COMPUTACION VISUAL

Representación de Curvas

Prof. John Ledgard Trujillo Trejo

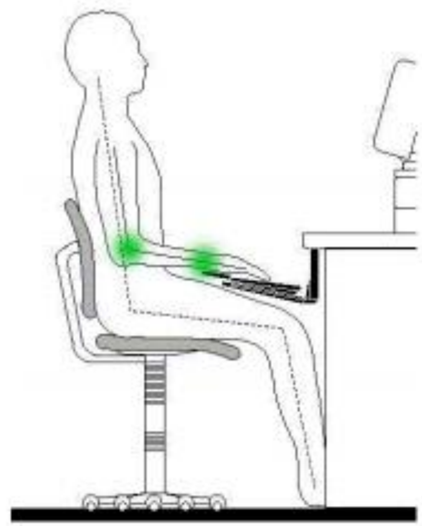
Facultad de Ingeniería de Ingeniería de Sistemas
Departamento de Ciencias de la Computación
UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS

Motivación

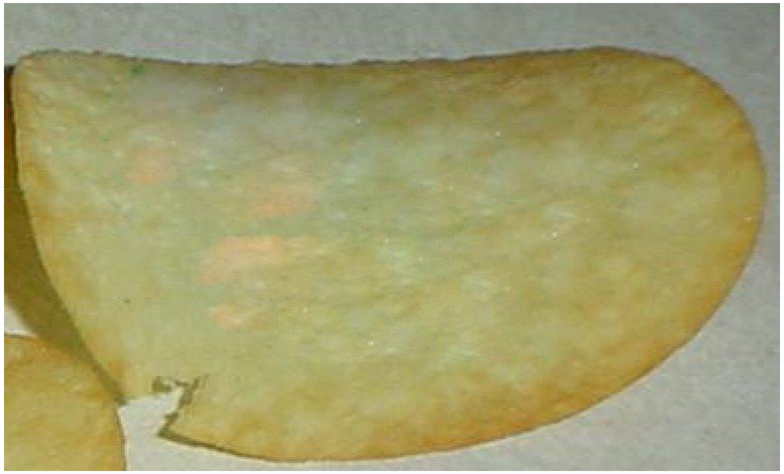
- Cuerpos de seres vivos: más curvas que rectas.

Motivación

- Fabricamos objetos mayormente con curvas: coches, aviones... (aerodinámica).

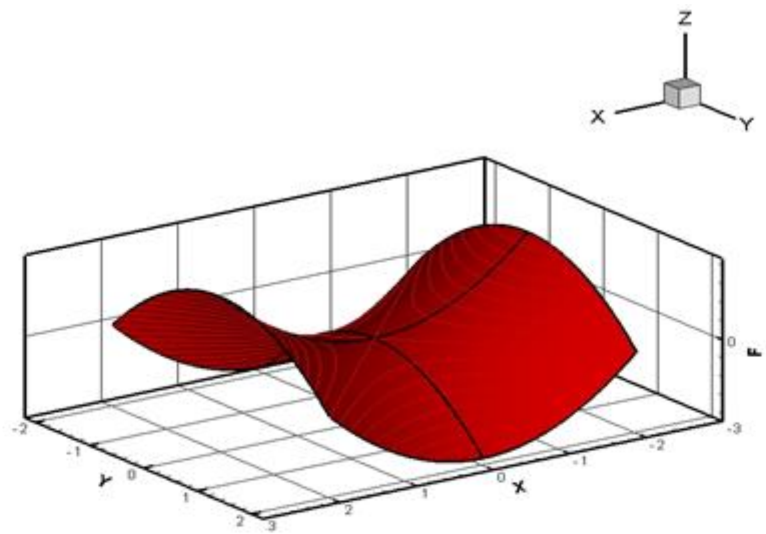


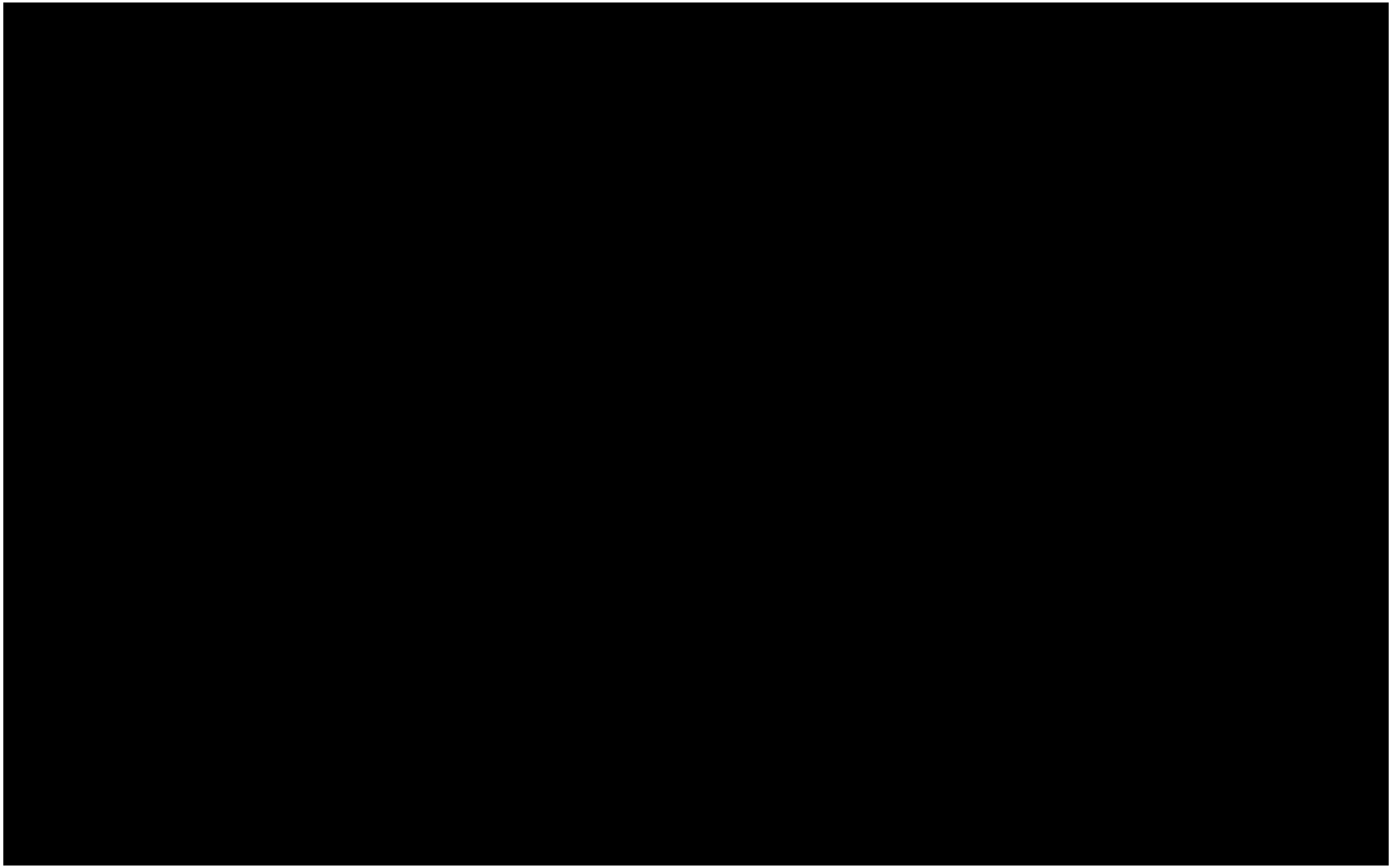
Motivación



Pringles potato chips are designed using [supercomputing] capabilities to assess their aerodynamic features so that on the manufacturing line they don't go flying off the line.
Dave Turek, vicepresidente del departamento de computación en IBM

