

Modelos Estructurales de Series Temporales

Frank Salomón Sulca Palomino

Junio 2025

1. Resumen

El objetivo de este trabajo es analizar una serie temporal de temperaturas medias mensuales en Málaga, desde enero de 1960 hasta diciembre de 2023. Primero, estudiaremos cómo se comporta la serie y después buscaremos un modelo estructural de series temporales (MEST) que se ajuste bien a los datos. Una vez validado el modelo, estimaremos sus componentes, eliminaremos la estacionalidad de la serie y usaremos el modelo para predecir las temperaturas del próximo año.

2. Análisis de la serie

2.1. Evolución de la serie

Representamos la serie temporal de la ciudad de Málaga. La serie presenta 19 valores faltantes. Además, se observa que no muestra una tendencia notable, y sus valores fluctúan en torno a la media con ciclos estacionales bien definidos. Dado que se trata de una serie de temperaturas, este comportamiento es común y se mantiene a lo largo de los años.

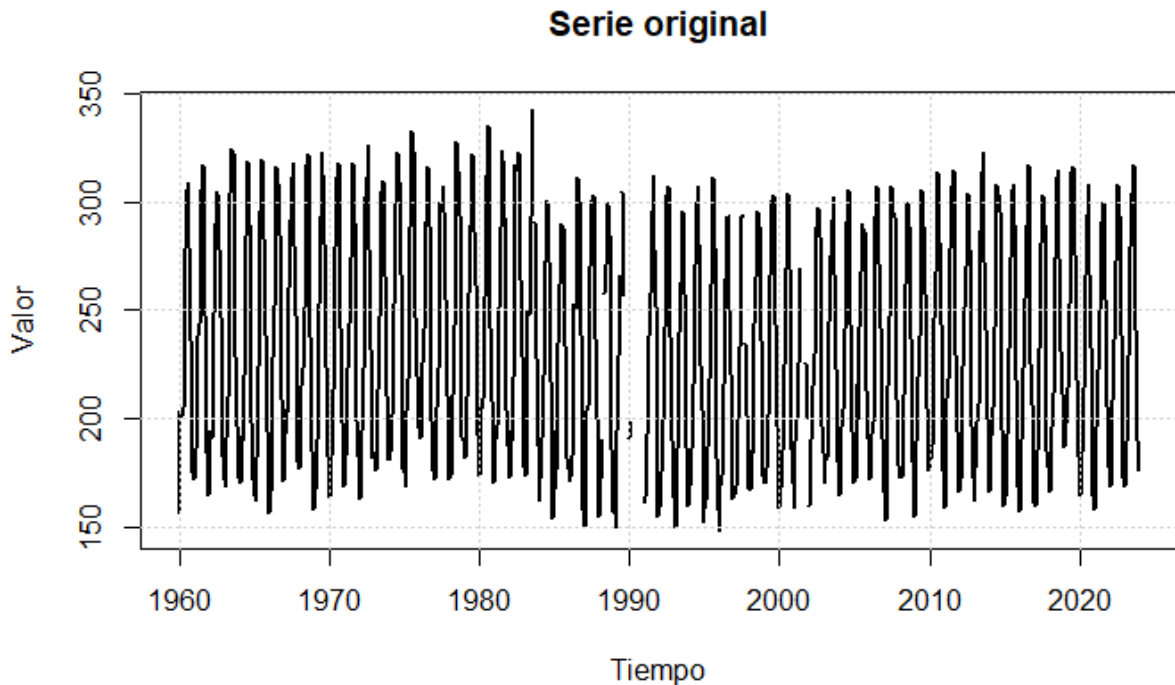


Figura 1: Serie temporal de temperatura en Málaga, 1960–2023

2.2. Modelo estructural inicial

La serie no muestra una tendencia significativa, por lo que se considera un modelo de nivel local, adecuado para series cuyos valores fluctúan alrededor de un nivel medio sin una evolución clara en el tiempo. La temperatura varía dentro de un rango definido, sin cambios sostenidos a largo plazo, lo que indica un comportamiento estacionario en cuanto a la tendencia.

En el trabajo anterior (Bloque I) se realizaron diversos análisis para evaluar la estacionariedad y la necesidad de transformaciones en la serie. Se aplicaron la prueba ADF, que arrojó un p-valor de 0.01, indicando estacionariedad en la media, y la prueba KPSS, que obtuvo un p-valor de 0.1 tanto para la serie original como para la transformada logarítmicamente, confirmando esta estacionariedad. dado que no se observaron mejoras significativas, se optó por no aplicar ninguna transformación.

