Université de Tunis Ecole Supérieure des Sciences et Techniques de Tunis Département de Génie Electrique

Support de cours et TD d'électronique de puissance 1MSTGE, 2LAEEA et 2LFEEA

Hasnaoui Othman B.A.

INTRODUCTION

Le document est structuré en six chapitres qui couvrent le programme officiel d'électronique de puissance de la troisième année maîtrise en génie électrique. Certains chapitres sont complétés par des travaux dirigés.

Le premier chapitre s'intéresse à l'étude des caractéristiques statiques et dynamiques des composants utilisés en électronique de puissance. On y trouve l'étude des diodes, des thyristors, des transistors et ces dérivés. Le second chapitre est réservé à l'étude des redresseurs monophasés non commandés. Le troisième chapitre est consacré à l'étude des convertisseurs polyphasés AC/DC commandés et non commandés. Le quatrième chapitre traite les convertisseurs AC/AC. Le cinquième chapitre s'intéresse aux convertisseurs DC/DC. On étudie les différentes configurations de hacheur. Le sixième chapitre traite les convertisseurs DC/AC. On s'intéresse à l'étude des onduleurs monophasé et triphasé alimentant une charge de type (R-L). Ces chapitres sont complétés par une annexe fournissant certains outils mathématiques nécessaires

Programme enseigné:

- I- Introduction aux systèmes d'électronique de puissance
- II- Les interrupteurs statiques utilisés en électronique de puissance (statique et dynamique) et leurs commandes :

Diodes, Thyristors, GTO, Triac, Transistor Bipolaire, Transistor MOS et IGBT.

- III- Les convertisseurs de l'électronique de puissance
- III-1. Les montages redresseurs à diodes, à thyristors et mixtes
- III-2. Les convertisseurs DC/DC
 - Hacheur dévolteur.
 - Hacheur survolteur.
 - Hacheur réversible,
 - Alimentation à découpage
- III-3. Les convertisseurs DC/AC
 - Les onduleurs de tension monophasés et triphasés
 - Les onduleurs de courant monophasés et triphasés,
 - Les onduleurs MLI monophasés et triphasés,
 - Les onduleurs à résonance.
- III-4. Les convertisseurs AC/AC
 - Les gradateurs monophasés et triphasés,

1

ETUDE DES CARACTERISTIQUES STATIQUES ET DYNAMIQUES DES COMPOSANTS UTILISES EN ELECTRONIQUE DE PUISSANCE

1-Les Diodes

1-1. Caractéristiques statiques

La diode est l'interrupteur électronique non commandé réalisant les fonctions suivantes :

- Fermé dans un sens (direct),
- Ouvert dans l'autre (inverse).

D'où les caractéristiques statiques idéales, figure (1-1):

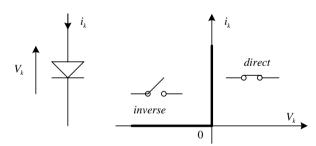


Figure (1-1): Caractéristiques statiques idéales d'une diode

Les caractéristiques réelles des composants disponibles diffèrent sensiblement de ces courbes.

1-1.a. En direct.

Si l'état conducteur ou passant, la diode présente une chute de tension v_F non nulle, fonction croissante de la température du cristal et de l'intensité du courant i_F .

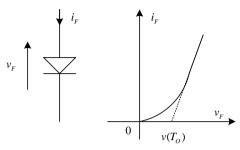


Figure (1-2): Caractéristiques statiques réelle à la fermeture

Loin du coude correspondant aux très faibles valeurs de i_F , la caractéristique directe se confond rapidement avec son asymptote linéaire et on peut exprimer $v_F=f(i_F)$ sous la forme :

$$v_{\scriptscriptstyle E} = v(T_{\scriptscriptstyle 0}) + r_{\scriptscriptstyle E} i_{\scriptscriptstyle E}$$

Où $v(T_0)$ est la tension de seuil (de 0.8V à 1.4V) et r_F est la résistance dynamique apparente de la diode de (de 0.1 à $100m\Omega$).

Le constructeur indique les valeurs maximales acceptables :

- de l'intensité moyenne du courant direct : I_{FAV} ,
- de l'intensité efficace du courant direct : I_{FRMS} ,
- \bullet de l'intensité de pointe non répétitive : $I_{{\scriptscriptstyle FSM}}$,
- de la température de jonction en régime permanent : T_{VI} ,

La puissance développée dans la diode du fait des pertes en conduction :

$$P_{F}(c) = \frac{1}{T} \int_{0}^{T} v_{F} i_{F} dt = \frac{v(T_{0})}{T} \int_{0}^{T} i_{F} dt + \frac{r_{F}}{T} \int_{0}^{T} i_{F}^{2} dt = v(T_{0}) I_{FAV} + r_{F} I_{FRMS}^{2}$$

1-1.b. En inverse.

A l'état bloqué, la diode est traversée par un courant inverse, de fuite, d'intensité très petite devant celle du courant nominal direct (quelques μA à quelques mA suivant la valeur de I_{FAV}), figure (1-3).

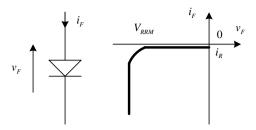


Figure (1-3): Caractéristiques statiques réelle à l'ouverture

La puissance moyenne des pertes dans la diode en régime bloqué est pratiquement nulle puisque pendant le blocage $v_R = 0$, $i_R = 0$ et $P_F(b)$ est négligeable devant $P_F(c)$.

$$P_F(b) = \frac{1}{T} \int_0^T v_R i_R dt \simeq 0$$

1-2. Comportement des diodes en régime de commutation

Dans la majorité des applications, les diodes sont utilisées en redressement ou en commutation ; c'est-à-dire qu'elles sont alternativement rendues conductrices ou bloquées. Il est donc important de connaître le comportement d'une diode lors de l'établissement du courant et du blocage.

1-2-1. Commutation à l'établissement

a- Description: Lorsqu'on établit un courant à travers une diode initialement bloquée, sa chute de tension n'atteint pas immédiatement sa valeur statique v_F , mais passe par une valeur transitoire notablement plus élevée et le courant direct i_F ne s'établit pas nécessairement plus vite que le permettent les autres éléments de la maille, figure (1-4).

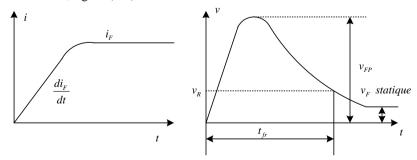


Figure (1-4): Caractéristiques dynamique de la diode

La fermeture d'une diode est caractérisée par les grandeurs suivantes :

- Surtension à la fermeture v_{FP} : sa valeur peut atteindre plusieurs dizaines de volts pour des vitesses de croissance de $i_F(t)$ allant jusqu'à $500A/\mu s$.
- Temps de recouvrement direct t_{fr} : c'est la durée qui s'écoule entre l'application de la tension d'attaque et le passage de $v_F(t)$ à une valeur de référence v_R ; soit définie en fonction de la valeur finale de v_F .

Ces paramètres sont très dépendants des conditions extérieures. Ainsi l'amplitude v_{FP} dépend essentiellement de la vitesse de variation du courant $\frac{di_F(t)}{dt}$ et de

l'amplitude de la source de tension qui génère le courant. La commutation à l'établissement est assez peu sensible à l'amplitude du courant mais évolue relativement vite avec la température (augmentation de l'ordre de 50% de $t_{\it fr}$ et $v_{\it FP}$ pour une augmentation de $100^{\circ}C$ de la température de la jonction).

La surtension v_{FP} est essentiellement liée à l'épaisseur de la zone centrale de la diode; l'résistance initiale de la jonction est élevée puis diminue rapidement avec l'arrivée des porteurs minoritaires injectés par le courant direct. De ce fait les diodes haute tension (zone centrale épaisse) présentent un v_{FP} plus élevé que les diodes basse tension.

- Ordre de grandeurs de $v_{\it FP}\,$ et $t_{\it fr}\,$ pour différentes diodes :

$$(i_F = 0.5, \frac{di_F}{dt} = 50A/\mu s, E = 50V)$$

ш			
Type	Tension	V_{FP}	t_{fr}
	d'avalanche		,
BAX12	120V	1.4V	8ns
PLQ1	150V	1.5V	12 <i>ns</i>
PLR816	1100V	18V	170 <i>ns</i>
PYV88	1250V	26V	200ns
BA159	1500V	38V	400ns
1N4007	≻1600V	42V	640 <i>ns</i>

- Pertes d'énergie en commutation à la fermeture.

On peut simplifier l'évolution de $i_F(t)$ et de $v_F(t)$, figure (1-5), entre 0 et t_{fr} en admettant que ses grandeurs s'expriment :

$$i_F(t) = I_F$$

$$v_F(t) = \frac{V_{FP} - V_F}{t_{FP}} t$$

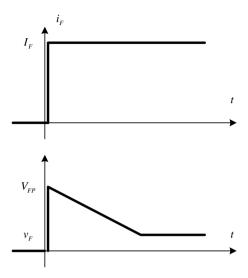


Figure (1-5): Evolution de $v_F(t)$ et de $i_F(t)$

L'énergie dissipée dans la diode au cours de la transition est :

$$W_{F}(c) = \int_{0}^{t_{fr}} v_{F} i_{F} dt = \frac{1}{2} (V_{FP} + V_{F}) I_{F} t_{fr}$$

Si la fermeture est idéale

$$W_{Fi}(c) = \int_{0}^{t_{fr}} v_F i_F dt = V_{FP} I_F t_{fr} = V_F I_F t_{fr}$$

Les pertes d'énergie supplémentaire s'exprime donc par :

$$\Delta W_F(c) = W_F(c) - W_{Fi}(c) = \frac{1}{2}(V_{FP} - V_F)I_F t_{fr}$$

La puissance supplémentaire développée dans le composant se calcule donc par :

$$P_F(c) = \frac{1}{2} f(V_{FP} - V_F) I_F t_{fr}$$

Où f désigne la fréquence de fermeture.

- **b-** Conséquences: Le comportement à la fermeture d'une diode n'a pas d'effet préjudiciable sur le composant lui-même mais peut nuire aux autres éléments du montage.
- Le ralentissement de la montée du courant direct peut augmenter la durée de fermeture d'un composant piloté par la diode, figure (1-6).
- La surtension de fermeture, importante aux fortes vitesses d'établissement du courant direct, peut augmenter la tension supportée par un autre composant du montage, figure (1-7).

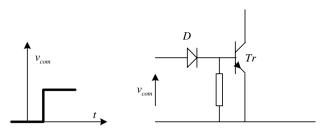


Figure (1-6): Ralentissement du courant

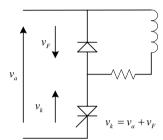


Figure (1-7): Surtension à la fermeture

1-2-2. Commutation au blocage

Lorsqu'on applique brusquement une tension inverse aux bornes d'une diode en commutation, figure (1-8), on constate qu'elle ne se bloque pas instantanément. Il s'écoule en effet un certains temps avant qu'elle ne retrouve son pouvoir de blocage, c'est le temps de recouvrement inverse t_{rr} .

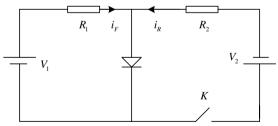


Figure (1-8): Commutation au blocage

Durant la majeure partie de ce temps, la diode peur être considérée comme un court circuit en inverse. Ce phénomène est dû à la présence d'une certaine quantité de charges emmagasinées dans la diode durant la conduction. Cette charge est appelée charge stockée et elle s'exprime par :

$$Q_s = \tau i_F$$

 τ : durée de vie des porteurs minoritaires,

 i_F : Courant direct traversant la diode.

.....

Pendant la commutation, une partie de ces charges s'évacue par recombinaison spontanée de ce cristal. L'autre partie, appelée charge recouvrée Q_R est évacuée par le courant inverse circulant dans la diode. C'est celui-ci qui produit le courant inverse de recouvrement ainsi que toutes ces conséquences. Si la vitesse de variation du courant $\frac{di_F}{dt}$ est négligeable pendant la commutation est extrêmement grande, la recombinaison interne est négligeable et la charge recouvrée Q_R est très voisine de la charge stockée Q_s , figure (1-9).

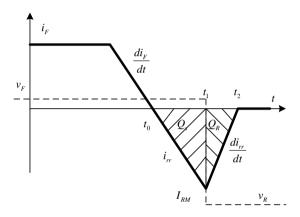


Figure (1-9) : Allure du courant et de la tension pendant le phénomène de recouvrement

Le phénomène de recouvrement inverse peut être décomposé en deux phases : lorsqu'on ferme l'interrupteur K, le courant direct s'annule et il s'établit un courant i_{rr} . A l'instant t_0 le courant dans la diode change de sens. A l'instant t_1 le courant inverse passe par son maximum I_{RM} . A cet instant la majorité de la charge recouvrée a été évacuée et la diode commence à retrouver son pouvoir de blocage. Pendant cette première phase qui s'étend de t_0 à t_1 , la charge Q_s a été évacuée. La charge Q_R est évacuée pendant la deuxième phase qui s'étend de t_1 à t_2 . Elle est en général faible et se localise dans la partie de la zone centrale qui n'est pas occupée par la charge d'espace. Pendant cette phase la vitesse de montée du courant de recouvrement $\frac{di_{rr}}{dt}$ ne dépend que de la diode et de la tension inverse

rappliquée. Elle sera plus grande que la charge $\mathcal{Q}_{\rm R}$ sera faible et l'amplitude $I_{\rm RM}$ sera grande.

On distingue deux types de diodes selon l'allure de remontée du courant de recouvrement :

- les diodes à remontée brutale (Snap off), figure (1-10)

- les diodes à remontée progressive (Soft record), figure (1-11).

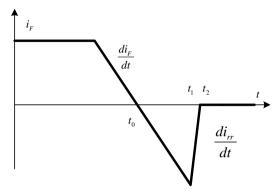


Figure (1-10) : Diode à remontée brutale

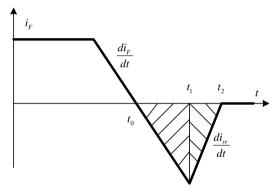


Figure (1-10) : Diode à remontée progressive

2- Les thyristors

2-1. Caractéristique statique des thyristors

Un thyristor possède deux états stables :

- Etat bloqué: Un thyristor est bloqué dans deux situations:
 - Il est polarisé sous tension négative $V_{AK} \prec 0$; il peut supporter une tension inverse V_{RRM} ou V_{RROM} en régime répétitif ou V_{RSM} en régime non répétitif.
 - Il est polarisé en direct $V_{AK} \succ 0$ mais l'intensité du courant de gâchette i_G est maintenue nulle.

• Etat passant : On l'obtient si le thyristor, initialement polarisé en direct (point B), reçoit une impulsion de courant suffisante dans la jonction G-K. Le point vient en C et l'intensité i_A est fixée par les autres éléments du montage.

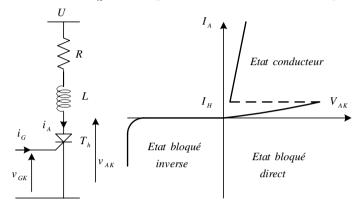


Figure (1-11): Caractéristique statique d'un thyristor

Le thyristor se comporte alors comme une diode, même après extinction du courant de gâchette à condition que son courant d'anode reste supérieure à celle du courant de maintien I_H . La chute de tension directe aux bornes du thyristor est :

$$v_{AK} = v(T_0) + r_T i_A$$

 $v(T_0)$: Tension de seuil

 r_T : Résistance dynamique du composant

La puissance instantanée développée dans le composant est :

$$p_A = v(T_0)i_A + r_T i_A^2$$

Sa valeur moyenne est:

$$P_{A} = v(T_0)i_{Amov} + r_{T}I^2$$

2-2. Commutation

• Pendant la fermeture : C'est le passage d'un état direct à un état passant ; Il nécessite un courant de gâchette $i_G(t)$ ayant une certaine intensité pendant une certaine durée. La fermeture est caractérisée par la durée $t_{GT} = t_d + t_r$ s'écoulant entre l'instant où i_G vaut 10% de sa valeur maximale et celui où v_{AK} est ramenée à 10% de sa valeur initiale. Le retard à l'amorçage t_d diminue lorsqu'on

augmente i_G et sa vitesse $\frac{di_G}{dt}$ où si on augmente v_{AK} . Le temps de montée t_r dépend de $\frac{di_A}{dt}$.

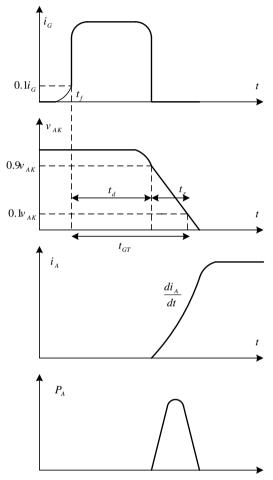


Figure (1-12): Caractéristiques dynamique du thyristor

Le courant s'établit plus vite que la maille fermée par le thyristor est moins inductive. Pour simplifier, on admet durant l'écoulement de $v_{\scriptscriptstyle AK}$ on a :

$$v_{AK} = U(1 - \frac{t - (t_f + t_d)}{t_a})$$

.....

$$i_A = \frac{di_A}{dt}(t - (t_f + t_d))$$

On en déduit la puissance instantanée pendant la fermeture :

$$p_{A} = v_{AK}i_{A} = U\frac{di_{A}}{dt} \left[t - (t_{f} + t_{d}) - \frac{1}{t_{r}} (t - (t_{f} + t_{d}))^{2} \right]$$

L'énergie consommée durant la fermeture vaut :

$$W_{A} = \int_{t_{f}+t_{d}}^{t_{f}+t_{d}} p dt = \frac{1}{6} U \frac{di_{A}}{dt} t_{r}^{2}$$

L'énergie dissipée à la fermeture augmente avec $\frac{di_A}{dt}$; le constructeur indique une valeur maximale critique $(\frac{di}{dt})_{crit}$ au-delà de laquelle la sécurité du composant n'est plus assurée en commutation.

• Pendant l'ouverture : On peut ouvrir un thyristor en le mettant sous tension inverse. Le constructeur indique la valeur minimale t_q (temps de recouvrement) de la durée de l'ouverture sous tension nulle ou inverse au-delà de laquelle le blocage d'une tension directe est possible.

La figure (1-14) donne une allure des tensions et courants durant le blocage :

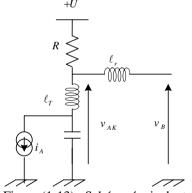


Figure (1-13): Schéma équivalent

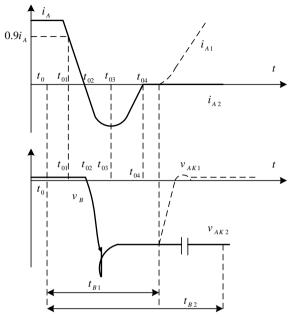


Figure (1-14): Evolution du courant et de la tension au blocage

- La tension v_{AK} inverse est appliquée à l'instant t_0 ,
- L'intensité i_A décroît de t_{01} à t_{02} a une vitesse fixée par les éléments de la maille. $\frac{di_A}{dt} = \frac{u_B}{\ell_T + \ell_T}$
- De t_{02} à t_{03} , les charges accumulées sont évacuées par un courant inverse,
- De t_{03} à t_{04} évolution plus rapide du courant i_A ,
- La présence de l'inductance ℓ_c fait que v_{AK} ne suit v_B ,

Si on applique une tension directe v_{AK} au bout d'une durée $t_{B1} \prec t_q$, un réamorçage (sans impulsion) est à craindre,

- La valeur maximale $\frac{dv}{dt}$ de l'accroissement de la tension directe $\frac{dv_{AK}}{dt}$ à l'état bloqué est indiqué sur les fiches techniques.
- Sécurité d'un thyristor

La sécurité du thyristor suppose le respect des contraintes suivantes :

$$-\frac{di_{A}}{dt} \prec (\frac{di}{dt})_{cr},$$
$$-\frac{dv_{AK}}{dt} \prec (\frac{dv}{dt})_{cr}$$

a- Protection contre les $(\frac{dv}{dt})$ à l'état bloqué.

Cette fonction est assurée par un circuit R_C série entre anode et cathode et par une bobine d'inductance L en série.

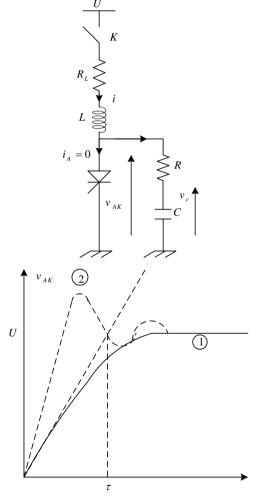


Figure (1-15): Protection à l'état bloqué

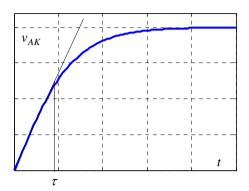


Figure (1-16): Evolution de la tension aux bornes du thyristor

A t = 0, on ferme K, la tension U et le courant i s'écrivent :

$$U = (R_L + R)i + L\frac{di}{dt} + v_c$$
$$i = C\frac{dv_c}{dt} = i_c$$

Soit:

$$\frac{d^2v_c}{dt^2} + \frac{1}{L}(R + R_L)\frac{dv_c}{dt} + \frac{1}{LC}\frac{dv_c}{dt} = \frac{U}{LC}$$

Au régime d'amortissement critique (constante du temps minimale) défini par :

$$R + R_L = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$$

La solution de l'équation différentielle est de la forme :

$$v_c(t) = U + (A + Bt)e^{-\frac{t}{\xi}}$$

Avec:
$$\xi = \frac{L}{R + R_I}$$

La solution satisfait aux conditions initiales $v_c(0) = 0$ et i(0) = 0. La tension aux bornes du condensateur se ramène à :

$$v_c(t) = U \left[1 - (1 + \frac{t}{\xi})e^{-\frac{t}{\xi}} \right]$$
$$i(t) = \frac{CUt}{\xi}e^{-\frac{t}{\xi}}$$

La tension aux bornes du thyristor est alors :

.....

$$v_{AK}(t) = v_c(t) + Ri(t) = U \left[1 - (1 + \frac{t}{\xi})(1 - \frac{RC}{\xi})e^{-\frac{t}{\xi}} \right]$$

Il convient de choisir $R \succ \succ R_L$.

b- Protection contre les $(\frac{di}{dt})$ à la fermeture.

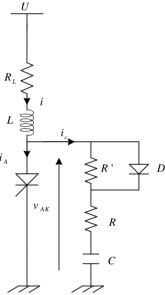


Figure (1-17): Schéma de protection à la fermeture

On suppose qu'à l'instant de mise en conduction du thyristor la tension v_{AK} devient instantanément nulle.

$$i_{A} = -i_{c}(t) + i(t)$$

$$i_{A} = \frac{U}{R + R'} e^{-(t - tf)\xi_{c}} + \frac{U}{R_{L}} e^{-(t - tf)\xi_{L}}$$

Avec:
$$\xi_c = (R + R')C$$
 et $\xi_L = \frac{L}{R_c}$

Si on néglige
$$i_c(t)$$
, $\frac{di_{A_{\text{max}}}}{dt} = \frac{U}{R_L \xi_L} = \frac{U}{L}$ alors doit vérifier : $L > \frac{U}{(\frac{di}{dt})_{cr}}$

2-2-1. Commande de la fermeture

Le circuit de commande doit principalement délivrer, pour amorcer un thyristor, un courant de gâchette supérieur à i_{GT} (fourni par le constructeur) pendant une durée tel que i_A devient supérieur au courant de maintien I_H . Il doit en outre :

- assurer l'isolation galvanique entre les circuits de puissance et de commande,
- produire un amorçage retardé par rapport à certaines tensions d'alimentation et permettre le réglage du retard à l'enclenchement,
- mettre le thyristor dans des conditions tel qu'il puisse s'amorcer dès que l'état de charge lui permettra.

Le circuit de commande réalisant ses conditions est fourni par la figure (1-18).

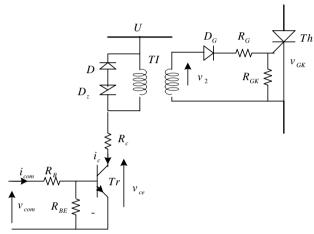


Figure (1-18): circuit de commande

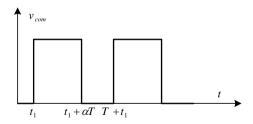


Figure (1-19): Signal de commance

Un train d'impulsion $v_{com}(t)$ de fréquence f et de rapport cyclique α commande un transistor Tr. La charge est constituée d'une résistance R_c et du primaire du transformateur d'isolement TI. La tension v_2 redressée alimente la jonction G-K. L'ensemble D, D_z assure l'extinction de la force magnétomotrice du TI à l'ouverture.

.-----

2-2-2. Blocage d'un thyristor.

