

Übungen

# Aufgabe 7 (Seminar 7)

Sei das Schema  $R(A, B, C, D, E)$  mit folgenden fkt. Abh.:

$$F = \{AB \rightarrow CDE, AC \rightarrow BDE, B \rightarrow C, C \rightarrow B, C \rightarrow D, B \rightarrow E\}$$

1. Finde alle Kandidatschlüssel der Relation  $R$ .
2. Berechne die kanonische Überdeckung von  $F$ .
3. Ist  $R$  in BCNF? Erkläre.
4. Finde eine verlustlose BCNF Zerlegung von  $R$ .
5. Ist die Zerlegung von Punkt 4. abhängigkeitsbewahrend? Erkläre.
6. Ist  $R$  in 3NF? Erkläre.
7. Berechne mithilfe des Synthesealgorithmus eine 3NF Zerlegung von  $R$ .

# Aufgabe 7 - Lösung

1. Finde alle Kandidatschlüssel der Relation R.

$$F = \{AB \rightarrow CDE, AC \rightarrow BDE, B \rightarrow C, C \rightarrow B, C \rightarrow D, B \rightarrow E\}$$

$$A^+ = A, B^+ = BCDE, C^+ = BCDE, D^+ = D, E^+ = E$$

Wir merken, dass kein Attribut das Attribut A bestimmt  $\Rightarrow$  A gehört zu dem Schlüssel

$$\mathbf{AB}^+ = ABCDE \Rightarrow \text{Kandidatschlüssel}$$

$$\mathbf{AC}^+ = ABCDE \Rightarrow \text{Kandidatschlüssel}$$

$$AD^+ = AD$$

$$AE^+ = AE$$

$$ADE^+ = ADE$$

Es gibt keine anderen Mengen von Attributen, die minimal sind und die A enthalten.

# Aufgabe 7 - Lösung

## 2. Berechne die kanonische Überdeckung von F.

- Schritt 1 : Linksreduktion:  $A \rightarrow B$ ,  $X \in A$ , falls  $B \subset (A - \{X\})^+$  bzgl.  $F \Rightarrow$  reduziere  $X$  (ersetze  $A \rightarrow B$  durch  $A - \{X\} \rightarrow B$ )
- Schritt 2 : Rechtsreduktion:  $A \rightarrow B$ ,  $Y \in B$ , falls  $Y \in A^+$  bzgl.  $F - (A \rightarrow B) \cup (A \rightarrow B - \{Y\}) \Rightarrow$  reduziere  $Y$  (ersetze  $A \rightarrow B$  durch  $A \rightarrow B - \{Y\}$ )
- Schritt 3 : Entferne die FDs der Form  $A \rightarrow \emptyset$
- Schritt 4 : Ersetze alle FDs der Form  $A \rightarrow B_1, \dots, A \rightarrow B_k$  durch  $A \rightarrow B_1 \cup \dots \cup B_k$

$F = \{AB \rightarrow CDE, AC \rightarrow BDE, B \rightarrow C, C \rightarrow B, C \rightarrow D, B \rightarrow E\}$

# Aufgabe 7 - Lösung

- $F = \{AB \rightarrow CDE, AC \rightarrow BDE, B \rightarrow C, C \rightarrow B, C \rightarrow D, B \rightarrow E\}$

- Linksreduktion:

~~$AB \rightarrow CDE$~~ ,  $B^+ = BCDE \Rightarrow B \rightarrow CDE (B \rightarrow C, C \rightarrow D, B \rightarrow E)$

~~$AC \rightarrow BDE$~~ ,  $C^+ = BDE (C \rightarrow B, C \rightarrow D, B \rightarrow E)$

$B \rightarrow C$ ,

$C \rightarrow B$ ,

$C \rightarrow D$ ,

$B \rightarrow E$

Nach der Linksreduktion:  $\{B \rightarrow CDE, C \rightarrow BDE, B \rightarrow C, C \rightarrow B, C \rightarrow D, B \rightarrow E\}$

# Aufgabe 7 - Lösung

- $\{B \rightarrow CDE, C \rightarrow BDE, B \rightarrow C, C \rightarrow B, C \rightarrow D, B \rightarrow E\}$

- Rechtsreduktion:

$B \rightarrow \text{CDE}$  , Erkl.  $B \rightarrow C$ ,  $B \rightarrow E$ ,  $C \rightarrow D$  (aus den unteren Abh.)