Para modelar la componente estacional, primero utilizaremos variables dummy que capturan patrones cíclicos anuales, dado que la estacionalidad es relativamente constante para cada mes a lo largo de los años.

2.3. Estimación del modelo

Se estimó el modelo estructural local con estacionalidad dummy usando el método BFGS, obteniendo una log-verosimilitud final de 2801.13, lo que indica un buen ajuste a los datos.

Las varianzas estimadas fueron:

- Varianza del nivel (Q_{nivel}): 1.20
- Varianza de la estacionalidad para enero (dummy 1): 0.00027
- Varianza del error observacional (H): 97.78

La varianza del error es alta, lo que indica que gran parte de la variabilidad observada se debe más al ruido o al error de medición que a cambios reales en la serie. A pesar de esto, procederemos a validar este modelo en el siguiente apartado y, posteriormente, probaremos otro modelo con variables trigonométricas para comparar cuál se ajusta mejor.

En cuanto a los componentes estimados para el último mes, el nivel o tendencia fue aproximadamente 234.19, mientras que la estacionalidad asociada a enero (dummy 1) fue cerca de -58.21.

Estos resultados se obtuvieron tras aplicar el filtro y suavizado de Kalman, que permiten estimar los estados ocultos (nivel y estacionalidad) de la serie a partir de la información observada.

Por último, los gráficos de la varianza del estado del nivel y de la varianza del estado de la estacionalidad (dummy 1) muestran cómo varía la incertidumbre del modelo a lo largo del tiempo. En el gráfico del nivel, se observa que la incertidumbre inicial es baja, pero aumenta rápido y luego se estabiliza, con algunos picos que pueden indicar eventos o cambios atípicos en la serie.

Por otro lado, en el gráfico de la estacionalidad, la varianza comienza alta, lo que refleja incertidumbre sobre el efecto estacional de enero, pero disminuye rápidamente y se mantiene estable, lo que indica que el modelo aprende y fija este patrón con confianza conforme avanza la serie.

Estos gráficos muestran la varianza del estado calculada por el filtro de Kalman, es decir, antes de aplicar el suavizado.

	[,1]	[,2]
[1,]	1.201973	0.0000000000
[2,]	0.000000	0.0002741879

	[,1]
[1,]	97.77594

Figura 2: Varianzas estimadas del modelo

Nivel (suavizado) en el último mes: 234.1895
Estacionalidad dummy 1 (suavizado) en el último mes: -58.21493

Figura 3: Componentes estimados en el último mes

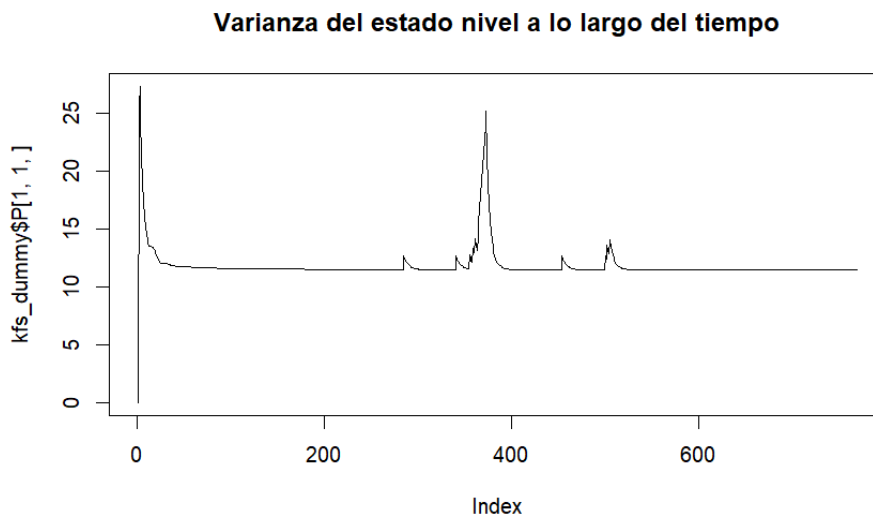


Figura 4:

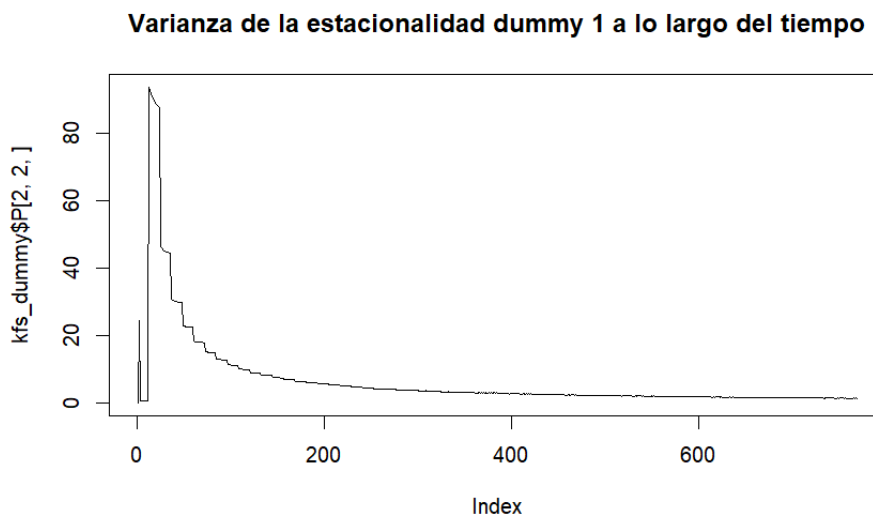


Figura 5:

2.4. Validación del modelo

En el gráfico se puede ver que al principio de la serie, en los años 60, la diferencia entre los residuos estandarizados y los residuos recursivos supera ± 1.5 . Esto pasa porque el filtro de Kalman tiene mucha incertidumbre en sus primeros pasos. Por eso, los valores suavizados y filtrados no coinciden muy bien en los primeros 10 o 15 datos.

A partir de alrededor de 1970, estas diferencias se hacen más pequeñas y se mantienen cerca de cero, casi siempre dentro de ± 0.5 , lo que muestra que el modelo es estable y consistente durante la mayor parte del tiempo.

Se notan algunos picos aislados cerca de ± 0.7 , como en 1980 y algunos inviernos recientes, que podrían ser eventos especiales que el modelo no captó del todo.

En resumen, después del inicio, las diferencias están bien repartidas alrededor de cero y sin una tendencia clara, lo que confirma que el modelo de nivel local con variables dummy ajusta bien los datos. Más adelante, se comparará este modelo con el que usa variables trigonométricas y se harán las validaciones para escoger el mejor.

