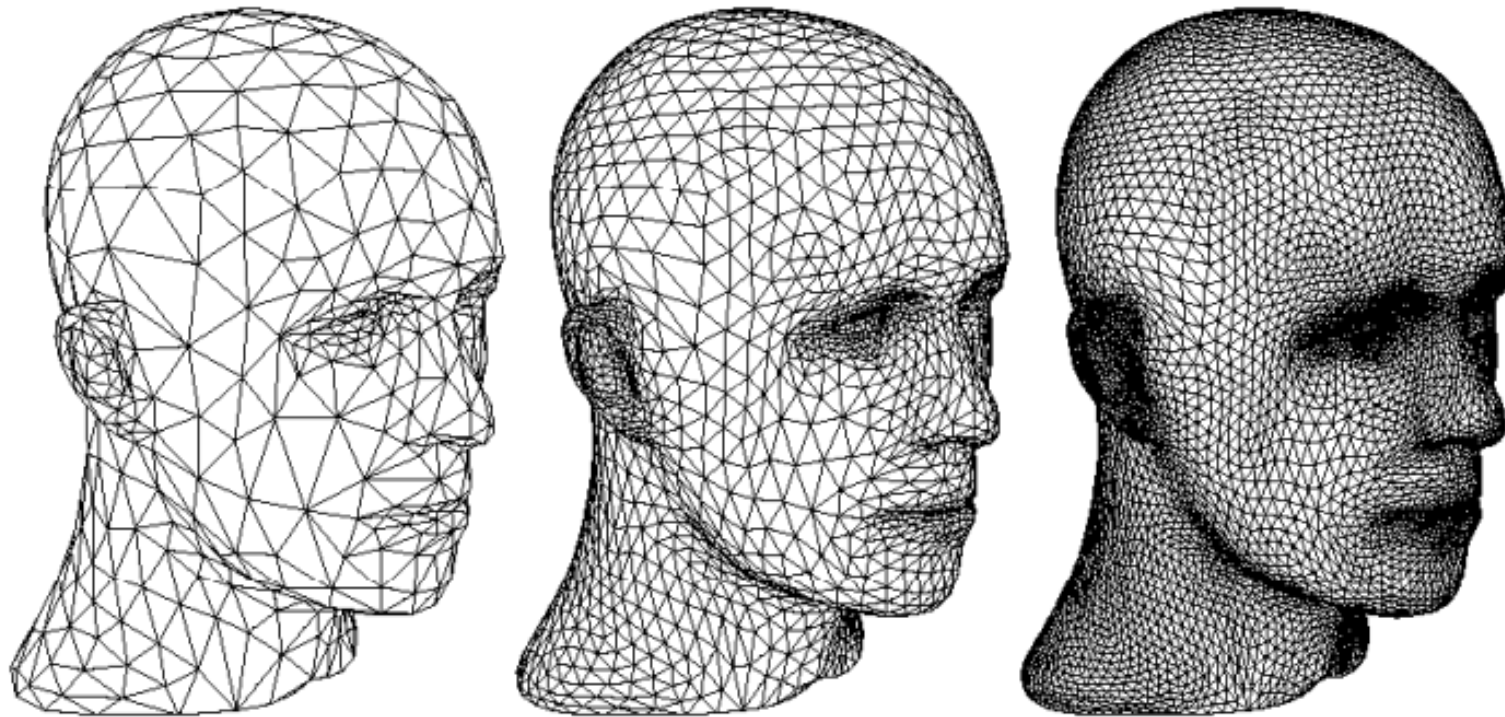
Mallas poligonales

- Conjunto de polígonos que representan una superficie 2D definiendo un objeto 3D



