Filtres passifs du 1er ordre

Exercice 1

1. $Av = \dfrac{R}{R+1/jC\omega}$ $\boxed{Av = \dfrac{jRC\omega}{1+jRC\omega}}$

2. D'après la fonction de transfert, on a un filtre passe haut du 1er ordre.

3. $Av = \dfrac{jRC\omega}{1+jRC\omega} = \dfrac{j\omega/\omega_0}{1+j\omega/\omega_0}$ Gm = 1

$\omega_0 = 1/RC = 2\pi fc$ $\boxed{fc = 1/2\pi RC}$

4. $C = 1/2\pi Rfc = 1/2\pi\,(627.10^3 \times 6{,}8.10^3)$ $\boxed{C = 37{,}33pF}$

$$|Av| = \frac{Us}{Ue} = \frac{\frac{\omega}{\omega_0}}{\sqrt{1+\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}}$$

$\omega / \omega_0 = 2\pi f / 2\pi fc = f / fc$

$$|Av| = \frac{Us}{Ue} = \frac{\frac{f}{fc}}{\sqrt{1+\left(\frac{f}{fc}\right)^2}}$$

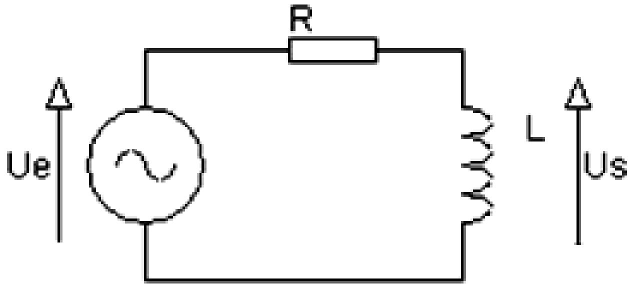
Pour f = fc,

$$\frac{Us}{Ue} = \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{f}{fc}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1+(1)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$Us = \dfrac{Ue}{\sqrt{2}} = \dfrac{2}{\sqrt{2}}$ $\boxed{Us = 1{,}4\ V}$

Exercice 2

1. Schéma d'un filtre RL passe-haut premier ordre



2. $Av = \frac{jL\omega}{R+jL\omega}$ $\boxed{Av = \frac{j\omega L/R}{1+j\omega L/R}}$

Av est une fonction de transfert d'un filtre RL passe-haut 1er ordre

3. $Av = \frac{j\omega L/R}{1+j\omega L/R} = \frac{j\omega/\omega_0}{1+j\omega/\omega_0}$ Gm = 1

$\omega_0 = R/L = 2\pi fc \quad \Rightarrow \quad L = R/2\pi fc$

$L = 10^4/2\pi \times 3{,}5.10^3$ $\boxed{L = 455mH}$

4. $|Av| = \frac{Us}{Ue} = \frac{\frac{\omega}{\omega_0}}{\sqrt{1+\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}}$

$\omega / \omega_0 = 2\pi f \ / \ 2\pi fc = f / fc$

$$|Av| = \frac{Us}{Ue} = \frac{\frac{f}{fc}}{\sqrt{1+\left(\frac{f}{fc}\right)^2}}$$

f / fc = 7khz / 3,5khz = 2

$\frac{Us}{Ue} = \frac{2}{\sqrt{1+(2)^2}} = \frac{2}{\sqrt{5}} \quad \Rightarrow \quad Ue = Us \times \sqrt{5}/2$

$Ue = 1{,}6V \times \sqrt{5}/2$ $\boxed{Ue = 1{,}79V}$

5. Diagrammes de Bode de la phase et de l'amplitude.

$$G = 20\log|Av| = 20\log\frac{\frac{\omega}{\omega_0}}{\sqrt{1+\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}} = 20\log\frac{\omega}{\omega_0} - 10\log\left(1 + (\omega/\omega_0)^2\right)$$

- $\omega / \omega_0 >> 1$: $G(dB) \approx 20\log \omega/\omega_0 - 20\log \omega/\omega_0 = 0$ **$G(dB) = 0$**

$G(dB) = 0$: équation d'une droite

Pour les hautes fréquences, la courbe du gain est assimilable à une droite $G = 0$.