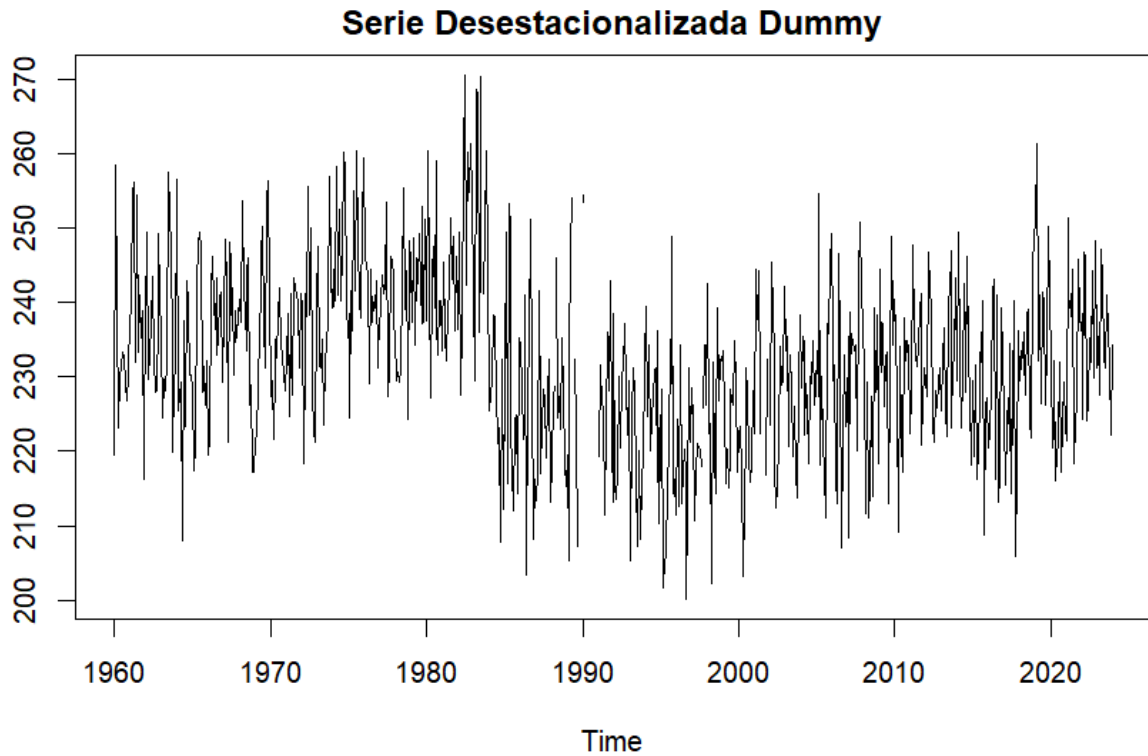


Figura 6: Enter Caption

2.5. Modelo alternativo

Para mejorar el ajuste del MEST de nuestra serie, se propone utilizar también un modelo trigonométrico para la componente estacional en lugar de las variables dummy. Este modelo incorpora un nivel local para capturar la tendencia y una estacionalidad de tipo trigonométrico con periodo 12, que permite modelar de forma más suave y natural los patrones cíclicos anuales de la temperatura. La elección de este modelo se justifica porque la estacionalidad en la serie es claramente periódica y constante a lo largo de los años, por lo que un enfoque trigonométrico puede captar mejor la estructura repetitiva sin imponer una forma rígida mes a mes, como ocurre con las variables dummy.

Por ello se procedió a comparar estos 2 modelos (variables dummy y trigonométricas)

El modelo con variables dummy obtuvo una log-verosimilitud de -2801.127, un AIC de 5608.255 y un BIC de 5622.186, utilizando 3 parámetros. En cambio, el modelo trigonométrico presentó una log-verosimilitud de -2802.943, un AIC de 5633.886 y un BIC de 5698.899, con 14 parámetros.

Estos resultados muestran que, aunque el modelo trigonométrico ofrece una representación más suave y realista de la estacionalidad, su mayor complejidad hace que su ajuste sea penalizado en las métricas AIC y BIC. Por eso, al elegir el modelo hay que buscar un equilibrio entre buen ajuste, simplicidad y facilidad para

interpretar. Aun así, el modelo trigonométrico podría ser una opción válida para captar la estacionalidad periódica.

Finalmente, como el modelo con variables dummy tiene mejores valores de AIC y BIC y es más simple, se considera la opción más adecuada para este análisis. Aunque, como ya se mencionó, la varianza del error observacional es alta, el modelo presenta un buen ajuste y estabilidad en sus parámetros, por lo que es una opción válida para estudiar esta serie.

Modelo <chr>	LogLik <dbl>	Parámetros <dbl>	AIC <dbl>	BIC <dbl>
Dummy	-2801.127	3	5608.255	5622.186
Trigonométrico	-2802.943	14	5633.886	5698.899

Figura 7: Comparación de modelos

2.6. Estimación final de componentes

También se compararon ambos modelos (dummy y trigonométrico) utilizando el método del error cuadrático medio (MSE). El MSE del modelo dummy fue 1.000651, ligeramente inferior al del modelo trigonométrico, que fue 1.000655. Esto indica que el modelo dummy ofrece un ajuste ligeramente mejor en términos de precisión de predicción, por lo que se opta por este.

Los gráficos de la figura 9 muestran la evolución del nivel (tendencia) y la estacionalidad para ambos modelos con sus respectivos intervalos de confianza del 90 %. En particular, el gráfico de tendencia del modelo dummy revela fluctuaciones suaves alrededor de un nivel estable, mientras que la estacionalidad presenta patrones periódicos bien definidos, lo que muestra la capacidad del modelo para capturar ciclos anuales específicos mes a mes y los intervalos de confianza permiten visualizar la incertidumbre en las estimaciones .