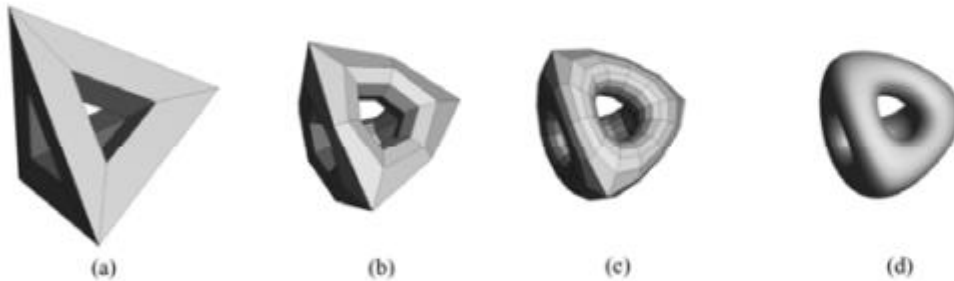
Superficies de Subdivisión

- Superficie formada por una malla + regla de subdivisión



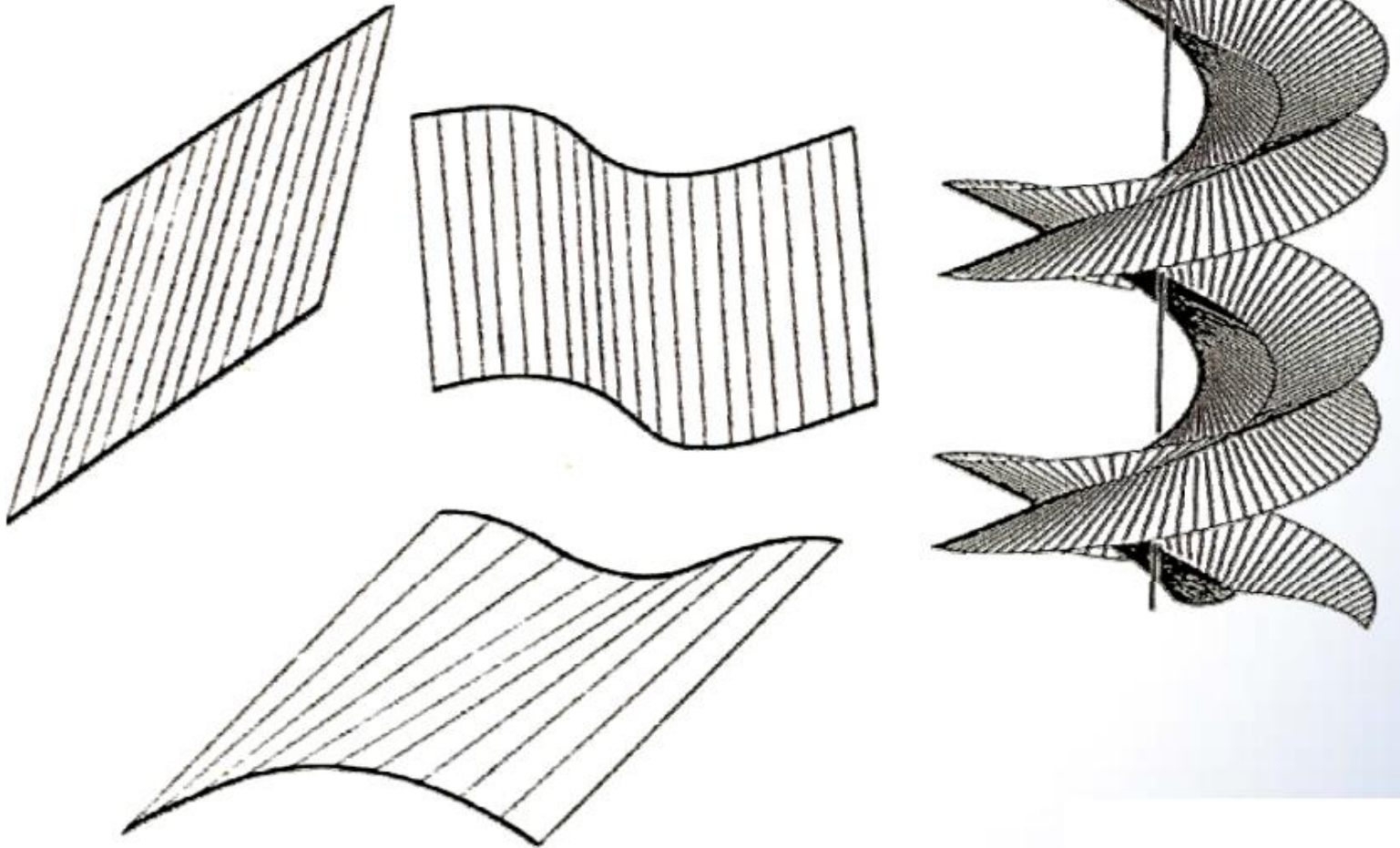
Superficies de Subdivisión

- Malla + Regla de subdivisión
 - Define una superficie suave como una secuencia limitada de refinamientos