- $\omega / \omega_0 << 1$: $G(dB) \approx 20\log\frac{\omega}{\omega_0} - 10\log 1$ **$G(dB) = 20\log\omega - 20\log\omega0$**

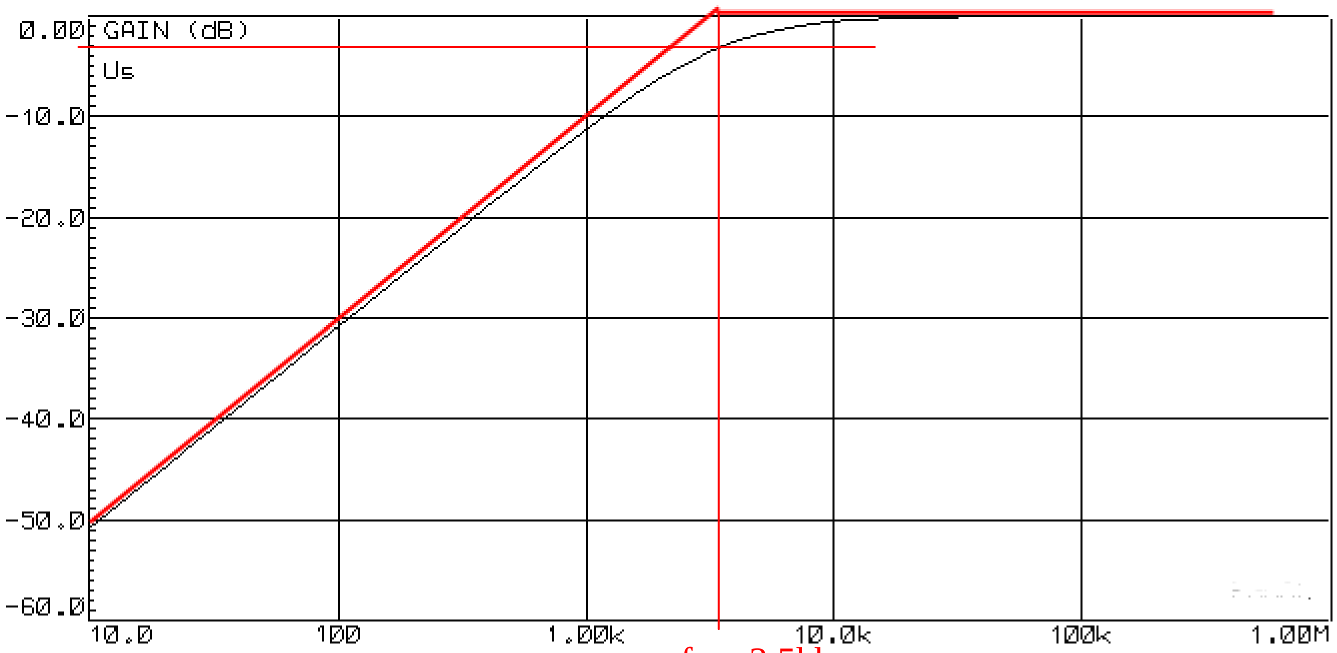
$G(dB) = 20\log\omega - 20\log\omega_0$: c'est une droite de la forme :

$y = ax + b$ avec : $y = G(dB)$, $a = 20$, $x = \log\omega$ et $b = -20\log\omega_0$

pour : $\omega = 10\omega_0$ $G(dB) \approx 20$, $\omega = 100\omega_0$ $G(dB) \approx 40$, $\omega = 1000\omega_0$ $G(dB) \approx 60$