$C \rightarrow \text{BDE}$  ,  $C \rightarrow B$ ,  $C \rightarrow D$ ,  $B \rightarrow E$  (aus den unteren Abh.)

$B \rightarrow C$ ,

$C \rightarrow B$ ,

$C \rightarrow D$ ,

$B \rightarrow E$

Nach der Rechtsreduktion:  $\{B \rightarrow \emptyset, C \rightarrow \emptyset, B \rightarrow C, C \rightarrow B, C \rightarrow D, B \rightarrow E\}$

# Aufgabe 7 - Lösung

$\{B \rightarrow \emptyset, C \rightarrow \emptyset, B \rightarrow C, C \rightarrow B, C \rightarrow D, B \rightarrow E\}$

Schritt 3.  $\{B \rightarrow C, C \rightarrow B, C \rightarrow D, B \rightarrow E\}$

Schritt 4.  $F_C = \{B \rightarrow CE, C \rightarrow BD\}$

# Aufgabe 7 - Lösung

3. Ist R in BCNF? Erkläre.

R ist in BCNF wenn für alle Abhängigkeiten  $A \rightarrow B$  aus  $F^+$  gilt:

- $B \subseteq A$  (FD ist trivial) **oder**
- A enthält einen Schlüssel von R (A ist ein Superschlüssel)

$F = \{AB \rightarrow CDE, AC \rightarrow BDE, B \rightarrow C, C \rightarrow B, C \rightarrow D, B \rightarrow E\}$

Kandidatschlüssel AB, AC

$B \rightarrow C$  verletzt BCNF  $\Rightarrow$  R nicht in BCNF



# Aufgabe 7 - Lösung

4. Finde eine verlustlose BCNF Zerlegung von R.

- Wenn die  $\alpha \rightarrow \beta$  die BCNF verletzt, dann können wir die Relation in  $R - \beta$  und  $\alpha \cup \beta$  zerlegen.

$F = \{AB \rightarrow CDE, AC \rightarrow BDE, B \rightarrow C, C \rightarrow B, C \rightarrow D, B \rightarrow E\}$

- $B \rightarrow C$  verletzt BCNF in R

Zerlege R in  $R_1 = \{\underline{AB}DE\}$ ,  $F_1 = \{AB \rightarrow DE, B \rightarrow E\}$  und

$R_2 = \{\underline{BC}\}$ ,  $F_2 = \{B \rightarrow C, C \rightarrow B\}$ , B - KS, C - KS

- $B \rightarrow E$  verletzt BCNF in  $R_1$

Zerlege  $R_1$  in  $R_{11} = \{\underline{AB}D\}$ ,  $F_{11} = \{AB \rightarrow D\}$ ,  $R_{12} = \{\underline{BE}\}$ ,  $F_{12} = \{B \rightarrow E\}$

$\Rightarrow$  BCNF Zerlegung ist  $R_{11}, R_{12}, R_2$

# Aufgabe 7 - Lösung

5. Ist die Zerlegung von Punkt 4. abhängigkeitsbewahrend? Erkläre.

$$F = \{AB \rightarrow CDE, AC \rightarrow BDE, B \rightarrow C, C \rightarrow B, C \rightarrow D, B \rightarrow E\}$$

$$F_c = \{B \rightarrow CE, C \rightarrow BD\}$$

Zerlegung:  $\{\underline{ABD}\}$  (zugeordnete FDs  $AB \rightarrow D$ ) ,  $\{\underline{BE}\}$  (zugeordnete FDs  $B \rightarrow E$ ) und  $\{\underline{BC}\}$  (zugeordnete FDs  $B \rightarrow C, C \rightarrow B$ )

Diese Zerlegung ist verlustlos, aber nicht abhängigkeitsbewahrend ( $C \rightarrow D$  ist nicht lokal überprüfbar)

# Aufgabe 7 - Lösung

6. Ist R in 3NF? Erkläre.

R ist in 3NF wenn für alle Abhängigkeiten  $A \rightarrow B$  aus  $F^+$  gilt:

- $B \subseteq A$  (FD ist trivial) **oder**
- A enthält einen Schlüssel von R (A ist ein Superschlüssel) **oder**
- B ist Teil eines Schlüsselkandidaten (B ist prim)

$F = \{AB \rightarrow CDE, AC \rightarrow BDE, B \rightarrow C, C \rightarrow B, C \rightarrow D, B \rightarrow E\}$

