

1 Verallgemeinerte Ableitungen im Eindimensionalen

Motivation

$u: \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ gesucht mit

$$\begin{aligned} -u''(x) &= f(x) \quad \forall x \in \Omega \\ u(a) &= u(b) = 0 \quad \forall x \in \partial\Omega \end{aligned}$$

für ein gegebenes f

Ziel

Lösungsbegriff abschwächen um unstetige f umzusetzen. Idee hierfür ist die Multiplikation mit Testfunktionen und anschließende partielle Integration.

$$\int_a^b u'(x) v'(x) + \cancel{[u'(x)v(x)]_a^b} = \int_a^b f(x) v(x)$$

Somit ist nicht mehr nötig, dass $u \in \mathcal{C}^2$. Dafür zusätzliche Forderung: $u'v', fv \in L^1$