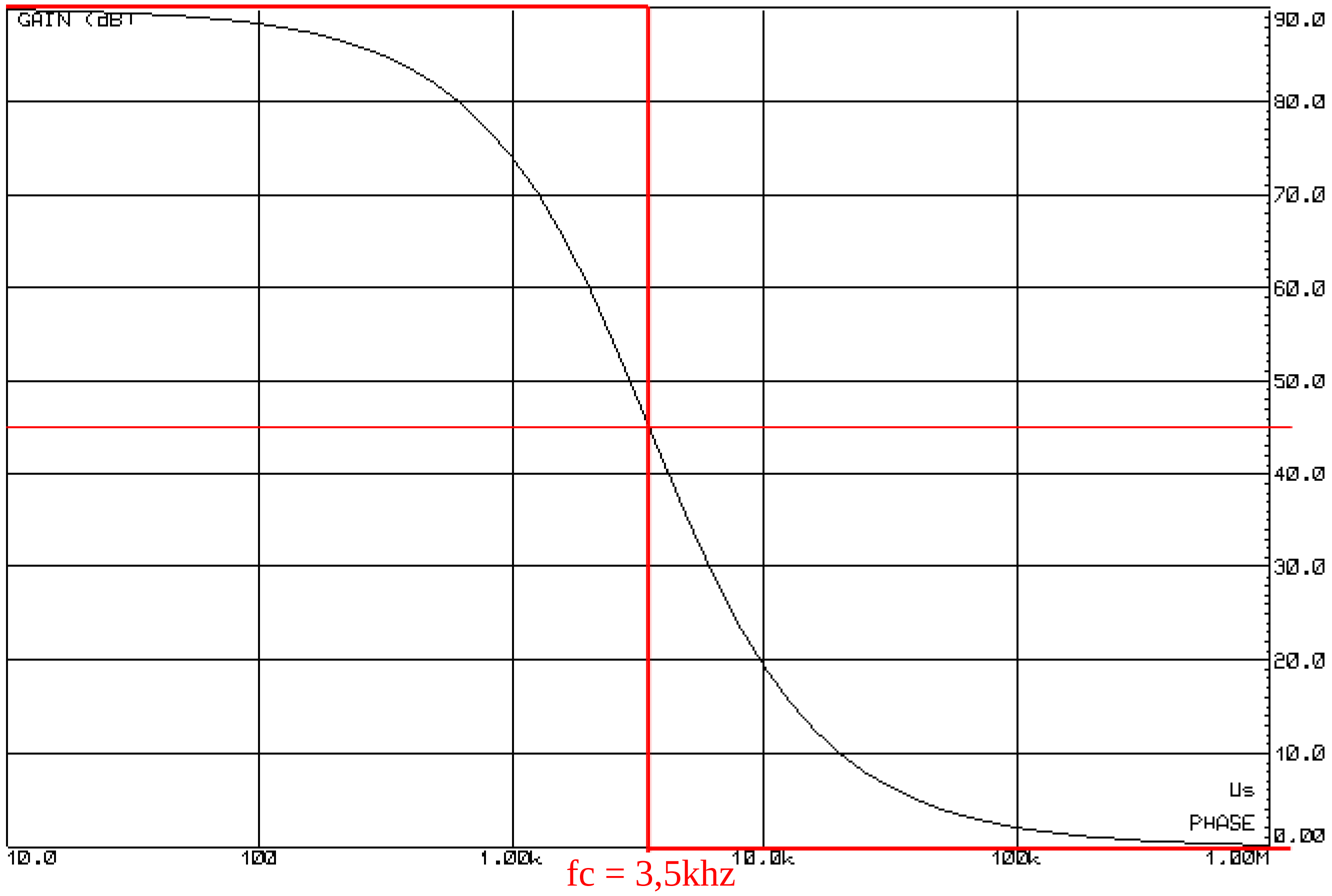
Pour les basses fréquences, la courbe du gain est assimilable à une droite de pente 20dB/décade.

Les 2 droites se coupent en ω_0 : $20\log\omega - 20\log\omega_0 = 0 \Rightarrow \omega = \omega_0$



$\varphi = 90° - \text{Arctg}\ \omega/\omega_0 = 90° - \text{Arctg}\ f/fc$

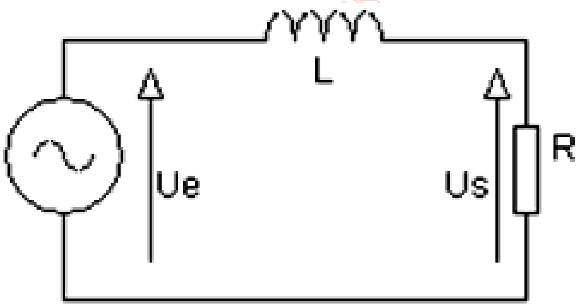
- $\omega / \omega_0 << 1$: $\varphi \approx 90° - \text{Arctg}0° = 90°$
- $\omega / \omega_0 >> 1$: $\varphi \approx 90° - \text{Arctg}\infty = 90° -90° = 0°$
- $\omega / \omega_0 = 1$: $\varphi = 90° - \text{Arctg}1 = 90° - 45° = 45°$



