## Regras de Equivalência e Propriedades dos Operadores Lógicos

1.  $\neg \neg P \Leftrightarrow P$ 12.  $p \lor (q \land r) \Leftrightarrow (p \lor q) \land (p \lor r)$  $\neg (p \lor q) \Leftrightarrow \neg p \land \neg q$ 2.  $p \land (q \lor r) \Leftrightarrow (p \lor q) \lor (p \lor r)$ 13. 3.  $\neg (p \land q) \Leftrightarrow \neg p \lor \neg q$ 14.  $p \vee p \Leftrightarrow p$ 4. **15**.  $p \to (q \to r) \Leftrightarrow q \to (p \to r)$  $(p \land q) \Leftrightarrow (q \land p)$ 5.  $r \land (p \land q) \Leftrightarrow (r \land p) \land q$ 16.  $p \to (q \to r) \Leftrightarrow (p \to q) \to (p \to r)$  $p \wedge (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \wedge (p \wedge r)$ **17.**  $(p \rightarrow q) \Leftrightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)$ 6.  $p \land (q \lor r) \Leftrightarrow (p \land q) \lor (p \land r)$  $(p \to q) \to (q \to r) \Leftrightarrow (p \to r)$ 7. 18.  $(p \to q) \Leftrightarrow (\neg p \lor q) \Leftrightarrow \neg (p \land \neg q) \Leftrightarrow (\neg q \to \neg p)$ 8.  $p \wedge p \Leftrightarrow p$ 19.  $(p \lor q) \Leftrightarrow (q \lor p)$  $(p \leftrightarrow q) \Leftrightarrow (q \leftrightarrow p)$ 9. 20.  $p \leftrightarrow (q \leftrightarrow r) \Leftrightarrow (p \leftrightarrow q) \leftrightarrow r$ 10.  $p \lor (q \lor r) \Leftrightarrow (p \lor q) \lor r$ 21.  $(p \to p) \Leftrightarrow T$  $(p \rightarrow \neg p) \Leftrightarrow \neg p$ . 11 22

## Regras de Inferência

Nome	Argumento	Tautologia
Modus Ponens	$\frac{(P \to Q); P}{P}$	$((P \to Q) \land P) \Rightarrow Q$
Modus Tollens	$\frac{(P \to Q); \ \neg Q}{\neg P}$	$((P \to Q) \land \neg Q) \Rightarrow \neg P$
Negação Dupla	$\frac{\neg \neg P}{P}  \frac{P}{\neg \neg P}$	$\neg \neg P \Rightarrow P$ $P \Rightarrow \neg \neg P$
Simplificação ou Eliminação da Conjunção	$\frac{P \wedge Q}{P}  \frac{P \wedge Q}{Q}$	$(P \land Q) \Rightarrow P$ $(P \land Q) \Rightarrow Q$
Introdução da Conjunção	$\frac{P;Q}{P \wedge Q}$	$((P) \land (Q)) \Rightarrow (P \land Q)$
Adição Lógica ou Introdução Disjuntiva	$\frac{P}{(P \vee Q)}  \frac{Q}{(P \vee Q)}$	$(P) \Rightarrow (P \lor Q)$ $(Q) \Rightarrow (P \lor Q)$
Eliminação da Disjunção	$ \begin{array}{ccc} P & Q \\ (P \lor Q) \vdots & \vdots \\ \hline R & R \end{array} $	$\left(\left((p \to r) \land (q \to r)\right) \land (p \lor q)\right) \Rightarrow r$
Eliminação da Disjunção	$ \begin{array}{c} P \\ \vdots \\ Q \\ \hline (P \to Q) \end{array} $	$((p \to q_1) \land (p \to q_2) \dots \land (p \to q_n)) \Rightarrow (p \to q)$
Introdução Bicondicional	$\frac{(P \to Q); (Q \to P)}{(P \leftrightarrow Q)}$	$((P \to Q) \land (Q \to P)) \Rightarrow (P \leftrightarrow Q)$
Eliminação Bicondicional	$\frac{P \leftrightarrow Q; P}{Q}  \frac{P \leftrightarrow Q; Q}{P}$ $\frac{P \leftrightarrow Q}{P \to Q}  \frac{P \leftrightarrow Q}{Q \to P}$	$((P \leftrightarrow Q) \land P) \Rightarrow Q$ $((P \leftrightarrow Q) \land Q) \Rightarrow P$ $(P \leftrightarrow Q) \Rightarrow (P \rightarrow Q)$ $(P \leftrightarrow Q) \Rightarrow (Q \rightarrow P)$
Eliminação Bicondicional Negativa	$\frac{(P \leftrightarrow Q); \neg P}{\neg Q}  \frac{(P \leftrightarrow Q); \neg Q}{\neg P}$	$((P \leftrightarrow Q) \land \neg P) \Rightarrow \neg Q$ $((P \leftrightarrow Q) \land \neg Q) \Rightarrow \neg P$
Silogismo Hipotético	$\frac{(P \to Q); (Q \to R)}{(P \to Q)}$	$((P \to Q) \land (Q \to R)) \Rightarrow (P \to Q)$
Silogismo Disjuntivo	$\frac{P \vee Q; \neg P}{Q}  \frac{P \vee Q; \neg Q}{P}$	$((P \lor Q) \land \neg P) \Rightarrow Q$ $((P \lor Q) \land \neg Q) \Rightarrow P$