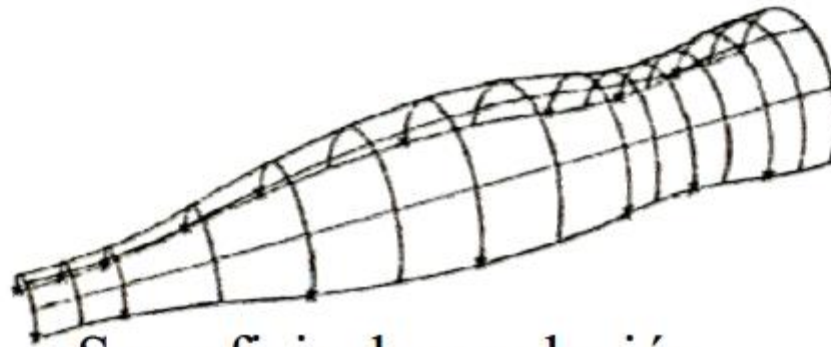


Modelos de Curvas y Superficies

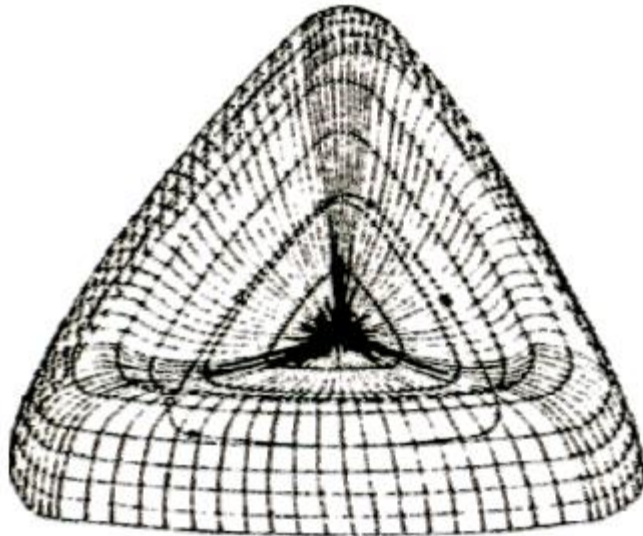
- Superficies regladas y desarrollables



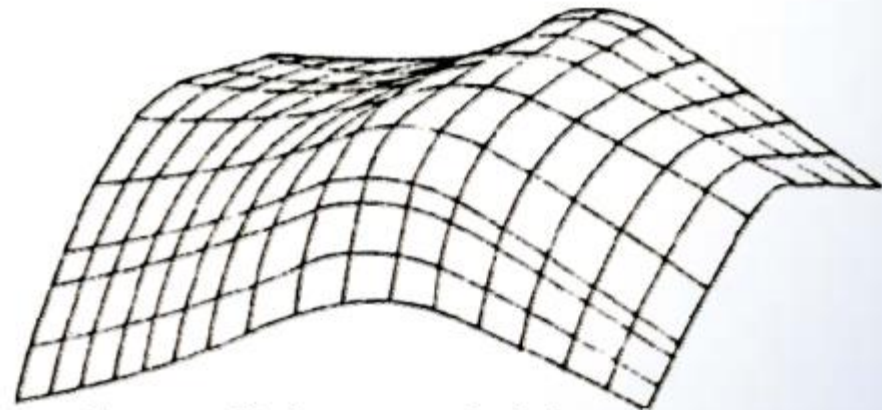
Modelos de Curvas y Superficies



Superficie de revolución



Superficie de barrido

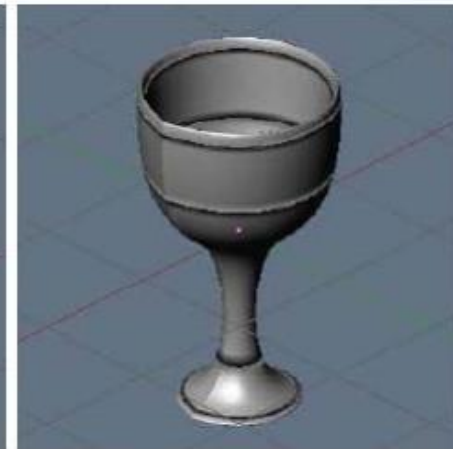
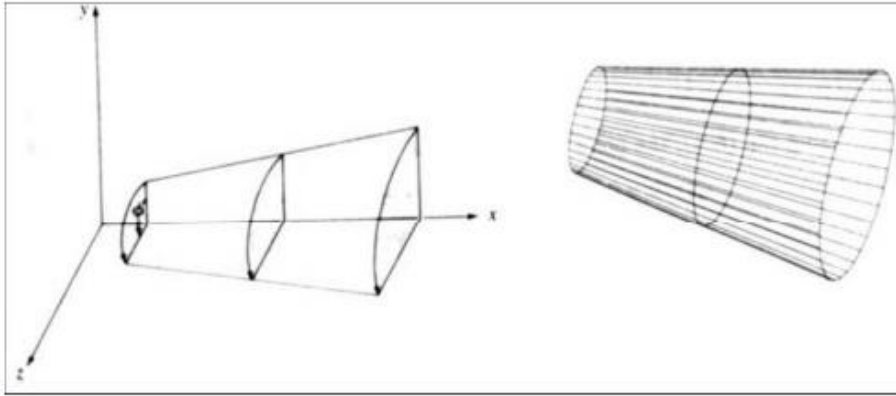