On rappelle que pour bloquer un thyristor conducteur, il est nécessaire d'éteindre son courant direct pendant une durée supérieure à son temps de recouvrement. Les procédés de blocage sont classés en trois grandes familles :

- Blocage en tension : un thyristor auxiliaire Th_a , commandé à la fermeture à la date t_0 applique une tension inverse aux bornes du thyristor à bloquer,
- Blocage en courant sous faible tension,
- Blocage mixte et réciproque où le thyristor à bloquer est successivement privé de courant puis placé sous tension inverse.

a- Blocage en tension.

Le circuit de blocage en tension est représenté sur la figure (1-20) en supposant que le courant de charge est constant.

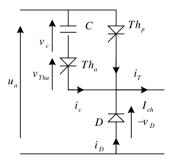


Figure (1-20): Circuit de blocage en tension

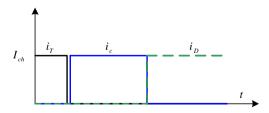


Figure (1-21): Allure des courants

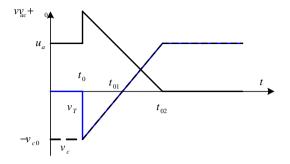


Figure (1-22): Allure des tensions

b- Blocage en courant.

Les dispositifs de blocage en tension imposent à la charge et à la diode de roue libre une surtension importante. On élimine cette surtension en disposant une diode antiparallèle D_p aux bornes du thyristor à bloquer.

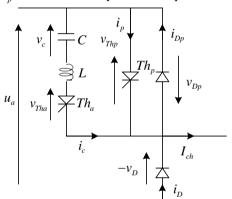


Figure (1-23): circuit de blocage en courant

Le condensateur C étant initialement chargé sous $v_c(t_0) = -V_{c0}$ et Th_p conduisait un courant $i_p(t_0) = I_{ch}$. La phase de blocage commence à l'instant $t = t_0$.

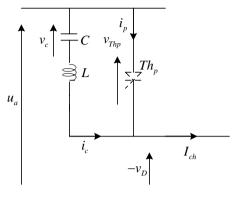


Figure (1-24-) : Première phase $v_c \uparrow C \downarrow i_{Dp}$ $i_c \downarrow I_{ch}$

Figure (1-25): Deuxième phase

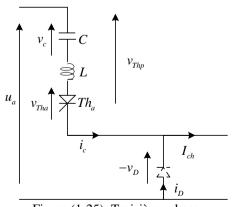


Figure (1-25): Troisième phase

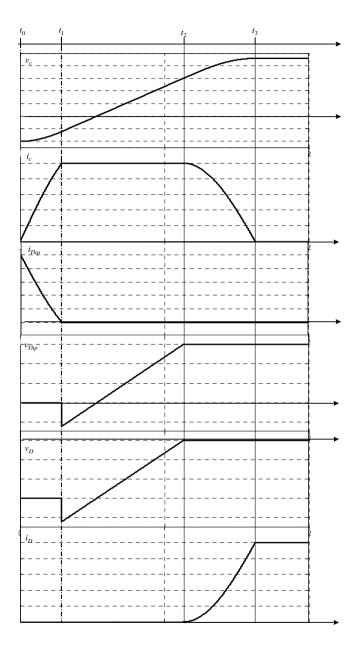


Figure (1-26): Evolution des différentes grandeurs

L'établissement de $i_c(t)$ ne pouvant pas être instantané à cause de la présence de l'inductance L. Le thyristor Th_p reste fermé tant que $i_c(t) \prec I_{ch}$ $(i_p = I_{ch} - i_c \succ 0)$. Les grandeurs $v_c(t)$ et $i_c(t)$ évoluent :

$$\begin{aligned} v_c(t) &= -V_{c0}\cos(\omega(t-t_0)) \\ i_c(t) &= C\frac{dv_c}{dt} = V_{c0}\sqrt{\frac{C}{L}}\sin(\omega(t-t_0)) \end{aligned}$$

Avec: $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

Le courant $i_n(t)$ vaut :

$$i_p(t) = I_{ch} - i_c = I_{ch} - V_{c0} \sqrt{\frac{C}{L}} \sin(\omega(t - t_0))$$

Le courant maximum est $I_{c \max} = V_{c0} \sqrt{\frac{C}{L}}$ doit être supérieur à I_{ch} . Le courant direct i_p dans le thyristor Th_p s'éteint à l'instant t_{01} tel que :

$$t_{01} - t_0 = \sqrt{LC}a\sin(\frac{I_{ch}}{V_{c0}}\sqrt{\frac{L}{C}})$$

A l'instant t_{01} , le courant i_c devient égal à I_{ch} . Après t_{01} , le courant i_c tend à devenir supérieur à I_{ch} . La diode D_p entre en conduction. On a toujours: $-v_D = u_a + v_{Dp} \simeq u_a \succ 0$. La diode reste donc bloquée $(i_D = 0)$ et la maille définissant l'évolution de $i_c(t)$ et $v_c(t)$ n'a pratiquement pas changé.

$$\begin{aligned} v_c(t) &= -V_{c0}\cos(\omega(t-t_0)) \\ i_c(t) &= C\frac{dv_c}{dt} = V_{c0}\sqrt{\frac{C}{L}}\sin(\omega(t-t_0)) \\ i_{Dp}(t) &= I_{ch} - V_{c0}\sqrt{\frac{C}{L}}\sin(\omega(t-t_0)) = I_{ch} - I_{cm}\sin(\omega(t-t_0)) \end{aligned}$$

Cette phase cesse à l'instant t_{02} quand le courant i_{Dp} redevient nul.

$$t_{02} - t_0 = \sqrt{LC} \left[\pi - a \sin(\frac{I_{ch}}{V_{c0}} \sqrt{\frac{L}{C}}) \right]$$

La tension $v_c(t_{02})$ vaut alors :

$$v_c(t_{02}) = V_{c2} = V_{c0}\cos(\pi - a\sin(\frac{I_{ch}}{V_{c0}}\sqrt{\frac{L}{C}})) = v_c(t_{01})$$

L'évolution de $i_c(t)$ tend à l'amener supérieure au courant dans la charge (supposé constant) ; ce qui bloque la diode D_p puisque $i_{Dp} = I_{ch} - i_c$. Si la durée $t_{02} - t_{01}$ est supérieure au temps de recouvrement inverse t_q , le thyristor Th_p reste bloqué et deux cas peuvent se présenter :

- $v_c(t_{02}) \prec u_a$, la diode D ne peut pas entrer en conduction car $-v_D=u_a-v_c(t_{02})\succ 0$.
- $v_c(t_{02}) \succ u_a$, la diode D entre en conduction et le montage se comporte comme celui de la figure (1- c). La maille est alors régit par l'équation suivante :

$$u_a = v_c + LC \frac{d^2 v_c}{dt^2}$$

Les solutions de l'équation différentielle qui satisfont aux conditions de continuité $(v_c(t_{02}) = V_{c2}, i_c(t_{02}) = I_{ch})$.

$$v_c = u_a + A\cos(\omega(t - t_{02}) - \varphi)$$

$$i_c = -A\omega C\sin(\omega(t - t_{02}) - \varphi)$$

Avec:
$$\tan(\varphi) = \sqrt{\frac{L}{C}} \frac{I_{ch}}{V_{c2} - u_a}, \ \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

La charge du condensateur cesse à l'instant t_{03} ou $i_c(t)$ tend vers zéro. La durée $t_{03}-t_{02}$ s'exprime par la relation suivante :

$$t_{03} - t_{02} = \sqrt{LC} \tan(\sqrt{\frac{L}{C}} \frac{I_{ch}}{V_{c2} - u_a}) \tan(\varphi) = \sqrt{\frac{L}{C}} \frac{I_{ch}}{V_{c2} - u_a}$$

La tension aux bornes du condensateur vaut à cet instant :

$$v_c(t_{03}) = V_{c3} = u_a + \sqrt{(V_{c2} - u_a)^2 + \frac{L}{C}I_{ch}^2}$$

Le thyristor Th_p reste privé de courant et sous tension négative entre les instants t_{01} et t_{02} .

$$t_{02} - t_{01} = 2\sqrt{LC}a\cos(\frac{I_{ch}}{V_{c0}}\sqrt{\frac{L}{C}})$$

Pour que Th_p puisse supporter sans s'amorcer une tension directe, il faut que $t_{02}-t_{01}\succ t_q$. Soit

$$\sqrt{LC} \succ \frac{t_q}{2\pi Ca\cos(\frac{I_{ch}}{V_{c0}}\sqrt{\frac{L}{C}})}$$

3- Les transistors bipolaires

Un transistor travaillant en commutation ne peut occuper de façon stable que deux états :

- état bloqué, il suffit théoriquement de ne pas alimenter sa base,
- état saturé, il faut envoyer à sa base un courant supérieur à $\frac{i_C}{\beta}$; où β est le gain statique.

Pratiquement les procédés d'amorçage et de blocage sont complexes et mènent généralement à une polarisation inverse de base v_{BE} durant les phases de blocage du transistor.

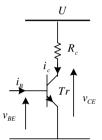


Figure (1-27) : Schéma de principe

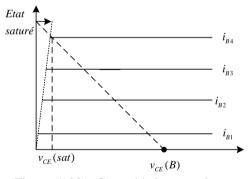


Figure (1-28): Caractéristiques statiques

3-1. Commutations

a- Amorçage

L'amorçage est caractérisé :

- Un temps de retard t_d « delay time » entre l'instant d'application de i_B et le passage de i_c à 10% de sa valeur finale,

- Un temps de montée t_r « rise time » entre l'instant de passage de i_B entre 10% et 90% de sa valeur finale.

Le constructeur indique le temps de fermeture $t_{on} = t_d + t_r$.

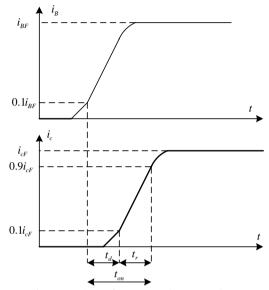


Figure (1-29): fermeture d'un transistor

b- Fermeture

La fermeture est caractérisée :

- Un temps d'évacuation de la charge stockée t_s « storage time » entre la suppression de i_B et le passage de i_c à 90% de sa valeur initiale,
- Un temps de descente t_f « fall time » entre l'instant de passage de i_B entre 90% et 10% de sa valeur initiale.

Le constructeur indique le temps d'ouverture $t_{\it off}=t_{\it s}+t_{\it f}$. L'ouverture peut être réalisé par deux types de condition pour la jonction G-K:

- polarisation directe,
- polarisation inverse.

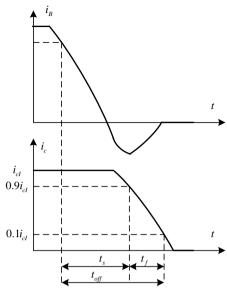


Figure (1-30): Ouverture d'un transistor

3-2. Problèmes posés par la commutation

En admettant que le courant collecteur i_c évolue linéairement en fonction du temps lors des transitions (mise en conduction et blocage). Les chronogrammes de i_c , v_{ce} et P_T one les allures indiquées par la figure (1-).

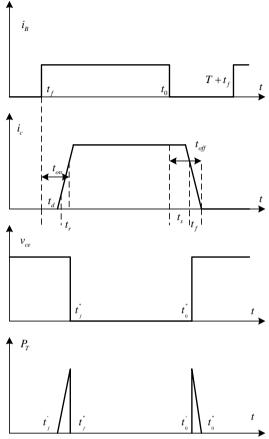


Figure (1-31): Comportement à la fermeture et à l'ouverture

On dispose ainsi d'un cycle qui traduit le fonctionnement du transistor sur une période de fonctionnement. La puissance instantanée est maximale au point P qui doit rester à l'intérieur de l'aire de sécurité du transistor.

Durant la commutation, les pertes sont élevées. On se propose de les réduire en ajoutant un circuit auxiliaire dit 'circuit d'aide à la commutation'. Ce circuit permet :

- à l'ouverture, un condensateur C, mis en parallèle sur Tr limite la croissance de v_{ce} ,
- à la fermeture, une inductance L, mise en série avec le transistor, limite la montée du courant i_c . Une diode D_L permet l'extinction du courant i_c avant la fermeture suivante. Une résistance R_c limite le courant de décharge de C à la fermeture.

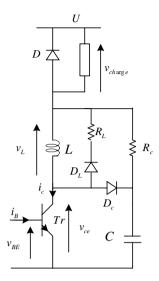


Figure (1-32): Circuit d'aide à la commutation

4- Les transistors à effet de champ

Les constructeurs réalisent des transistor de puissance (ou de commutation) à effet de champ. Ce sont en général des composants à grille isolée, figure (1-). Ces composants permettent des performances comparables à celles du transistor bipolaire tout en profitant des avantages du transistor à effet de champ :

- Très grande impédance d'entrée ; ce qui signifie que l'état du fonctionnement du transistor est fixé par la tension d'entrée,
- Durée de commutation très courte et en principe pas de temps de retard ni temps d'évacuation de la charge stockée.

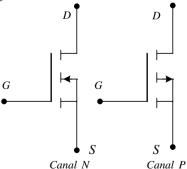
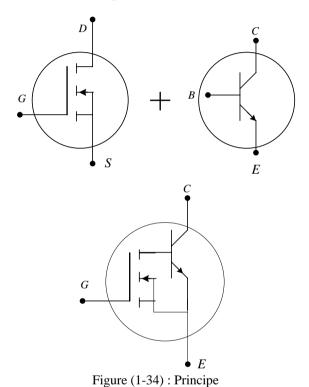


Figure (1-33): Transistor à effet de champ

4- Les transistors IGBT (Insulated-Gate Bipolar Transistor)

Un transistor IGBT est le mariage d'un transistor bipolaire et un transistor à effet de champ comme le montre les figures suivantes :



Le schéma d'un IGBT est alors :

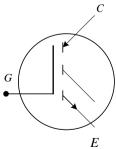


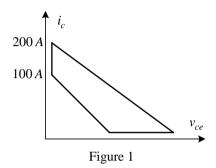
Figure (1-35): Symbole d'un IGBT

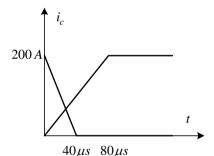
5- Travaux dirigés

Exercice N°1

Les figures suivantes représentent les relations courant tension (figure 1) et courant temps d'ouverture et de fermeture (figure 2) d'un transistor de puissance.

- 1- Calculer les pertes en énergie pendant chaque commutation.
- 2- Calculer les pertes en puissance moyenne pour une fréquence de commutation du transistor de 1kHz.





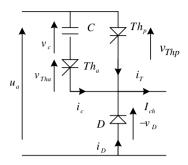
Exercice N°2

On considère le montage de la figure suivante. Le thyristor Thp conduit initialement le courant de charge $i_{Thp}=I_0$. Le condensateur est chargé sous $v_c=-V_{c0}<0$ (Thp et Tha sont des interrupteurs supposés parfaits).

Figure 2

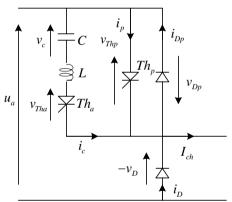
1- Le thyristor Tha est-t-il amorçable? Si oui. On commande à la date t_0 la gâchette au moyen d'un courant suffisant. Montrer que Thp se bloque.

2- Etablir les expressions de $v_c(t)$, $v_D(t)$, $i_c(t)$, $i_D(t)$ et $i_{Thp}(t)$. En déduire l'instant t_2 de blocage de la diode



Exercice N°3

On se propose d'étudier le montage de la figure suivante :



On donne : $u_a=250V$, $I_0=20A$, $L=10\,mH$, $C=100\,\mu F$ et $V_{c0}=100V$. On suppose que :

- Les thyristors et les diodes sont parfaits,
- I_0 est considéré constant,
- Le thyristor *Thp* conduit initialement le courant de charge $i_{Thp} = I_0$,
- Le condensateur est chargé sous $v_c = -V_{c0} < 0$,
- L'instant t_0 est pris comme origine des temps,
- 1- Le thyristor Tha est-t-il amorçable? Si oui. On commande à la date t_0 sa gâchette au moyen d'un courant suffisant.
- 2- Déterminer les expressions de $v_c(t)$ et $i_c(t)$.

- 3- Soit t_1 l'instant de blocage de Thp. Calculer la durée $(t_1 t_0)$. Donner les valeurs de $v_c(t)$ et $i_c(t)$ à cet instant.
- 4- Pour $t \succ t_1$, exprimer les grandeurs suivantes en fonction du temps : $v_c(t)$, $v_D(t)$, $i_c(t)$, $i_D(t)$ et $i_{Thp}(t)$.
- 5- Soit t_2 l'instant d'amorçage de la diode D. Déterminer les valeurs de $v_c(t)$ et $i_c(t)$ à cet instant ainsi que la durée (t_2-t_1) . Exprimer $v_c(t)$, $i_c(t)$ et $i_D(t)$ pour $t \succ t_2$.
- 6- Soit t_3 l'instant de blocage de *Tha*. Calculer la durée $(t_3 t_2)$.
- 7- Représenter les grandeurs suivantes en fonction du temps : $v_c(t)$, $v_D(t)$, $i_c(t)$, $i_D(t)$, $i_{Thp}(t)$ et $v_{Thp}(t)$.
- 8- Le thyristor Thp se trouve privé de courant entre les instants t_1 et t_2 . Quelle est la condition entre (t_2-t_1) et t_q (t_q : temps de recouvrement inverse de Thp) pour que Thp se bloque?

Exercice N°4

Dans le but d'étudier le comportement du transistor en commutation, on propose le montage de la figure 1 :

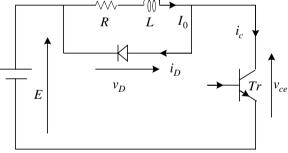


Figure 1

On suppose:

- La constante du temps $\tau = \frac{L}{R}$ de la charge est grande devant les temps de commutation du transistor de sorte que I_0 reste constant et égal à 5A,
- La diode est parfaite,
- Le comportement du transistor aux moments de commutations est donné par la figure 2.

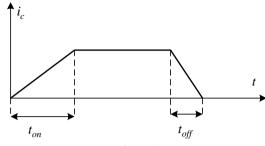


Figure 2

A- Commutation à la fermeture du transistor

- A-1. Commutation à la fermeture sans circuit d'aide à la commutation.
- 1- Préciser les valeurs initiales de i_D et de v_{ce} . Tracer les variations de $i_D(t)$ et de $i_c(t)$.
- 2- A quel instant la diode D se bloque-t-elle? Représenter alors $v_{ce}(t)$.
- 3- Déterminer l'expression de $i_D(t)$ pendant cette phase. En déduire celle de l'énergie W_1 perdue dans le transistor au moment de la mise en conduction.
- 4-Le fonctionnement du transistor est périodique de fréquence f = 10kHz, déterminer l'expression de la puissance P_1 dissipée dans Tr, calculer sa valeur.
- 5- Indiquer clairement dans le plan (i_c, v_{ce}) le déplacement du point de fonctionnement de Tr pendant la commutation. Quel risque présente ce déplacement pour Tr?
- A-2. Commutation à la fermeture avec circuit d'aide à la commutation. Le circuit auxiliaire utilisé est représenté par la figure 3 :

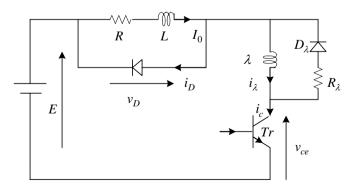


Figure 3

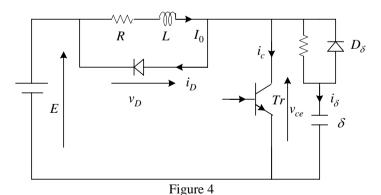
.....

Quel est le rôle de l'inductance λ ? On admet pour la suite que dès que $i_c \neq 0$, la tension v_{ce} s'annule.

- 1- Le courant i_c commence à croître à l'instant t=0; représenter alors les variations de $i_c(t)$, $v_{ce}(t)$ et $i_D(t)$.
- 2- Quelle est la nouvelle expression de 1'énergie W_{\parallel} . Que peur-t-on conclure
- 3- Quel est le déplacement du point de fonctionnement de Tr ?

B- Commutation à l'ouverture du transistor

- B-1. Commutation à l'ouverture sans circuit d'aide à la commutation.
- Le courant commence à décroître à l'instant $t = t_1$, que l'on prendra comme nouvelle origine des temps, conformément à la figure N°2. On posera $t^{'} = t t_1$
- 1- Quelles sont les évolutions de i_D et de v_{ce} ? Représenter alors $i_c(t')$, $i_D(t')$ et $v_{ce}(t')$.
- 2- Donner l'expression de $i_c(t')$ pendant la commutation. En déduire celle de l'énergie W_2 perdue dans Tr au moment de blocage. Calculer alors de la puissance P_2 dissipée.
- 3- Indiquer le déplacement du point de fonctionnement de Tr dans le plan (i_c, v_{ce}) .
- B-2. Commutation à l'ouverture avec circuit d'aide à la commutation Le circuit auxiliaire à utiliser est donné par la figure 4 :



Avec $\delta = 100nF$

1- Quel est le rôle du condensateur δ supposé initialement déchargé.

- 2- En prenant les mêmes convention que B-1. Quel est l'état de D à t=0? En déduire la relation liant i_c , i_δ et I_0 .
- 3- Donner l'expression de $i_\delta(t')$ et $v_{ce}(t')$. Représenter alors $i_c(t')$, $i_\delta(t')$ et $v_{ce}(t')$ pour $t' \le t_{off}$.
- 4- Que vaut i_{δ} pour $t' \leq t_{\mathit{off}}$? En déduire l'expression de $v_{\mathit{ce}}(t')$ pour $t' \geq t_{\mathit{off}}$. Pour quelle valeur de v_{ce} , la diode devient passante? Compléter le graphe de $i_{\mathit{c}}(t')$, $i_{\delta}(t')$ et $v_{\mathit{ce}}(t')$ pour $t' \geq t_{\mathit{off}}$.
- 5- Calculer alors la puissance $P_{2}^{'}$ dissipée dans Tr. Comparer P_{2} et $P_{2}^{'}$ et tirer vos conclusions.
- 6- Représenter approximativement le déplacement du point de fonctionnement.

2

LES REDRESSEURS MONOPHASES NON COMMANDES

1- Redressement simple alternance

1-1. Charge résistive

Soit le montage de la figure (2-1) alimentant une charge résistive. La diode est supposée idéale dont sa caractéristique est représentée sur la figure (2-2).

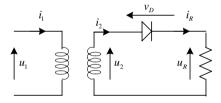


Figure (2-1): Schéma du montage

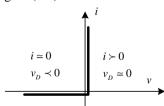


Figure (2-1) : Caractéristique idéale de la diode

La tension délivrée par le transformateur est supposée sinusoïdale de pulsation ω et d'amplitude maximale U_{2m} . Elle s'exprime par :

$$u_2 = U_{2m}\sin(\omega t) = U_{2m}\sin(\theta)$$

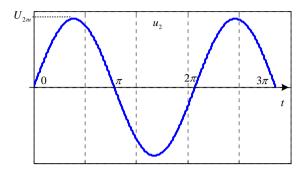


Figure (2-3): Caractéristique idéale de la diode

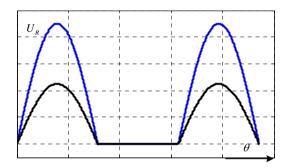


Figure (2-4): Caractéristique idéale de la diode

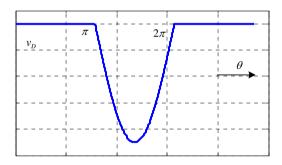


Figure (2-5) : Caractéristique idéale de la diode

Pendant le temps de blocage, la tension aux bornes de la diode est négative. La diode doit ainsi supporter en inverse une tension dont la valeur maximale est U_{2m} .

. . . .

Pour que son blocage ne se produit pas, il faut que U_{2m} soit inférieure à la tension inverse des points répétitifs $U_{2m} \prec U_{RRM}$.

1-1-1. Courant redressé.