En resumen, este análisis confirma que el modelo dummy sera útil para descomponer la serie en sus componentes y realizar análisis posteriores, como la eliminación de la estacionalidad y la predicción de temperaturas futuras.

```
MSE modelo Dummy: 1.000651
MSE modelo Trigonométrico: 1.000655
```

Figura 8: MSE de cada modelo

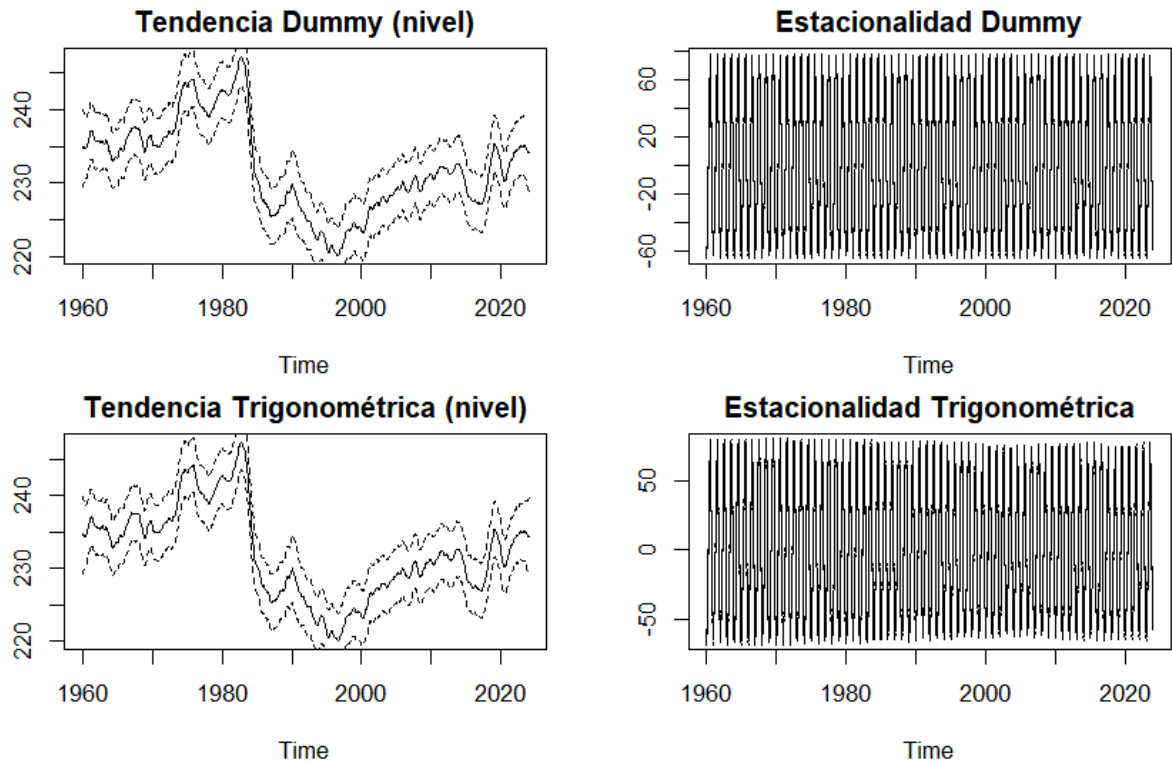


Figura 9: Visualización con Intervalo de Confianza del 90 %

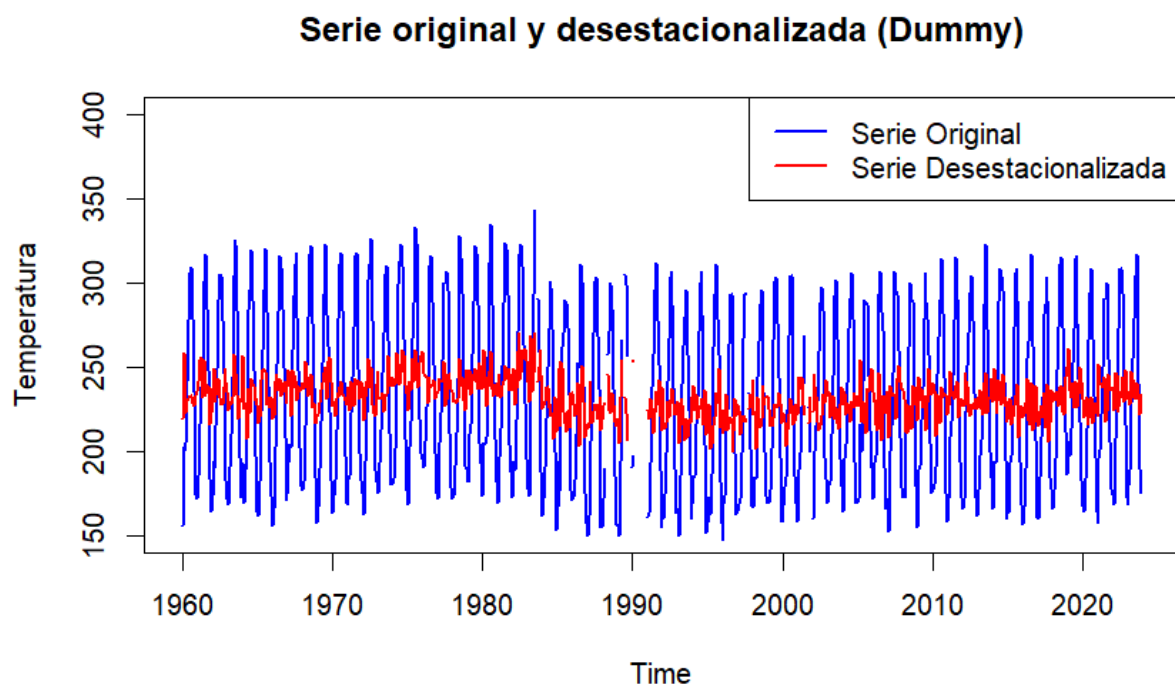
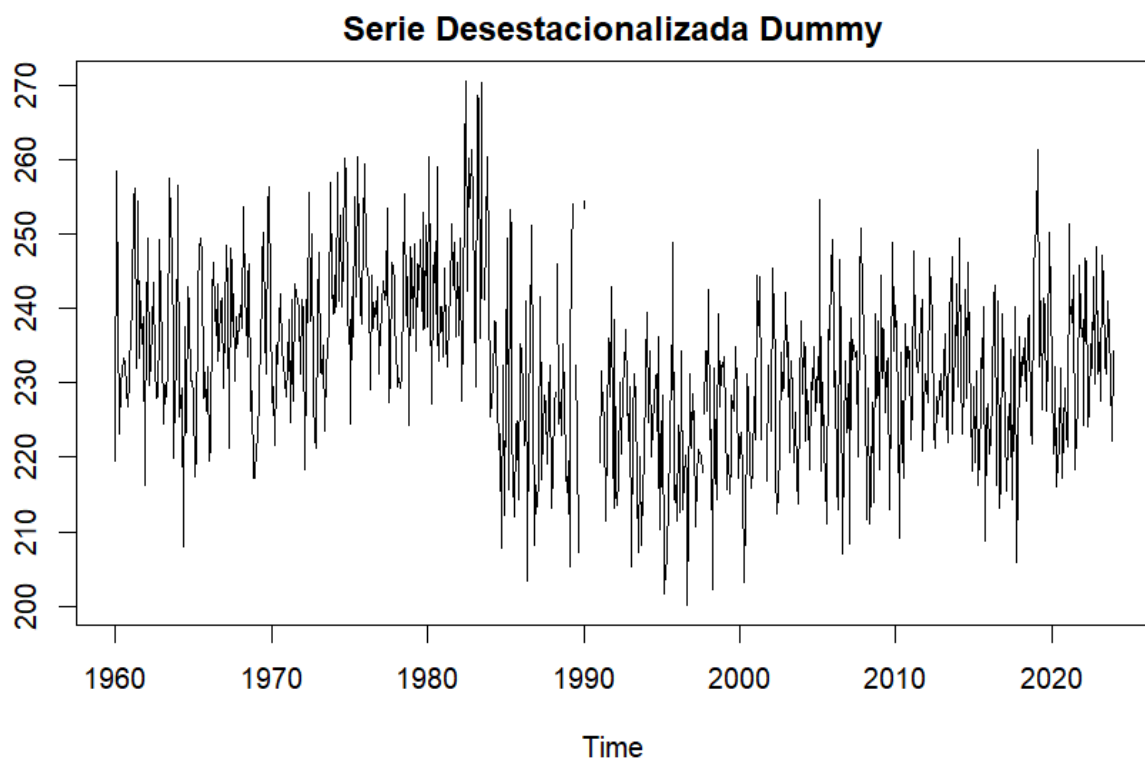
2.7. Desestacionalización

Para quitar la estacionalidad de nuestra serie, se usó el modelo elegido, que incluye estacionalidad basada en variables dummy.