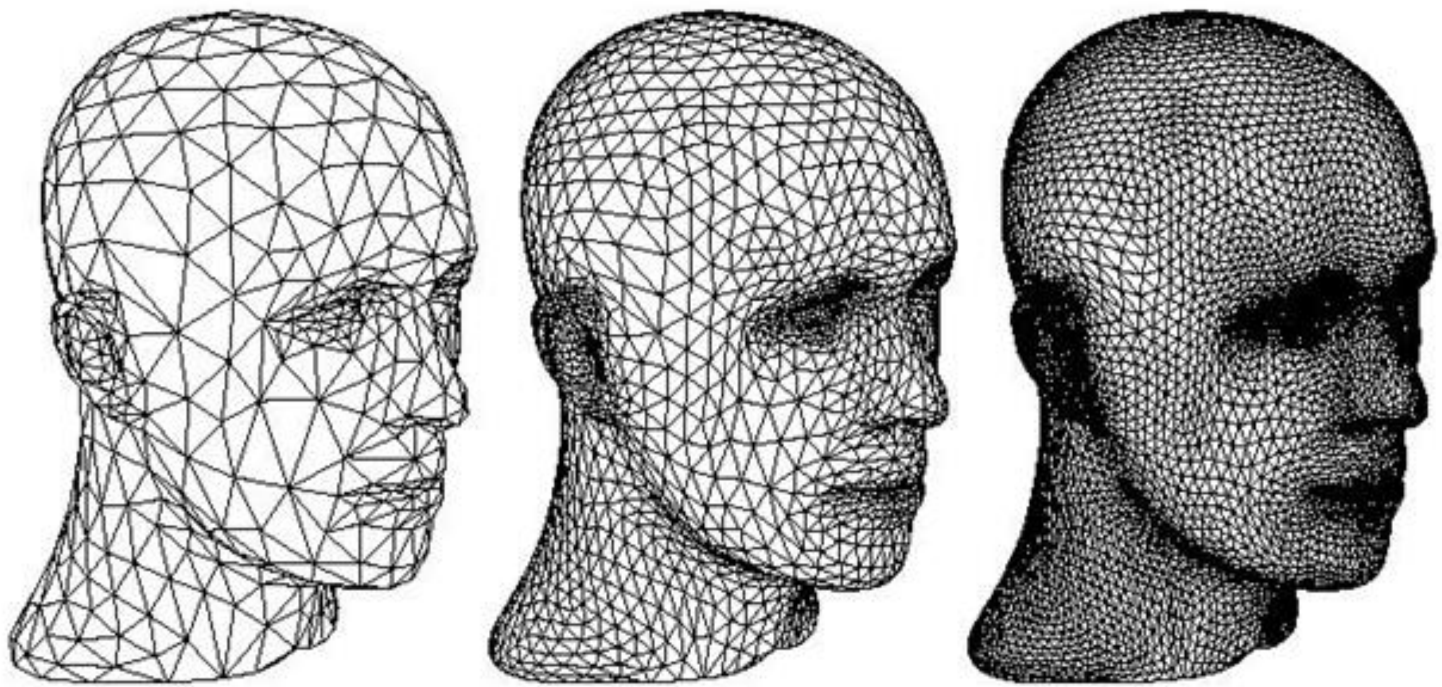
Paraboloide hiperbólico



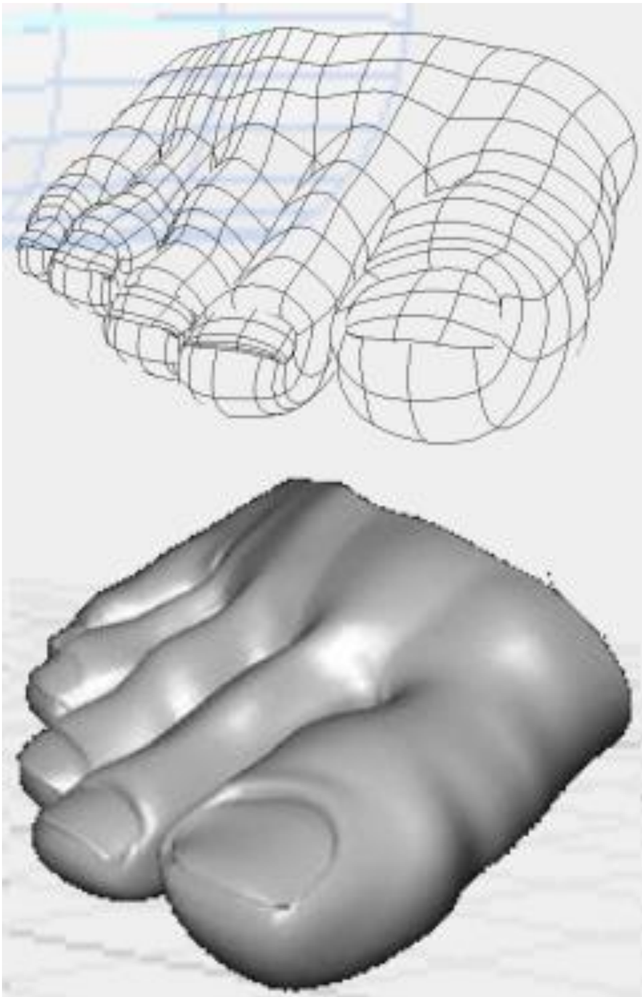


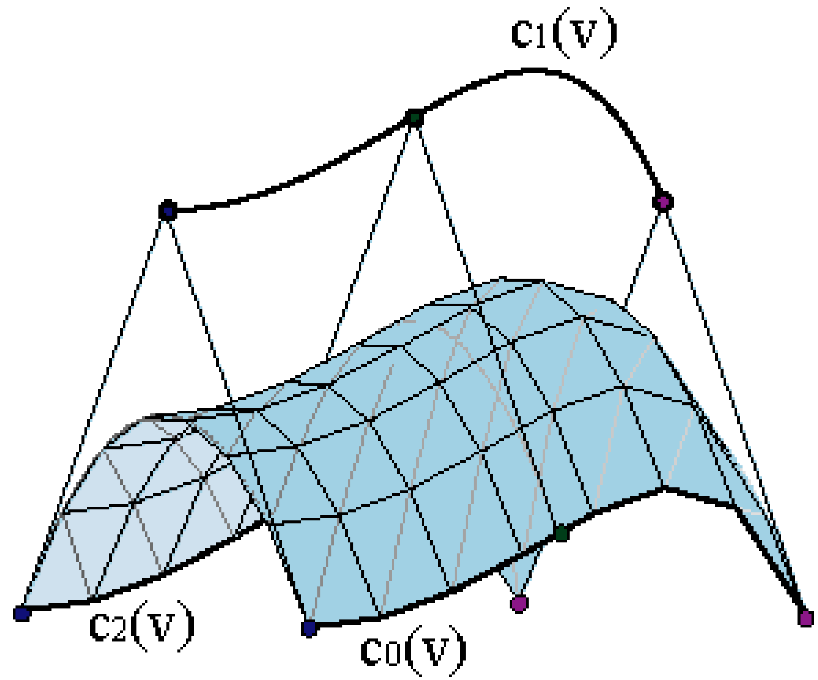
Motivación

- Las curvas son sencillas matemáticamente, y en cambio es muy complicado modelarlas mediante polígonos (triángulos).



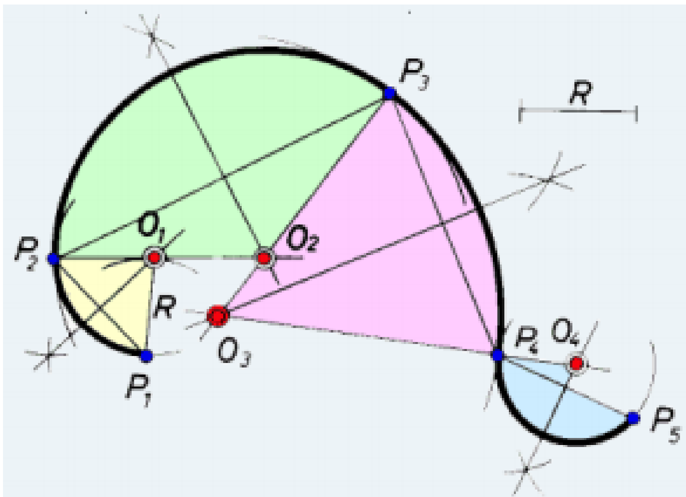
Motivación



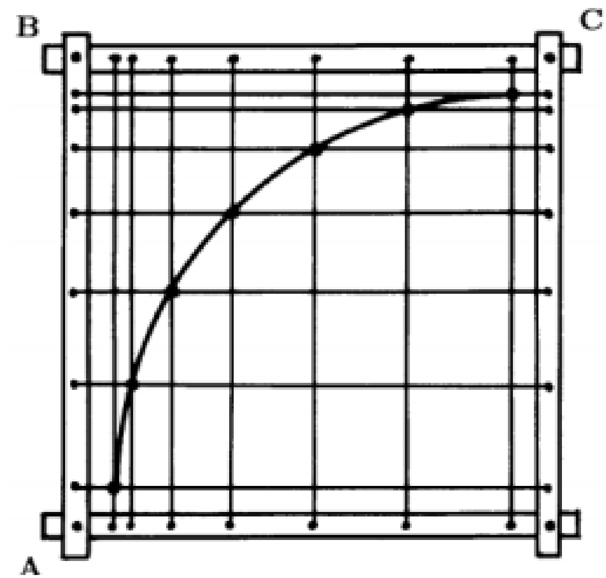


Motivación

- Enlace de diversos puntos no alineados mediante arcos de circunferencia conociendo uno de los radios

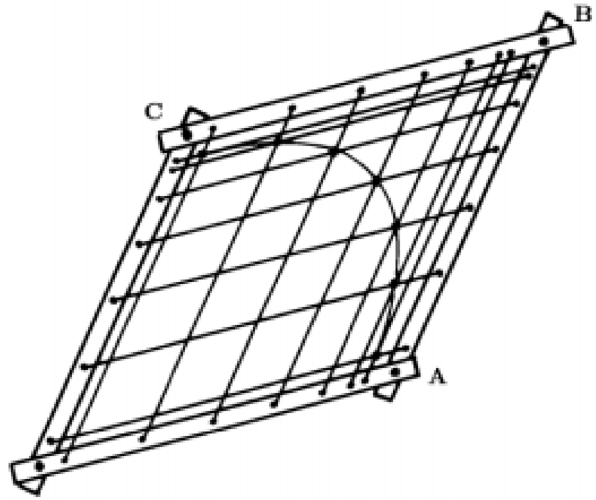


- Un arco de círculo se obtiene conectando los puntos de esta red rectangular.

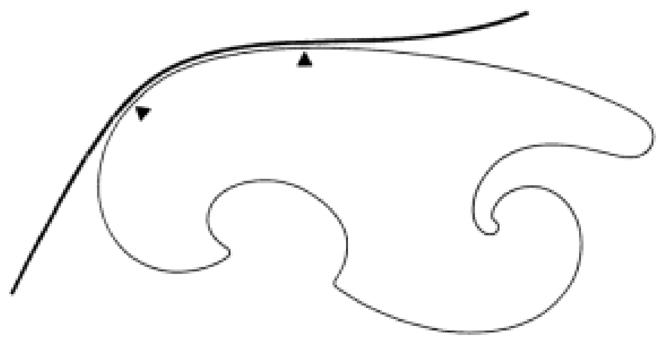


Motivación

- Si se inclina el marco de la figura anterior, se obtiene un arco de una elipse.



- Un arco de curva dibujada a mano se aproxima por una parte de una plantilla.



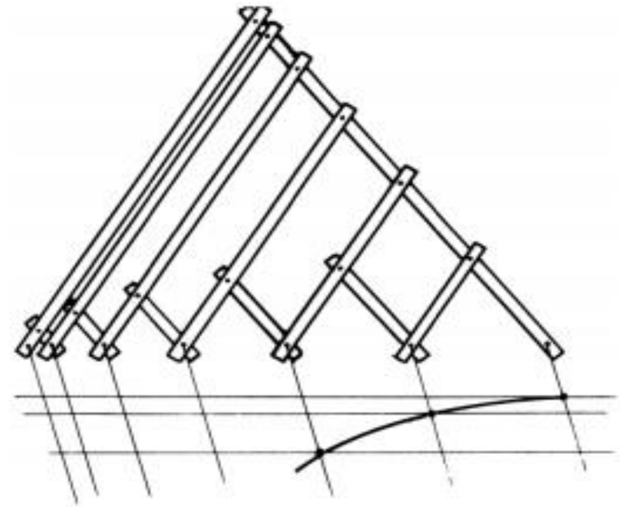
Motivación

Antes de los ordenadores las curvas debían trazarse a mano, con curvígrafos, y esto introducía una gran posibilidad de error.

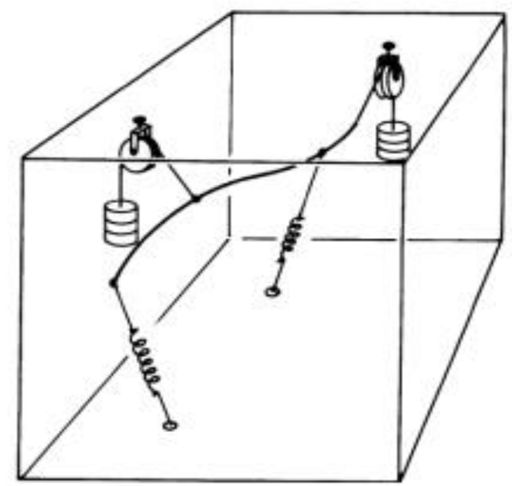
Un curvígrafo

Motivación

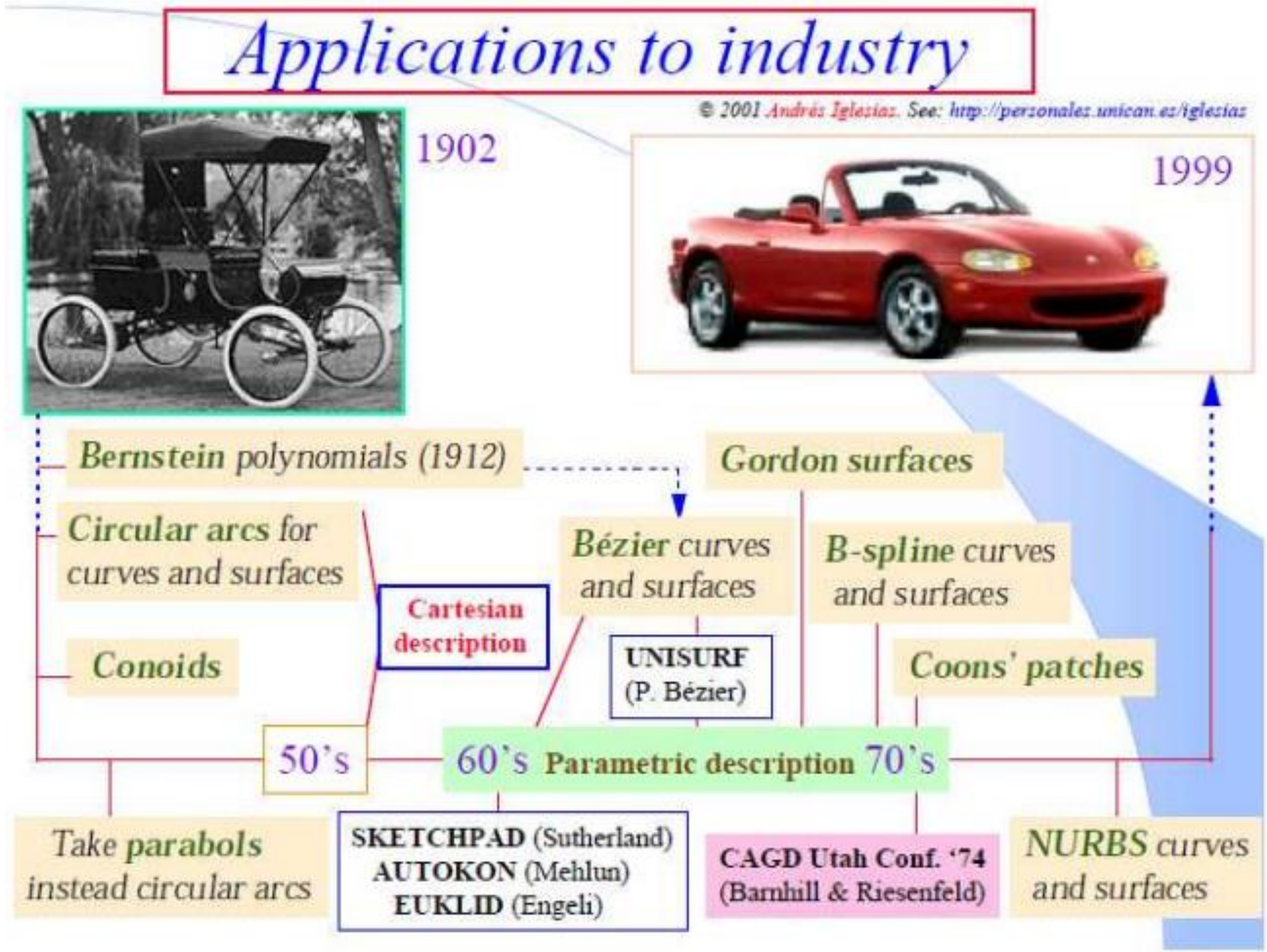
- Construcción de un arco de una elipse con pantógrafo.