Superficie esculpida



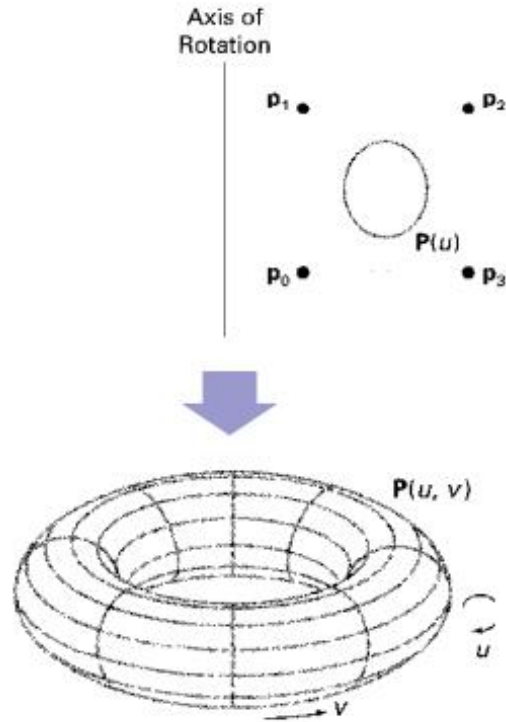
Modelos de Curvas y Superficies

- Superficies de revolución:
Rotación de una curva alrededor de un eje



Modelos de Curvas y Superficies

- Barrido a lo largo de una trayectoria



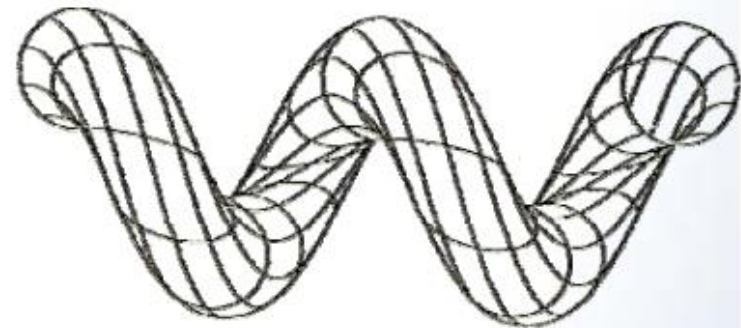
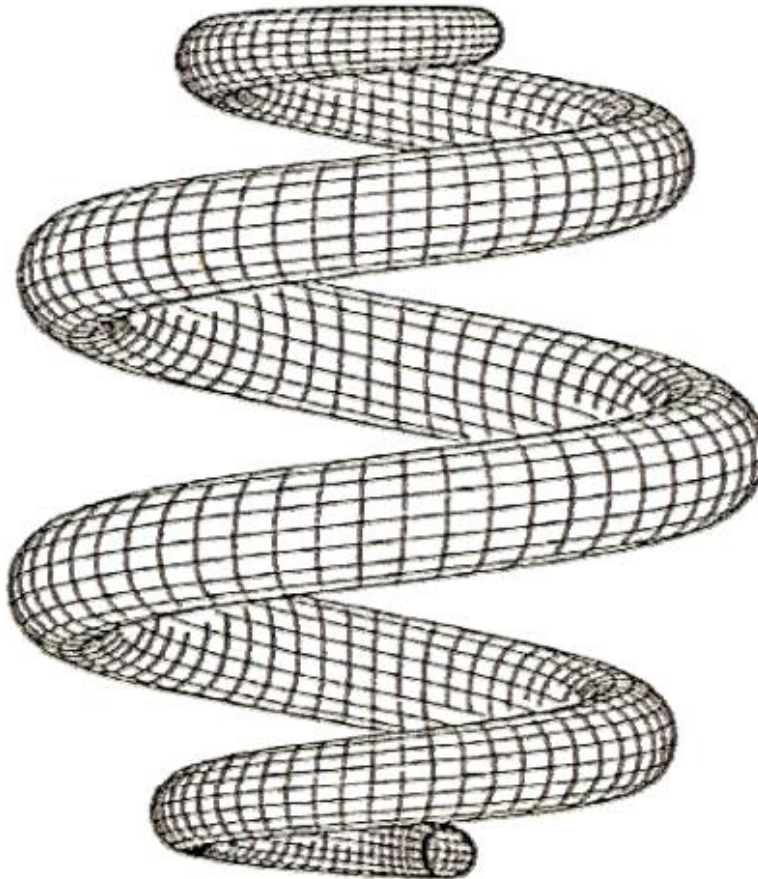
Construcción de un toro por
rotación de un círculo



Modelos de Curvas y Superficies

- Superficies de barrido:

Desplazamiento de una curva a lo largo de una trayectoria