Le courant redressé i_R passe périodiquement par la valeur maximale $I_{Rm}=\frac{U_{2m}}{R}$. Pour que la diode ne soit pas détérioré, il faut que I_{Rm} soit inférieure au courant direct de pointe I_{\max} , ($I_{\max} \succ I_{Rm}$).

$$\begin{split} i_R &= I_{R \text{moy}} + i' \\ i_R &= I_{R \text{moy}} + \sum_{0}^{\infty} I_{pm} \sin(p\omega t + \Psi_p) \\ I_{R \text{moy}} &= \frac{1}{T} \int_{0}^{T} i_R dt = \frac{1}{2\pi} \int_{0}^{\pi} I_{Rm} \sin(\theta) d\theta = \frac{I_{Rm}}{\pi} \end{split}$$

- Un ampèremètre magnétoélectrique donne la valeur moyenne de l'intensit é du courant dans la charge $I_{Rm\,oy}=\frac{I_{Rm}}{\pi}=\frac{U_{2m}}{\pi R}$.
- Un ampèremètre ferromagnétique permet la mesure de la valeur efficace de l'intensité de ce courant.

$$I_{\text{Re},ff}^{2} = \frac{1}{T} \int_{0}^{\frac{1}{2}} I_{\text{Rm}}^{2} \sin^{2}(\theta) d\theta = \frac{1}{2\pi} \int_{0}^{\pi} \frac{I_{\text{Rm}}^{2}}{2} (1 - \cos(2\theta)) d\theta = \frac{I_{\text{Rm}}^{2}}{4}$$
$$I_{\text{Re},ff} = \frac{I_{\text{Rm}}}{2}$$

1-1-2. Facteur de forme.

Le facteur de forme est par définition le quotient de la valeur moyenne et de la valeur efficace.

$$F_f = \frac{I_{\text{Re }ff}}{I_{\text{max}}} = \frac{\pi}{2}$$

1-1-3. Facteur d'ondulation.

Le facteur d'ondulation est définit par :

$$K_0 = \frac{U_{\text{max}} - U_{\text{min}}}{2u_{\text{mov}}}$$

 $U_{\rm max}$: Valeur maximale de la tension redressée,

 U_{\min} : Valeur minimale de la tension redressée,

 u_{mov} : Valeur moyenne de la tension redressée.

Dans ce cas:

$$K_0 = \frac{U_{\text{max}} - 0}{2U_{2}}\pi = \frac{\pi}{2}$$

1-1-4. Puissances.

On propose d'examiner en détails toutes les puissances du montage. La puissance instantanée est :

$$p = u_R i_R$$

La puissance active moyenne est par définition :

$$P = \frac{1}{T} \int_{0}^{T} p dt = \frac{1}{2\pi} \int_{0}^{\pi} U_{2m} \sin(\theta) I_{Rm} \sin(\theta) d\theta = \frac{U_{2m} I_{Rm}}{2\pi} \int_{0}^{\pi} \sin^{2}(\theta) d\theta$$

$$P = \frac{U_{2m}I_{Rm}}{4} = \frac{RI_{Rm}^2}{4}$$

La puissance apparente en monophasé est le produit de la tension efficace et le courant efficace.

$$S = U_{2eff} I_{Re ff}$$
$$S = \frac{U_{2eff}^2}{2R\sqrt{2}}$$

La puissance apparente du secondaire est différente de la puissance active. On définit ainsi le facteur de puissance $F_p = \frac{P}{S}$. Dans le cas d'étude, on a :

$$F_p = \frac{P}{S} = \frac{\sqrt{2}}{2} = 0.707$$

1-2. Charge inductive

La charge résistive est remplacée par une charge à caractère inductif composée d'une résistance R et d'une inductance L, figure (2-6).

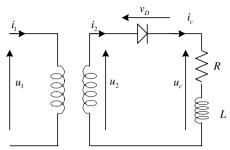


Figure (2-6): Schéma du redresseur

Si la diode D est bloquée; ce qui entraîne que le courant traversant la diode est nul $i_c = 0$. La tension aux bornes de la charge est alors nulle $u_c = Ri_c + L\frac{di_c}{dt} = 0$ et la tension aux bornes de la diode est :

$$v_D = u_2 - u_c = U_{2m} \sin(\theta)$$

La diode devient conductrice à $\theta = 0$ lorsque u_2 tend à devenir positive. La diode étant supposée idéale ($v_D = 0$).

$$v_c = Ri_c + L\frac{di_c}{dt} = U_{2m}\sin(\theta)$$

Le courant dans la charge est la somme d'une composante libre $i_{c\ell}$ caractérisant le régime transitoire et d'une composante forcée i_{cf} caractérisant le régime permanent.

$$i_{c} = i_{cf} + i_{c\ell}$$

La composante $i_{c\ell}$ est solution de l'équation sans second membre

$$Ri_{c\ell} + L\frac{di_{c\ell}}{dt} = 0$$
$$i_{c\ell} = Ae^{-\frac{R}{L}t}$$

La composante i_{cf} est solution de l'équation sans second membre

$$v_c = Ri_{cf} + L\frac{di_{cf}}{dt} = U_{2m}\sin(\theta)$$
$$i_{cf} = I_{cm}\sin(\theta - \varphi)$$

Avec:
$$I_{cm} = \frac{U_{2m}}{\sqrt{R^2 + (L\omega)^2}}$$
, $\tan(\varphi) = \frac{L\omega}{R}$

La solution générale est alors :

$$i_{cf} = Ae^{-\frac{R}{L}t} + I_{cm}\sin(\theta - \varphi)$$

Les constantes sont déterminées à partir des conditions initiales. En effet à t=0, le courant dans la charge est nul $(i_c=0)$; ce qui permet de déduire la constante $A:A=I_{cm}\sin(\varphi)$. Le courant i_c se ramène alors à :

$$i_c = I_{cm} \left[e^{-\frac{R}{L}t} \sin(\varphi) + \sin(\theta - \varphi) \right]$$

Soit:

$$i_c(\theta) = I_{cm} \left[\sin(\varphi) e^{-\frac{\theta}{\tan(\varphi)}} + \sin(\theta - \varphi) \right]$$

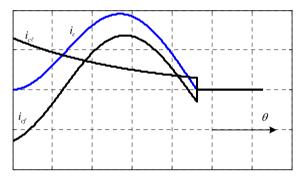


Figure (2-7): Courant de charge

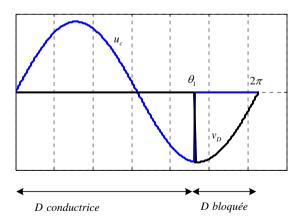


Figure (2-8): Tension aux bornes de la charge

Pour $\theta 1 \le \theta \le 2\pi$, D est bloquée. Le courant de charge est nul $i_c = 0$. Plius que le récepteur est inductif plus on augmente le temps de conduction de la diode. La tension moyenne dans cette situation vaut :

$$u_{cmoy} = \frac{1}{T} \int_{0}^{T} u_{c} dt = \frac{1}{2\pi} \int_{0}^{2\pi} u_{c} d\theta = \frac{1}{2\pi} \int_{0}^{\theta_{1}} U_{2m} \sin(\theta) d\theta$$

L'angle θ_1 peut se confondre avec $\varphi + \pi$. La valeur moyenne de la tension aux bornes de la charge peut se ramener à :

$$u_{cmoy} \frac{1}{2\pi} U_{2m} \left[-\cos(\theta) \right]_0^{\pi+\varphi} = \frac{U_{2m}}{2\pi} (1 + \cos(\varphi))$$

1-2. Charge inductive avec roue libre

Ce dispositif permet de réduire l'ondulation du courant dans le récepteur et permet un régime de conduction continu si la charge est fortement inductive. Pour cela on shunte le récepteur par une diode de retour.

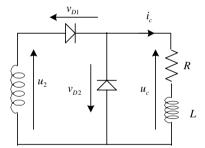


Figure (2-9): Schéma du redresseur

Deux régimes transitoires sont à étudier :

- Pour $0 \le t \le \frac{T}{2}$, u_2 est positive, la diode D_1 conduit et la diode D_2 est bloquée.

$$Ri_c + L\frac{di_c}{dt} = U_{2m}\sin(\theta)$$

Une solution avec condition initiale (t = 0, $I_0 = 0$) sera:

$$\begin{split} i_c &= i_{cf} + i_{c\ell} = \frac{U_{2m}}{Z}\sin(\theta - \varphi) + (I_0 + \frac{U_{2m}}{Z}\sin(\varphi))e^{-\frac{R}{L}t} \\ \text{A l'instant } t &= \frac{T}{2}, \ i_c(\frac{T}{2}) = I_{c\frac{T}{2}} \end{split}$$

$$i_c(\frac{T}{2}) = I_{c\frac{T}{2}} = \frac{U_{2m}}{Z}\sin(\varphi) + (I_0 + \frac{U_{2m}}{Z}\sin(\varphi))e^{-\frac{RT}{L^2}}$$

- Pour $\frac{T}{2} \le t \le T$, u_2 est négative, la diode D_2 conduit et la diode D_1 est bloquée.

Le récepteur est court-circuité par la diode de roue libre D_2 .

$$Ri_c + L\frac{di_c}{dt} = 0$$

Une solution particulière avec la condition initiale $(t = \frac{T}{2}, i_c(\frac{T}{2}) = I_{c\frac{T}{2}})$

$$i_c(t) = I_{c\frac{T}{2}} e^{-\frac{R}{L}(t-\frac{T}{2})}$$

A la fin de la période i_c doit retrouver la valeur initiale I_0 .

$$i_c(T) = I_0 = I_{c\frac{T}{2}} e^{-\frac{RT}{L^2}}$$

On en déduit le courant I_0 et le courant à l'instant $\frac{T}{2}$.

$$I_0 = \frac{U_{2m}}{Z} \sin(\varphi) \frac{1 + e^{-\frac{RT}{L^2}}}{1 - e^{-\frac{RT}{L^2}}} e^{-\frac{RT}{L^2}}$$

$$I_{c\frac{T}{2}} = \frac{U_{2m}}{Z} \sin(\varphi) \frac{1 + e^{-\frac{RT}{L^2}}}{1 - e^{-\frac{RT}{L^2}}}$$

Le diagramme des courants i_{c} , i_{cf} , $i_{c\ell}$ est donné par la figure (2-)

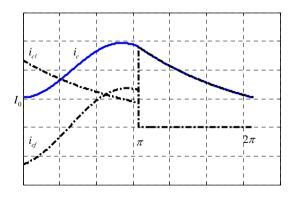


Figure (2-10): Courant de charge

2- Redressement double alternance

2-1. Redresseur à prise médiane

Il est à signaler que le régime de fonctionnement et les caractéristiques du redresseur dépendent du type du récepteur.

2-1-1. Récepteur résistif pur

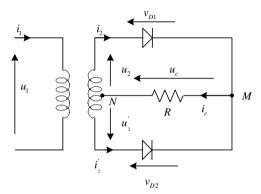


Figure (2-11) : Schéma du redresseur

Les tensions de sortie du transformateur sont en opposition de phase.

$$u_2 = U_{2m} \sin(\theta)$$

$$u_2 = U_{2m} \sin(\theta + \pi) = -U_{2m} \sin(\theta)$$

Lorsque $0 \le \theta \le \pi$, $u_2 \succ 0$; la diode D_1 est passante alors que la diode D_2 est bloquée ($i_2^{'} = 0$). La tension aux bornes de la diode D_2 est :

$$v_{D2} = u_2 - u_2 = -2U_{2m} \sin(\theta)$$

 $i_2 = \frac{u_2}{R} = \frac{U_{2m}}{R} \sin(\theta)$

Lorsque $\pi \le \theta \le 2\pi$, $u_2 \prec 0$; la diode D_1 est bloquée ($i_2 = 0$) alors que la diode D_2 est passante. La tension aux bornes de la diode D_1 est :

$$v_{D1} = u_2 - u_2' = -2U_{2m} \sin(\theta)$$

 $i_2' = \frac{u_2'}{R} = -\frac{U_{2m}}{R} \sin(\theta)$

Le courant primaire i_1 s'exprime en fonction des courants i_2 et i_2 par la relation suivante où m est le rapport de transformation du transformateur.

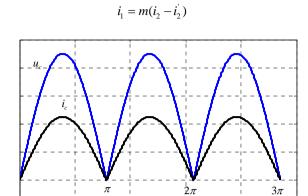


Figure (2-12): tension et courant redressés

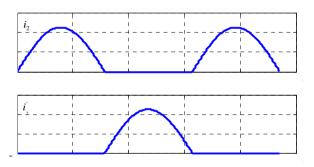


Figure (2-13): Courants dans les redresseurs

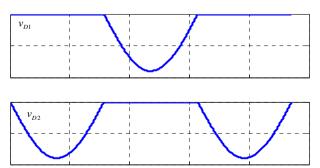


Figure (2-14): Tension aux bornes des redresseurs

2-1-1-a. Courant et tension movenne redressés

Le courant moyen dans la charge s'exprime par :

$$i_{cmoy} = \frac{1}{T} \int_{0}^{T} i_{c} dt = \frac{2}{2\pi} \int_{0}^{\pi} I_{cm} \sin(\theta) d\theta = 2 \frac{I_{cm}}{\pi} = 2 \frac{U_{2m}}{\pi R}$$

La tension moyenne vaut :

$$u_{cmoy} = Ri_{cmoy} = 2\frac{U_{2m}}{\pi}$$

2-1-1-b. Courant efficace redressé

$$I_c^2 = \frac{1}{T} \int_0^T i_c^2 dt = \frac{2}{\pi} \int_0^\pi I_{cm}^2 \sin^2(\theta) d\theta = \frac{I_{cm}^2}{2}$$

$$I_c = \frac{I_{cm}}{\sqrt{2}} = \frac{U_{2m}}{R\sqrt{2}} = \frac{U_2}{R} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi}i_{cmoy}$$

2-1-1-c. Valeurs limites du courant et de la tension de la diode.

La tension inverse maximale aux bornes des diodes est $v_{Dinv\, max} = 2U_{2m}$. Le courant moyen dans une diode est $i_{Dmoy} = \frac{i_{cmoy}}{2} = \frac{I_{cm}}{\pi}$. Le courant maximum d'une diode doit être $i_{D\, max} \succ i_{Dmoy}$. Le courant maximum de crête est $U_{D\, max} = \frac{U_{2m}}{R}$.

2-1-1-d. Valeurs efficace du courant de la diode.

Le courant efficace dans une diode est :

$$i_{Dmoy} = \frac{I_{cm}}{2} = \frac{U_{2m}}{2R} = \frac{4}{\pi}i_{cmoy}$$

2-1-1-e. Valeurs efficace du courant de la diode.

Pour une diode, la puissance perdue en commutation est :

$$P_D = v(T_0)i_{Dmoy} + r_D I_D^2 = v(T_0)\frac{i_{cmoy}}{2} + r_D \frac{\pi}{16}I_c^2$$

La puissance totale est deux celle d'une diode :

$$P_{tot} = v(T_0)i_{cmoy} + r_D \frac{\pi}{8}I_c^2$$

2-1-1-f. Facteur d'ondulation.

Le facteur d'ondulation est :

$$K_0 = \frac{u_{c \max} - u_{c \min}}{2u_{c mov}} = \frac{U_{2 \min} - 0}{2U_{2m}} \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{4}$$

2-1-1-g. Puissances.

La puissance moyenne est :

$$P = \frac{1}{T} \int_{0}^{T} u_{c} i_{c} dt = \frac{\pi^{2}}{(2\sqrt{2})^{2}} u_{cmoy} i_{cmoy}$$

La puissance apparente au secondaire est

$$S_2 = U_2 I_2 + U_2 I_2 = 2U_2 I_2 = 2\frac{U_{2m}}{\sqrt{2}} \frac{U_{2m}}{2R} = \frac{U_{2m}^2}{R\sqrt{2}}$$

Le facteur de puissance est :

$$F_p = \frac{P}{S_2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

La puissance apparente au primaire est :

$$S_2 = U_1 I_1 = U_1 m(\frac{U_{2m}}{R\sqrt{2}}) = \frac{U_{2m}}{m} m(\frac{U_{2m}}{R\sqrt{2}}) = \frac{U_{2m}^2}{2R}$$

Ainsi, on définit le facteur de puissance au primaire par :

$$F_{p1} = \frac{P}{S_1} = 1$$

2-1-2. Récepteur actif et résistif

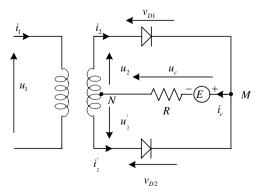


Figure (2-15): Schéma du redresseur

Les tensions de sortie du transformateur sont en opposition de phase.

$$u_2 = U_{2m} \sin(\theta)$$

$$u'_{2} = U_{2m} \sin(\theta + \pi) = -U_{2m} \sin(\theta)$$

Lorsque $0 \le \theta \le \theta_1$, $u_2 \prec E$; les diode D_1 et D_2 sont bloquées $(i_2 = 0, i_2 = 0)$.

Les tensions aux bornes des diodes D_1 et D_2 sont :

$$v_{D1} = u_2 - E$$
$$v_{D2} = u_2 - E$$

L'angle θ_1 peut s'exprimer en fonction de θ_0 par : $\theta_1 = \frac{\pi}{2} - \theta_0$. Avec

$$\cos(\theta_0) = \frac{E}{U_{2m}}$$

Lorsque $\frac{\pi}{2} - \theta_0 \le \theta \le \frac{\pi}{2} + \theta_0$, $u_2 > E$; la diode D_1 est passante alors que la diode D_2 est bloquée $(i_2 = 0)$.

$$u_{c} = E + Ri_{c} = U_{2m} \sin(\theta)$$

$$v_{D2} = -U_{2m} \sin(\theta) - E$$

$$i_{2} = \frac{u_{2}}{R} = \frac{U_{2m} \sin(\theta) - E}{R}$$

Le courant primaire i_1 s'exprime en fonction des courants i_2 par la relation suivante où m est le rapport de transformation du transformateur.

$$i_1 = mi_2$$

Lorsque $\frac{\pi}{2} + \theta_0 \le \theta \le \frac{3\pi}{2} - \theta_0$, $u_2 > E$; les diode D_1 et D_2 sont bloquées $(i_2 = 0, i_2 = 0)$. Les tensions aux bornes des diodes D_1 et D_2 sont :

$$v_{D1} = U_{2m} \sin(\theta) - E$$
$$v_{D2} = -U'_{2m} \sin(\theta) - E$$

Lorsque $\frac{3\pi}{2} - \theta_0 \le \theta \le \frac{3\pi}{2} + \theta_0$, $u_2 > E$; la diode D_2 est passante alors que la diode D_1 est bloquée ($i_2 = 0$).

$$u_{c} = E + Ri_{c} = U_{2m} \sin(\theta + \pi)$$

$$i_{2}^{'} = \frac{u_{2}^{'}}{R} = \frac{U_{2m} \sin(\theta + \pi) - E}{R}$$

$$i_{1} = -mi_{2}^{'}$$

La durée de conduction des diodes dépend de E et de la valeur maximale de la tension alternative.

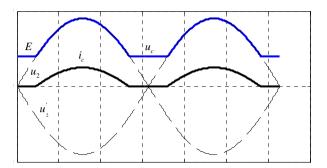


Figure (2-16): Tension aux bornes de la charge

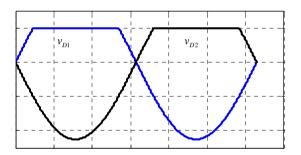


Figure (2-17): Tension aux bornes des redresseurs

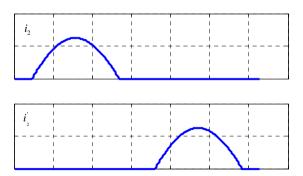


Figure (2-18): Courants dans les redresseur

2-1-2-a. Courant moyen redressé

Le courant moyen dans la charge s'exprime par :

$$i_{cmoy} = \frac{1}{T} \int_{0}^{T} i_{c} dt = \frac{2}{2\pi} \int_{\theta_{0} - \frac{\pi}{2}}^{\theta_{0} + \frac{\pi}{2}} \frac{U_{2m} \sin(\theta) - E}{R} d\theta = 2 \frac{U_{2m}}{2\pi} \left[\sin(\theta_{0}) - \theta_{0} \cos(\theta_{0}) \right]$$

La tension moyenne vaut :

$$u_{cmov} = Ri_{cmov} + E$$

2-1-2-b. Courant efficace redressé

$$I_{c}^{2} = \frac{1}{T} \int_{0}^{T} i_{c}^{2} dt = \frac{2}{\pi} \int_{\theta_{0} - \frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{U_{2m} \sin(\theta) - E}{R} \right)^{2} d\theta = \frac{U_{2m}^{2}}{2R^{2}} \frac{1}{\pi} \left[2\theta_{0} (2 + \cos(2\theta_{0}) - 3\sin(2\theta_{0})) \right]$$

$$I_{c} = \frac{U_{2m}}{\sqrt{2\pi}R} \sqrt{2\theta_{0}(2 + \cos(2\theta_{0}) - 3\sin(2\theta_{0}))}$$

2-1-2-c. Valeurs limites du courant et de la tension de la diode.

Le courant moyen dans une diode est $i_{Dmoy}=\frac{i_{cmoy}}{2}$. Le courant efficace dans une diode est : $I_D=\frac{I_c}{\sqrt{2}}$.

2-1-2-d. Puissances.

La puissance moyenne est :

$$P = \frac{1}{T} \int_{0}^{T} u_{c} i_{c} dt = \frac{1}{T} \int_{0}^{T} (E + Ri_{c}) i_{c} dt = \frac{U_{2m}^{2}}{2R} \left[\frac{2\theta_{0} - \sin(2\theta_{0})}{\pi} \right]$$

Les puissance apparente au primaire et secondaire secondaire sont :

$$S_2 = U_2 I_2 + U_2 I_2 = 2U_2 I_2 = \frac{U_{2m}^2}{\sqrt{2}R} \sqrt{\frac{2\theta_0 - \sin(2\theta_0)}{\pi}}$$

$$S_1 = U_1 I_1 = \frac{U_{2m}^2}{2R} \sqrt{\frac{2\theta_0 - \sin(2\theta_0)}{\pi}}$$

2-1-3. Récepteur résistif et inductif

Le fem de la figure (2-) est remplacée par une inductance, figure (2-).

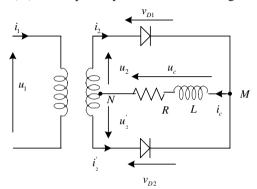


Figure (2-19) : Schéma du redresseur

Les tensions de sortie du transformateur sont en opposition de phase.

$$u_2 = U_{2m} \sin(\theta)$$

$$u'_{\lambda} = U_{2m} \sin(\theta + \pi) = -U_{2m} \sin(\theta)$$

Lorsque $0 \le \theta \le \pi$, $u_2 > 0$; D_1 est passante, D_2 est bloquée ($i_2 = 0$). La tension redressée est indépendante de la résistance et de l'inductance; elle s'exprime par:

$$u_c = u_{MN} = U_{2m} \sin(\theta)$$

Lorsque $\pi \le \theta \le 2\pi$, D_1 est bloquée ($i_2 = 0$), D_2 est passante. La tension redressée s'exprime par:

$$u_c = u_{MN} = -U_{2m}\sin(\theta)$$

En définitive, la tension redressée peut s'écrire sous le forme :

$$u_c = u_{MN} = U_{2m} \left| \sin(\theta) \right|$$

La décomposition en série de Fourier donne :

$$u_c = u_{MN} = 2 \frac{U_{2m}}{\pi} \left[1 + \frac{2}{3} \cos(2\theta) - \frac{2}{15} \cos(4\theta) + \dots \right]$$

Pour un récepteur résistif et inductif, la valeur du courant dépend de la résistance et de l'inductance. Ainsi le courant redressé est de la forme :

$$i_c = i_{cmov} + I_{2m}\cos(2\theta + \varphi_2) - I_{4m}\cos(4\theta + \varphi_4) + \dots$$

Avec:
$$i_{cmoy} = \frac{2U_{2m}}{\pi R}$$
: courant moyen

$$I_{2m}=rac{4U_{2m}}{3\pi\sqrt{R^2+4(L\omega)^2}}$$
 : Valeur maximale de premier l'harmonique

$$I_{4m} = \frac{4U_{2m}}{15\pi\sqrt{R^2+16(L\omega)^2}}$$
 : Valeur maximale de second l'harmonique

 $tan(\varphi_2) = -\frac{2L\omega}{R}$: Phase de premier l'harmonique

$$\tan(\varphi_4) = -\frac{4L\omega}{R}$$
: Phase du second l'harmonique

Dans le cas où la valeur de l'inductance est importante $(L \to \infty)$, toutes les composantes alternatives tendent vers zéro et le courant redressé se ramène à sa valeur moyenne ; il est donc continu.

$$\begin{split} i_{cmoy} &= \frac{2U_{2m}}{\pi R} = I_c = Cte \\ i_{Dmoy} &= \frac{i_{cmoy}}{2} \end{split}$$

$$I_D = \frac{I_c}{\sqrt{2}}$$

L'organigramme suivant donne l'évolution des grandeurs électrique pour une inductance importante.

2-2. Redresseur en pont monophasé

Dans la suite, on suppose que la charge est fortement inductive ; ceci se traduit par le fait que le courant dans la charge est constant.