- Una curva con la ayuda de los resortes.



Motivación



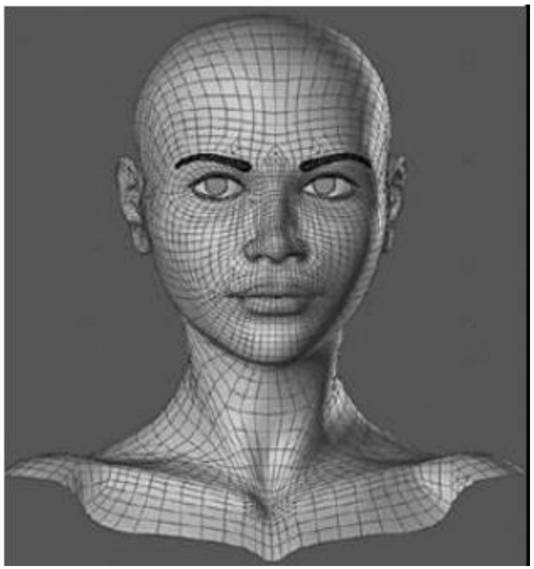
Applications to industry
© 2001 Andrés Iglesias. See: http://personales.unican.es/iglesias
1902
1999
Bernstein polynomials (1912)
Circular arcs for curves and surfaces
Conoids
Cartesian description
Bézier curves and surfaces
UNISURF (P. Bézier)
Gordon surfaces
B-spline curves and surfaces
Coons' patches
50's
60's Parametric description 70's
Take parabols instead circular arcs
SKETCHPAD (Sutherland)
AUTOKON (Mehlun)
EUKLID (Engeli)
CAGD Utah Conf. '74
(Barnhill & Riesenfeld)
NURBS curves and surfaces

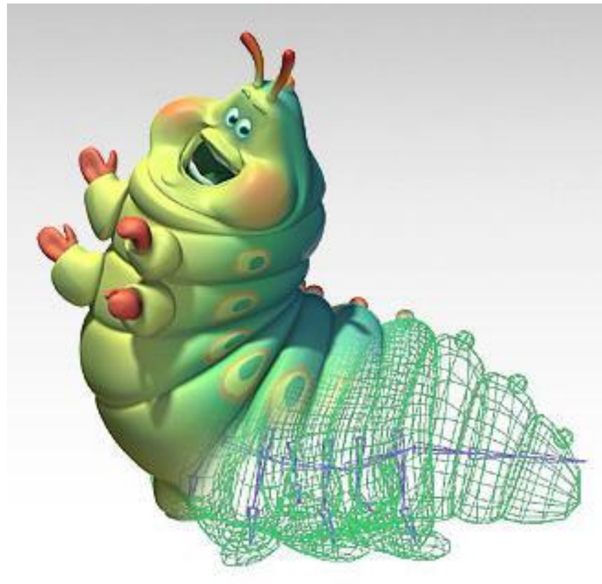
- La tetera de Utah
  - GLUT (OpenGL): cubo, esfera, y… ¡tetera!
  - Martin Newell (1975): Parches de Bezier.
  - Icono del mundo de los gráficos.
  - Importante referencia para evaluar los resultados de un nuevo algoritmo.

Motivación

- ¿Como modelar o representar objetos reales?
- El problema: no existe un modelo matemático del objeto
- Solución: Aproximación por pedazos: planos, esferas, otras primitivas.

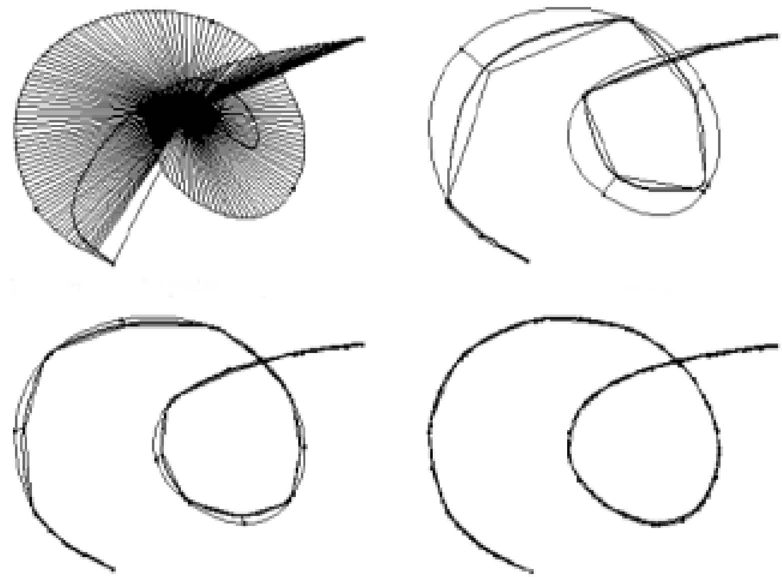
  Se propone que los puntos del modelo no sean parte del objeto, pero que permitan controlar la forma





Representación de Curvas

- Hasta ahora hemos visto como elaborar gráficos a partir de los comandos gráficos mas comunes en un lenguaje de programación (el punto y el segmento de línea recta). Estas primitivas son suficientes en el sentido de que cualquier otra construcción geométrica puede ser convenientemente aproximada con puntos y segmentos, hasta el punto de ser indistinguible para una resolución grafica dada. Muy pronto se comprendió en la Computación Grafica que las técnicas de representación de objetos están muy limitadas en las posibilidades geométricas de las entidades graficas que se pueden modelar y graficar.
- Las curvas poseen una representación matemática precisa.



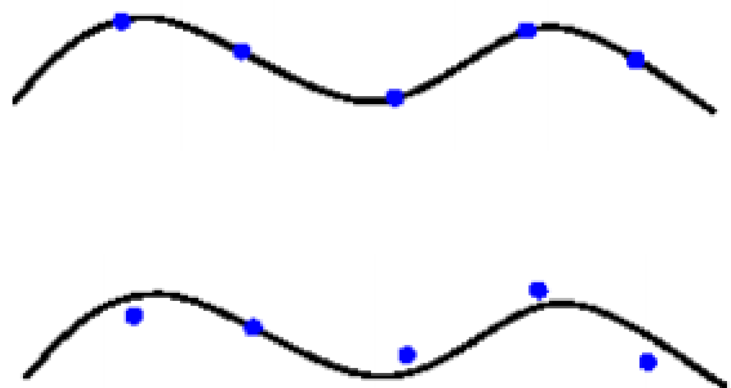
Representación de Curvas

- Las curvas y superficies constituyen el objeto de un campo de aplicación tan importante como son el CAD de múltiples usos concretos en áreas tan diversas como el diseño aeronáutico, el diseño naval y el diseño de carrocerías de auto.



Representación de Curvas

- A causa de las necesidades del diseño y de la producción automatizada, se han desarrollada métodos específicos de construcción y trazado de curvas mediante la computadora.
  - **Interpolacion de puntos:** Dado un conjunto de puntos denominados puntos de control se halla una **funcion polinomial** de bajo grado que aproxime o interpole estos puntos.
  - **Aproximación de puntos:** La curva no necesariamente pasa por todos los puntos, pero si pasa cerca de ellos.

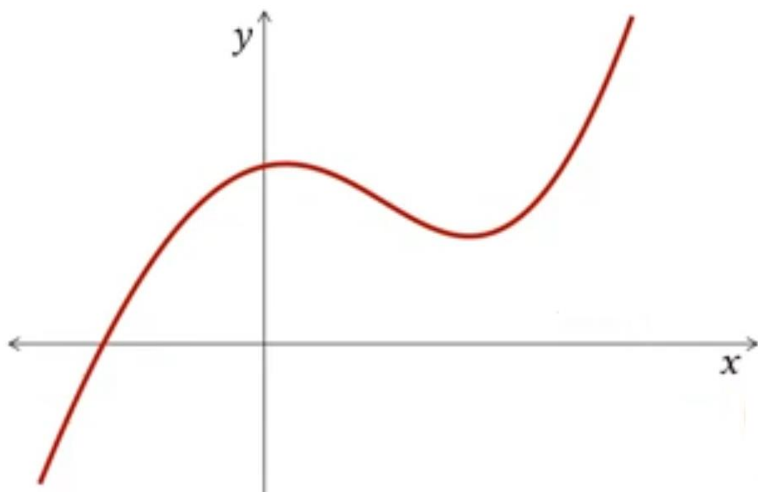


- En las aplicaciones gráficas se usan curvas de aproximación, pues para las curvas de interpolación se necesitan funciones de alto grado (mayor complejidad computacional).

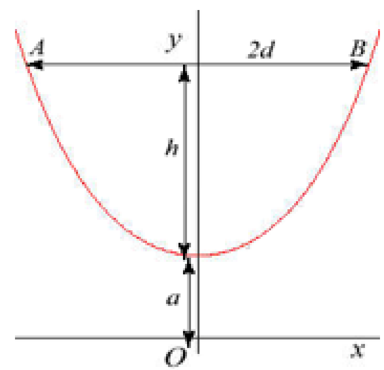
- A nivel matemático las curvas se pueden representar como ecuaciones de varias formas, atendiendo a como aparezcan las distintas variables involucradas.

  - **Representación Explicita:**
    - En las que aparecen en forma explicita una de las variables en función de las otras dos.

$$y = f(x)$$



Catenaria: Ecuación: $y(x) = a\cosh\frac{x}{a}$



Representación de Curvas

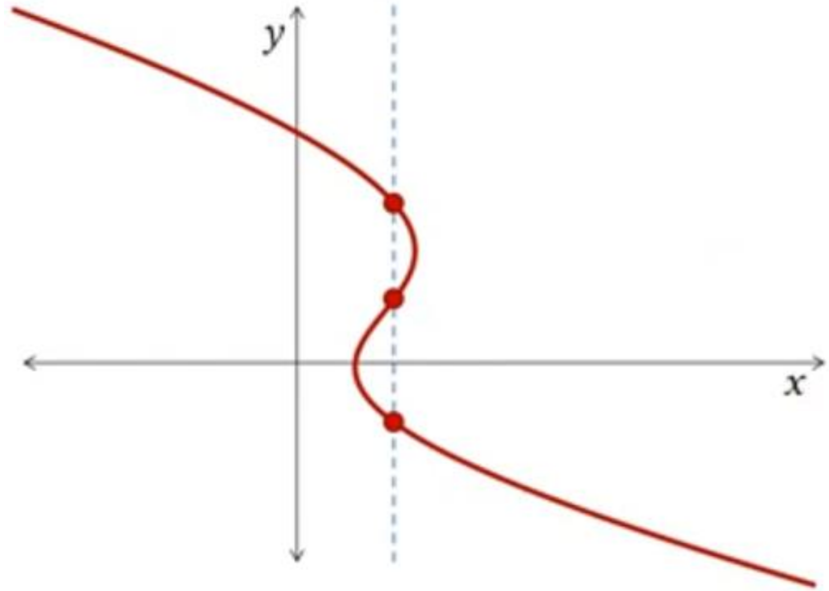
- En 2D, una curva será representada por $y = f(x)$ donde $(x, y = f(x))$ representan los puntos de la curva

  Una línea: $y = ax + b$

  La mitad de un círculo: $y = \sqrt{R^2 - x^2}$

$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots a_2 x^2 + a_1 x^1 + a_0$$

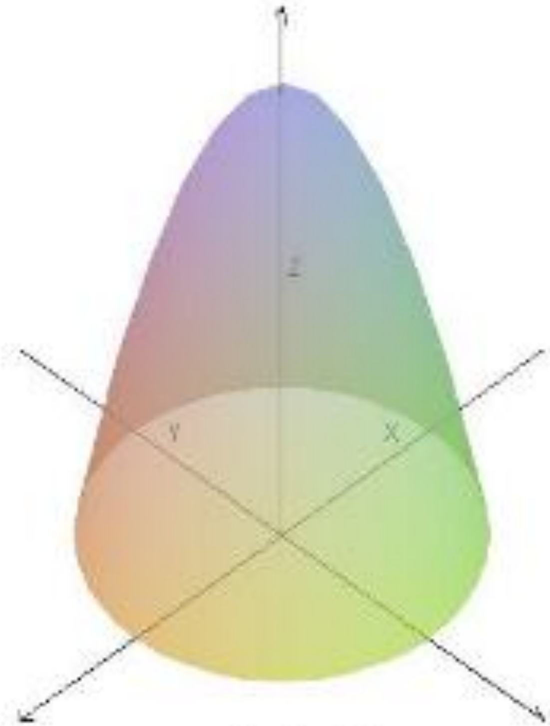
$\cancel{y = f(x)}$



Representación de Curvas

- En 3D, para representar una curva se requiere una función de dos variables

$$z = f\,(x,y)$$



paraboloide

$$z = 5 - x^2 - y^2$$

❍ Representación Implícita:

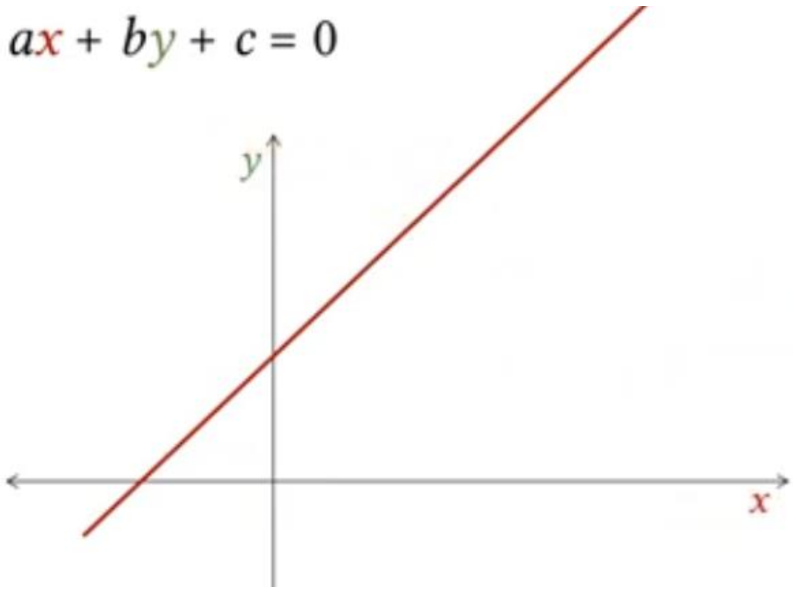
- Expresadas como una ecuación de las variables igualada a cero.
- En 2D, una curva será representada por $f(x, y) = 0$ f es evaluada en el par (x, y)

  Ejemplo

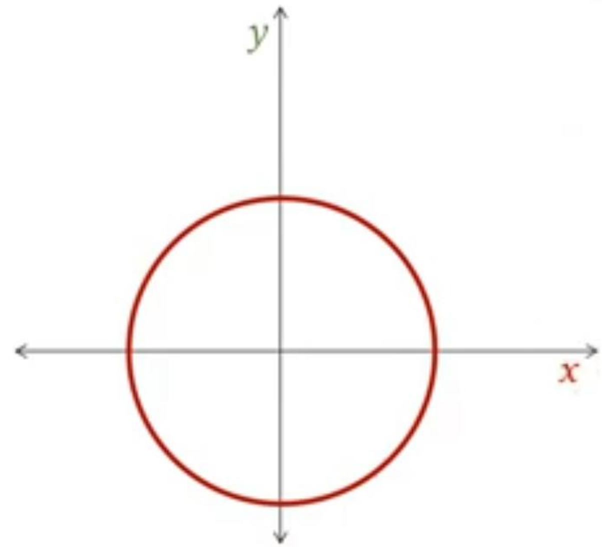
  Una línea: $ax + by + c = 0$

  Un círculo: $x^2 + y^2 - r^2 = 0$

$$ax + by + c = 0$$



$$f(x, y) = x^2 + y^2 - r^2 = 0$$

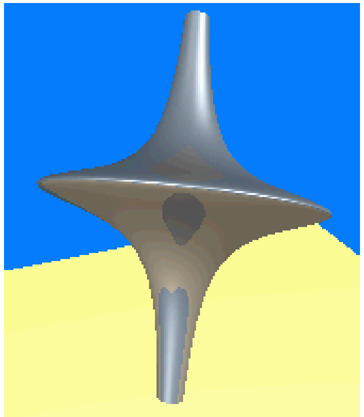


Representación de Curvas

- Una representación de uma curva 3D esta descrita por la intersección de dos superficies

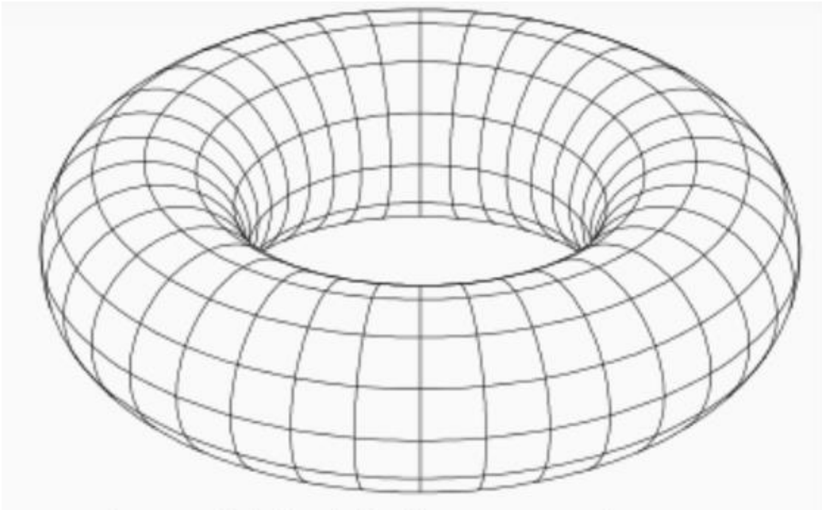
$$\begin{cases} F_1(x,y,z)=0 \\ F_2(x,y,z)=0 \end{cases}$$

- Las ecuaciones implicitas pueden ser difíciles de evaluar.
- A partir de una ecuación explícita se puede obtener una implícita. El recíproco no es siempre cierto



$(x^2+z^2)\,y^2+c^2\,(x^2+z^2)-c^2\,a^2=0$

Gráfica para a=1, c=0.1.



Toro de superficie implícito (R = 40, a = 15).

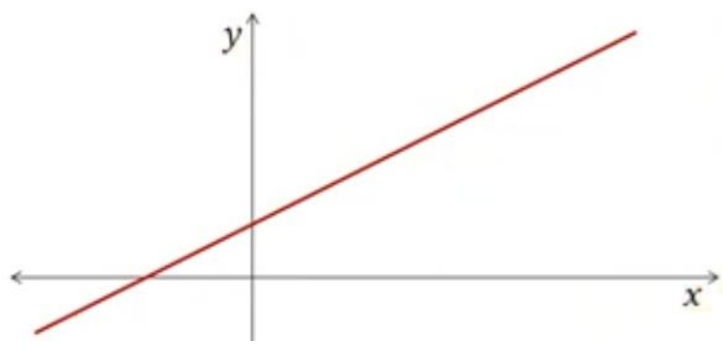
toro $(x^2+y^2+z^2+R^2-a^2)^2-4R^2(x^2+y^2)=0.$

❍ Representación Paramétrica:

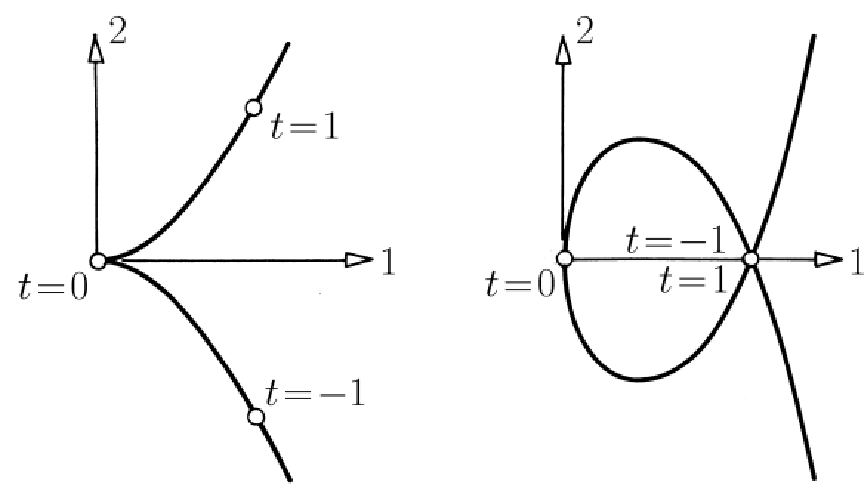
- La curva se describe en base a un conjunto de parámetros que la recorren, como un conjunto de ecuaciones que permiten obtener cada una de las coordenadas a medida que el parámetro evoluciona sobre el elemento.
- Son flexibles, aunque no orientables.
- Cualquier expresión explícita se puede poner, trivialmente, en forma parámetrica.

$x - 2y + 2 = 0$ ➡ implicit

$x = 2t, \quad y = t + 1$ ➡ parametric

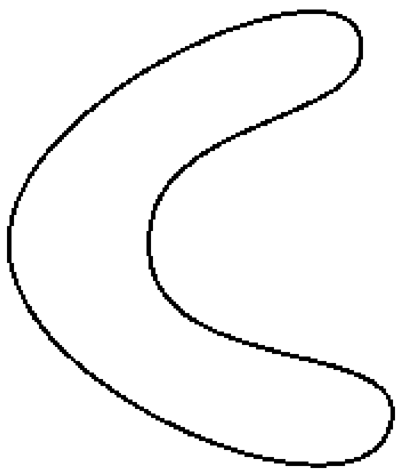


En la izquierda está la parabola de Neil $\mathbf{x} = [t^2 \;\; t^3]^t$ y, a la derecha, la curva $\mathbf{x} = [t^2 \;\; t^3 - t]^t$.



Representación Paramétrica:

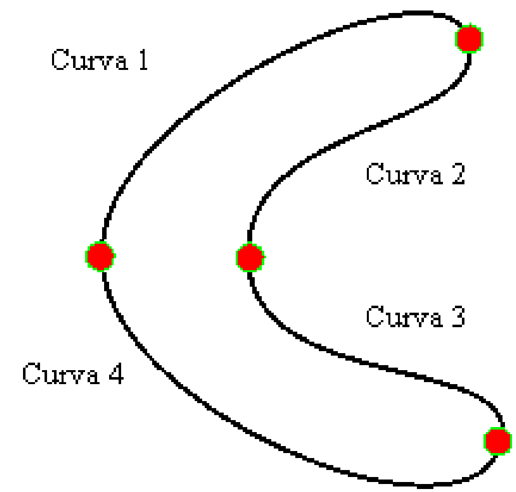
- Con líneas rectas podemos aproximar la figura, pero necesitaremos un número considerable de ellas si queremos que el resultado se parezca al mostrado. Con círculos y elipses, la tarea resulta igualmente complicada.
- La figura no puede ser trazada con un número razonable de líneas o círculos porque es más compleja que éstos.