Las técnicas de representación empleadas son:

- Modelos de descomposición:

Descripción de un sólido como un conjunto de células elementales cuya yuxtaposición llena todo el espacio ocupado por el objeto.

- Modelos constructivos:

Representación de un objeto como combinación de otros objetos elementales, siendo cada uno de ellos una particularización de un determinado objeto primitivo.

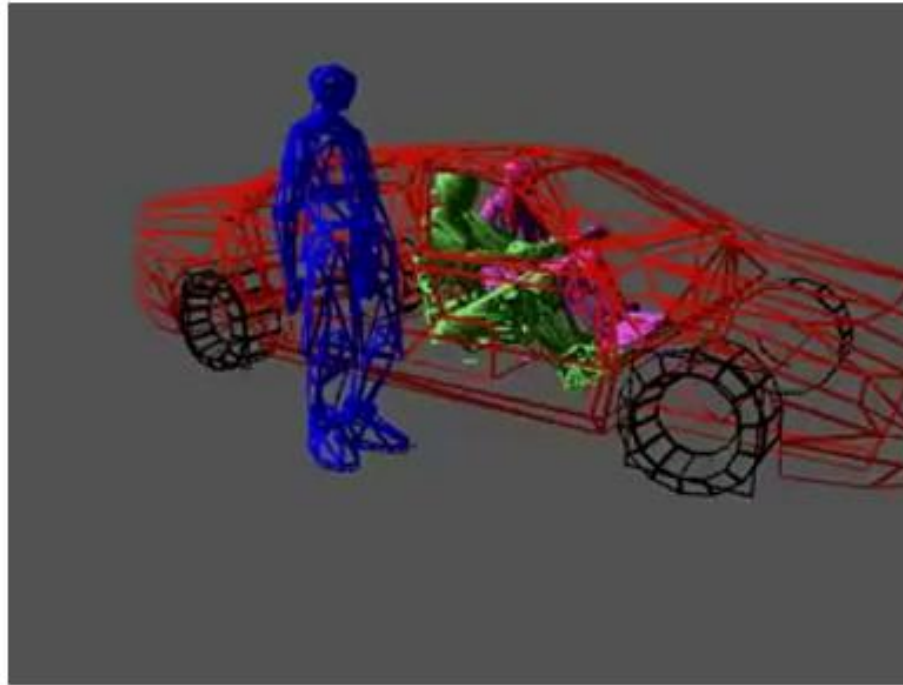
- Modelos de fronteras:

Representación de un objeto por medio de sus caras, donde cada una de ellas se describe mediante la superficie en que está contenida y la curva o curvas que la limitan.



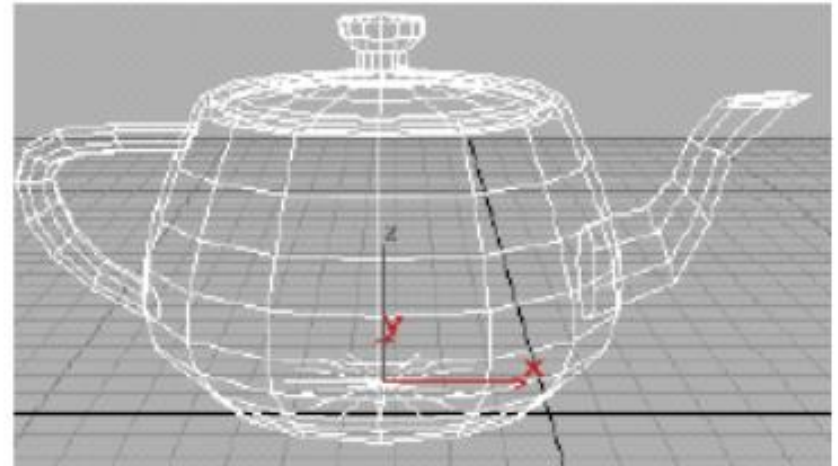
Modelos de alambre: Wire Frame

- Representación Alámbrico (Wire Frame): Los objetos son descritos por un conjunto de aristas que definen los bordes de un objeto.
 - La principal ventaja de esta técnica es su rapidez en mostrar los modelos, que sólo requiere mostrar un conjunto de líneas.



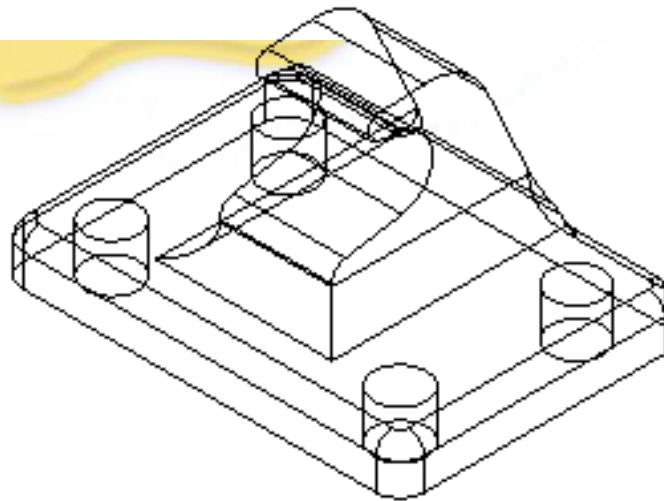
Modelos de alambre: Wire Frame

- La información que se tiene sobre el objeto es un conjunto de líneas, que representan las aristas que forman dicho objeto, por lo que nos permite representar el “esqueleto” del objeto.