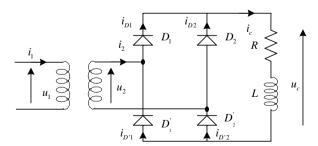


Figure (2-20) : Schéma du redresseur

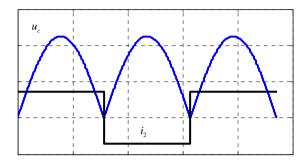


Figure (2-21): Tension redressée et courant de ligne

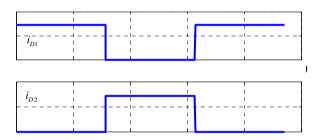


Figure (2-22): Courant des redresseur

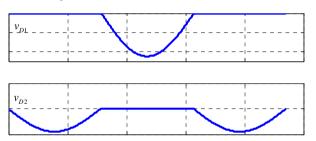


Figure (2-23): Tension aux bornes des redresseurs

Analyse du fonctionnement :

Lorsque $0 \le \theta \le \pi$, $u_2 > 0$; D_1 et D_2 sont passantes et D_1 et D_2 sont bloquées. La tension redressée est

$$u_c = u_{MN} = U_{2m} \sin(\theta)$$

Lorsque $\pi \le \theta \le 2\pi$, D_1 et D_2 sont bloquées et D_1 et D_2 sont passantes. La tension redressée est

$$u_c = u_{MN} = -U_{2m}\sin(\theta)$$

En définitive, la tension redressée peut s'écrire sous le forme :

$$u_{c} = u_{MN} = U_{2m} |\sin(\theta)|$$

$$i_{cmoy} = \frac{2U_{2m}}{\pi R} = I_{c} = Cte$$

$$i_{Dmoy} = \frac{i_{cmoy}}{2}$$

$$I_{D} = \frac{I_{c}}{\sqrt{2}}$$

$$I_{D} = \frac{i_{C}}{\sqrt{2}}$$

$$i_{2} = i_{D1} - i_{D2}$$

3- Conclusion

Pour calculer un redresseur en pont avec n'importe quel type de récepteur, on peut utiliser les mêmes expressions de calcul du montage à point milieu sauf la tension inverse aux bornes des diodes.

L'avantage principal du redresseur en pont par rapport au redresseur à point milieu est qu'il peut fonctionner sans transformateur. Les défauts principaux du redresseur en pont est la nécessité d'utiliser quatre diodes au lieu de deux ainsi les pertes des puissances sont deux fois plus grandes.

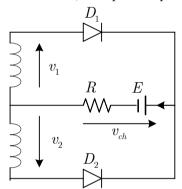
4- Travaux dirigés

EXERCICE N°1

Etude d'un chargeur élémentaire de batterie :

Soit le montage de la figure suivante conçu pour charger une batterie d'accumulateur E. Les tensions v_1 et v_2 sont fournis par un transformateur à points milieu. $v_1 = -v_2 = V_m \sin \theta$; $V_m = 17\sqrt{2}V$

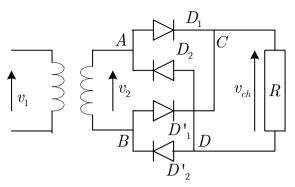
La batterie d'accumulateur est constituée de six éléments en série ; chacun présente une résistance $r=10^{-2}\Omega$ et une fem e qui varie de 2V au début de la charge à 2.3V en fin de charge. L'ensemble des résistances présentes (connexion, résistance interne du transformateur,...) est représenté par la résistance R.



- 1- En supposant les diodes idéales, calculer en début de charge :
 - La valeur maximale du courant redressé I_{max} ,
 - L'intervalle de conduction de chaque diode.
 - La valeur moyenne du courant de charge.
- 2- Si on tient compte d'une chute de tension de chaque diode $v_D = 1V$ quand elle conduit. Répondre aux mêmes questions que 1.
- 3- Compte tenu de $v_D = 1V$. Répondre aux mêmes questions en régime de fin de charge.

EXERCICE N°2

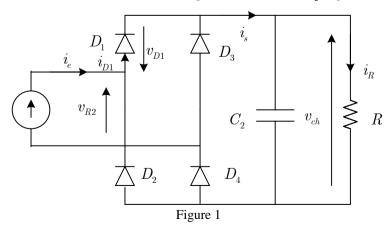
On considère le montage de la figure ci-dessous dans lequel les diodes sont supposées parfaites.



- 1- Expliquer le fonctionnement du dispositif. Représenter en fonction du temps les tensions v_{AB} , v_{AC} , v_{CB} et v_{ch} . On désire obtenir une tension moyenne $v_{chmoy}=15V$. Quelle doit être l'amplitude maximale $V_{2\max}$ de la tension délivrée par le secondaire du transformateur.
- 2- Soit $v_1 = V_1 \sqrt{2} \sin(\omega t)$ la valeur instantanée de la tension primaire de valeur efficace $V_1 = 220V$ et de fréquence $f = 50\,Hz$. Déterminer le rapport de transformation et 1 nombre de spires primaires sachant qu'il y a 60 spires secondaires.
- 3- Le montage débite sur une résistance $R = 300\,\Omega$. Quel est le courant moyen débité par le montage ? Quel est le courant de crête que doit supporter chaque diode ? Quelle puissance le transformateur doit-il débiter au secondaire ?

EXERCICE N°3

Etude d'un redresseur PD2. Ce redresseur reçoit une onde alternative de haute fréquence. Sa tension de sortie est filtrée par le condensateur C_2 , figure 1.



On suppose d'une part que le redresseur est alimenté par une source de courant alternatif $i_e = I_{em} \sin(\theta)$. On suppose en outre que le condensateur C_2 a une capacité suffisante pour que la tension v_{ch} à ces bornes puisse être considérée comme parfaitement lissée. La charge est assimilée à une résistance pure. Les diodes sont parfaites, leur chute de tension à l'état passant est négligée.

- I- Expliquer le fonctionnement du redresseur et en déduire :
- I-1. La représentation graphique de la tension alternative V_{R2} qui apparaît aux bornes de la source de courant alternatif.
- I-2. Le déphasage entre le courant i_e délivré par la source de courant et le terme fondamental de la tension $V_{\rm R2}$.
- I-3. Les représentations graphiques de la tension instantanée et du courant instantané relatif à une diode des diodes du pont (par exemple D_1).
- II- Etablir les relations graphiques qui relient :
- II-1. La valeur du courant de charge $I_R = \frac{v_{ch}}{R}$ à la valeur moyenne i_{smoy} du courant redressé i_s .
- II-2. La valeur moyenne i_{smov} à la valeur maximale I_{em} du courant alternatif.
- II-3. La valeur maximale du terme fondamental de la tension $V_{\rm R2}$ à la valeur $v_{\rm ch}$ de la tension continue de sortie.
- III- Application numérique :

Le redresseur de la figure 1 est alimenté par une source de courant alternatif de fréquence $f=20\,kHz$ et de valeur crête $I_{em}=80\,A$. Il débite dans une charge résistive $R=10\,\Omega$. Calculer :

- III-1. La valeur du courant continu de sortie I_R ,
- III-2. La valeur de la tension de sortie v_{ch} .
- III-3. La valeur crête du terme fondamental de la tension alternative $V_{\rm R2}$

En Déduire:

- III-4. La tension inverse maximale appliquée aux diodes du pont redresseur par exemple $v_{D1\,\mathrm{max}}$.
- III-5. Le courant moyen supporté par ces mêmes diodes i_{D1moy} .

IV- En admettant que le courant redressé peut se mettre sous la forme approchée :

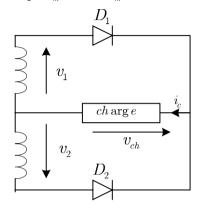
$$i_s = i_{smoy} \left[1 - \frac{2}{3} \cos(2\theta) \right]$$

Déterminer la valeur maximale de la capacité du condensateur C_2 qui permet de garantir une ondulation relative crête à crête de la tension ν_{ch} meilleure que 5%.

DEVOIR SURVEILLE N°1

EXERCICE $N^{\bullet}1$: (14 pts).

On considère le montage de la figure ci-dessous dans lequel les diodes sont supposées parfaites. Les tensions v_1 et v_2 sont fournis par un transformateur à point milieu tel que $v_1 = -v_2 = V_m \sin \theta$; $V_m = 24V$.



- I- La charge est constituée d'un circuit R-L fortement inductif de sorte que le courant dans la charge est supposé constant.
- I-1. Expliquer le fonctionnement du redresseur sur une période de fonctionnement.
- I-2. Représenter la tension aux bornes de la charge v_{ch} , le courant de charge i_c , le courant i_{D1} dans la diode D1 et la tension v_{D1} aux bornes de la diode D1.
- I-3. Calculer la tension moyenne v_{chmoy} , le courant moyen i_{cmoy} si la résistance vaut $R = 1\Omega$ et le courant moyen dans la diode i_{D1moy} .
- II- La charge est maintenant constituée d'une batterie $E = \frac{V_m}{2}$ d'accumulateur en série avec une résistance $R_1 = 2\Omega$.
- II-1. Expliquer le fonctionnement du redresseur sur une période.
- II-2. Déterminer l'intervalle de conduction de la diode D_1
- II-3. Représenter la tension aux bornes de la charge v_{ch} et le courant dans la charge i_c .
- II-4. Calculer la valeur de la tension moyenne v_{chmoy} et du courant moyen dans la charge i_{cmoy} .

3

LES CONVERTISSEURS AC/DC : LES REDRESSEURS POLYPHASES

1- Introduction

Pour comprendre comment fonctionne un montage redresseur, il suffit de regarder sur son schéma :

- Les assemblages de redresseurs, que nous appelons les commutateurs,
- La façon dont sont groupés les enroulements sièges des tensions alternatives à redresser, qui définit le mode de commutation.

Pour q tensions alternatives v_1 , v_2 , ..., v_q , on utilise un ou deux groupes de q diodes qui peuvent être à cathodes réunies où à anodes réunies.

Les montages redresseurs sont classés par la façon dont sont groupés les enroulements ; ce que nous appelons le mode de commutation. Ceci conduit à distinguer trois types de montages :

- Les montages à commutation parallèle (P),
- Les montages à commutation parallèle double (PD),
- Les montages à commutation série (S),

On s'intéresse de notre étude qu'à la commutation parallèle P et parallèle double PD

2- Les montages redresseurs à diodes

2-1. Les montages à commutation parallèle

2-1-1. Les montages usuels

Hasnaoui Othman B.A	ESSTT

En monophasé, on trouve le montage P_2 . A partie du réseau monophasé, grâce à un transformateur à point milieu, on obtient deux tensions v_1 et v_2 de même module mais déphasé de π . On les redresse avec deux diodes D_1 et D_2 , figure (3-1).

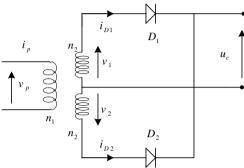


Figure (3-1): Schéma du redresseur

Les tensions v_1 et v_2 sont en opposition de phase : $v_1 = -v_2 = V_m \sin(\omega t)$

- Pour $0 \prec t \prec \frac{T}{2}, v_1 \succ v_2$, la diode D_1 conduit. Les tensions aux bornes de la charge et aux bornes de la diode D_2 sont :

$$u_c = v_1 = V_m \sin(\omega t)$$

$$v_{D2} = v_2 - u_c = -2V_m \sin(\omega t)$$

- Pour $\frac{T}{2} \prec t \prec T$, $v_2 \succ v_1$, la diode D_2 conduit. Les tensions aux bornes de la charge et aux bornes de la diode D_1 sont :

$$u_c = v_2 = -V_m \sin(\omega t)$$

$$v_{D1} = v_1 - u_c = 2V_m \sin(\omega t)$$

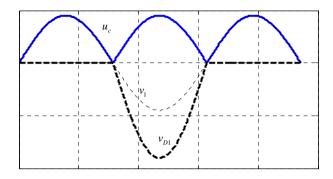


Figure (3-2): Tensions de charge et d'un redresseur

En triphasé, on utilise le montage P_3

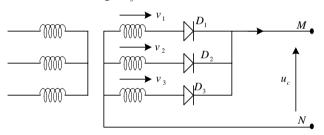


Figure (3-3): Schéma du redresseur

Les tensions v_1, v_2, v_3 constituent un système triphasé équilibré est s'expriment par :

$$\begin{aligned} v_1 = & V_m \sin(\omega t) \\ v_2 = & V_m \sin(\omega t - \frac{2\pi}{3}) \\ v_3 = & V_m \sin(\omega t - \frac{4\pi}{3}) \\ - & \text{Pour} \quad \frac{T}{12} \prec t \prec \frac{5T}{12}, v_1 \succ v_2 \text{ et } v_1 \succ v_3, \quad \text{la diode} \quad D_1 \quad \text{conduit} \\ (u_c = & v_1 = & V_m \sin(\omega t)). \text{ Les tensions aux bornes des diodes } D_2 \text{ et } D_3 \text{ sont}: \\ v_{D2} = & v_2 - v_1 \\ v_{D3} = & v_3 - v_1 \end{aligned}$$

- Pour
$$\frac{5T}{12} \prec t \prec \frac{9T}{12}$$
, $v_2 \succ v_1$ et $v_2 \succ v_3$, la diode D_2 conduit $(u_c = v_2 = V_m \sin(\omega t - \frac{2\pi}{3}))$. Les tensions aux bornes des diodes D_1 et D_3 sont:

$$\begin{aligned} v_{D1} &= v_1 - v_2 \\ v_{D3} &= v_3 - v_2 \end{aligned}$$
 - Pour
$$\frac{9T}{12} \prec t \prec \frac{13T}{12}, v_3 \succ v_1 \ et \ v_3 \succ v_2, \quad \text{la diode} \quad D_3 \quad \text{conduit} \end{aligned}$$

 $(u_c = v_3 = V_m \sin(\omega t - \frac{4\pi}{3})). \text{ Les tensions aux bornes des diodes } D_1 \text{ et } D_2 \text{ sont :}$

$$v_{D1} = v_1 - v_3$$

 $v_{D2} = v_2 - v_3$

La tension redressée est formée de trois sommets de sinusoïdes par période. Pour réduire l'ondulation de u_c , on pourrait multiplier le nombre q de tensions à redresser ; par exemple le montage P_6 redresse six tensions secondaires fournies par un transformateur tri-hexaphasé. La tension u_c est successivement égale à chacune des tensions secondaires pendant un intervalle de temps de $\frac{T}{6}$ où elle est la plus grande.

La tension v_{D1} aux bornes de la diode D_1 a pour expression : $v_{D1} = v_1 - v_1 = 0$, quand D_1 conduit, $v_{D1} = v_1 - v_2$, quand D_2 conduit, $v_{D1} = v_1 - v_3$, quand D_3 conduit,

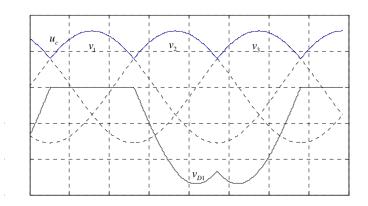


Figure (3-4): Tensions de charge et d'un redresseur

2-1-2. Etude des tensions

a- Tension redressée

D'une façon générale, quand on redresse q tensions de période T, la tension redressée u_c est formée de q sommet de sinusoïdes par période T. La période u_c est donc de période $\frac{T}{q}$.

Cette tension est égale à $v_1 = V_m \sin(\omega t)$ pendant l'intervalle où v_1 est la plus grande des q tensions alternatives

$$\frac{T}{4} - \frac{T}{2q} \prec t \prec \frac{T}{4} + \frac{T}{2q}$$

Valeur moyenne

La valeur moyenne u_{cmov} de u_c se calcule par :

$$u_{cmoy} = \int_{\frac{T}{4} - \frac{T}{2q}}^{\frac{T}{4} + \frac{T}{2q}} V_m \sin(\omega t) dt$$

Cette tension est exprimée par la relation suivante :

.....

$$u_{cmoy} = \frac{q}{\pi} V_m \sin(\frac{\pi}{q})$$

• Facteur d'ondulation

Le facteur d'ondulation K_0 est défini dans le chapitre 2. On rappelle son expression :

$$K_0 = \frac{u_{c \max} - u_{c \min}}{2u_{cmov}}$$

Durant une période de u_c définie par $\left[\frac{T}{4} - \frac{T}{2q}, \frac{T}{4} + \frac{T}{2q}\right]$, la tension u_c est maximale au milieu de cet intervalle et minimale aux deux extrémités.

$$u_{c \max} = V_m$$

$$u_{c \min} = V_m \sin(\frac{\pi}{2} \pm \frac{\pi}{q}) = V_m \cos(\frac{\pi}{q})$$

On en déduit alors le facteur d'ondulation :

$$K_0 = \frac{\pi}{2q} \frac{1 - \cos(\frac{\pi}{q})}{\sin(\frac{\pi}{q})}$$

Tension inverse

La tension inverse aux bornes d'une diode bloquée, D_1 par exemple a pour expressions successives: $v_1 - v_1$, $v_1 - v_2$, ..., $v_1 - v_q$. La tension maximale inverse correspond au maximum de la plus grande de ces différences. Deux cas sont alors à étudier:

- q est pair :

La tension la plus éloignée de v_1 est : $v_{\frac{q}{2}+1} = -V_m \sin(\omega t)$

La tension inverse maximale appliquée aux diodes est donc :

$$v_{in \max} = 2V_m$$

- q est impair :

Les tensions les plus éloignées de v_1 sont : $v_{\frac{q+1}{2}}$ et $v_{\frac{q+3}{2}}$. La différence $v_1 - v_{\frac{q+1}{2}}$ et

 $v_1 - v_{\frac{q+3}{2}}$ sont données par les relations suivantes :

$$v_1 - v_{\frac{q+1}{2}} = V_m \sin(\omega t) - V_m \sin(\omega t - \frac{q-1}{2} \frac{2\pi}{q}) = 2V_m \cos(\frac{\pi}{2q}) \sin(\omega t + \frac{\pi}{2q})$$

$$v_1 - v_{\frac{q+3}{2}} = = V_m \sin(\omega t) - V_m \sin(\omega t - \frac{q+1}{2} \frac{2\pi}{q}) = 2V_m \cos(\frac{\pi}{2q}) \sin(\omega t - \frac{\pi}{2q})$$

La tension inverse passe par deux maximum par période, pour $\omega t = \frac{3\pi}{2} - \frac{\pi}{2q}$ et

$$\omega t = \frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{2q} .$$

$$v_{in \max} = 2V_m \cos(\frac{\pi}{2q} - \frac{\pi}{2q})$$

b- Etude des courants

Courant dans les diodes

La charge étant supposée fortement inductive; le courant I_c dans la charge est constant; chaque récepteur assure le passage de I_c pendant l'intervalle de temps $\frac{T}{q}$ où il est conducteur. D'où les valeurs maximales, moyennes et efficaces du courant dans chacun des redresseurs.

$$i_{D \max} = I_{c}$$

$$i_{D \max} = \frac{I_{c}}{q}$$

$$I_{D} = \frac{I_{c}}{\sqrt{q}}$$

• Courant et facteur de puissance secondaire.

Le courant i_s dans le bobinage secondaire du transformateur est, comme celui dans la diode par laquelle il débite, égal à I_c pendant $\frac{T}{q}$ et nul durant tout le reste de la période. La valeur efficace des courants secondaires est donc :

$$I_s = \frac{I_c}{\sqrt{q}}$$

Si on néglige les chutes de tension, puisque le courant I_c est supposé constant, la puissance débitée par le secondaire du transformateur est :

$$P = u_{cmoy} I_c$$

La puissance apparente au secondaire du transformateur est :

Transfer

$$S = qVI_c = q \frac{V_m I_c}{\sqrt{2}}$$

Le facteur de puissance secondaire, défini au chapitre 2, a pour expression :

$$F_p = \frac{\sqrt{2q}}{\pi} \sin(\frac{\pi}{q})$$

Le tableau suivant fournit quelque valeur du facteur de puissance secondaire pour différentes valeur de q.

q	2	3	4	6	12
F_p	0.636	0.675	0.636	0.55	0.40

b- Chute de tension en fonctionnement normal

La chute de tension totale est obtenue en additionnant :

- La chute de tension due aux réactances $\Delta_1 u_c$,
- La chute de tension due aux résistances $\Delta_2 u_c$,
- La chute de tension due aux diodes $\Delta_3 u_c$,

La tension aux bornes de la charge devient :

$$u_c = u_{cmov} - \Delta u_c$$
,

Avec: $\Delta u_c = \Delta_1 u_c + \Delta_2 u_c + \Delta_3 u_c$

• Chute de tension due l'empiètement

Quand un redresseur devient passant, le courant qui le traverse ne peut passer instantanément de zéro à I_c ; de même le courant dans celui qui conduisait précédemment ne peut passer brusquement de I_c à zéro. Cela supposerait des discontinuités des courants dans les enroulements secondaires, primaires et dans la ligne d'alimentation, discontinuités rendues impossible par la réactance de ces éléments.

On tient compte de la réactance des fuites des bobinages et de celle du schéma amont par une réactance unique $N \omega$ ramenée à chaque enroulement secondaire.

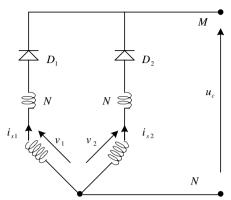


Figure (3-5): Schéma équivalent

Quand la diode D_1 conduit, $i_{s1}=I_c$. A l'instant $t=\frac{T}{4}+\frac{T}{2q}$, v_2 devient plus grande que v_1 et la diode D_2 devient passante. Le débit simultané de D_1 et D_2 durera jusqu'à ce que $i_{s1}=0$. Ce transfert de I_c de la première phase à la seconde se termine pour $t=\frac{T}{4}+\frac{T}{2q}+\frac{\alpha}{\omega}$; α désigne l'angle de recouvrement ou d'empiètement. Jusqu'à l'instant $t=\frac{T}{4}+\frac{3T}{2q}$ ou D_3 entre en conduction, $u_c=v_2$. Pendant le débit simultané de D_1 et D_2 , la tension redressée u_c a pour

$$u_c = v_1 - N \frac{di_{s1}}{dt} = v_2 - N \frac{di_{s2}}{dt}$$

La charge étant fortement inductive ; ce qui se traduit par le fait que le courant I_c est constant.

$$I_c = i_{s1} + i_{s2}$$

Ceci entraîne:

expression:

$$0 = \frac{di_{s1}}{dt} + \frac{di_{s2}}{dt}$$
$$\frac{di_{s1}}{dt} = -\frac{di_{s2}}{dt}$$

La tension u_c s'écrit alors :

$$u_c = \frac{v_1 + v_2}{2}$$

La valeur de l'angle d'empiètement α se déduit de :

Hasnaoui Othman B.A ESSTT

$$u_{c} = v_{1} - N \frac{di_{s1}}{dt} = v_{1} + N \frac{di_{s2}}{dt} = v_{2} - N \frac{di_{s2}}{dt}$$

$$\frac{di_{s2}}{dt} = \frac{v_{2} - v_{1}}{2N} = \frac{V_{m}}{2N} \left[\sin(\omega t - \frac{2\pi}{q}) - \sin(\omega t) \right] = -\frac{V_{m}}{N} \sin(\frac{\pi}{q}) \cos(\omega t - \frac{\pi}{q})$$

Le courant i_c est donc de la forme :

$$i_{s2} = -\frac{V_m}{N\omega}\sin(\frac{\pi}{q})\sin(\omega t - \frac{\pi}{q}) + Cte$$

La constate est déterminée à partir des conditions initiales ; à savoir que i_{s1} est nul pour $\omega t = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{q}$. D'où l'expression de i_{s1} .

$$i_{s2} = \frac{V_m}{N\omega} \sin(\frac{\pi}{q}) \left[1 - \sin(\omega t - \frac{\pi}{q}) \right]$$

Pour obtenir l'expression de l'angle α , il est à rappeler que lorsque $\omega t = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{q} + \alpha$ le courant i_{s2} atteint la valeur du courant dans la charge I_c ; ce qui entraîne que :

$$1 - \cos(\alpha) = \frac{N\omega I_c}{V_m \sin(\frac{\pi}{q})}$$

La chute de tension vient du fait que durant l'intervalle de temps $\left[\frac{T}{4} + \frac{T}{2q}, \frac{T}{4} + \frac{T}{2q} + \frac{\alpha}{\omega}\right], \text{ la tension redressée } u_c \text{ , au lieu d'être égale } v_2, \text{ n'est}$

égale qu'à $\frac{v_1 + v_2}{2}$. D'où la chute de tension moyenne est :

$$\Delta_1 u_c = \frac{q}{2\pi} \int_{\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{q}}^{\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{q} + \alpha} (v_2 - \frac{v_1 + v_2}{2}) d(\omega t)$$

$$\Delta_1 u_c = \frac{q}{2\pi} V_m \sin(\frac{\pi}{q}) (1 - \cos(\alpha)) = \frac{q}{2\pi} N \omega I_c$$

La figure (3-) illustre le phénomène étudié.