Kandidatschlüssel AB, AC

$C \rightarrow D$  verletzt 3NF  $\Rightarrow$  R nicht in 3NF

# Aufgabe 7 - Lösung

7. Berechne mithilfe des Synthesealgorithmus eine 3NF Zerlegung von R.

Synthesealgorithmus:

1. Bestimme die kanonische Überdeckung  $F_c$  der Menge F
2. Führe für jede FD  $A \rightarrow B$  in  $F_c$  folgende Anweisungen:  
Erzeuge eine Relation  $R_A = A \cup B$  und ordne  $R_A$  die FDs  $F_A = \{C \rightarrow D \in F_c \mid C \cup D \subseteq R_A\}$  zu
3. Falls alle Relationen erzeugt in Schritt 2 keinen Schlüsselkandidaten des ursprünglichen Relation R enthalten, so erzeuge zusätzlich eine neue Relation  $R_K = K$  und  $F_K = \emptyset$ , wobei K ein Schlüsselkandidat von R ist
4. Eliminiere die Relationen  $R_A$ , die in einem anderen Schema enthalten sind, d.h.  $R_i \subseteq R_j$

# Aufgabe 7 - Lösung

7. Berechne mithilfe des Synthesealgorithmus eine 3NF Zerlegung von R.

Schritt 1.  $F_C = \{B \rightarrow CE, C \rightarrow BD\}$  – kanonische Überdeckung

Schritt 2.  $R_1 = \{BCE\}$  (zugeordnete FDs  $B \rightarrow CE, C \rightarrow B$ ),

$R_2 = \{BCD\}$  (zugeordnete FDs  $C \rightarrow BD, B \rightarrow C$ )

Schritt 3.  $R_3 = \{AB\}$  (keine zugeordnete FDs)

Schritt 4. –

$\Rightarrow \{BCE\}, \{BCD\}, \{AB\}$  – 3NF Zerlegung

Sei die Relation  $S[FK_1, FK_2, A, B, C, D, E]$  mit dem Primärschlüssel  $(FK_1, FK_2)$  und mit der folgenden Ausprägung:

| $FK_1$ | $FK_2$ | A  | B  | C  | D    | E   |
|--------|--------|----|----|----|------|-----|
| 1      | 1      | a1 | b1 | c1 | 7    | 2   |
| 1      | 2      | a_ | b3 | c1 | 5    | 2   |
| 1      | 3      | a2 | b1 | c2 | Null | 2   |
| 2      | 1      | a3 | b3 | c2 | Null | 100 |
| 2      | 2      | a3 | b3 | c3 | Null | 100 |

Beantworte folgende Fragen.

Wie viele Tupeln gibt folgende Abfrage aus:

```
SELECT *  
FROM S  
WHERE A LIKE 'a_'
```

| FK <sub>1</sub> | FK <sub>2</sub> | A  | B  | C  | D    | E   |
|-----------------|-----------------|----|----|----|------|-----|
| 1               | 1               | a1 | b1 | c1 | 7    | 2   |
| 1               | 2               | a_ | b3 | c1 | 5    | 2   |
| 1               | 3               | a2 | b1 | c2 | Null | 2   |
| 2               | 1               | a3 | b3 | c2 | Null | 100 |
| 2               | 2               | a3 | b3 | c3 | Null | 100 |

- a) 5
- b) 4
- c) 0
- d) 1
- e) Keine der anderen Optionen ist korrekt.

Wieviel ist der Unterschied zwischen der Kardinalität der ersten Abfrage und die Kardinalität der zweiten Abfrage (d.h. Kardinalität1 – Kardinalität2):

```
SELECT FK2, FK1, COUNT(DISTINCT B)
FROM S
GROUP BY FK2, FK1
HAVING FK1 = 1
```

```
SELECT FK2, FK1, COUNT(C)
FROM S
GROUP BY FK2, FK1
HAVING FK1 = 2
```

| FK <sub>1</sub> | FK <sub>2</sub> | A  | B  | C  | D    | E   |
|-----------------|-----------------|----|----|----|------|-----|
| 1               | 1               | a1 | b1 | c1 | 7    | 2   |
| 1               | 2               | a_ | b3 | c1 | 5    | 2   |
| 1               | 3               | a2 | b1 | c2 | Null | 2   |
| 2               | 1               | a3 | b3 | c2 | Null | 100 |
| 2               | 2               | a3 | b3 | c3 | Null | 100 |

- a) 1
- b) 0
- c) -1
- d) -2
- e) Keine der anderen Optionen ist korrekt.