Representación de Curvas

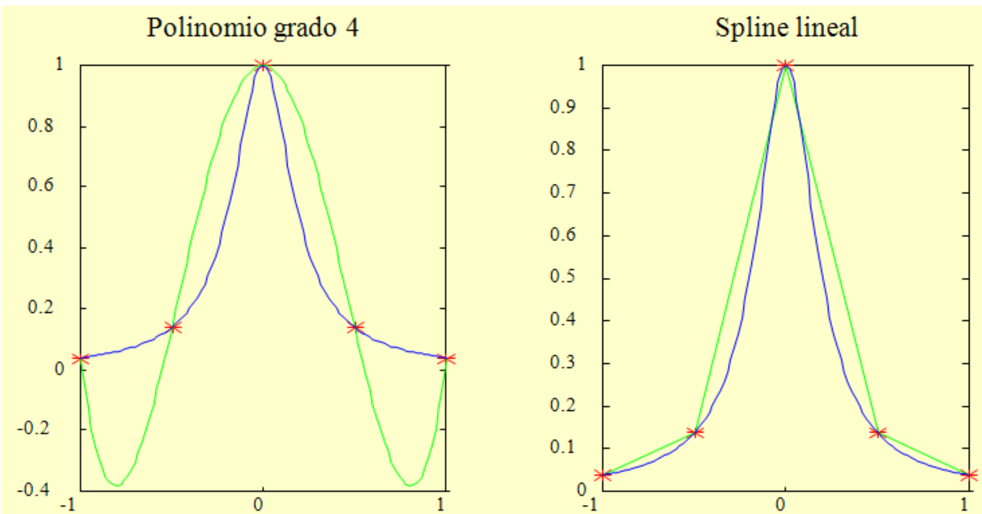
- Pero, ¿cómo se define la complejidad de una figura? Si consideramos que la forma de ésta viene dada por una ecuación, la complejidad de la forma vendrá dada por el grado de la ecuación que la determina.
  - Grado 1: Recta $ax + by + c = 0$
  - Grado 2: circulo $x^2 + y^2 - r^2 = 0$
  - elipse $b^2x^2 + a^2y^2 - a^2b^2 = 0$

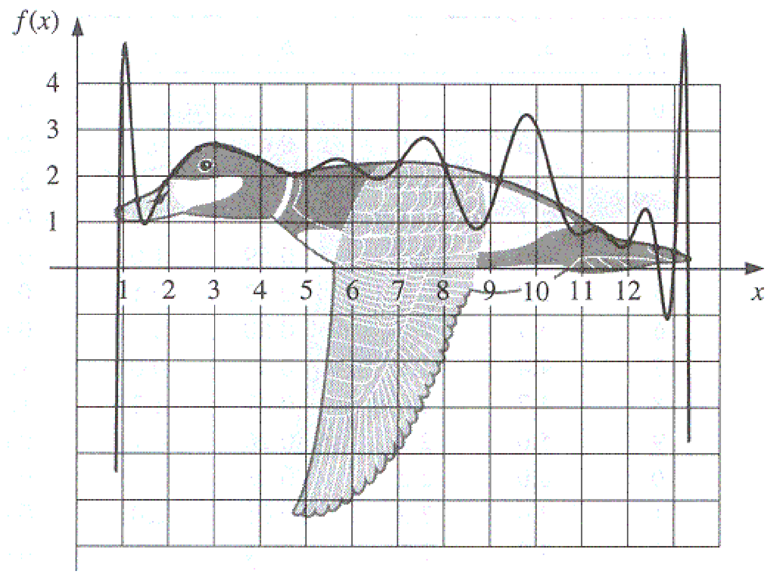
- Entonces, la figura superior quizá se pueda trazar mediante una ecuación de grado tres o superior. De hecho se puede trazar con cuatro curvas de grado tres, que entraran en la categoría de curvas cúbicas paramétricas.



Representación de Curvas

- Se suelen usar los polinomios cúbicos porque los de grado dos ofrecen poca flexibilidad a la hora de controlar la forma de la curva, y los de grado mayor que tres pueden introducir rizos innecesarios y además requieren más computación.



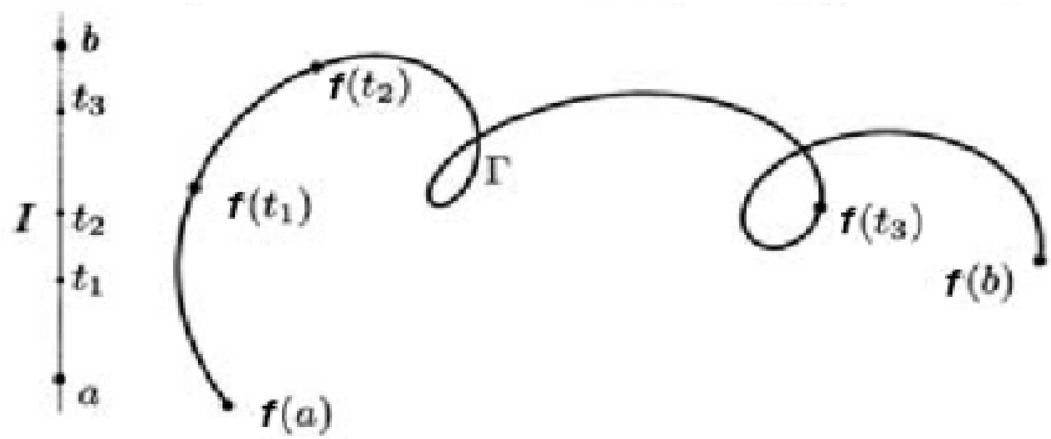


Curvas paramétricas 2D

- Una curva parametrica en el plano es una función f definida en un intervalo I = [a,b] ⊂ R y a valores en R^2.

$$f : I \rightarrow R^2, \qquad f(t) = (x(t), y(t))$$

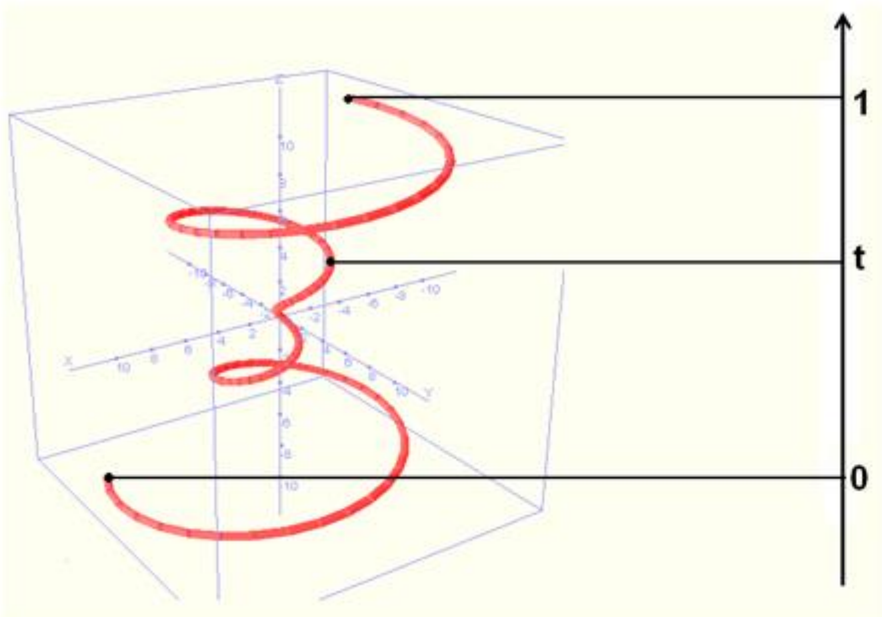
  - I es el intervalo de parámetros (I = [a,b] ⊂ R, comunmente [0,1]
  - t es el parámetro con el que se describe los diversos puntos de la curva; la variación de t de a a b en I produce el recorrido en el punto f(t) a lo largo de la curva.



Curvas paramétricas 3D

- Una curva parametrica en el espacio es una función f definida en un intervalo I = [a,b] $\subset$ R y a valores en R^3.

$$\mathbf{f} : I \to R^3, \qquad \mathbf{f}(t) = (x(t), y(t), z(t))$$



$$Q(t) = [x(t), y(t), z(t)]$$

$$\left.\begin{aligned} x(t) &= a_x t^3 + b_x t^2 + c_x t + d_x \\ y(t) &= a_y t^3 + b_y t^2 + c_y t + d_y \\ z(t) &= a_z t^3 + b_z t^2 + c_z t + d_z \end{aligned}\right\} \forall t \in [0, 1]$$

Bosquejar la curva

$$x = t^2 + t\,,\quad y = t^2 - t$$

t	x	y
-2	2	6
-1	0	2
0	0	0
1	2	0
2	6	

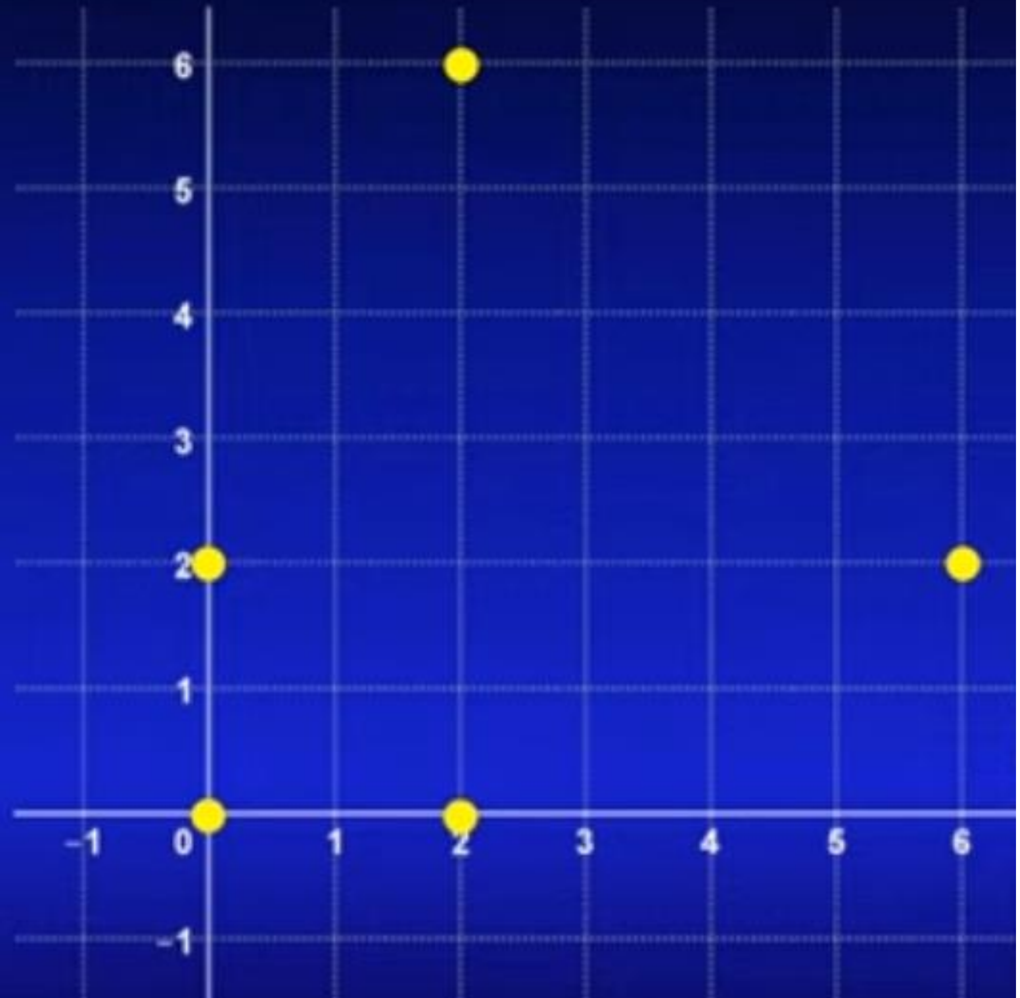
$$x = (-2)^2 + (-2) = 4 - 2 = 2 \qquad y = (-2)^2 - (-2) = 4 + 2 = 6$$