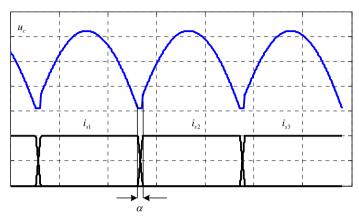


Figure (3-6): illustration du phénomène d'empiètement

• Chute de tension due aux résistances

La chute de tension due aux résistances $\Delta_2 u_c$ est exprimée par la relation suivante où R_c désigne la résistance totale ramenée du coté continu.

$$\Delta_2 u_c = R_c I_c = \frac{P_j}{I_c}$$

• Chute de tension due aux diodes

A chaque instant le courant I_c est transité par une des $\,q\,$ diodes. La chute de tension correspondante vaut donc :

$$\Delta_3 u_c = u(I_c)$$

 $u(I_c)$ désigne la chute de tension directe lue pour un courant I_c sur la caractéristique des diodes utilisées.

2-2. Les montages à commutation parallèle double

Les montages à commutation parallèle double redressent q tensions alternatives à l'aide de 2q redresseurs. Ces montages sont aussi appelés montages en pont de Graëtz.

2-2-1. Les montages usuels

• En monophasé:

U. Od. D. A

Le pont à quatre diodes peut entrer, sous le nom de PD_2 , dans la catégorie des montages à commutation parallèle double à condition de considérer un point milieu fictif. On décompose la tension secondaire en deux tensions de même module et en opposition de phase, figure (3-).

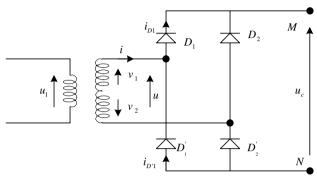


Figure (3-7): Schéma du redresseur PD2

La tension secondaire se décompose en deux tensions v_1 et v_2 tel que :

$$u = v_1 - v_2 = 2V_m \sin(\omega t)$$

- Pour $0 \le t \le \frac{T}{2}$, $v_1 > v_2$. D_1 est passante alors que D_2 est bloquée. La tension redressée vaut :

$$u_c = v_1 - v_2 = u$$

- Pour $\frac{T}{2} \le t \le T$, $v_1 \prec v_2$. D_1 est bloquée alors que D_2 est passante. La tension redressée vaut :

$$u_c = v_2 - v_1 = -u$$

La figure suivante fournit les allures de la tension redressée, la tension aux bornes de la diode D_1 et les courants i_{D_1} , $i_{D_1^{'}}$ dans les diodes D_1 , $D_1^{'}$ et le courant dans le secondaire du transformateur i.

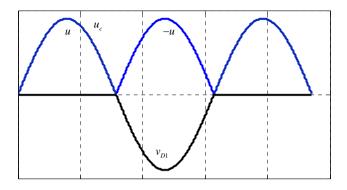


Figure (3-8): Tension de charge et d'un redresseur

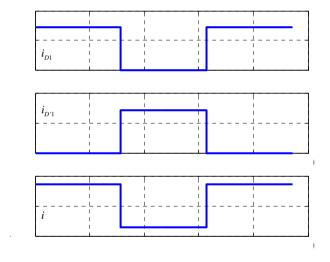


Figure (3-9): Courants des redresseurs et de ligne

• En triphasé :

Le montage PD_3 ou pont à six redresseurs est l'un des plus courants. Son schéma de montage est représenté sur la figure (3-10).

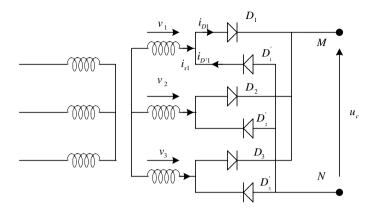


Figure (3-10): Schéma du redresseur

Les tensions v_1, v_2, v_3 constituent un système triphasé équilibré est s'expriment par :

$$v_1 = V_m \sin(\omega t)$$

$$v_2 = V_m \sin(\omega t - \frac{2\pi}{3})$$

$$v_3 = V_m \sin(\omega t - \frac{4\pi}{3})$$

Deux diodes sont toujours passantes : celle qui la tension la plus positive et celle qui la tension la plus négative. Les différentes combinaisons sont les suivantes :

 $-v_1 \succ v_2 \succ v_3$, D_1 et D_3 conducteurs. La tension redressée s'exprime par :

$$u_c = v_1 = V_m \sin(\omega t)$$
.

- $v_1 \succ v_2 \succ v_3$, D_1 et D_3 conducteurs. La tension redressée s'exprime par :

$$u_c = v_1 - v_3.$$

- $v_1 \succ v_3 \succ v_2$, D_1 et D_2 conducteurs. La tension redressée s'exprime par :

$$u_c = v_1 - v_2.$$

- $v_2 \succ v_1 \succ v_3$, D_2 et D_3 conducteurs. La tension redressée s'exprime par :

$$u_c = v_2 - v_3.$$

- $v_2 \succ v_3 \succ v_1$, D_2 et D_1 conducteurs. La tension redressée s'exprime par :

$$u_c = v_2 - v_3.$$

- $v_3 > v_2 > v_1$, D_1 et D_3 conducteurs. La tension redressée s'exprime par :

$$u_{c} = v_{3} - v_{1}$$
.

- $v_3 \succ v_1 \succ v_2$, D_2 et D_3 conducteurs. La tension redressée s'exprime par : $u_c = v_3 - v_2 \,.$

La tension v_{D1} aux bornes de la diode D_1 a pour expression :

 $v_{D1} = v_1 - v_1 = 0$, quand D_1 conduit,

 $v_{D1} = v_1 - v_2$, quand D_2 conduit,

 $v_{D1} = v_1 - v_3$, quand D_3 conduit,

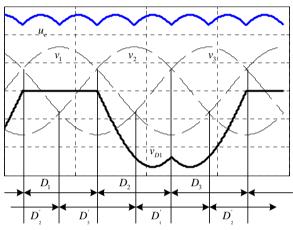


Figure (3-11): Allure de la tension de charge et d'un redresseur

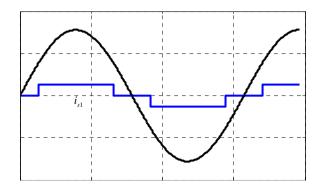


Figure (3-12): Courant de ligne

2-2-1. Etude des tensions

Quand on redresse q tensions de période T, la tension redressée u_c est formée de 2q sommet de sinusoïdes par période T. La période u_c est donc de période $\frac{T}{2q}$.

• Valeur moyenne

La valeur moyenne u_{cmov} de u_c se calcule par :

$$u_{cmoy} = (v_M - v_0)_{moy} - (v_N - v_0)_{moy}$$

 $v_{\rm M}-v_{\rm 0}$ est la tension redressée que donne le montage à commutation parallèle à cathode commune.

$$(v_M - v_0)_{moy} = \frac{q}{\pi} V_m \sin(\frac{\pi}{q})$$

 $v_N - v_0$ est la tension redressée que donne le montage à commutation parallèle à anode commune.

$$(v_N - v_0)_{moy} = -\frac{q}{\pi} V_m \sin(\frac{\pi}{q})$$

La tension moyenne est alors:

$$u_{cmoy} = \frac{2q}{\pi} V_m \sin(\frac{\pi}{q})$$

• Tension inverse

La tension maximale inverse correspond au maximum de la plus grande de ces différences. Deux cas sont alors à étudier, si q est pair $v_{in \max} = 2V_m$, si q est

impair
$$v_{in \max} = 2V_m \cos(\frac{\pi}{2q} - \frac{\pi}{2q})$$
.

2-2-2. Etude des courants

• Courant dans les redresseurs

Durant chaque période, chacun des redresseurs D_1 , D_2 ,..., D_q débite le courant continu I_c à son tour de rôle. Chacun des courants i_{D1} , i_{D2} ,..., i_{Dq} est égal à I_c pendant l'intervalle de temps $\frac{T}{q}$, nul pendant le reste de période.

De même le retour du courant I_c nécessite la conduction de l'une des q diodes de la série $D_1^{'}$, $D_2^{'}$,..., $D_q^{'}$. Chacun des courants $i_{D'1}$, $i_{D'2}$,..., $i_{D'q}$ est égal à I_c pendant l'intervalle de temps $\frac{T}{q}$ puis zéro pendant le reste de période.

D'où les valeurs maximales, moyennes et efficaces du courant dans chacun des redresseurs.

$$i_{Dmoy} = \frac{I_c}{q}$$

$$i_{D \max} = I_c$$

$$I_D = \frac{I_c}{\sqrt{a}}$$

• Courant et facteur de puissance secondaire.

Chaque enroulement secondaire, étant réuni à deux diodes, est parcouru par un courant pendant deux intervalles de durée $\frac{T}{a}$. Ainsi :

$$i_{s1} = I_c$$
 quand D_1 conduit $i_{D \max} = I_c$ quand D_1 conduit

La valeur efficace des courants secondaires est donc :

$$I_s = I_c \sqrt{\frac{2}{q}}$$

Le facteur de puissance secondaire, défini au chapitre 2, a pour expression :

$$F_p = \frac{u_{cmoy}I_c}{qVI_c} = \frac{2}{\pi}\sqrt{q}\sin(\frac{\pi}{q})$$

A q donné, le facteur de puissance est $\sqrt{2}$ fois plus fort qu'en commutation parallèle.

2-2-3. Chute de tension

Le passage du courant I_c nécessite la conduction de deux diodes. La chute de tension est donc deux fois plus grande que celle déterminée au \S 2-1-2.

3- Les montages redresseurs à thyristors

En remplaçant les diodes par des redresseurs à électrode de commande, on peut retarder l'entrée en conduction des redresseurs. On dit qu'on fonctionne en commutation retardée. On caractérise le retard par l'angle Ψ . Les thyristors sont débloqués avec un retard en temps de $\frac{\Psi}{\omega}$ par rapport à l'instant ou les diodes correspondante entrait en conduction.

3-1. Les montages à commutation parallèle

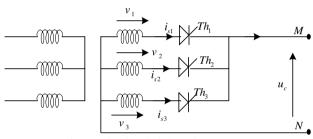


Figure (3-13): Schéma du montage

On supposera que le récepteur est tel que le courant redressé i_c ne s'annule jamais au cours de la période ; il y a donc toujours un redresseur en conduction.

3-1-1. Etude des tensions

La diode D_1 réunie à la phase dont la tension est $v_1 = V_m \sin(\omega t)$ était conductrice pour $\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{q} \le \omega t \le \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{q}$. Le thyristor, qui la remplace, est passant pour : $\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{q} + \Psi \le \omega t \le \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{q} + \Psi$. Deux cas sont à considérer :

a-
$$\Psi \leq \frac{\pi}{2}$$
: marche en redresseur

La tension u_c est formée de q portions de sinusoïdes par période T . Au fur et à mesure que Ψ croit la tension moyenne redressée u_{cmov} diminue. Tant que

 $\Psi \le \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{q}$, c'est-à-dire $\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{q} + \Psi \le \pi$, la tension u_c est toujours positive. Pour

 $\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{q} \prec \Psi \prec \frac{\pi}{2}$, la tension u_c est, par intervalle, négative. Le montage fonctionne

en redresseur à rapport de transformation alternatif-continu variable.

b- $\Psi > \frac{\pi}{2}$: marche en onduleur

Lorsque $\Psi \succ \frac{\pi}{2}$, la tension moyenne redressée u_{cmoy} s'inverse. La puissance,

fournie du coté continu $(u_c i_c)moy$, est négative. Entre les points M et N, figure (3-14), il n'y a plus un récepteur mais plutôt un générateur. L'énergie passe du coté continu au coté alternatif. Le montage fonctionne en onduleur.

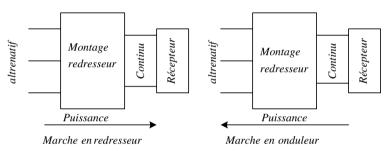


Figure (3-14): structure du convertisseur

• Tension moyenne redressée.

La tension redressée est formée de q portions de sinusoïdes. Ainsi pour $\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{q} + \Psi \le \omega t \le \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{q} + \Psi , \quad \text{la tension} \quad u_c = V_m \sin(\omega t) . \quad \text{D'où sa valeur}$ moyenne :

$$u_{cmoy} = \frac{q}{2\pi} \int_{\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{2q} + \Psi}^{\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{q} + \Psi} V_{m} \sin(\omega t) d(\omega t) = \frac{q}{\pi} V_{m} \sin(\frac{\pi}{q}) \cos(\Psi)$$

• Tension inverse aux bornes des redresseurs.

La tension inverse aux bornes d'un thyristor, Th, par exemple, s'exprime par :

$$v_{Th1} = v_1 - v_1 = 0$$
 , quand Th_1 conduit,

 $v_{Th1} = v_1 - v_2$, quand Th_2 conduit,

 $v_{Th1} = v_1 - v_3$, quand Th_3 conduit,

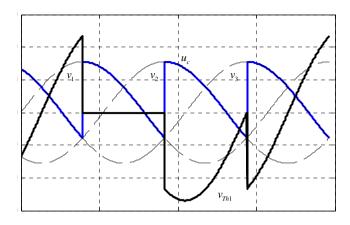


Figure (3-15): Tensions redressée et aux bornes d'un redresseur

3-1-2. Etude des courants

en supposant que le courant dans la charge est constant $i_c=I_c$, comme pour les redresseurs à diode chaque thyristor débite pendant $\frac{T}{q}$. Le courant dans un thyristor a pour :

- Valeur moyenne : $i_{cmoy} = \frac{I_c}{q}$,

- Valeur maximale : $i_{c \text{ max}} = I_c$,

- Valeur efficace : $I_c = \frac{I_c}{\sqrt{q}}$.

Chaque phase secondaire est parcouru par : $I_s = \frac{I_c}{\sqrt{q}}$.

Le facteur de puissance est celui du fonctionnement diode multiplié par $\cos(\Psi)$

3-1-2. Etude des chutes de tension

L'étude de la chute de tension est la même que celle du § 2-1-2

3-2. Les montages à commutation parallèle double

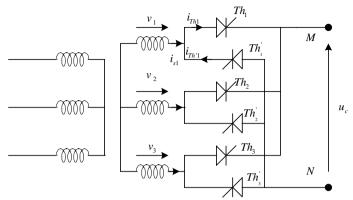


Figure (3-16): Schéma du redresseur PD3 à thyristors

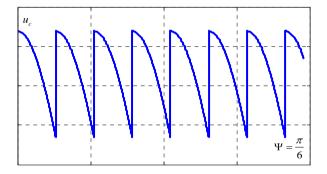


Figure (3-17) : Tensions redressée pour $\Psi = \frac{\pi}{6}$

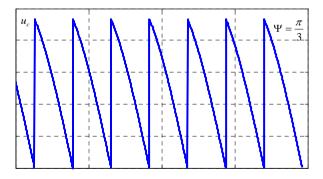


Figure (3-18) : Tension redressée pour $\Psi = \frac{\pi}{3}$

4- Travaux dirigés

Exercice N°1

La figure suivante représente un redresseur triphasé non commandé débitant sur un récepteur de f.c.e.m. E et de résistance R

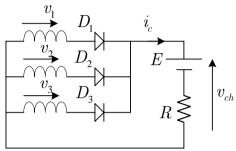


Figure: Schéma du redresseur P3

$$v_1 = V_m \sin \theta; \quad a = \frac{E}{V_m} = \cos(\alpha)$$

On suppose négligeable les impédances internes du montage et du réseau d'alimentation ainsi que les chutes de tension directe des diodes.

- 1- Analyser le fonctionnement du montage et représenter :
 - L'allure de v_{ch} , i_c et v_{D1} pour 0 < a < 0.5,
 - L'allure de v_{ch} , i_c et v_{D1} pour $0.5 \prec a \prec 1$.
- 2- Pour $0.5 \prec a \prec 1$, déterminer en fonction de a les expressions de :
 - la valeur moyenne de la tension redressée V_{chmoy} ,
 - la valeur moyenne du courant redressé I_{cmov} ,
 - la valeur efficace du courant redressé I_c .

Exercice N°2

On considère le montage redresseur polyphasé d'ordre $\,q\,$, non commandé, type parallèle alimentant une charge $\,R-L\,$.

- 1- Rappeler le schéma de principe du redresseur.
- 2- La figure suivante décrit l'allure de la tension aux bornes de la charge u.

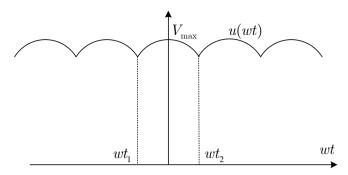


Figure : Allure de u(wt)

a- Préciser la période de $u_c(t)$, les valeur de ωt_1 et ωt_2 et l'expression instantanée de $u_c(t)$ entre ωt_1 et ωt_2 .

b-Exprimer la valeur moyenne $u_c(t)$ en fonction de U_{max} et q.

3- Dans la suite, nous supposons la conduction continue $(i_c(\omega t_1) = I_o)$; I_o est différent de zéro.

Déterminer alors l'expression du courant $i_c(0)$ circulant dans la charge en fonction

de R, Q, θ , U_{\max} et q. Sachant que $Q=\frac{L\omega}{R}$ et $\theta=\omega t$. En déduire la valeur moyenne de $i_c(\theta)$ et de I_a .

Exercice N°3

On considère le montage P3 à diodes représenté par la figure suivante. Ce montage est relié au réseau triphasé 380V, 50Hz par l'intermédiaire d'un transformateur Dy tel que $v_1 = 220\sqrt{2}\sin(\theta)$; $\theta = \omega t$. La charge est fortement inductive tel que le courant qui la traverse est considéré pratiquement constant et vaut 14A.

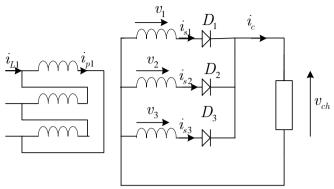


Figure 1

- 1- Calculer le rapport de transformation *m* du transformateur.
- 2- Représenter la tension $u(\theta)$, i_{s1} , i_{s2} , i_{p1} , i_{p2} et i_{L1} .
- 3- Calculer la chute de tension en charge. On donne :
 - La résistance d'une phase primaire 0.2Ω ,
 - La résistance d'une phase secondaire 0.1Ω ,
 - La résistance de ligne est négligeable,
 - La réactance ramenée au secondaire par phase 1Ω ,
 - La caractéristique de la diode est décrite par : $v_D = 0.75 + 0.5i_D$.
- 4- Calculer la valeur moyenne du courant de court circuit I_{cc} et le courant efficace traversant chacune des diodes si on néglige la résistance des enroulements et on considère que les diodes sont parfaites.

Exercice N°4

Les ponts sont alimentés par un réseau 220V, $50\,Hz$. On pose $v(t) = V\sqrt{2}\sin(\omega t)$ ou en effectuant le changement de variable $\theta = \omega t$. $v(\theta) = V\sqrt{2}\sin(\theta)$. On appellera ψ l'angle de retard à l'amorçage des thyristors.

I- Charge active et résistive.

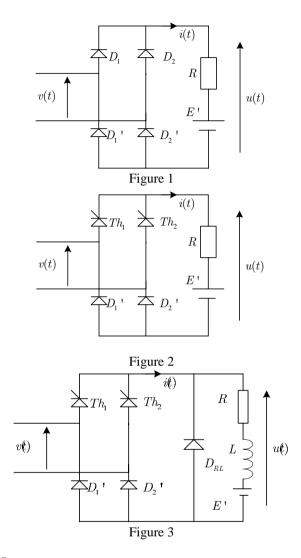
La charge est constituée par une fem E' = 100V en série avec une résistance $R = 1\Omega$

- I-1. Pont à quatre diodes (figure 1)
- a. Tracer les oscillogrammes de la tension $u(\theta)$ et du courant $i(\theta)$. On précisera la valeur maximale de chacune de ces grandeurs.
- b. Calculer les angle électriques $\theta_{\rm l}$ et $\theta_{\rm 2}$ pour lesquels la diode $D_{\rm l}$ commute ($0 \prec \theta_{\rm l} \prec \theta_{\rm 2} \prec \pi$). Justifier votre réponse.
- I-2. Pont mixte (figure 2)

- a. Lorsque $\psi \prec \theta_1$ la conduction peut-t-elle avoir lieu si la commande délivre une impulsion unique par demi période du réseau ? Justifier votre réponse. A quelle condition et pour quel angle électrique l'amorçage pourrait-il avoir lieu ?
- b. Lorsque $\psi > \theta_2$ la conduction peut-t-elle avoir lieu ? Justifier votre réponse.
- c. Lorsque $\psi=60^\circ$, représenter les oscillogrammes de la tension $u(\theta)$ et du courant $i(\theta)$.
- II- Charge active, résistive et inductive (figure 3)
- La charge est maintenant constituée par une fem E' = 100V de la résistance $R = 1\Omega$ et d'une inductance L en série. On place aux bornes de la charge une diode de roue libre.
- II-1. Quel est le rôle de l'inductance et quel est le rôle de la diode de roue libre ? Montrer que la tension moyenne aux bornes de l'inductance est nulle sur une période.
- II-2. Conduction continue.
- On suppose dans cette question que l'intensité du courant dans la charge n'est jamais nulle.
- a. Représenter l'oscillogramme de la tension $u(\theta)$ pour $\psi = 60^{\circ}$. Justifier votre figure, la comparer avec celle obtenue en I-2-c.
- b. Déterminer l'expression de la valeur moyenne de la tension $u(\theta)$ en fonction de ψ et de V. En déduire l'expression de la valeur moyenne I_{moy} du courant dans la charge en fonction de V, ψ , E' et R.
- c. En supposant un lissage parfait du courant, déterminer en fonction de E' et V la condition nécessaire que doit vérifier ψ pour que le courant moyen soit non nul. Calculer cet angle limite ψ_L pour les valeurs numériques fournies.
- d. Calculer l'angle d'amorçage ψ permettant d'obtenir un courant moyen égal à $20\,A$.
- e. La fcem E' peut prendre diverses valeurs, montrer qu'au-delà d'une valeur limite E', la conduction continue n'est plus possible. Calculer cette valeur.
- II-3 Conduction discontinue

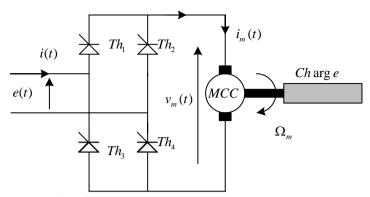
On suppose que la valeur de l'inductance est telle la conduction na dure que 5s par période lorsque ψ vaut 120° et E'=100V. Tracer les oscillogrammes de la tension $u(\theta)$ et du courant $i(\theta)$.

T	. 0.1	D 4		ECCEE



Exercice N°5

La figure suivante décrit l'alimentation d'une machine à courant continu à excitation indépendante à travers le montage redresseur tous thyristors.



Les données sont les suivantes :

$$e(t) = 240\sqrt{2}\sin(\omega t), \omega = 100\pi \, rd/s$$
. L'angle de retard à l'amorçage $\psi = \frac{\pi}{3}$.

La machine à courant continu est modélisée par une fcem E' proportionnelle à la vitesse de rotation Ω_m (E' = $k\Omega_m$) en série avec une résistance R et une inductance L. Il est à noter que le couple électromagnétique moyen s'exprime par la relation suivante : $C_{em} = k \, \mathrm{I}_{\mathrm{moy}}$. $k = 1V \, / \, rd \, / \, s$ ou Nm/A, $R = 2\Omega$, L = 50mH et $N = 1432 \, tr \, / \, mn$.

Sachant que le régime de fonctionnement est discontinu et que le courant dans la machine s'annule à $\theta=215^\circ$.

- 1- Déterminer les limites de $\psi(\psi_{\min}, \psi_{\max})$ assurant l'amorçage des thyristors.
- 2- a. Analyser le fonctionnement sur une période.
- 2- b. Déterminer l'expression du courant $i_m(t)$ dans le moteur.
- 2- c. Représenter les allures de $i_m(t)$, $v_m(t)$, $v_{th1}(t)$, i(t) et les intervalles de conduction des divers thyristors.
- 3- a. Exprimer et calculer les valeurs moyennes I_{moy} et V_{moy} de $i_m(t)$ et $v_m(t)$.
- 3- b. En déduire le couple C_{em} développé par le moteur.
- 4- On suppose que le thyristor Th_4 est défectueux, il est toujours ouvert. Expliquer le fonctionnement du montage et représenter l'allure de $i_m(t)$ et $v_m(t)$.

Exercice N°6

1- Représenter clairement le montage redresseur du type *PD*3 à thyristors. On donnera des indices aux différents éléments, courants et tensions.

.....