Welche der folgenden Aussagen ist wahr:

a) Wenigstens eine der funktionalen Abhängigkeiten  $\{A\} \rightarrow \{B\}$ ,  $\{FK1, FK2\} \rightarrow \{A, B\}$ ,  $\{FK1\} \rightarrow \{A\}$  gilt für die Daten aus der Relation nicht.

| FK <sub>1</sub> | FK <sub>2</sub> | A  | B  | C  | D    | E   |
|-----------------|-----------------|----|----|----|------|-----|
| 1               | 1               | a1 | b1 | c1 | 7    | 2   |
| 1               | 2               | a_ | b3 | c1 | 5    | 2   |
| 1               | 3               | a2 | b1 | c2 | Null | 2   |
| 2               | 1               | a3 | b3 | c2 | Null | 100 |
| 2               | 2               | a3 | b3 | c3 | Null | 100 |

- b) Anhand der Daten aus der Relation, können wir mit Sicherheit behaupten, dass wenigstens eine der Abhängigkeiten  $\{A\} \rightarrow \{B\}$ ,  $\{FK1, FK2\} \rightarrow \{A, B\}$ ,  $\{FK1\} \rightarrow \{A\}$  für das Schema S gilt.
- c) Wenigstens zwei der funktionalen Abhängigkeiten  $\{FK2\} \rightarrow \{A, B\}$ ,  $\{A\} \rightarrow \{E\}$ ,  $\{A, B\} \rightarrow \{E\}$ ,  $\{B\} \rightarrow \{C, E\}$  gelten für die Daten aus der Relation nicht.
- d) Anhand der Daten aus der Relation, können wir mit Sicherheit behaupten, dass wenigstens zwei der Abhängigkeiten  $\{FK2\} \rightarrow \{A, B\}$ ,  $\{A\} \rightarrow \{E\}$ ,  $\{A, B\} \rightarrow \{E\}$ ,  $\{B\} \rightarrow \{C, E\}$  für das Schema S gelten.
- e) Keine der anderen Optionen ist korrekt.

Wie viele Tupeln gibt folgende Abfrage aus:

```
SELECT *  
FROM S  
WHERE B = 'b1' OR D = 5
```

| FK <sub>1</sub> | FK <sub>2</sub> | A  | B  | C  | D    | E   |
|-----------------|-----------------|----|----|----|------|-----|
| 1               | 1               | a1 | b1 | c1 | 7    | 2   |
| 1               | 2               | a_ | b3 | c1 | 5    | 2   |
| 1               | 3               | a2 | b1 | c2 | Null | 2   |
| 2               | 1               | a3 | b3 | c2 | Null | 100 |
| 2               | 2               | a3 | b3 | c3 | Null | 100 |

- a) 2
- b) 3
- c) 1
- d) 5
- e) Keine der anderen Optionen ist korrekt.

Gebe ein Beispiel von einer Ausprägung (Instanz oder Snapshot) für die Relation  $R(A, B, C, D)$  wo die funktionale Abhängigkeit  $ABC \rightarrow D$  nicht gilt.

Gegeben sind folgende Ausprägungen der Relationen R und S:

**R:**

| A | B | C |
|---|---|---|
| 1 | 2 | 2 |
| 3 | 4 | 5 |

**S:**

| D | E |
|---|---|
| 1 | 2 |
| 3 | 6 |
| 3 | 5 |

Welches ist das Ergebnis der folgenden Abfrage:

$$S - \pi_{A,C}(R) \quad ?$$

# Übung

Gegeben ist die Relation  $R(A,B,C,D)$  mit den funktionalen Abhängigkeiten:

- $AC \rightarrow D$
  - $AD \rightarrow B$  und
  - $B \rightarrow C$ .
- 
- a) Identifiziere alle Kandidatschlüssel. Beweise warum diese Kandidatschlüssel sind und erkläre, warum es keine andere Kandidatschlüssel geben kann.
  - b) Beweise/Erkläre für jede der folgenden Normalformen ob die Relation in der Normalform ist oder nicht: 2NF, 3NF, BCNF.
  - c) Falls die Relation nicht in 3NF ist, dann zerlege diese verlustlos und abhängigkeitsbewahrend in mehreren 3NF Relationen. Falls die Relation nicht in BCNF ist, dann zerlege diese in mehreren BCNF Relationen (verlustlos). Erkläre wie ihr zu der Zerlegung gekommen seid (z.B. welchen Algorithmus habt ihr für die Zerlegung benutzt?).