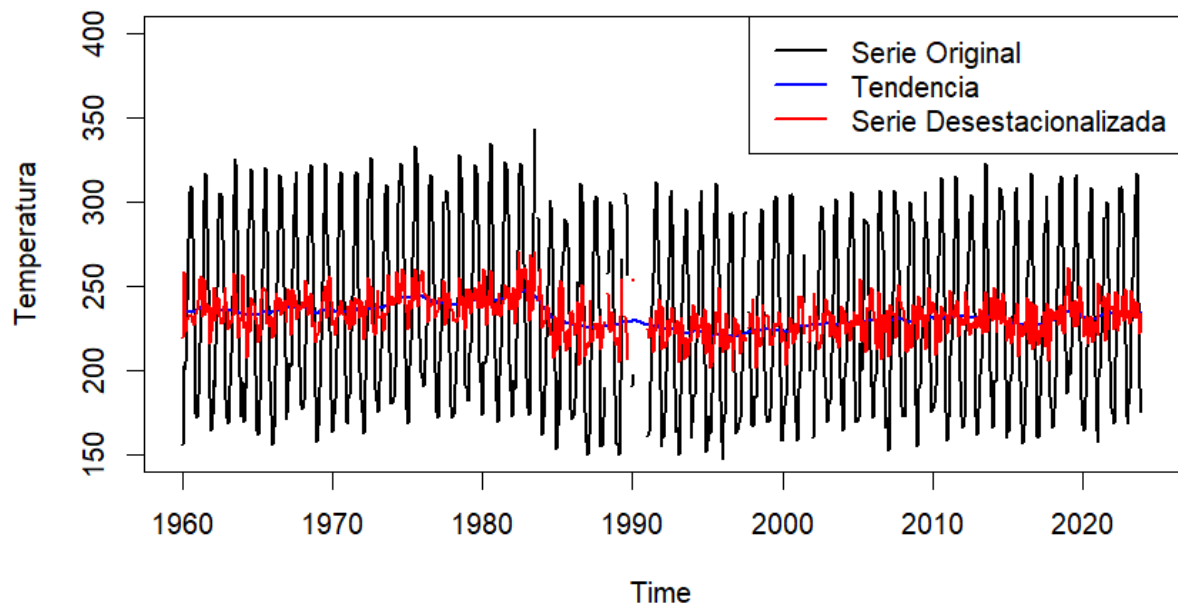
La serie original muestra un patrón estacional claro, con oscilaciones que se repiten cada año. Al eliminar esa estacionalidad, la serie resultante tiene movimientos más suaves alrededor de un promedio, sin patrones mensuales repetitivos, lo que confirma que la desestacionalización funcionó bien.

La tendencia estimada se mantiene bastante estable a lo largo del tiempo, con algunas pequeñas variaciones, lo que indica que no hay una subida o bajada clara en las temperaturas. La serie desestacionalizada sigue esta tendencia, lo que facilita estudiar cómo cambian las temperaturas a largo plazo sin que la estacionalidad interfiera.

Después de quitar la estacionalidad, la serie muestra variaciones de un año a otro y se eliminan los ciclos repetitivos, lo que hace más fácil analizar otros aspectos, como cambios en la varianza o eventos fuera de lo común.



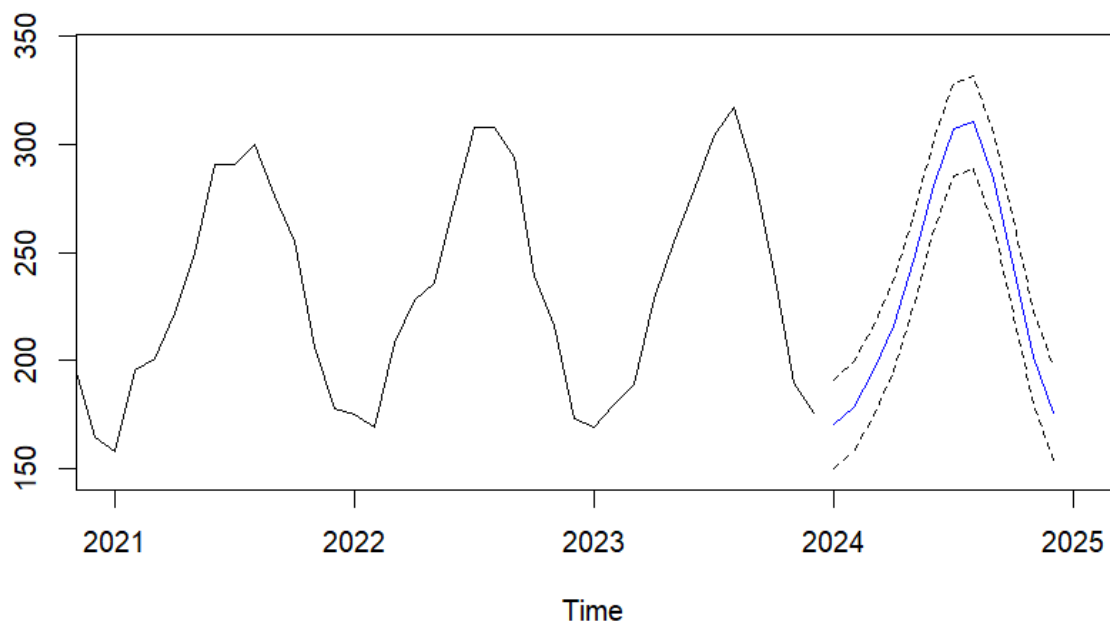
Serie Original, Tendencia y Serie Desestacionalizada (Dummy)