- 2- Le montage fonctionne avec un angle de retard à l'amorçage de $\psi = \frac{\pi}{3}$.
- 2- 1. Représenter le diagramme de conduction.
- 2- 2. Indiquer pour chaque intervalle l'expression de la tension redressée
- $u_c(t)$ ainsi que celle de la tension $u_{th}(t)$ aux bornes d'un thyristor que vous choisissez vous-même en fonction des tensions d'alimentation du montage. Tracer $u_c(t)$ et $u_{th}(t)$ pour la valeur de ψ choisie.

Sachant que la valeur efficace des tensions d'alimentation (fournies par les bobinages secondaires du transformateur) vaut 200V.

- 2- 3. Déterminer la valeur moyenne de $u_c(t)$ ainsi que la tension inverse maximale aux bornes du thyristor choisi précédemment.
- 2- 4. Déterminer la tension directe maximale qui apparaît aux bornes du thyristor.
- 3- Le récepteur alimenté est un moteur à courant continu. On place en série avec son induit une inductance suffisamment grande pour que le courant I demandé par le moteur soit constant et égal à $10\,A$ quelque soit l'angle ψ .
- 3- 1. Représenter le courant de ligne. Vous superposez cette caractéristique à celle tracée en 2-2.
- 3- 2. Déterminer la valeur efficace du courant dans ce fil de ligne.
- 4- Déterminer le facteur de puissance du montage pour le fonctionnement à π

$$\psi = \frac{\pi}{3}.$$

5- On augmente l'angle ψ de $\Delta \psi = \frac{\pi}{6}$. Que deviennent la valeur efficace du courant en ligne et le facteur de puissance.

Exercice N°7

Soit le montage redresseur triphasé mixte suivant. Dans lequel la charge est constituée par un résistance et une inductance, figure.

On donne:

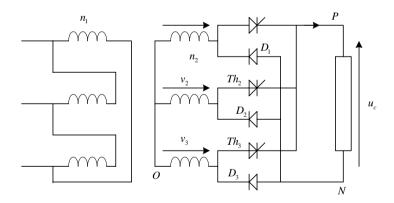
$$U_{peff} = 380V \; , \; \frac{n_2}{n_1} = 0.5 \; , \; R = 2.4 \Omega \; , \; L = 40 \, mH \;$$

Le courant dans la charge I_c est supposé constant. L'angle d'amorçage des thyristors est noté ψ .

1- Pour
$$\psi = \frac{\pi}{6}$$
.

- 1- 1. Représenter en fonction de $\theta = \omega t$: v_{PO} , v_{NO} et v_{PN}
- 1- 2. Calculer la valeur de la tension moyenne U_{cmov} . En déduire I_c moyen.

- 1- 3. Représenter en fonction de $\theta = \omega t$: i_{D1} , i_{Th1} et i_{s1} . Calculer la valeur efficace de ces tensions.
- 1- 4. Calculer le facteur de puissance au secondaire f_s ,
- 2- Pour $\psi = \frac{4\pi}{3}$
- 2- 1. Représenter en fonction de $\theta = \omega t$: v_{PO} , v_{NO} et v_{PN}
- 2- 2. Calculer la valeur de la tension moyenne U_{cmoy} . En déduire I_c moyen.
- 2- 3. Représenter en fonction de $\theta=\omega t$: i_{D1} , i_{Th1} et i_{s1} . Calculer la valeur efficace de ces tensions.
- 2- 4. Calculer le facteur de puissance au secondaire f_s ,
- 3- Pour $\psi = \frac{4\pi}{3}$, on place une diode de roue libre
- 3- 1. Représenter en fonction de $\theta = \omega t$: v_{PO} , v_{NO} et v_{PN}
- 3- 2. Calculer la valeur de la tension moyenne U_{cmov} . En déduire I_c moyen.
- 3- 3. Représenter en fonction de $\theta=\omega t$: i_{D1} , i_{Th1} et i_{s1} . Calculer la valeur efficace de ces tensions.
- 3- 4. Calculer le facteur de puissance au secondaire f_s ,



4

LES CONVERTISSEURS AC/AC : LES GRADATEURS

1- Introduction

Les gradateurs sont des convertisseurs AC/AC. Ils font l'interface entre la source et une charge demandant une tension variable en valeur efficace. Ils sont utilisés dans l'alimentation des machines à courant alternatif et surtout dans les fours.

2- gradateur monophasé

2-1. Constitution

Un gradateur est constitué de deux thyristors montés en antiparallèle ; commandés successivement à Ψ et $\pi+\Psi$. La figure (4-1) illustre le schéma de principe d'un gradateur monophasé. Th_1 est commandé dans l'intervalle $\left[0,\pi\right]$ alors que Th_2 est commandé dans l'intervalle $\left[\pi,2\pi\right]$. La tension d'alimentation est :

$$v(t) = V_m \sin(\omega t)$$

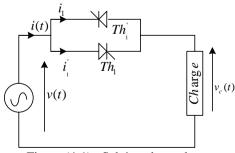


Figure (4-1) : Schéma du gradateur

2-2. Etude en charge

2-2-1. Charge purement résistive (R)

La chute de tension aux bornes d'un thyristor passant est supposée négligeable.

- $\psi \le \omega t \le \pi$, le thyristor Th_1 est passant. La tension aux bornes de la charge et le courant dans la charge sont :

$$v_c(t) = V_m \sin(\omega t)$$
$$i(t) = \frac{V_m}{R} \sin(\omega t)$$

- $\psi + \pi \le \omega t \le 2\pi$, le thyristor Th_2 est passant. La tension aux bornes de la charge et le courant dans la charge sont :

$$v_c(t) = V_m \sin(\omega t)$$

$$i(t) = \frac{V_m}{R} \sin(\omega t)$$

- pendant le reste de la période :

$$v_c(t) = 0$$
$$i(t) = 0$$

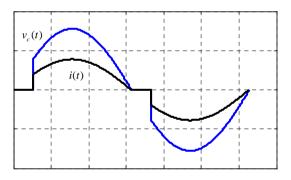


Figure (4-2): Allure du courant et de la tension

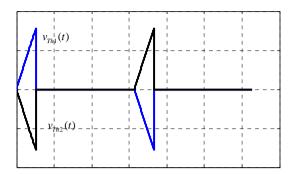


Figure (4-3): Tension aux bornes d'un redresseur

Le courant efficace dans la charge s'exprime par :

$$I^{2} = \frac{1}{2\pi} \int_{0}^{2\pi} \frac{V_{m}^{2}}{R^{2}} \sin^{2}(\omega t) d(\omega t) = \frac{V}{R} \sqrt{1 - \frac{\psi}{\pi} + \frac{\sin(2\psi)}{2\pi}}$$

En variant ψ de 0 à π , on fait varier le courant de son maximum à zéro

2-2-2. Charge résistive et inductive (R-L)

L'argument φ de la charge réduit la variation de ψ . On distingue alors deux cas : Cas 1 : Fonctionnement à $\psi \leq \varphi$

Lorsque l'angle d'amorçage des thyristors devient inférieur à φ , le fonctionnement dépend de la nature des signaux de commande appliqués aux gâchettes :

Supposons que l'impulsion est de courte durée. Si le thyristor Th_1 est le premier à recevoir une impulsion utile, il entre en conduction. Le courant i est donnée par :

$$i = i_f + i_\ell = \frac{V_m}{Z} \sin(\omega t - \varphi) + A e^{-\frac{R}{L}(t - \frac{\psi}{\omega})}$$

à $\omega t_0 = \psi$, le courant i est nul.

$$i = \frac{V_m}{Z}\sin(\omega t - \varphi) - \frac{V_m}{Z}\sin(\psi - \varphi)e^{-\frac{\theta - \psi}{\tan(\varphi)}}$$

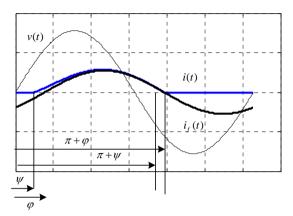


Figure (4-4): Courant de charge

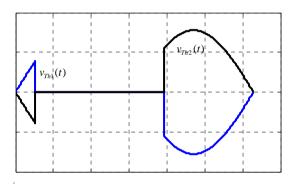


Figure (4-5): Tension d'un redresseur

L'impulsion envoyée sur la gâchette du thyristor Th_2 pour $\omega t = \pi + \psi$ trouve ce composant avec une tension anodique nulle et même négative (chute de tension aux bornes de Th_1 passant). Elle est donc sans effet. Quand la tension aux bornes de Th_2 devient positive, il n'y a plus de courant gâchette. Le montage fonctionne alors en redresseur commandé simple alternance.

Cas 2 : Fonctionnement à ψ compris entre φ et π Le thyristor Th_1 devient passant à partir de l'instant $\omega t_0 = \psi$. Le fonctionnement est régi par :

$$Ri + L\frac{di}{dt} = V_m \sin(\omega t)$$

Le courant a pour expression :

$$i = i_f + i_\ell = \frac{V_m}{Z} \sin(\omega t - \varphi) - \frac{V_m}{Z} \sin(\psi - \varphi) e^{-\frac{\omega t - \psi}{\tan(\varphi)}}$$

Le thyristor s'annule à $\omega t_1 = \pi + \varphi$ et il reste bloqué jusqu'à l'instant $\omega t_2 = \pi + \psi$. A cet instant le thyristor Th_2 entre en conduction.

Pour $\psi = \varphi$ le terme exponentiel de l'expression du courant i disparaît, le courant est sinusoïdal. En variant ψ de φ à π , on fait croître le courant efficace de 0 à $\frac{V}{Z}$. La figure suivante illustre l'allure du courant.

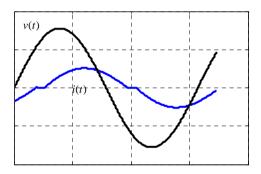


Figure (4-6): Courant de charge

2-2-3. Caractéristiques

Le développement en série de Fourier de la tension aux bornes de la charge v_c comprend, outre le fondamental de pulsation ω et de valeur efficace V_{c1} , tous les harmoniques impairs de pulsation $(2k+1)\omega$.

$$\begin{split} Vc_{2k+1} &= \sqrt{A_{2k+1}^2 + B_{2k+1}^2} \\ A_{2k+1} &= \frac{V}{\pi} \left[\frac{\sin(2k\omega t) - \sin(2k\psi)}{2k} - \frac{\sin 2(k+1)\omega t - \sin 2(k+1)\psi)}{2k+1} \right] \\ B_{2k+1} &= \frac{V}{\pi} \left[\frac{\cos 2(k+1)\psi - \cos(2k+1)\omega t}{2k+1} - \frac{\cos 2k\psi - \cos(2k\omega t)}{2k} \right] \end{split}$$

Pour le fondamental:

$$A_{1} = \frac{V}{\pi} \left[\theta_{1} - \psi - \frac{\sin(2\omega t) - \sin(2\psi)}{2} \right]$$
$$B_{1} = \frac{V}{2\pi} \left[\cos 2\psi - \cos 2\omega t \right]$$

Les harmoniques du courant se déduisent de celle de la tension à partir de la relation suivante :

$$i_{2k+1} = \frac{Vc_{2k+1}}{Z_{2k+1}}$$

3- gradateur triphasé

Le gradateur triphasé normal est formé de trois groupes de thyristors (Th_1, Th_1) , (Th_2, Th_2) et (Th_3, Th_3) montés entre les trois bornes de la source et celles du récepteur.

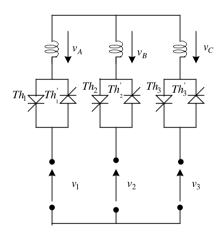


Figure (4-7): Gradateur thriphasé

$$\begin{cases} v_A(t) = V_m \sin(\omega t) \\ v_B(t) = V_m \sin(\omega t - \frac{2\pi}{3}) \\ v_C(t) = V_m \sin(\omega t - \frac{4\pi}{3}) \end{cases}$$

Pour tracer les formes d'ondes et tracer les caractéristiques, il suffit d'étudier un sixième de la période. En effet, les courant dans les trois phases sont identiques à $\frac{2\pi}{3}$ près. De plus, l'alternance de chaque courant reproduit, au signe près, son alternance positive.

$$\begin{split} i_{\scriptscriptstyle A}(\omega t + \frac{2\pi}{3}) &= i_{\scriptscriptstyle C}(\omega t) \\ i_{\scriptscriptstyle A}(\omega t + \frac{2\pi}{3}) &= i_{\scriptscriptstyle B}(\omega t) \\ i_{\scriptscriptstyle A}(\omega t \pm \pi) &= -i_{\scriptscriptstyle A}(\omega t) \\ i_{\scriptscriptstyle A}(\omega t \pm \pi + \frac{2\pi}{3}) &= -i_{\scriptscriptstyle C}(\omega t) \\ i_{\scriptscriptstyle A}(\omega t \pm \pi - \frac{2\pi}{3}) &= -i_{\scriptscriptstyle B}(\omega t) \end{split}$$

Le récepteur est formé des trois résistances identiques. Lorsque l'angle de retard à l'amorçage varie de 0 à $\frac{5\pi}{6}$, trois modes de fonctionnement se succèdent.

Pour simplifier le tracé des tensions aux bornes de la charge, on s'est limité au tracé de v_1 seulement.

3-1. Premier mode

Ce mode est définit pour : $0 \le \psi \le \frac{\pi}{3}$

- Pour
$$\psi < \omega t < \frac{\pi}{3}$$
, Th_1 , Th_2 et Th_3 conduisent.
$$v_1 = Ri_A = v_A \qquad v_2 = Ri_B = v_B \qquad v_3 = Ri_C = v_C$$

$$v_{Th1} = v_{Th2} = v_{Th3} = 0$$

- Pour
$$\frac{\pi}{3} < \omega t < \frac{\pi}{3} + \psi$$
, Th_1 et Th_2 conduisent.
$$v_1 = -v_2 = \frac{1}{2}(v_A - v_B) \qquad v_3 = 0 \qquad i_A = -i_B = \frac{v_A}{R}$$

$$v_{Th1} = v_{Th2} = 0 \qquad v_{Th3} = \frac{3}{2}v_C$$

3-2. Deuxième mode

Ce mode est caractérisé par la conduction de deux redresseurs. Il est définit pour

 $\frac{\pi}{3} \le \psi \le \frac{\pi}{2}$. Quand ψ varie de $\frac{\pi}{3}$ à $\frac{\pi}{2}$, l'intervalle de débit des redresseurs reste constant et égal au tiers de période mais il se décale progressivement.

$$v_1 = -v_2 = \frac{1}{2}(v_A - v_B)$$
 $v_3 = 0$ $i_A = -i_B = \frac{v_A}{R}$ $v_{Th1} = v_{Th2} = 0$ $v_{Th3} = \frac{3}{2}v_C$

Ce fonctionnement cesse pour $\psi = \frac{\pi}{2}$.

3-2. Troisième mode

Il est définit pour $\frac{\pi}{2} \le \psi \le \frac{5\pi}{6}$ et caractérisé par la conduction de deux ou zéro redresseurs.

L'existence d'intervalles de conduction après des intervalles ou tous les courants s'annulent nécessite un procédés supplémentaire. Pour cela il faut :

- Soit commander les redresseurs par des signaux d'une largeur supérieure à $\frac{\pi}{3}$,
- Soit appliquer des impulsions de confirmation. Quand on envoie le signal de blocage à un redresseur pour faire débuter sa conduction, il faut alors envoyer une impulsion sur la gâchette du thyristor qui vient de s'éteidre.

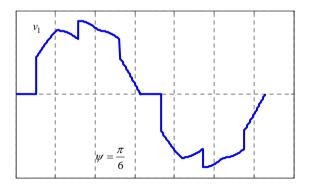


Figure (4-8): Tension de charge

.....

4- Travaux dirigés

On se propose d'étudier en partie un système constitué d'un gradateur triphasé. Dans toute cette partie, les interrupteurs sont constitués de thyristors supposés idéaux (circuit ouvert à l'état passant et court circuit à l'état passant). Le réseau a pour pulsation ω .

I- Gradateur monophasé

On donne fig.1 le schéma d'un gradateur monophasé débitant sur une charge purement résistive. Les thyristors sont amorcés avec un retard angulaire

$$a_0 = \omega t_0 = \frac{\pi}{2}$$
 par rapport aux passages par zéro de la tension $v(t)$. On donne

$$V = 220V$$
 et $R = 10\Omega$

- 1- Donner, en les justifiant, les intervalles de conduction des deux thyristors et le chronogramme de l'intensité i(t) du courant dans la résistance R.
- 2- Pour la valeur particulière $a_0=\frac{\pi}{2}$, exprimer simplement la puissance active moyenne P fournie par le réseau en fonction de V et R. Application numérique.
- 3- En déduire les valeurs efficaces $I_{\it eff}$ de i(t) et $U_{\it ceff}$ de Uc(t) .
- 4- Dans le développement en série de Fourier de i(t), on trouve que le fondamental à pour expression : $i_1(t) = \operatorname{Im} ax \sin(\omega t \varphi_1)$ avec $\operatorname{Im} ax = 18.4A \ et \ \varphi_1 = 32.5^\circ = 0.567 \ rad$. Déduire de la connaissance de $i_1(t)$, une expression de la puissance P.
- 5- Que vaut la puissance réactive fournie par le réseau ?
- 6- Quelle est la puissance apparente S de la source ?
- 7- Calculer le facteur de puissance de l'installation.
- 8- Proposer une méthode (schéma, type d'appareil à utiliser) pour mesurer la valeur efficace du courant, la puissance active et la puissance réactive. On dispose d'appareils analogiques (alt. Et continu) et numériques TRMS avec position AC et DC. Le wattmètre est de type électrodynamique.

II- Gradateur triphasé

On en donne fig.2 le schéma de principe. Les tensions sinusoïdales va, vb et vc ont même valeur efficace V et constituent un système triphasé équilibré direct. Sur le document réponse, on précise le séquencement de l'amorçage des 6 thyristors dans le cas où $a_0 = 30^\circ$. On a toujours V = 220V et la charge est résistive. Les interrupteurs sont supposés idéaux.

Le fonctionnement étant parfaitement symétrique, on étudie en premier temps l'intervalle $[0^{\circ}, 180^{\circ}]$

- Sur chacun des intervalles suivants:
 [0°, 30°],[30°, 60°],[60°, 90°],[90°, 120°],[120°, 150°] et
 [150°, 180°], donner un schéma équivalent de l'installation tenant compte des interrupteurs passants et expliquer la forme de la tension *Uca* donnée sur le document réponse entre [0°, 180°].
- 2- Compléter le chronogramme de Uca sur l'intervalle [$180^{\circ}, 360^{\circ}$].

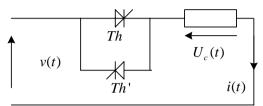


Fig.1: Gradateur monophasé

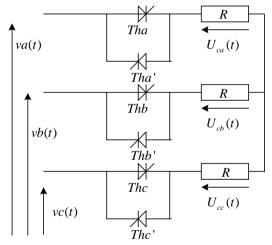


Fig.2: Gradateur triphasé

5

LES CONVERTISSEURS DC/DC : LES HACHEURS

Les convertisseurs continu-continu ont pour fonction de fournir une tension continue variable à partir d'une tension continue fixe. La tension continue de départ peut être un réseau alternatif redressé et filtré, une batterie d'accumulateurs, une alimentation stabilisée...

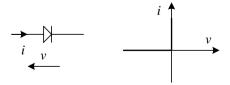
On distingue deux types de convertisseurs continu-continu. Ceux qui sont non isolés, que l'on appellera hacheurs, et ceux qui comportent un transformateur assurant l'isolation galvanique, que l'on appelle alimentations à découpage (cas des alimentations de PC...). Par la suite, nous n'étudierons que les premiers.

1- Structure générale

La structure des convertisseurs est basée sur la liaison d'une source de tension et une source de courant par des interrupteurs électroniques

1-1. Les interrupteurs

Les interrupteurs électroniques sont les diodes, les thyristors et les transistors. On donnera ici leurs caractéristiques idéales.



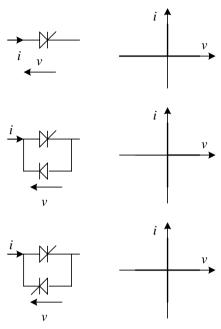


Figure (5-1): Caractéristiques idéales des interrupteurs

1-2. Les configurations

Les configurations possibles de deux sources de nature différentes, figure (5-2), sont :

- liaison directe (a),
- liaison avec inversion des bornes (b),
- pas de liaison (c).

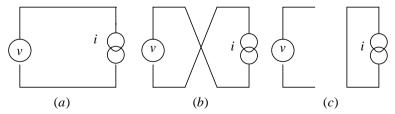


Figure (5-2): Configurations possibles

1-3. Structure

La structure d'un hacheur dépend du sens de transfert de l'énergie. A titre d'exemple considérons les configuration (a) et (c). Les deux sources sont directement liées (a) ou isolées (b). On suppose que la puissance est transférée de la source de tension vers la source de courant. Dans cette situation K_1 est u n interrupteur commandable alors que K_2 est une diode.

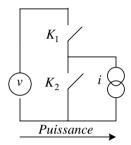


Figure (5-3): Structure d'un hacheur non réversible

2- Etude de quelques structures de hacheurs non réversibles.

Nous allons nous intéresser, dans un premier temps aux structures les plus simples des hacheurs. Il s'agit de celles qui n'assurent pas la réversibilité, ni en tension, ni en courant.

L'énergie ne peut donc aller que de la source vers la charge.

2-1. Hacheur dévolteur (ou série).

Ce nom est lié au fait que la tension moyenne de sortie est inférieure à celle de l'entrée. Il comporte un interrupteur à amorçage et à blocage commandés (transistor bipolaire, transistor MOS ou IGBT...) et un interrupteur à blocage et amorçage spontanés (diode).

2-1-1. Schéma de principe.

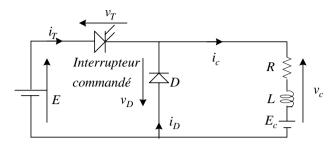


Figure (5-4): Schéma du hacheur série

charge est constituée par une résistance R en série avec une inductance L et une frem E

2-1-2. Fonctionnement.

Le cycle de fonctionnement, de période de hachage T ($T = \frac{1}{f}$), comporte deux étapes.

Lors de la première, on rend le transistor passant et la diode, polarisée en inverse, est bloquée. Cette phase dure de 0 à αT , avec α compris entre 0 et 1. α est appelé rapport cyclique.

Lors de la seconde, on bloque le transistor. La diode devient passante. Cette phase dure de αT à T.

2-1-3. Formes d'ondes.

A la fermeture de l'interrupteur commande, on distingue deux cas :Le courant dans la charge est différent de zéro ou il est nul. Nous sommes amenés à distinguer deux cas : la **conduction continue** et la **conduction discontinue**.

- Dans le premier, le courant de sortie est suffisamment fort et le courant dans l'inductance ne s'annule jamais, même avec l'ondulation due au découpage.
- Dans le second, le courant de sortie moyen est bien entendu positif, mais, en raison de sa faible valeur moyenne, l'ondulation du courant dans l'inductance peut amener ce dernier à s'annuler. Or, les interrupteurs étant unidirectionnels, le courant ne peut changer de signe et reste à 0.
- le cas intermédiaire correspondant au fait que le courant s'annule seulement en un point ; la conduction est dite discontinue.

2-1-4. Etude du fonctionnement en conduction continue

Hasnaoui Othman B.A ESSTT

Après un certain temps de fonctionnement, le régime permanent s'établit. Les grandeurs courant et tension deviennent périodiques de période $T=t_0+t_f$. Le courant est régi par l'équation différentielle suivante :

$$Ri_c + L\frac{di_c}{dt} + E_c = \begin{cases} E & pendant \ t_f \\ 0 & pendant \ t_0 \end{cases}$$

a- Etude en valeurs moyennes

La tension moyenne aux bornes de la charge sur une période est :

$$v_{cmoy} = \frac{1}{T} \int_{0}^{T} v_{c} dt = \frac{1}{T} \int_{0}^{t_{f}} E dt = \frac{t_{f}}{T} E = \alpha E$$

En outre cette tension s'exprime par :

$$v_c = Ri_c + L\frac{di_c}{dt} + E_c$$

Comme la tension moyenne aux bornes de l'inductance est nulle, la valeur moyenne se ramène à :

$$v_{cmoy} = Ri_{cmoy} + E_c$$

Si on pose $au=rac{L}{R}$ (la constante du temps), $a=rac{E_c}{E}$ et $I_k=rac{E}{R}$, on obtient alors :

$$\frac{v_{cmoy}}{F} = \alpha$$

$$\frac{i_{cmoy}}{I_k} = \alpha - a$$

Ces relations font apparaître la possibilité de réglage de la tension moyenne et le courant moyen par l'intermédiaire du rapport cyclique α .

Les formes d'ondes données par la figure suivante supposent que les composants sont tous parfaits.