$$x = (-1)^2 + (-1) = 1 - 1 = 0 \qquad y = (-1)^2 - (-1) = 1 + 1 = 2$$

Curvas Paramétricas

$$x = t^2 + t\ , \quad y = t^2 - t$$

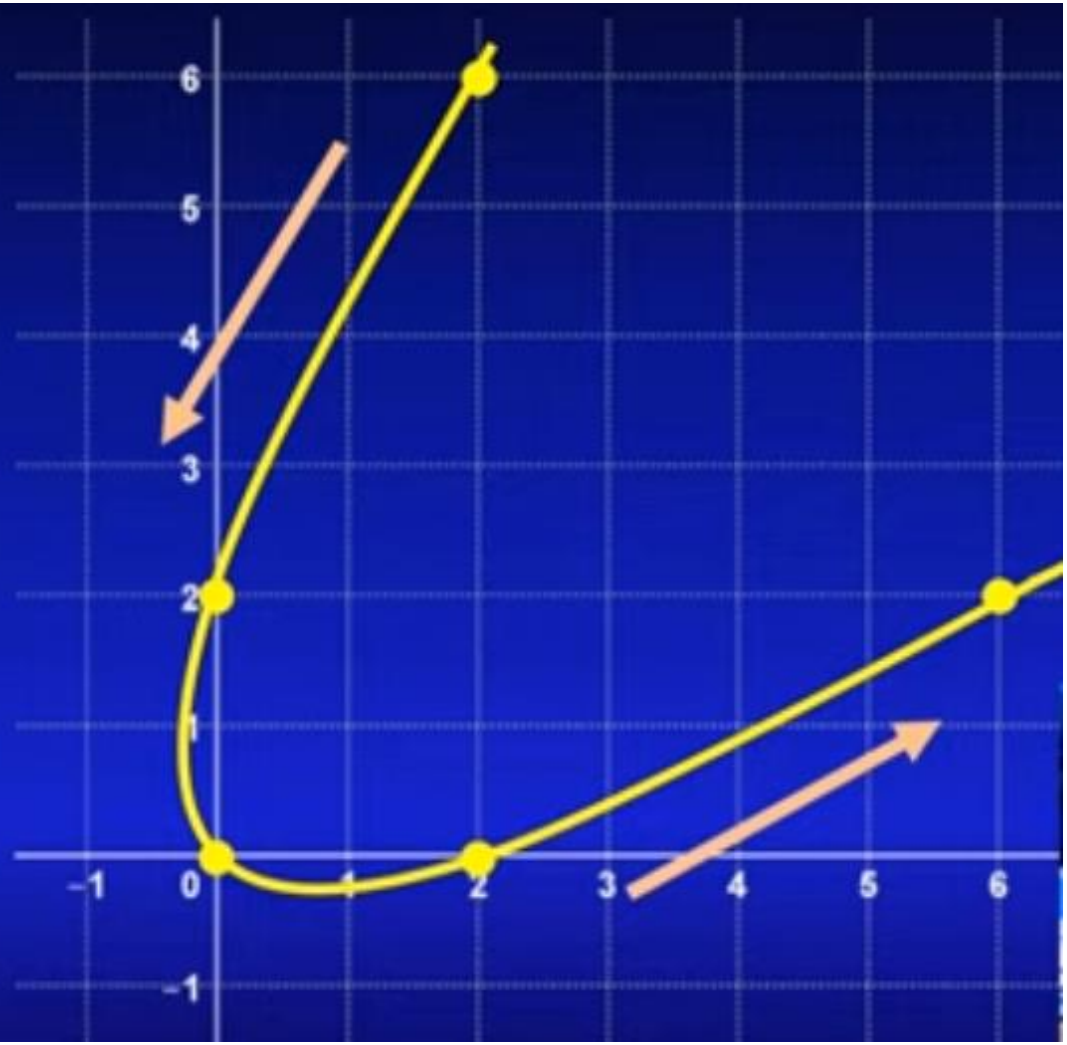
t	x	y
-2	2	6
-1	0	2
0	0	0
1	2	0
2	6	2



Curvas Paramétricas

$$x = t^2 + t \,, \quad y = t^2 - t$$

t	x	y
-2	2	6
-1	0	2
0	0	0
1	2	0
2	6	2

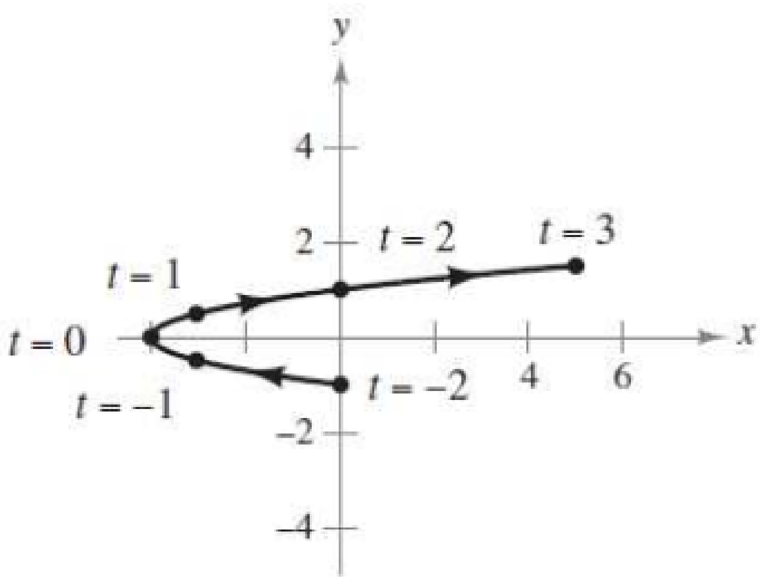


Trazado de Curvas paramétricas 2D

- Trazar la curva dada por las ecuaciones paramétricas:

$$x = t^2 - 4 \quad \text{y} \quad y = \frac{t}{2}, \quad -2 \leq t \leq 3.$$

- Para valores de t en el intervalo dado, se obtienen, a partir de las ecuaciones paramétricas, los puntos (x, y) que se muestran en la tabla.



t	-2	-1	0	1	2	3
x	0	-3	-4	-3	0	5
y	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$

- Dibujar la curva representada por las ecuaciones:

$$x = \frac{1}{\sqrt{t+1}} \quad \text{y} \quad y = \frac{t}{t+1}, \quad t > -1$$

- Se despeja *t* de una de las ecuaciones paramétricas.

$$x = \frac{1}{\sqrt{t+1}} \qquad t + 1 = \frac{1}{x^2}$$

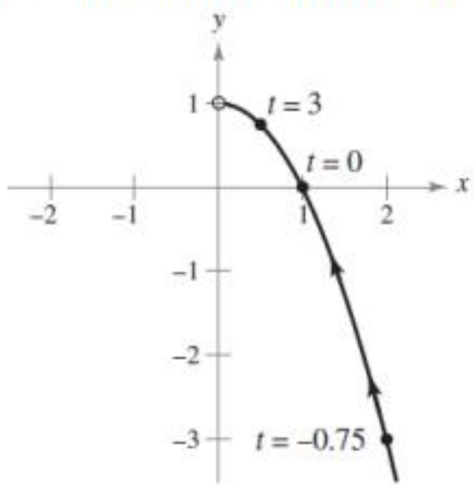
$$x^2 = \frac{1}{t+1} \qquad t = \frac{1}{x^2} - 1 = \frac{1 - x^2}{x^2}$$

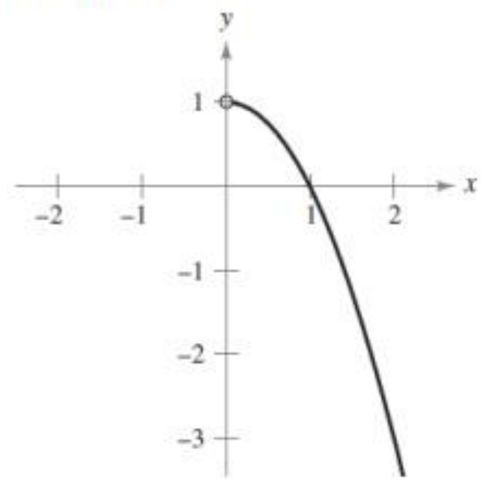
- Sustituyendo ahora, en la ecuación paramétrica para *y*, se obtiene

$$y = \frac{t}{t+1}$$

$$y = \frac{(1 - x^2)/x^2}{[(1 - x^2)/x^2] + 1}$$

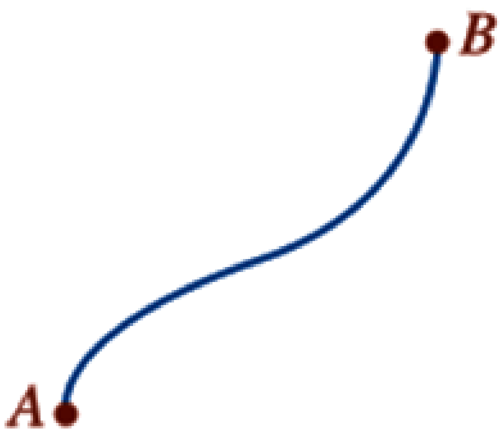
$$y = 1 - x^2.$$

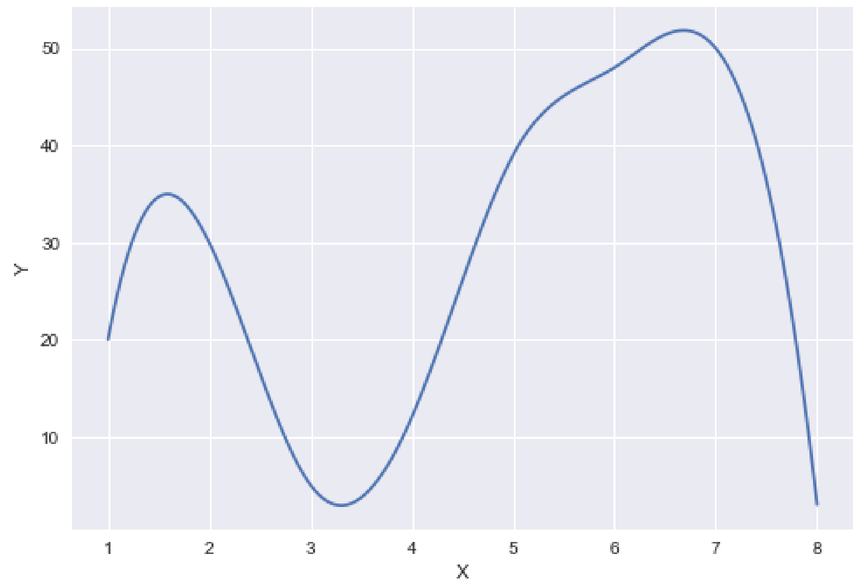




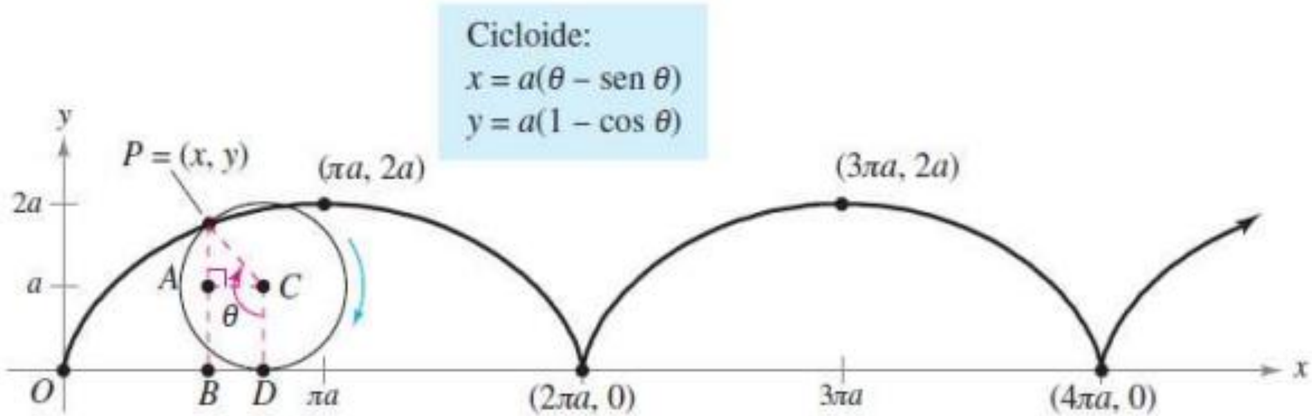
Definición de una curva suave

- Una curva C representada por $x=f(t)$ y $y=g(t)$ en un intervalo I se dice que es **suave** si f' y g' y son continuas en I y no son simultáneamente 0, excepto posiblemente en los puntos terminales de I.





La curva C se dice que es **suave a trozos** si es suave en todo subintervalo de alguna partición de I.



$$x(\theta) = a(\theta - \operatorname{sen}\theta) \qquad y(\theta) = a(1 - \cos\theta)$$
$$x'(\theta) = a - a\cos\theta \qquad y'(\theta) = a\operatorname{sen}\theta$$
$$x'(2n\pi) = 0 \qquad y'(2n\pi) = 0$$

La cicloide tiene esquinas agudas en los valores $x=2n\pi a$ Obsérvese que las derivadas x' y y' son ambas cero en los puntos en los que Entre estos puntos, se dice que la cicloide es **suave**.

Forma paramétrica de las derivadas

- Si una curva suave *C* está dada por las ecuaciones x=f(t) y y=g(t) entonces la pendiente de *C* en (x, y) es:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} \qquad \text{si} \quad \frac{dx}{dt} \neq 0$$

- Como dy/dx es función de *t*, puede hallarse repetidamente las derivadas de *orden superior*. Por ejemplo,

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{d}{dx}\left[\frac{dy}{dx}\right] = \frac{\frac{d}{dt}\left[\frac{dy}{dx}\right]}{dx/dt}$$

Segunda derivada.

$$\frac{d^3y}{dx^3} = \frac{d}{dx}\left[\frac{d^2y}{dx^2}\right] = \frac{\frac{d}{dt}\left[\frac{d^2y}{dx^2}\right]}{dx/dt}.$$

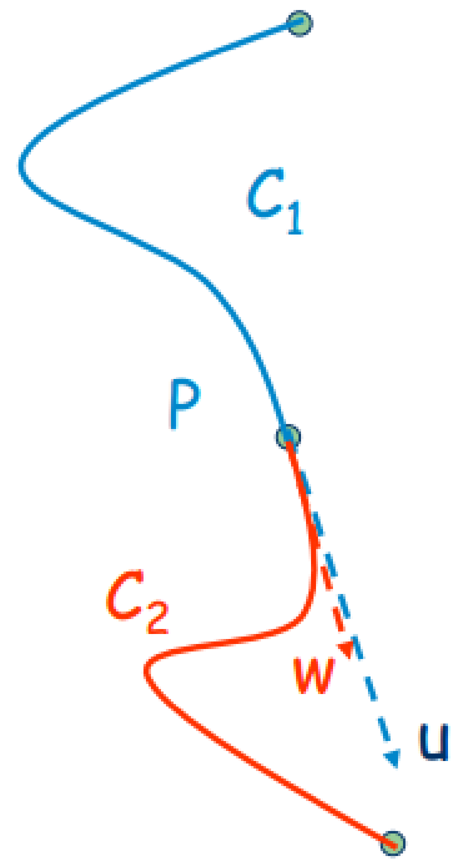
Tercera derivada.