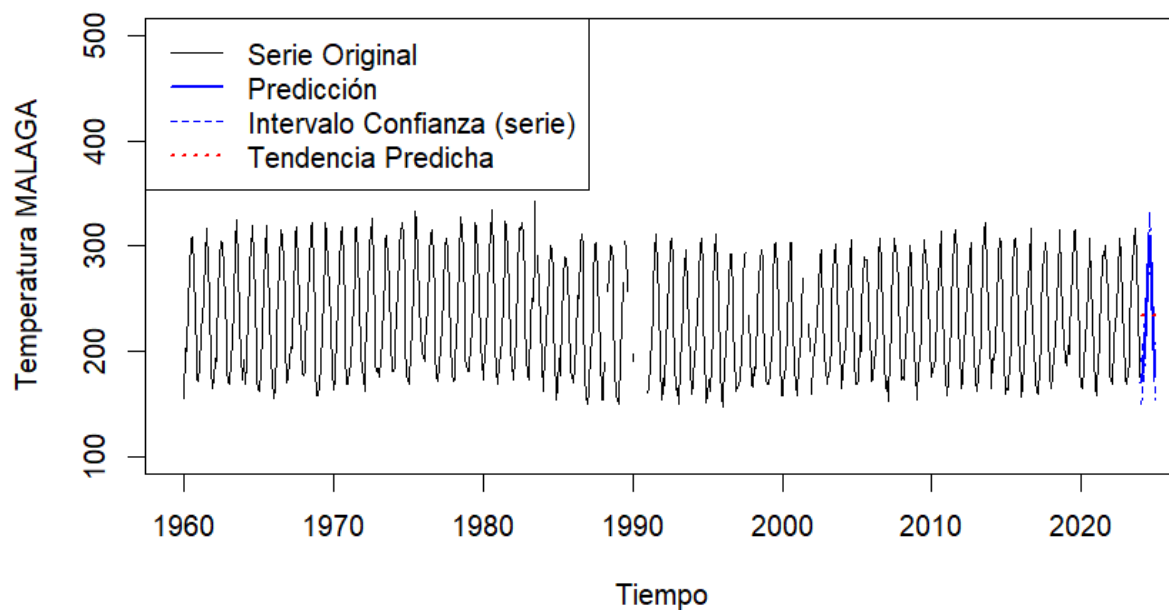
2.8. Predicción a 12 meses

Calcula las predicciones para 12 meses posteriores a la muestra elegida tanto de la serie como de su tendencia. Representa en un gráfico la serie, su predicción por punto y su intervalo de confianza.

Predicción 12 meses - Dummy



Predicción 12 meses adelante - Modelo Dummy



mes_año <chr>	prediccion <dbl>	CI_inferior <dbl>	CI_superior <dbl>
01/2024	170.7382	150.1054	191.3710
02/2024	178.7930	158.0499	199.5361
03/2024	195.5422	174.6877	216.3967
04/2024	215.9745	195.0093	236.9398
05/2024	246.1690	225.0981	267.2399
06/2024	280.7076	259.5278	301.8875
07/2024	306.9083	285.6223	328.1942
08/2024	310.1993	288.8081	331.5905
09/2024	284.0161	262.5185	305.5137
10/2024	243.3338	221.7345	264.9332
11/2024	201.9177	180.2171	223.6182
12/2024	175.9746	154.1686	197.7806

Figura 10: Predicciones e intervalo de confianza para año 2024