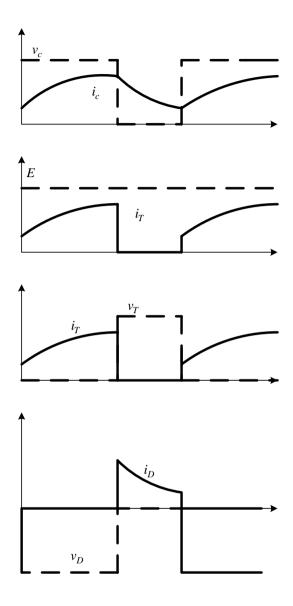


Figure (5-5) : Allure de la tension et du courant de charge, de la source, de l'interrupteur et de la diode

b- Etude en valeurs instantanées

On prend l'origine des temps l'instant initial de chaque alternance.

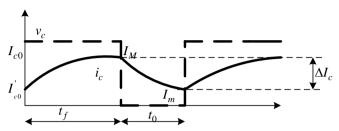


Figure (5-6): Courant et tension de la charge

Pendant t_f , on a : $v_c = Ri_c + L\frac{di_c}{dt} + E_c$. Le courant est régi par :

$$i_c = (I_m - \frac{E - E_c}{R})e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{E - E_c}{R}$$

Pendant t_0 , on a : $0 = Ri_c + L\frac{di_c}{dt} + E_c$. Le courant est régi par :

$$i_c = (I_M + \frac{E_c}{R})e^{-\frac{t}{\tau}} - \frac{E_c}{R}$$

L'ondulation du courant est la différence des valeurs instantanées maximale I_{c0} et minimale $I_{c0}^{'}$.

$$I_{c0} = i_c(t_f) = I_{c0}^{'} e^{-\frac{t_f}{\tau}} + \frac{E - E_c}{R} (1 - e^{-\frac{t_f}{\tau}})$$

$$I_{c0}^{'} = i_c(t_0) = I_{c0} e^{-\frac{t_0}{\tau}} - \frac{E_c}{R} (1 - e^{-\frac{t_0}{\tau}})$$

Soit en grandeurs réduites :

$$\frac{I_{c0}}{I_k} = \left(-a + \frac{1 - e^{-\frac{t_f}{\tau}}}{1 - e^{-\frac{T}{\tau}}}\right)$$

$$\frac{I'_{c0}}{I_k} = \frac{e^{-\frac{t_0}{\tau}} - e^{-\frac{T}{\tau}}}{1 - e^{-\frac{T}{\tau}}} - a$$

L'ondulation du courant est :

$$\frac{\Delta I_c}{I_k} = \frac{(1 - e^{-\frac{\alpha T}{\tau}})(1 - e^{-\frac{(1 - \alpha)T}{\tau}})}{1 - e^{-\frac{T}{\tau}}}$$

Pour varier la tension moyenne, il faut varier le rapport cyclique ; ce qui amène à deux procédés de réglage :

- Réglage à t_f constant et T variable,
- Réglage à T constant et t_f variable.

1- Réglage à t_f constant et T variable,

Si
$$\frac{t_f}{\tau} = \frac{T}{\tau}$$
 alors $\frac{\Delta I_c}{I_b} = 0$,

Si
$$\frac{T}{\tau} \to \infty$$
 alors $\frac{\Delta I_c}{I_k} = 1 - e^{-\frac{t_f}{\tau}}$,

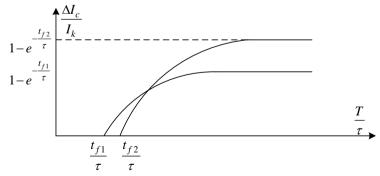


Figure (5-7): Variation de l'ondulation du courant

Remarque:

- L'ondulation du courant est pratiquement constante pour les faibles fréquences,
- L'ondulation est d'autant plus faible que le temps de conduction sera plus petit,

2- Réglage à T constant et t_f variable,

Pour $T \ll \tau$, l'ondulation du courant se ramène à :

$$\frac{\Delta I_c}{I_k} = \alpha (1 - \alpha) \frac{T}{\tau}$$

Le maximum de l'ondulation est obtenu pour $\dfrac{\partial (\dfrac{\Delta I_c}{I_k})}{\partial \alpha}$ = 1 - 2 α = 0. Soit pour

$$\alpha=0.5$$
 . L'ondulation maximale vaut alors : $(\frac{\Delta I_c}{I_k})_{\rm max} \simeq \frac{T}{4\tau}$.

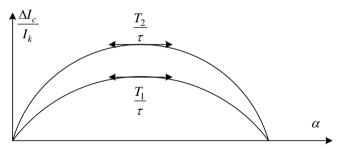


Figure (5-8): Variation de l'ondulation du courant

1.1.5. Etude du fonctionnement en conduction discontinue

Le temps t_e nécessaire pour que pendant l'intervalle de roue libre l'inductance restitue toute l'énergie emmagasinée est plus faible que le temps d'ouverture t_0 . On définit ainsi le rapport cyclique en conduction α_c .

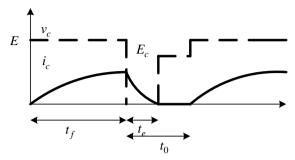


Figure (5-9): Tension et courant en conduction discontinue

$$\alpha_c = \frac{t_f + t_e}{T}$$

La tension moyenne devient :

$$\frac{v_{cmoy}}{F} = \alpha + a(1 - \alpha_c)$$

Le rapport cyclique en conduction est déterminé en annulant le courant

$$I_{c0}^{'} = 0 = I_{c0}e^{-\frac{t_e}{\tau}} - \frac{E_c}{R}(1 - e^{-\frac{t_e}{\tau}})$$

$$\alpha_c = \frac{T}{\tau} \log(1 + \frac{e^{\frac{\alpha T}{\tau}} - 1}{a})$$

2-2. Hacheur survolteur (ou parallèle).

Dans ce hacheur, la tension moyenne de sortie est supérieure à la tension d'entrée, d'où son nom. Cette structure demande un interrupteur commandé à l'amorçage et au blocage (bipolaire, MOS, IGBT...) et une diode (amorçage et blocage spontanés).

2-2-1. Schéma de principe.

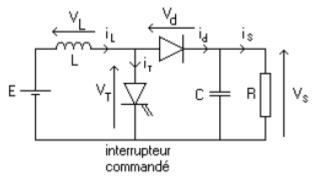


Figure (5-10): Hacheur parallèle

L'inductance permet de lisser le courant appelé sur la source. La capacité C permet de limiter l'ondulation de tension en sortie.

2-2-2. Fonctionnement.

Lors de la première partie du cycle de fonctionnement, de 00 à αT , l'interrupteur commandé est fermé (passant). Cette fois, la source et la charge ne sont pas en contact durant cette phase. La diode est alors bloquée.

Lors de la seconde partie du cycle, de αT à T, on ouvre l'interrupteur commandé et la diode devient passante. C'est alors que la source et la charge sont reliées.

3. Hacheurs réversibles.

Les structures que nous venons de voir ne sont réversibles, ni en tension, ni en courant. L'énergie va donc toujours de la source vers la charge. Il est possible de modifier ces dispositifs pour inverser le sens de parcours de l'énergie. Ainsi, une source peut devenir une charge et inversement. Ce type de comportement se rencontre usuellement dans les systèmes électriques. Ainsi, un moteur en sortie d'un hacheur représente une charge. Cependant, si on veut réaliser un freinage, le moteur va devenir génératrice, ce qui va entraîner un renvoi d'énergie à la source (plus astucieux qu'un simple freinage mécanique).

3-1. Hacheur série réversible en courant.

Dans ce système, le changement du sens de parcours de l'énergie est lié au changement de signe du courant alors que la tension reste de signe constant.

3-1-1. Interrupteur réversible en courant.

Cette fois, l'interrupteur est formé de deux composants. Le premier est un composant commandé à l'amorçage et au blocage (transistor, IGBT, GTO...), alors que le second est une diode. Ils sont montés en anti-parallèle.

Cette fois, le courant dans l'interrupteur peut être positif ou négatif. Il n'y aura plus de phénomène de conduction discontinue, dû à l'impossibilité, pour le courant, de changer de signe. Simplement, suivant le sens du courant, l'un ou l'autre des composants assurera la conduction.

3-1-2. Structure du hacheur série réversible en courant.

Nous allons reprendre la structure du hacheur série classique par des interrupteurs réversibles en courant. Nous avons modifié la charge (inutile de demander à une résistance de se transformer en génératrice...) en prenant une machine à courant continu, qui peut, sous tension constante, fonctionner en génératrice ou en moteur.

3-1-3. Fonctionnement du hacheur réversible en courant.

Tant que le courant dans l'inductance est positif, T_1 et D_2 assurent le fonctionnement du hacheur en conduisant à tour de rôle comme nous l'avons expliqué précédemment. Si i_L vient à s'annuler puis changer de signe, alors, dès que l'on détecte le passage par 0, on lance la commande de T_2 . C'est alors T_2 et D_1 qui assurent à tour de rôle la conduction.

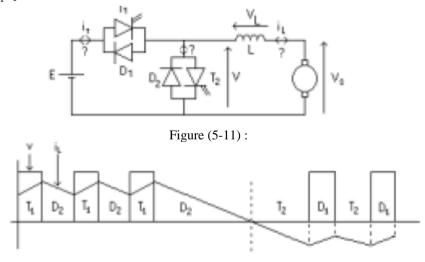


Figure (5-12):

3-2. Hacheur réversible en tension.

La tension appliquée à la charge peut prendre les valeurs +E ou -E, ce qui permet, suivant la valeur du rapport cyclique de donner une valeur moyenne de tension de sortie positive ou négative. En revanche, le courant doit rester de signe constant dans la charge, car les interrupteurs ne sont pas réversibles.

3-2-1. Structure.

La charge est formée par une machine à courant continu en série avec une inductance, destinée à limiter l'ondulation de courant dans la machine. La machine fonctionne sous un courant toujours de même signe.

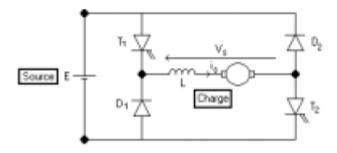


Figure (5-13):

3-2-2. Fonctionnement.

Lors de la première phase de fonctionnement, dans l'intervalle de temps $\left[0,\alpha T\right]$ les deux interrupteurs commandés T_1 et T_2 sont fermés et les diodes D_1 et D_2 ouvertes. La charge est sous tension +E. Lors de la seconde phase de fonctionnement, sur l'intervalle de temps $\left[\alpha T,T\right]$, les interrupteurs commandés sont ouverts et les diodes passantes. La charge est sous tension -E

3-2-3. Tension de sortie.

La forme de la tension de sortie est donc la suivante

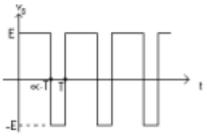


Figure (5-14):

3.3. Hacheur réversible en tension et en courant.

On reprend la structure du hacheur réversible en tension que nous venons de donner en remplaçant les interrupteurs par des interrupteurs réversibles en courant. Dans ce cas, le courant dans la charge peut changer de signe. Comme pour le hacheur simplement réversible en courant, ce sera la diode ou le transistor qui sera passant, suivant le signe du courant dans l'interrupteur. On obtient donc la structure suivante:

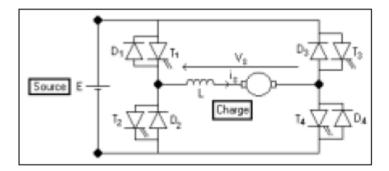


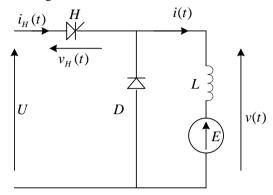
Figure (5-15):

Cette fois, le tension moyenne de sortie et le courant moyen de sortie peuvent être positifs ou négatifs. Source et charge peuvent avoir leurs rôles inversés suivant le signe de ces grandeurs.

4- Travaux dirigés

Exercice N°1

Dans le montage de la figure suivante :



- U est une tension continu constante.
- ${\cal H}$ est un élément unidirectionnel commandé dont le fonctionnement est caractérisé par :
- * $i_H(t) = 0$ en absence de la commande
- * $i_H(t) > 0$ en présence de la commande
- En fonctionnement périodique de période T, H est commandé à la fermeture pour $0 \le t \le \alpha T$ et n'est pas commandé : $\alpha T \le t \le T$. $0 \le \alpha \le 1$. α , le rapport cyclique, est réglé par la commande.
- D est une diode idéale.
- La charge est constituée par l'induit d'une machine à courant continu, compensée, à excitation séparée constante, de sorte que la fem peut s'écrire $E = k\Omega$, E étant exprimée en volts, Ω en radians par seconde.

La résistance de l'induit est négligée ; La vitesse reste invariable pendant la période T du hacheur.

La machine, alimentée sous tension continue a été essayée en moteur sous la tension nominale de 150V, à la vitesse nominale, de $1500 \, tr / mn$. L'intensité du courant appelé par l'induit est :

- à vide : $I_0 = 1.5A$,
- en charge : $I_n = 10A$
- T_0 , T_e et T_u désignent respectivement les moments du couple à vide, du couple électromagnétique, du couple utile.
- I- Etude du moteur
- I-1. Calculer la constante k,

- I-2. A la vitesse 1500 tr / mn calculer T_0 puis T_e et T_u à charge nominale
- I-3. On admet que les pertes à vide sont proportionnelles à la vitesse de rotation. Déduire T_0 pour tout Ω .
- II- Fonctionnement en alimentation découplée. Conduction continue. Le moteur fonctionne à T_{e} constant, à vitesse établie.
- II-1. Exprimer I_{moy} , $(L\frac{di}{dt})moy$ puis V_{moy} . Représenter sur un même graphique

l'allure de i(t) et v(t). En déduire E en fonction de U et α .

Application numérique : U = 200V . Calculer α pour obtenir des vitesses de $1000 \, tr \, / \, mn \, \text{et} \, 1500 \, tr \, / \, mn$.

- II-2. Ecrire l'équation différentielle à laquelle satisfait i(t) pour $0 \le t \le \alpha T$. En déduire l'expression de i(t). On posera $i(0) = I_m$.
- II-3. Mêmes questions pour $\alpha T \le t \le T$. On posera $i(\alpha T) = I_M$.
- II-4. Calculer $\Delta i = I_M I_m$ en fonction de U, α , L et T. Montrer que pour U,
- L et T fixés, Δi passe par un maximum pour une valeur de α qu'on précisera.
- II-5. Application numérique : U = 200V, f = 1kHz. Calculer L pour $\Delta i = 4A$.
- II-6. Représenter i(t) à 1500 tr/mn pour le couple $T_e = 4.8 Nm$ et pour les valeurs de U, L et f précédentes.
- III- Le moteur est à vide. On a toujours U = 200V, f = 1kHz et on prend L = 12.5mH
- III-1. Le moteur tourne à la vitesse de 1500 tr/mn. Montrer en comparant Δi à I₀ que ce fonctionnement est à la limite de la conduction continue. Représenter i(t).
- III-2. La vitesse reste comprise entre 500tr/mn et 1500tr/mn.
- III-2-1. Montrer que la conduction n'est plus continue. Représenter l'allure de v(t), i(t) en notant to l'instant où i(t) s'annule ($\alpha'T \le to \le T$. α' nouveau rapport cyclique).
- III-2-2. Montrer que V_{mov} reste égal E. Montrer que le maintien de la vitesse oblige à choisir $\alpha' = \alpha \frac{to}{T}$ (α rapport cyclique donnant la même vitesse en conduction continue).

Exercice N°2.

On se propose d'étudier une machine à courant continu alimentée par un hacheur à partir d'un réseau continu fixe. La charge entraînée présente un couple constant

quelque soit la vitesse. Le montage, figure 1, représente la machine à courant continu alimenté par un hacheur où :

- U_R est une tension continue constante $U_R = 200V$,
- L'inductance L représente l'inductance globale de l'induit de la machine et de l'inductance de lissage sans pertes L = 11.8mH,
- La fem E représente la fem développée par l'induit. Dans les conditions de fonctionnement, on a toujours : $0 \prec E \prec U_R$,
- T_1 et T_2 sont deux transistors de puissance jouant le rôle d'interrupteur unidirectionnels commandés à la fermeture et à l'ouverture par des tensions base-émetteur, v_{be} : pour $v_{be} \succ 0$ le transistor considéré est saturé et pour $v_{be} \prec 0$ le transistor est bloqué. Les temps de commutation et l'influence des circuits d'aide à la commutation sont négligés.
- La chute de tension aux bornes d'un interrupteur passant est nulle.
- I- On commande périodiquement T_1 (fig2). T_2 est maintenu bloqué ($v_{be2} \prec 0$). La conduction est continue ($i(t) \succ 0$).
- I-1. Montrer que seul T_1 et D_2 participent au fonctionnement en régime établi et faire les schéma utiles pour cette étude, respectivement pour $0 \le t \le \alpha T$ et pour $\alpha T \le t \le T$.
- I-2. Ecrire les équations différentielles vérifiées par le courant i(t) durant chaque séquence.
- I-3. En déduire l'expression de i(t) pendant chaque séquence, en appelant I_m et I_M les valeurs extrêmes de i(t). On pourra poser $t' = t \alpha T$.
- I-4. Montrer que $\Delta I = I_{\scriptscriptstyle M} I_{\scriptscriptstyle m} = \alpha \frac{U_{\scriptscriptstyle R} E}{L f}$ et $E = \alpha U_{\scriptscriptstyle R}$; f fréquence du signal

 V_{be1} .

I-5. Application numérique:

En régime établi, le hacheur fonctionne à ondulation de courant ΔI constante et à fréquence et rapport cyclique variables (commande par fourchette de courant), $\Delta I = 1A$. Calculer pour n = 1200tr/mn, les valeurs de α et f. Représenter i(t) si sa valeur moyenne I_{moy} vaut 15A puis déterminer la fréquence maximale de fonctionnement f_M (on précisera la valeur correspondante de α).

- II- On commande périodiquement T_2 (DR-01). T_1 est bloqué, $v_{be1} \prec 0$. La conduction est continue ($i \prec 0$).
- II-1. En régime établi seul T_2 et D_1 interviennent. En déduire les schémas utiles pour $0 \le t \le \alpha T$ et $\alpha T \le t \le T$.

II-2. Représenter l'allure de v(t) sur la feuille jointe. Ecrire la relation liant v(t) ,

$$i(t)$$
 et E . En déduire que l'on a : $U_R = \frac{E}{1-\alpha}$.

II-3. En écrivant les équations différentielles vérifiées par le courant i(t). Donner l'allure de i(t). En déduire que l'ondulation du courant s'écrit : $\Delta I = U_R \alpha \frac{1-\alpha}{Lf}$.

On notera I_0 et I_1 les valeurs de i(t) à t = 0 et $t = \alpha T$.

II-4. Pour n = 1200 tr/mn, $\left| \mathbf{I}_{\text{moy}} \right| = 30 A$ et f = 4 kHz, calculer α , ΔI , I_0 et I_1 . Calculer la puissance mise en jeu au niveau du réseau (U_R, i_R) en précisant le sens de transfert. Quel est le type de réversibilité de ce montage ?

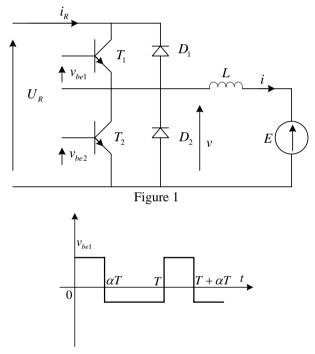


Figure 2

Exercice N°3.

On se propose d'étudier les montages convertisseurs continu-continu à transistors.

I- CONVERTISSEUR SERIE.

.....

L'interrupteur K (transistor) est fermé de 0 à θ et ouvert de θ à T, la charge est un dipôle passif type R-L avec $\frac{L}{R} \gg T$

- I-1. Expliquer le rôle du condensateur ${\cal C}$. Pourquoi la diode ${\cal D}$ est-elle indispensable ?
- I-2. En supposant le régime permanent atteint et la conduction continue dans la charge, préciser les intervalles de conduction du transistor et de la diode. Représenter l'allure de i_2 , i_K , v_2 en fonction du temps pour $\alpha=0.5$.
- I-3. Démontrer que $V_{2moy} = \alpha V_1$ et $I_{2moy} = \alpha \frac{V_1}{R}$

II- CONVERTISSEUR PARALLELE (figure 2)

II-1. Débit sur une résistance. $\frac{L}{R} \gg T$, K fermé et ouvert avec le rapport cyclique α . Préciser les intervalles de conduction, représenter i_1 , i_2 , i_K , v_2 en fonction du temps pour $\alpha = 0.5$.

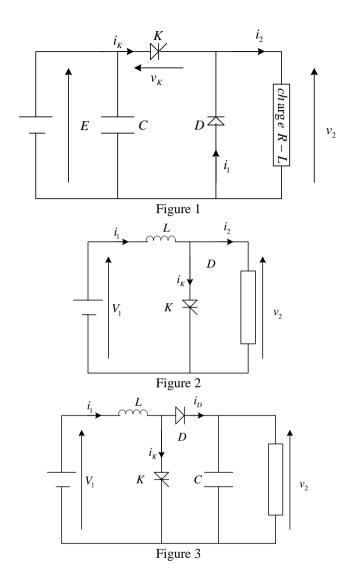
Démontrer que (pour L très importante) :

En supposant $i_1 = I_1$ constant

- Montrer que $I_{2moy} = (1 \alpha)I_1$
- Montrer que $V_{2moy} = \frac{V_1}{1-\alpha}$
- Montrer que la puissance dissipée dans la résistance R peut s'écrire $P = \frac{V_1^2}{R(1-\alpha)}$ et que la résistance R' vue par la source V_1 peut s'écrire $R' = R(1-\alpha)$,
- Quel est l'intérêt de ce dispositif ?
- II-2. Hacheur élévateur : débit sur R-C (Figure 4).
- II-2-1. Justifier le choix de C pour que la tension V_2 puisse être considérée comme constante. Quelle est l'importance de l'adjonction de ce condensateur ? II-2-2. En conduction continue dans la source donner l'allure de i_k , i_D , i_1 , v_k

fonction du temps pour $\alpha = 0.5$. On précisera les intervalles de conduction de D et K.

En supposant $v_2 = V_2$ constante, montrer que $V_2 = \frac{V_1}{1-\alpha}$ et $I_{1moy} = \frac{I_2}{1-\alpha}$



Exercice N°4.

Une machine à courant continu est alimentée par un variateur quatre quadrants, figure 1.

.....

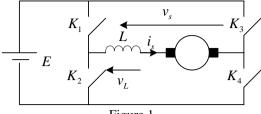


Figure 1

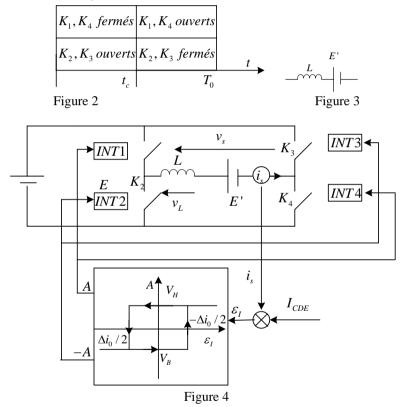
- I- La source E, les interrupteurs K_1 à K_4 sont parfaits. Dans un premier temps, on suppose qu'ils sont commandés à fréquence fixe f_0 et temps de conduction variable t_c , figure 2. On appelle rapport cyclique α le produit $t_c f_0$.
- I-1. Compte tenu de cette stratégie de commande, représenter la tension v_s délivrée par le variateur sur une période de fonctionnement T_0 . En déduire l'expression de V_s , valeur moyenne de v_s en fonction de α et E.
- I-2. La machine est supposée parfaite, la charge vue par le variateur est représentée par la figure 3 où E' est la fcem du moteur.
- Que peut-on dire de V_s et E', en régime établi ?
- Représenter $v_L(t)$, tension instantanée aux bornes de L. En déduire que l'expression de ΔI_s , ondulation crête à crête du courant i_s est :

$$\Delta I_s = \alpha (1 - \alpha) \frac{2ET_0}{I}$$

Quelle est sa valeur maximale ΔI_{sM} ? Représenter graphiquement ΔI_s en fonction de α .