Continuidad de Curvas Paramétricas

Continuidad de una Curva:

- Permiten especificar la forma en que se unen dos segmentos curvos
- El punto P final de una curva C1 coincide con el punto inicial de la otra curva C2.
- Las direcciones de los vectores tangentes u y w en cada punto de unión deben tener la misma dirección.
- Cada segmento i de la curva se describe como un conjunto de funciones paramétricas de la forma

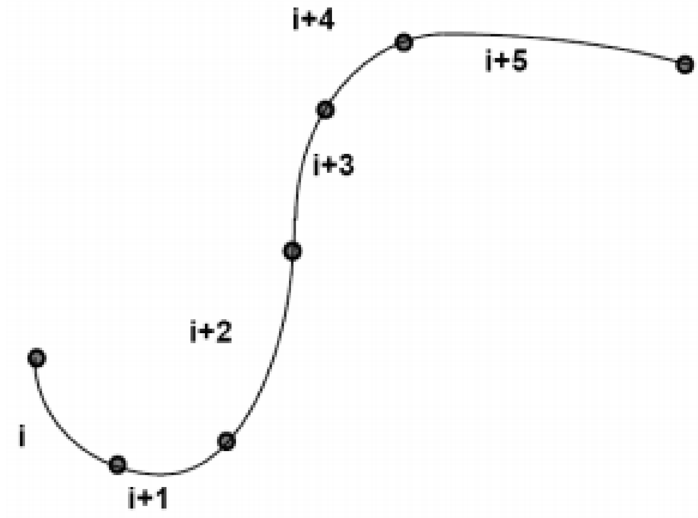
  $x_i = x(u),\ y_i = y(u),\ z_i = z(u)\ /\ u_1 \leq u \leq u_2$



Continuidad de Curvas Paramétricas

- **Continuidad de una Curva:**
  - Una curva esta compuesta por varias partes de polinomios cúbicos.
  - La suavidad de una curva puede especificarse imponiendo condiciones de continuidad entre secciones:
    - Continuidad paramétrica C^n exige que las derivadas de grado n de las secciones polinomiales coincida.
    - Continuidad geométrica G^n exige que la dirección y sentido de las derivadas de grado n coincida.

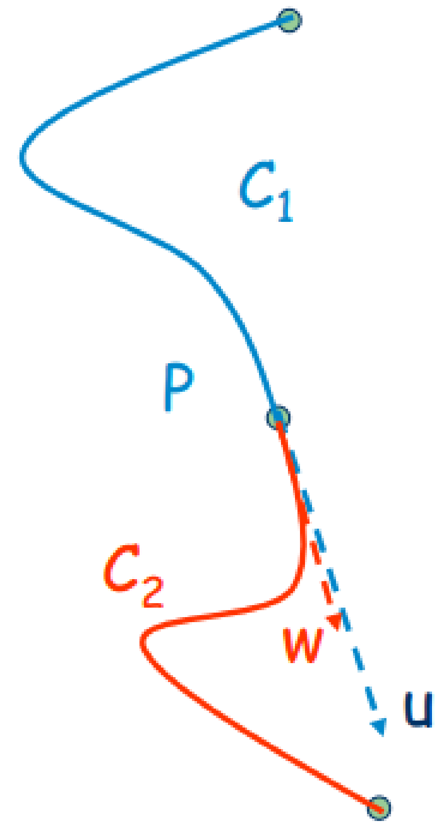
$$x(t) = P_x = a_x t^3 + b_x t^2 + c_x t + d_x$$
$$y(t) = P_y = a_y t^3 + b_y t^2 + c_y t + d_y$$
$$z(t) = P_z = a_z t^3 + b_z t^2 + c_z t + d_z$$



Obs: La continuidad paramétrica normalmente es más fuerte que la geométrica, pero existen casos especiales en que Gn no implica Cn.

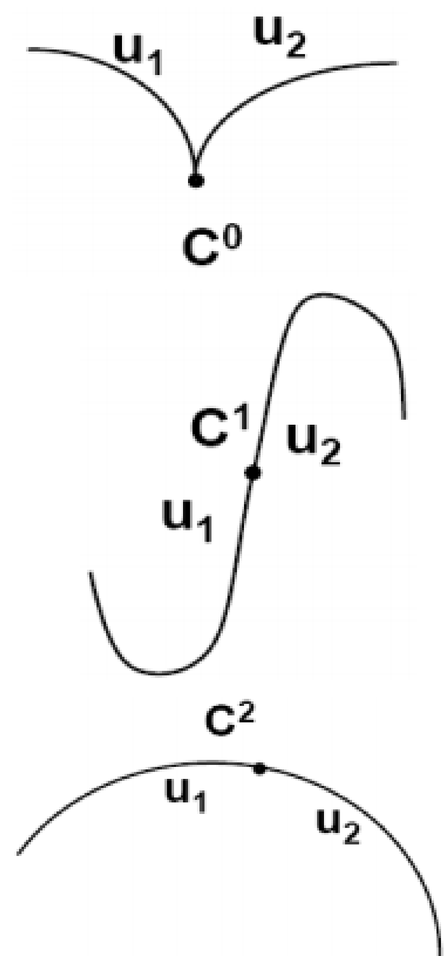
- Continuidad geométrica:
  - G^0: Continuidad Geométrica de orden 0. Las curvas se intersectan en un punto P.

    El punto final de una sección de la curva es idéntico al punto inicial de la siguiente sección de la curva.
  - G^1: Continuidad Geométrica de orden 1. La dirección de los vectores tangente son iguales en el punto P. Las tangentes son proporcionales
  - G^2: Continuidad Geométrica de orden 2. La primera y segunda derivada son proporcionales
  - G^n: Las derivadas de orden n, de los vectores tangentes tienen la misma dirección.



Continuidad de Curvas Paramétricas

- Continuidad parámetrica:
  - **C^0: Las curvas están unidas.** Los valores de x,y,z evaluados en u2 para el primer segmento, son iguales a los valores x,y,z evaluados en u1 para el segundo segmento. Las curvas se intersectan.
  - **C^1: Continuidad Paramétrica de orden 1.** La dirección de los vectores tangente son iguales en P, además de tener el mismo módulo. La primera derivada en paramétrica (tangente) en el punto de intersección es la misma para ambas secciones de curva
  - **C^2: Continuidad Paramétrica de orden 1.** Las primeras y segundas derivadas de los dos segmentos de curvas son iguales en la intersección. En este caso la variación de las tangentes entre los dos segmentos de curvas es suave (movimientos de cámara, CAD,...)
  - **C^n:** Además de cumplir la condición de Gn, los módulos deben ser iguales.

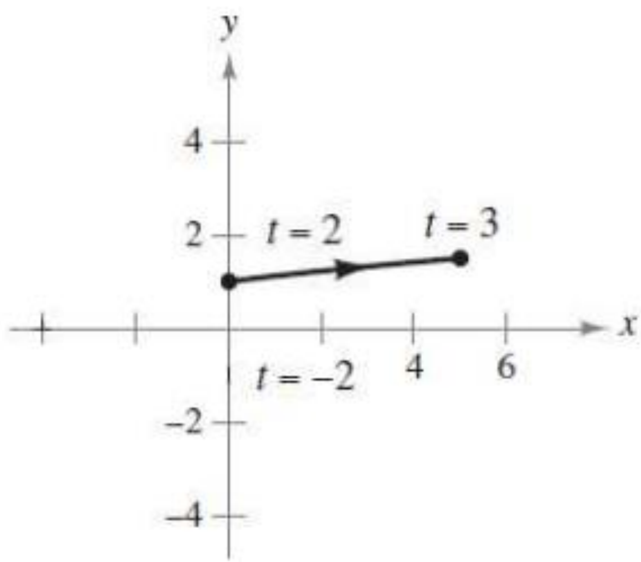


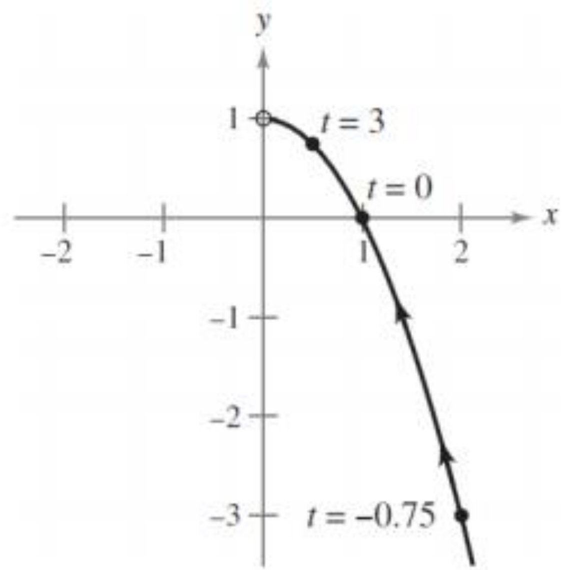
- Se tiene una curva C conformada por dos curvas C_1:

$$x = t^2 - 4 \quad \text{y} \quad y = \frac{t}{2}, \qquad 2 \le t \le 3$$

Y C_2:

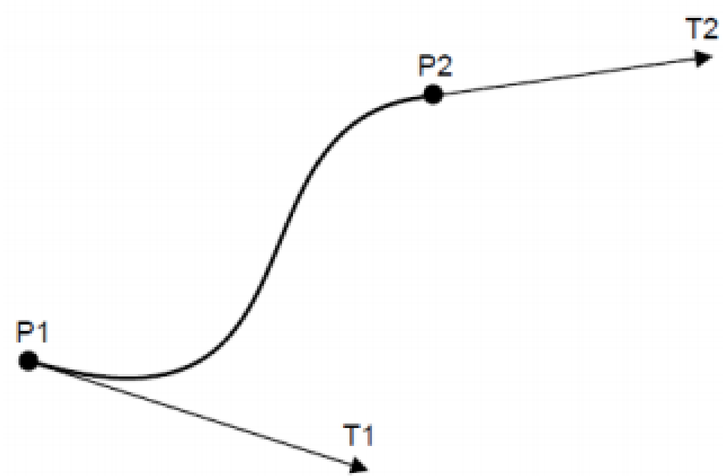
$$x = \frac{1}{\sqrt{t+1}} \quad \text{y} \quad y = \frac{t}{t+1}, \quad t > -1$$





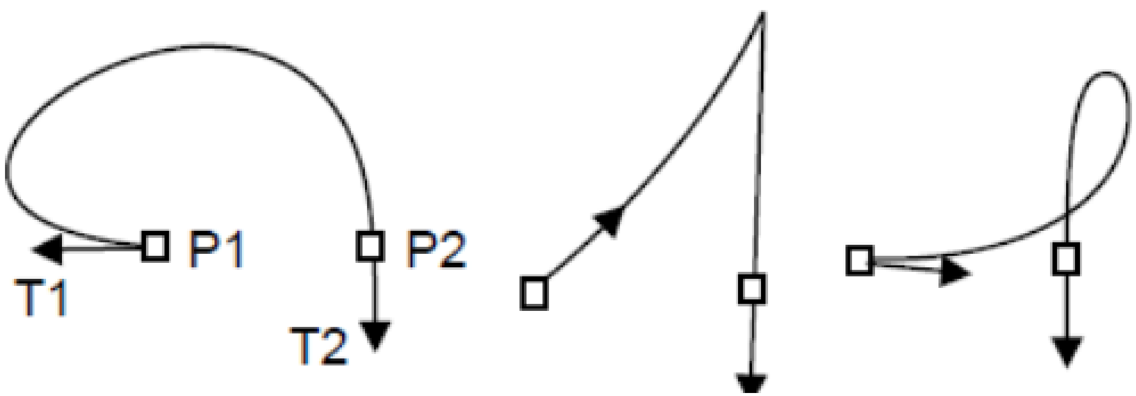
Curvas de Hermite

- El uso de terceros polinomios de orden de ajuste de la curva ha sido ampliamente descrito por el matemático francés Charles Hermite (1822-1901).
- Para generar una curva de Hermite, se necesitan cuatro factores.
  - Los puntos P1 y P2. Ellos describen el puntos inicial y final de la curva.
  - Los vectores T1 y T2 que describen tangentes y su peso en la curva en P1 y P2.