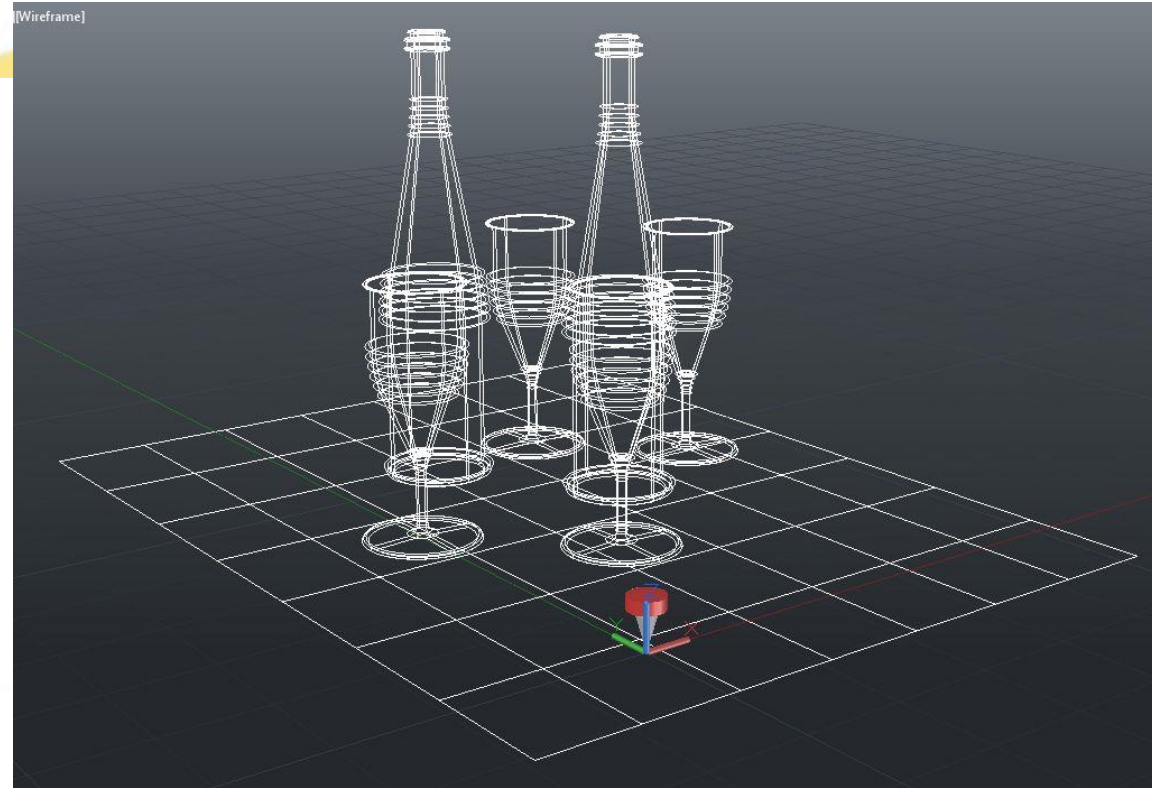
Modelos de alambre: Wire Frame

- Ambigüedad en la representación. No se pueden eliminar líneas ocultas, no existen caras.
- La información sobre el volumen real es inexistente.
- Incapacidad de representar perfiles curvados. Las superficies curvas se intuyen, pero no se representan (ejemplo, cilindro).
- Incapacidad de detectar interferencias entre objetos. Se desconocen los límites del objeto.
- Dificultades en el cálculo de las propiedades físicas de los objetos.
- Incapacidad para aplicar métodos de iluminación y sombreado. Realismo muy pobre.



Modelos de alambre: Wire Frame

- Imposibilidad del uso de operaciones booleanas debido al desconocimiento del volumen real del objeto.
- Esta técnica no puede garantizar que el objeto diseñado es un sólido válido, y, en general no se considera una técnica de modelado de sólidos.



BIBLIOGRAFIA

1. **Computer Graphics: Principles and Practice.** Foley J., Van Dama A., Feiner S., Hughes J., Phillips R. Addison – Wesley Publishing Company, Massachusetts. 1996
2. **Fundamentals of Computer Aided Geometric Design.** Hoschek J., Lasser D. A.K. Peters Ltd. Wellesley Massachusetts. 1993
3. **Gráficas por computadora.** Hearn D., Baker M.P. Prentice - Hall Hispanoamericana. 1998