- Calculer L pour obtenir $\Delta I_{sM} = 1A$, sachant que E = 40V et $f_0 = 10kHz$.
- II- On désire maintenant introduire un mode de commande particulier des interrupteurs, dit « contrôle en fourchette de courant », dont le principe est basé sur l'utilisation de l'ondulation du courant. Le schéma correspondant est celui de la figure 4. Un capteur de courant parfait donne l'image de i_s . L'écart ε_1 entre une grandeur de consigne, I_{CDE} , et i_s , commande un comparateur à hystérisis dont les caractéristiques sont indiquées figure 4. Les sorties A et A inversée commandent les interrupteurs. Les modules INT1 à INT4 (interface entre la commande et les interrupteurs) sont tel que, si $v_{in} = V_B$, K_n est ouvert, si $v_{in} = V_H$, K_n est fermé.
- II-1. Les évolutions du courant ont même forme que précédemment, pour chaque état de la tension de sortie. En supposant que le système est en régime permanent et que à l'origine des temps $i_s = I_{CDE} \Delta I_0 / 2 \succ 0$ et $A = V_H$, représenter qualitativement $i_s(t)$, $\mathcal{E}_1(t)$, A(t) et $v_s(t)$. Quel est l'intérêt d'un tel mode de commande ? Quelle est la relation liant I_s , valeur de i_s , à I_{CDE} ?

II-2. Dans ce mode, la fréquence de coupage f_1 est variable et dépend du point de fonctionnement. Cependant, il est toujours possible de définir α , rapport entre la durée de conduction de K_1 , K_4 et la nouvelle période de conduction T_1 . Sachant que maintenant Δi_s qui est constant et égal à Δi_0 , déduire des expression de V_s et de Δi_s calculées dans I, l'expression de f_1 en fonction de V_s . Quelle la fréquence maximale f_{1M} , pour E=40V, $\Delta i_0=1A$, L=2mH? Représenter graphiquement f_1 en fonction de V_s .



ESSTT 2005/2006

Classe: 1er MSTGE

Epreuve : Electronique de Puissance

Durée : 2 heures Session : principale

EXAMEN D'ELECTRONIQUE DE PUISSANCE

Exercice $N^{\circ}1$: (4 points)

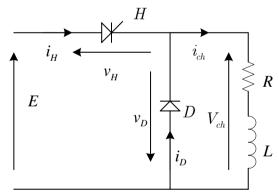
- 1- Donner le schéma de principe du circuit de puissance d'un montage gradateur monophasé sur charge «R-L».
- 2- Analyser le fonctionnement du convertisseur à thyristors sur une période T et donner l'expression et l'allure du courant dans la charge ainsi que la tension entre ces bornes dans le cas où les impulsions envoyées sur la gâchette des deux thyristors sont de courtes durées (brèves) .

On donne : ψ angle de retard à l'amorçage du thyristor égale à 30°. $R = 10\Omega$;

 $L = 100 \, mH$; $f = 50 \, Hz$

Exercice N°2: (16 points)

On désire alimenter une charge de type « R-L » par un hacheur dévolteur, alimenté par une source de tension continue E supposée parfaite, comme l'indique la figure suivante :



Les semi-conducteurs H et D sont des interrupteurs de puissance, supposés parfaits.

L'interrupteur H est commandé à la fermeture et à l'ouverture, par une carte de commande, comme suit :

* $1^{\text{ère}}$ phase ; pour $t \in [0, \alpha T]$ H est commandé.

* $2^{\text{ème}}$ phase; pour $t \in [\alpha T, T]$ est bloqué.

Sachant que:

T: est la période de fonctionnement du hacheur; $T = 10 \, kHz$

 α : est le rapport cyclique du hacheur; $\alpha = 0.4$

$$E = 100V$$
 ; $R = 1\Omega$; $L = 100 \, mH$

Le régime de fonctionnement est supposé continu.

- 1- Analyser le fonctionnement du hacheur durant une période de fonctionnement et déterminer l'expression instantanée de $i_{ch}(t)$ et $V_{ch}(t)$, respectivement courant et tension aux bornes de la charge, pendant chaque phase.
- 2- Donner les expressions de $I_{ch\, min}$ et $I_{ch\, max}$ respectivement valeur minimale et maximale du courant dans la charge.
- 3- Représenter alors l'allure de $i_{ch}(t)$ et $V_{ch}(t)$ et en déduire celle de :
- $i_H(t)$, courant dans l'interrupteur H.
- $v_H(t)$, tension aux bornes de l'interrupteur H.
- $i_D(t)$, courant dans la diode D.
- $v_D(t)$, tension aux bornes de la diode D.
- 4- Exprimer et calculer la tension moyenne v_{chmoy} aux bornes de la charge. En déduire l'expression et la valeur du courant moyen dans la charge i_{chmoy} .
- 5- Sachant que la constante de temps de la charge $\tau = \frac{L}{R}$ est très grande devant la période T; ($\tau \gg T$) et en faisant le développement limité au premier ordre de : $e^{-\frac{T}{\tau}}$ et $e^{-\frac{aT}{\tau}}$
- 6-1. Montrer que l'ondulation de courant $\Delta I_{ch}=I_{ch\,{\rm max}}-I_{ch\,{\rm min}}$ peut-être approchée par l'expression suivante :

$$\Delta I_{ch-appro} \approx \frac{ET\alpha(1-\alpha)}{L}$$

- 6-2. Etudier alors l'influence du rapport cyclique α sur l'ondulation du courant et déterminer pour quelle valeur de α , $\Delta I_{ch-appro}$ est maximum.
- 6-3. Représenter alors la courbe de variation de $\Delta I_{ch-appro} = f(\alpha)$
- 6-4. En déduire alors les expressions de I_{chmin} et I_{chmax} ; respectivement valeur minimale et maximale du courant dans la charge.

6

LES CONVERTISSEURS DC/AC : LES ONDULEURS AUTONOMES

1. Introduction

Les onduleurs sont les convertisseurs statiques continu-alternatif permettant de fabriquer une source de tension alternative à partir d'une source de tension continue.

Comme on l'a vu au chapitre 3, un redresseur commandé tout thyristors peut fonctionner en onduleur. Ce type d'onduleur est dit « non autonome » ou encore « assisté » car il ne permet de fixer ni la fréquence ni la valeur efficace des tensions du réseau alternatif dans lequel il débite. On se propose dans ce chapitre d'étudier les onduleurs autonomes. Ces derniers fixent eux-mêmes la fréquence et la valeur efficace de leur tension de sortie.

2. Principe général de fonctionnement

Pour réaliser un onduleur autonome, il suffit de disposer d'interrupteurs K et d'une source de tension continue E .

2-1. Onduleur monophasé à commande symétrique

2-1-1. Onduleur avec source à point milieu

Chaque interrupteur est formé d'un transistor et une diode en antiparallèle comme le montre la figure (6-1).

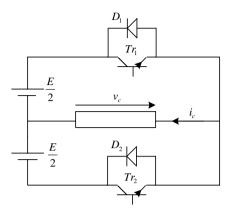


Figure (6-1): Onduleur monophasé à point milieu

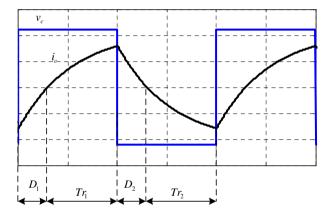


Figure (6-2): Allure de la tension et du courant de charge R-L

2-1-1. Onduleur en pont

L'onduleur en pont est formé de quatre interrupteurs montés en pont de Grëatz. Les commandes des interrupteurs K_1 et $K_1^{'}$ sont complémentaires : $K_1=\overline{K_1^{'}}$ et $K_2=\overline{K_2^{'}}$. Chaque interrupteur est formé d'un composant commandable et une diode en antiparallèle.

.....

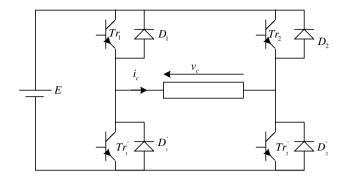


Figure (6-3): Onduleur en pont

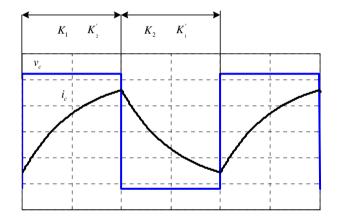


Figure (6-4) : Forme d'onde du courant et de la tension La tension efficace de l'onde de la tension est fixée par la tension continue d'alimentation.

$$V_{_{c}}^{2}=rac{1}{T}\int\limits_{0}^{T}v_{_{c}}^{2}dt=\!\!E^{2} \hspace{1.5cm}V_{_{c}}=E$$

2-1. Onduleur monophasé à commande décalée

Dans la commande symétrique, les interrupteurs K_1 et $K_2^{'}$ sont commandés ensemble. De même les interrupteurs K_2 et $K_1^{'}$ sont aussi commandés ensemble. En commande décalée les interrupteurs K_1 et $K_2^{'}$ sont commandés avec un angle

de décalage β . La figure (6-5) illustre la forme d'onde de la tension et les intervalles de conduction des interrupteurs.

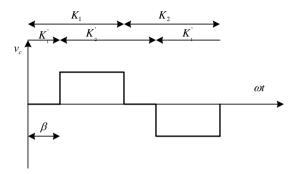


Figure (6-5): Forme d'onde de la tension et intervalle de conduction

Etude de la tension de charge

La tension efficace est gouvernée par l'angle de décalage β . En effet :

$$egin{align} V_{_c}^2 &= rac{1}{2\pi}\int\limits_0^{2\pi}v_{_c}^2d(\omega t) = rac{1}{\pi}\int\limits_{eta}^{\pi}E^2d(\omega t) = &E^2(rac{\pi-eta}{\pi}) \ V_{_c} &= E\sqrt{rac{\pi-eta}{\pi}} \ \end{split}$$

Si on prend comme origine le milieu de l'alternance positive, le développement en série de Fourier donne :

$$v_c = \frac{4}{\pi} E \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sin n (\frac{\pi - \beta}{2}) \cos n\omega t$$

La figure (6-6) fournit l'évolution de la tension efficace et des amplitudes du fondamental, de l'harmonique trois et de l'harmonique cinq.

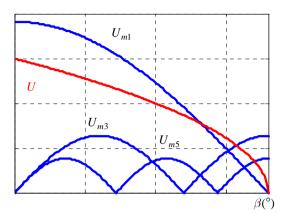


Figure (6-6) : Evolution du fondamental est des harmoniques trois et cinq en fonction de l'angle de décalage

Etude du courant

La charge est supposée inductive de résistance R et d'inductance L . Pour $\omega t=\theta=0$, le courant $i_{\!{}_c}=I_0<0$.

-
$$\theta \in [0, \beta]$$

$$0 = Ri_c + L\frac{di_c}{dt} \qquad \qquad i_c = I_0 e^{-\frac{\theta}{Q}}$$

avec
$$Q = \frac{L\omega}{R}$$

Pour
$$\omega t = \theta = \beta$$
 , $\, i_{\!\scriptscriptstyle\beta} = I_{\!\scriptscriptstyle 0} e^{-\frac{\beta}{Q}}$

-
$$\theta \in [\beta,\pi]$$

$$v_c = E = Ri_c + Lrac{di_c}{dt}$$
 $i_c = rac{E}{R} + (i_eta - rac{E}{R})e^{-rac{(heta - eta)}{Q}}$

Pour
$$\omega t=\theta=\pi$$
 , $\,i_{\rm max}=\frac{E}{R}+(i_{\beta}-\frac{E}{R})e^{-\frac{(\pi-\beta)}{Q}}$

-
$$\theta \in [\pi, \pi + \beta]$$

$$0=Ri_c+Lrac{di_c}{dt}$$
 $i_c=-I_0e^{-rac{(heta-\pi)}{Q}}$

$$-\theta \in [\pi + \beta, 2\pi]$$

$$v_c = -E = Ri_c + L\frac{di_c}{dt} \qquad i_c = -\frac{E}{R} - (i_\beta - \frac{E}{R})e^{-\frac{(\theta - \pi - \beta)}{Q}}$$

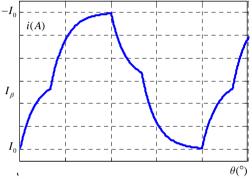


Figure (6-7): Allure du courant de charge

2-3 Onduleur triphasé

La figure (6-8) donne le schéma de principe d'un ensemble onduleur moteur asynchrone. L'onduleur est alimenté par une source de tension continue V_{DC} . Les interrupteurs d'un même bras de l'onduleur sont toujours complémentaires. Chaque interrupteur de puissance est en réalité réalisé par un transistor en antiparallèle avec une diode. Ces composants sont supposés idéaux.

Les interrupteurs de chaque bras de l'onduleur étant complémentaires ; il en est de même pour les signaux associés de commande. On peut donc écrire :

$$c_4 = 1 - c_1$$
 $c_5 = 1 - c_2$ $c_6 = 1 - c_3$

Les tensions simples du moteur sont notées $v_1(t)$, $v_2(t)$ et $v_3(t)$.

Les tensions composées du moteur sont notées $u_{12}(t)$, $u_{23}(t)$ et $u_{31}(t)$.

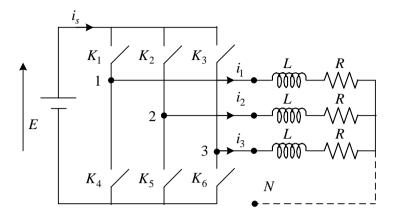


Figure (6-8): Onduleur triphasé

$$\begin{cases} v_{10} = (c_1 - c_4) \frac{V_{DC}}{2} = (2c_1 - 1) \frac{V_{DC}}{2} \\ v_{20} = (c_2 - c_5) \frac{V_{DC}}{2} = (2c_2 - 1) \frac{V_{DC}}{2} \\ v_{30} = (c_3 - c_6) \frac{V_{DC}}{2} = (2c_3 - 1) \frac{V_{DC}}{2} \end{cases}$$

Les tensions composées s'expriment alors par :

$$\begin{cases} u_{12} = v_{10} - v_{20} = (c_1 - c_2)V_{DC} \\ u_{23} = v_{20} - v_{30} = (c_2 - c_3)V_{DC} \\ u_{31} = v_{30} - v_{10} = (c_3 - c_1)V_{DC} \end{cases}$$

Le système de tension v_1 , v_2 et v_3 est équilibré; ce qui permet d'établir les expressions des tensions simples :

$$\begin{cases} v_1 = \frac{u_{12} - u_{31}}{3} \\ v_2 = v_1 - u_{12} = \frac{-2u_{12} - u_{31}}{3} \\ v_3 = v_1 + u_{31} = \frac{u_{12} + 2u_{31}}{3} \end{cases}$$

On tire finalement:

$$\begin{cases} v_1 = (2c_1 - c_2 - c_3) \frac{V_{DC}}{3} \\ v_2 = (2c_2 - c_1 - c_3) \frac{V_{DC}}{3} \\ v_3 = (2c_3 - c_1 - c_2) \frac{V_{DC}}{3} \end{cases}$$

Les tensions simples s'écrivent aussi sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} = \frac{V_{DC}}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{bmatrix}$$

La relation précédente montre qu'il existe huit combinaisons possibles de (c_1, c_2, c_3) . A partir de ces combinaisons, nous déterminons huit vecteurs tensions délivrées par l'onduleur dont six non nulles $(v_1, ..., v_6)$ et deux sont nuls (v_0, v_0, v_0) . La table (6-1) illustre les vecteurs tension en fonction de l'état des interrupteurs. La figure (6-11) représente les vecteurs espace tension délivrés par l'onduleur.

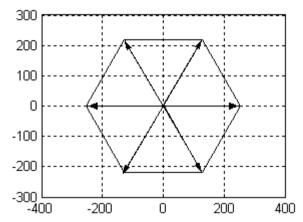


Figure (6-9): Hexagone des tensions de l'onduleur

$v_s = v_d + jv_q$	c_1	c_2	c_3	$\begin{array}{c c} - \\ v_k \\ - \end{array}$
0	0	0	0	\overline{v}_0
0	1	1	1	- V7
$\sqrt{\frac{2}{3}}V_{DC}\left(\frac{1}{2}+j\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$	1	1	0	$-{v_2}$
$\sqrt{\frac{2}{3}}V_{DC}\left(\frac{1}{2}-j\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$	1	0	1	- V ₆
$\sqrt{\frac{2}{3}}V_{DC}\left(-\frac{1}{2}+j\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$	0	1	0	- V ₃
$\sqrt{\frac{2}{3}}V_{DC}\left(-\frac{1}{2}-j\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$	0	0	1	- V ₅
$\sqrt{\frac{2}{3}}V_{DC}$	1	0	0	$-{v_1}$
$-\sqrt{\frac{2}{3}}V_{DC}$	0	1	1	_ V4

Table(6-1): combinaisons possibles

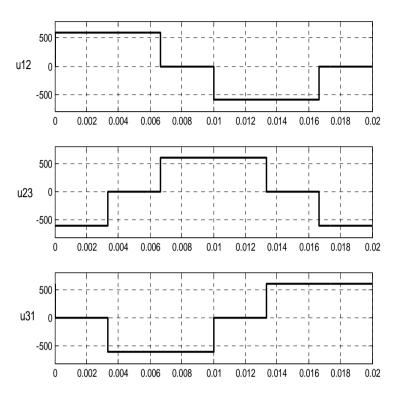


Figure (6-10): Les tensions composées

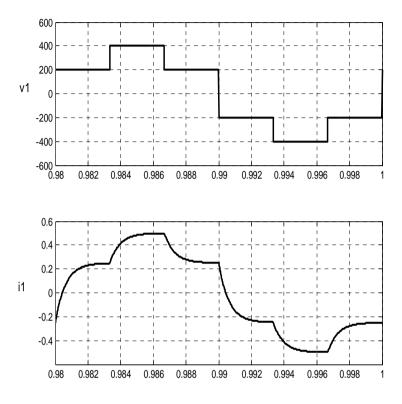
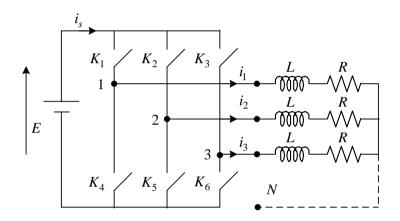


Figure (6-11): Tension simple et courant de charge (R-L)

3- Travaux dirigés

Exercice N°1

On se propose d'étudier le comportement d'un convertisseur DC/AC de fréquence f alimentant une charge triphasée montée en étoile ; chaque élément est constitué d'une résistance R en série avec une inductance L. Le schéma du circuit de puissance est donné par la figure 1. Chaque interrupteur est constitué d'un transistor et d'une diode supposés parfaits. La tension d'alimentation de l'onduleur est une tension continue constante E .



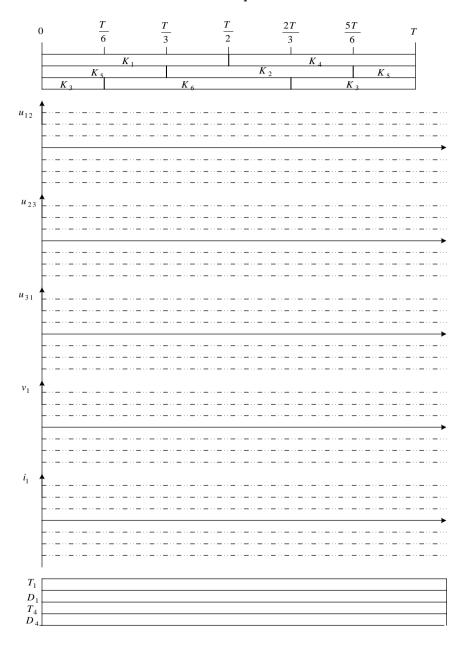
On donne : $R=800\Omega$, $L=0.5\,H\,$ et E=600V , $\omega=2\pi f=100\pi$

Les intervalles de conduction des interrupteurs sont indiqués pour une période de fonctionnement T à la feuille jointe du document réponse DR.

- $1^\circ)$ Analyser le fonctionnement sur une période de fonctionnement en déterminant les tensions composées $\,u_{12}$, $\,u_{23}\,$ et $\,u_{31}$. (3points)
- 2°) Représenter sur le document réponse DR, en indiquant les valeurs numériques, les tensions composées u_{12} , u_{23} et u_{31} . (1.5 points)
- 3°) En déduire les expressions des tensions simples entre une phase et le neutre v_1 , v_2 et v_3 sachant que $v_1+v_2+v_3=0$. (1.5 points)
- 4°) Représenter sur le même document la tension simple $v_{\scriptscriptstyle 1}$. (1.5 point)

- 5°) Etablir une relation entre la valeur efficace V de la tension simple $v_{\rm l}$ et E . (1.5 point)
- 6°) Déterminer le courant dans la charge i_1 et préciser ses valeurs pour les instants $\left[\frac{T}{6},\frac{T}{3},\frac{T}{2}\right]$ sachant sa valeur initiale est $I_0=-0.25\,A$. (4.5 points)
- 7°) En déduire les valeurs du courant i_1 pour les instants $\left[\frac{2T}{3},\frac{5T}{6},\,T\right]$. (1.5 points)
- 8°) Représenter sur le même document ${\it DR}$ l'allure du courant i_1 sur une période de fonctionnement T . (1 point)
- 9°) Spécifier les intervalles de conduction des interrupteurs $\,K_1\,$ et $\,K_4\,$. (2 points)
- 10°) On se limite au fondamental du courant i_1 et de la tension v_1 . Ces grandeurs sont exprimées par : $i_{1F}=0.5\sin(\omega t-0.1257)$ et $v_1=\frac{2E}{\pi}\sin(\omega t)$. Déterminer les puissances active et réactive dans la charge. (2 points).

Document Réponse DR



7

ANNEXES

Annexe A : Développement en série de Fourier.

Toute fonction f(t) périodique de période T peut être décomposée de la façon suivante :

$$f(t) = a_o + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t)]$$

$$\omega \text{ est la pulsation }; \ \omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

$$a_o = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(\theta) d\theta \quad \text{ avec } \theta = \omega t$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos(n\omega t) dt = \frac{2}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(\theta) \sin(n\theta) d\theta$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \sin(n\omega t) dt = \frac{2}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(\theta) \sin(n\theta) d\theta$$

Simplifications dues à certaines symétries :

1°) Si l'aire de l'alternance positive est égale à celle de l'alternance négative, la valeur moyenne est nulle et le terme a_o est nul. $a_o=0$.

2°) Si f(t) = f(-t), une symétrie par rapport au milieu de l'alternance, f(t) est une fonction paire. Les termes b_n sont nuls et le calcul des termes a_n se réduit à :

$$a_n = \frac{4}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} f(t) \cos(n\omega t) dt$$

3°) Si f(t) = -f(-t), une symétrie par rapport à l'origine, f(t) est une fonction impaire. Les termes a_n sont nuls et le calcul des termes b_n se réduit à :

$$b_n = \frac{4}{T} \int_{0}^{\frac{T}{2}} f(t) \sin(n\omega t) dt$$

4°) Si la fonction satisfait simultanément les deux conditions suivantes :

$$\begin{cases} f(t) = f(-t) \\ f(t) = -f(t + \frac{T}{2}) \end{cases}$$
 On a: $b_n = 0$ et $a_{2n} = 0$

Les termes a_{2n+1} se calculent par : $a_{2n+1} = \frac{8}{T} \int_{0}^{\frac{T}{4}} f(t) \cos((2n+1)\omega t) dt$

5°) Si la fonction satisfait simultanément les deux conditions suivantes :

$$\begin{cases} f(t) = -f(-t) \\ f(t) = -f(t + \frac{T}{2}) \end{cases}$$
 On a: $a_n = 0$ et $b_{2n} = 0$

Les termes b_{2n+1} se calculent par : $b_{2n+1} = \frac{8}{T} \int_{0}^{\frac{T}{4}} f(t) \sin((2n+1)\omega t) dt$

Annexe B: Equations différentielles du second ordre

On considère l'équation différentielle suivante :

$$a\frac{dx^2}{dt^2} + b\frac{dx}{dt} + cx = f(x,t)$$

La solution de cette équation est la somme d'une solution forcée x_f correspondant au régime permanent (solution particulière) et une solution libre x_ℓ correspondant au régime transitoire.

$$x = x_f + x_\ell$$
$$x_\ell = A_1 e^{r_1 t} + A_2 e^{r_2 t}$$

.....

 r_1 et r_2 sont solution de l'équation caractéristique :

$$ar^2 + br + c + 0$$

$$r_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$
 et $r_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$ avec $\Delta = b^2 - 4ac$

On pose : $\alpha = \frac{b}{2a}$ le coefficient d'amortissement et $\beta_0 = \sqrt{\frac{c}{a}}$ la pseudo pulsation de la solution.

$$r_1, r_2 = -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - \beta_0^2}$$

Trois cas sont à distinguer :

i) $\alpha \succ \beta_0$ régime apériodique amorti :

$$x = x_f + A_1 e^{r_1 t} + A_2 e^{r_2 t}$$

ii) $\alpha = \beta_0$ régime critique :

$$x = x_f + e^{-\alpha t} \left[A_1 + A_2 t \right]$$

iii) $\alpha \prec \beta_0$ régime pseudo périodique :

$$x = x_f + e^{-\alpha t} \left[A_1 \cos(\beta_0 t) + A_2 \sin(\beta_0 t) \right]$$

Les constantes A_1 et A_2 se déterminent à partir des conditions initiales.