Curvas de Hermite

- Los vectores tienen cuatro propiedades básicas: módulo, dirección, sentido y punto de aplicación.
- El módulo de los vectores funcionan como un peso que cambia completamente la curva.
- Esta definición de la curva le da una gran versatilidad, permitiendo, que en un instante dado la curva sea suave y homogenea y en otras puede presentar formas mas bruscas y bucles.
- Cuando los puntos y vectores, están en la misma línea, toma la forma de una línea recta.



Curvas de Hermite

- En un momento dado (t) las coordenadas de los factores de control ponderado son P_1, P_2, T_1, T_2.
- La curva de Hermite son definidos por polinomios de tercer Orden.

$$x(t) = P_x = a_x t^3 + b_x t^2 + c_x t + d_x$$

$$y(t) = P_y = a_y t^3 + b_y t^2 + c_y t + d_y$$

$$z(t) = P_z = a_z t^3 + b_z t^2 + c_z t + d_z$$

- Definir uma curva de Hermite consiste en determinar los valores de (a, b, c, d) para los factores (P_1, P_2, T_1, T_2) dados.

Curvas de Hermite

- En un momento dado (t) las coordenadas de los factores de control ponderado son P_1, P_2, T_1, T_2.
- Para t = 0, tenemos las coordenadas de punto de inicio de la curva, es decir,

$$(P1_x, P1_y, P1_z) = (\, x(0), y(0), z(0) \,)$$

$$P1_x = a_x 0^3 + b_x 0^2 + c_x 0 + d_x$$

$$P1_y = a_y 0^3 + b_y 0^2 + c_y 0 + d_y$$

$$P1_z = a_z 0^3 + b_z 0^2 + c_z 0 + d_z$$

- Las coordenadas de punto inicial definen el parámetro d, en términos de sus coordenadas (d_x, d_y y d_z) en polinomios de Hermite.

Curvas de Hermite

- La ecuación de 3er grado del polinomio se puede describir como la multiplicación de matrices:

$$x(t) = [t^3\ t^2\ t^1\ 1] \begin{vmatrix} a_x \\ b_x \\ c_x \\ d_x \end{vmatrix} = T\, C_x \qquad y(t) = [t^3\ t^2\ t^1\ 1] \begin{vmatrix} a_y \\ b_y \\ c_y \\ d_y \end{vmatrix} = T\, C_y$$

$$z(t) = [t^3\ t^2\ t^1\ 1] \begin{vmatrix} a_z \\ b_z \\ c_z \\ d_z \end{vmatrix} = T\, C_z$$

- La primera matriz describen las potencias del parámetro t, y el segundo los coeficientes de la curva de Hermite que desea establecer.

Curvas de Hermite

- Usando la notación matricial, podemos reescribir las expresiones anteriores, que describen cómo encontrar el coeficiente "d" para la curva de Hermite:

$$P1_x = [\,0 \quad 0 \quad 0 \quad 1\,]\; C_x$$
$$P1_y = [\,0 \quad 0 \quad 0 \quad 1\,]\; C_y$$
$$P1_z = [\,0 \quad 0 \quad 0 \quad 1\,]\; C_z$$

- Así que para t = 1, la ecuación de la curva x(t) deben traducirse en la coordenada x de P2:

$$x(1) = a_x + b_x + c_x + d_x$$

- De forma matricial:

$$x(1) = [1 \;\; 1 \;\; 1 \;\; 1]\, C_x$$

$$y(1) = [1 \;\; 1 \;\; 1 \;\; 1]\, C_y$$

$$z(1) = [1 \;\; 1 \;\; 1 \;\; 1]\, Cz$$

- Ahora debemos cumplir con las las condiciones vectoriales de la curva. Derivando la ecuación de la curva de Hermite:

$$x'(t) = P'_x = 3a_x t^2 + 2b_x t + c_x$$
$$y'(t) = P'_y = 3a_y t^2 + 2b_y t + c_y$$
$$z'(t) = P'_z = 3a_z t^2 + 2b_z t + c_z$$

- De forma matricial:

$$x'(t) = P'_x = [3t^2 \;\; 2t \;\; 1 \;\; 0]C_x$$

$$y'(t) = P'_y = [3t^2 \;\; 2t \;\; 1 \;\; 0]C_y$$

$$z'(t) = P'_z = [3t^2 \;\; 2t \;\; 1 \;\; 0]C_z$$

- La condición de la curva en t = 0 me permite ver los resultados de vectores T1 en la definición de los parámetros de c_x, c_y y c_z de la curva.

$$x'(0) = T1_x = [0 \;\; 0 \;\; 1 \;\; 0]C_x = c_x$$

$$y'(0) = T1_y = [0 \;\; 0 \;\; 1 \;\; 0]C_y = c_y$$

$$z'(0) = T1_z = [0 \;\; 0 \;\; 1 \;\; 0]C_z = c_z$$

- Para t = 1 de forma matricial:

$$x'(1) = T2_x = [3\ \ 2\ \ 1\ \ 0]C_x$$

$$y'(1) = T2_y = [3\ \ 2\ \ 1\ \ 0]C_y$$

$$z'(1) = T2_z = [3\ \ 2\ \ 1\ \ 0]C_z$$

- Uniendo las cuatro condiciones P_1, P_2, T_1 e T_2, podemos unificar las expresiones independentemente de la representación em los ejes x, y o z:

$$\begin{bmatrix} P1 \\ P2 \\ T1 \\ T2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 & 0 \end{bmatrix} C_x = H^{-1} C_x$$

Curvas de Hermite

- Como los valores de C_x ,C_y y C_z son desconocidos, podemos representar mejor la expresión anterior como:

$$C_X = HH^{-1}C_X = H\begin{bmatrix} P1 \\ P2 \\ T1 \\ T2 \end{bmatrix}_x$$

- donde H es la función que multiplicado por H^{-1} produce la matriz identidad.

$$H = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 1 & 1 \\ -3 & 3 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Curvas de Hermite

- como esa matriz es independiente de la dirección x, y y z, tenemos:

$$x(t) = TC_x = TH \begin{bmatrix} P1 \\ P2 \\ T1 \\ T2 \end{bmatrix}_x = THG_x$$

$$y(t) = TC_y = TH \begin{bmatrix} P1 \\ P2 \\ T1 \\ T2 \end{bmatrix}_y = THG_y$$

$$z(t) = TC_z = TH \begin{bmatrix} P1 \\ P2 \\ T1 \\ T2 \end{bmatrix}_z = THG_z$$

Curvas de Hermite

- Las condiciones geométricas que definen una curva dada curva de Hermite son frecuentemente denominadas vetores G_x, G_y y G_z, y en una forma única como matriz G_h:

$$G_h = \begin{bmatrix} P1_x & P1_y & P1_z \\ P2_x & P2_y & P2_z \\ T1_x & T1_y & T1_z \\ T2_x & T2_y & T2_z \end{bmatrix}$$

- Así, dada una condición geométrica G_H, la curva de Hermite definida por el mismo queda perfectamente definida por la expresión:

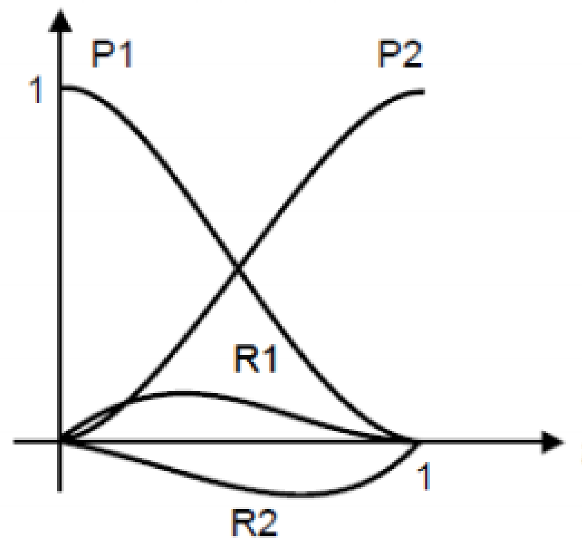
$$P(t) = T\ H\ G_h$$

Curvas de Hermite

- Como T e H son constantes en la representación de Hermite, ana forma mas simple de representar esas curvas será através de llamadas de funciones interpolantes de Hermite:

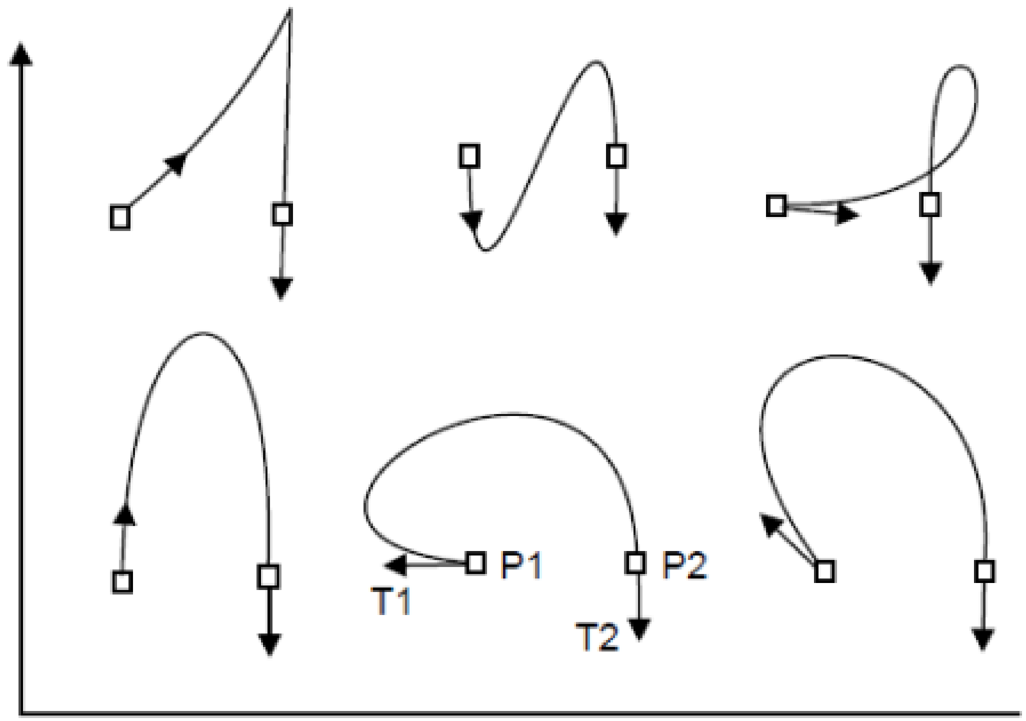
$$P(t) = \left((2t^3 - 3t^2 + 1), (-2t^3 + 3t^2), (t^3 - 2t^2 + t), (t^3 - t^2) \right) \begin{bmatrix} P1 \\ P2 \\ T1 \\ T2 \end{bmatrix}$$

- Estas funciones producen una curva que es el resultado de la combinación (blending function: función de mezcla) de las cuatro propiedades geométricas.



Curvas de Hermite

- La curva de Hermite es la que permite un mayor control de los otros polinomios de tercer grado utilizadas en gráficos por ordenador. La dirección de las rectas tangentes utilizados en la generación de la curva de Hermite permiten para hacer cambios significativos en la curva generada.



BIBLIOGRAFIA

- Computação Gráfica – Eduardo Azevedo y Aura Conci
- Computer Graphics: Principles and Practice. Foley J., Van Dame A., Feiner S., Hughes J., Phillips R. Addison – Wesley Publishing Company, Massachusetts. 1996
- Fundamentals of Computer Aided Geometric Design. Hoschek J., Lasser D. A.K. Peters Ltd. Wellesley Massachusetts. 1993
- Gráficas por computadora. Hearn D., Baker M.P. Prentice - Hall Hispanoamericana. 1998

Universidad Nacional Mayor de San Marcos
Facultad de Ingeniería de Sistemas e Informática
E.A.P. Ingeniería de Sistemas

PREGUNTAS?