On voit qu'à la fréquence de coupure : GAIN (dB) = -3dB et la phase = 45°

Exercice 3

1. Schéma d'un filtre RL passe-bas 1er ordre



2. $Av = \frac{R}{R+jL\omega}$

$$\boxed{Av = \frac{1}{1+j\omega L/R}}$$

3. $Av = \frac{1}{1+\frac{j\omega L}{R}} = \frac{1}{1+j\frac{\omega}{\omega_0}}$ Gm = 1

$\omega_0 = R/L$

Av est bien une fonction de transfert d'un filtre passe-bas 1er ordre

$\omega_0 = R/L = 2\pi fc \quad \Rightarrow \quad L = R/2\pi fc$

$L = 820/2\pi \times 10^4$

$$\boxed{L = 13\ mH}$$

4. $|Av| = \frac{Us}{Ue} = \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}}$

$\omega / \omega_0 = 2\pi f \ / \ 2\pi fc = f / fc$

$|Av| = \frac{Us}{Ue} = \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{f}{fc}\right)^2}}$

$f / fc = 10kHz / 1kHz = 10$

$$\frac{Us}{Ue} = \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{f}{fc}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{1}{10}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1+0,01}}$$

$Ue = Us = 1,91V \times \frac{1}{\sqrt{1+0,01}}$

$$\boxed{Ue = 1,9V}$$

Exercice 4

1.

$$Av = \frac{1/jC\omega}{R + 1/jC\omega} = \frac{1}{1 + jRC\omega} = \frac{1}{1 + j\omega/\omega_0}$$

$$|Av| = \frac{1}{\sqrt{1+(\frac{\omega}{\omega_0})^2}} = \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{f}{fc}\right)^2}}$$

2. $\omega_0 = RC = 2\pi fc$ $\Rightarrow$ $fc = 1/2\pi RC = 7{,}96$ kHz (fréquence de coupure)

3. à la fréquence de coupure : f = fc

$$\frac{Us}{Ue} = \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{f}{fc}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1+(1)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$Us = \frac{10}{\sqrt{2}} = 7{,}07V$

$G(dB) = 20\log|Av| = 20\log\frac{1}{\sqrt{2}}$

G(dB) = - 3dB

$\varphi = -\text{Arctg}\ \omega/\omega_0 = -\text{Arctg}1$

φ = - 45°

4.

	f(Hz)	Us(V)	Av(dB)	φ (degré)
fc	7957,75	7,07	- 3,01	- 45,00
fc/10	795,77	9,95	- 0,04	- 5,71
fc/2	3978,87	8,94	- 0,97	- 26,57
2fc	15915,49	4,47	- 6,99	- 63,43
10fc	79577,47	1,00	- 20,04	- 84,29

5. Diagrammes de Bode de la phase et de l'amplitude.

$$G(dB) = 20\log|Av| = 20\log\frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}} = 20\log 1 - 10\log(1+(\omega/\omega_0)^2)$$

$$G(dB) = -10\log(1+(\omega/\omega_0)^2)$$

- $\omega/\omega_0 \ll 1$: $G(dB) \approx -10\log 1 = 0$ **G(dB) = 0**

G(dB) = 0 : équation d'une droite

Pour les basses fréquences, la courbe du gain est assimilable à une droite G(dB) = 0.

- $\omega / \omega_0 >> 1$: $G(dB) \approx -20 \log \dfrac{\omega}{\omega_0}$

$G(dB) = -20\log\omega + 20\log\omega0$

$G(dB) = -20 \log \omega + 20 \log \omega_0$: c'est une droite de la forme :

$y = ax + b$ avec : $y = G(dB)$, $a = -20$, $x = \log\omega$ et $b = 20\log\omega_0$

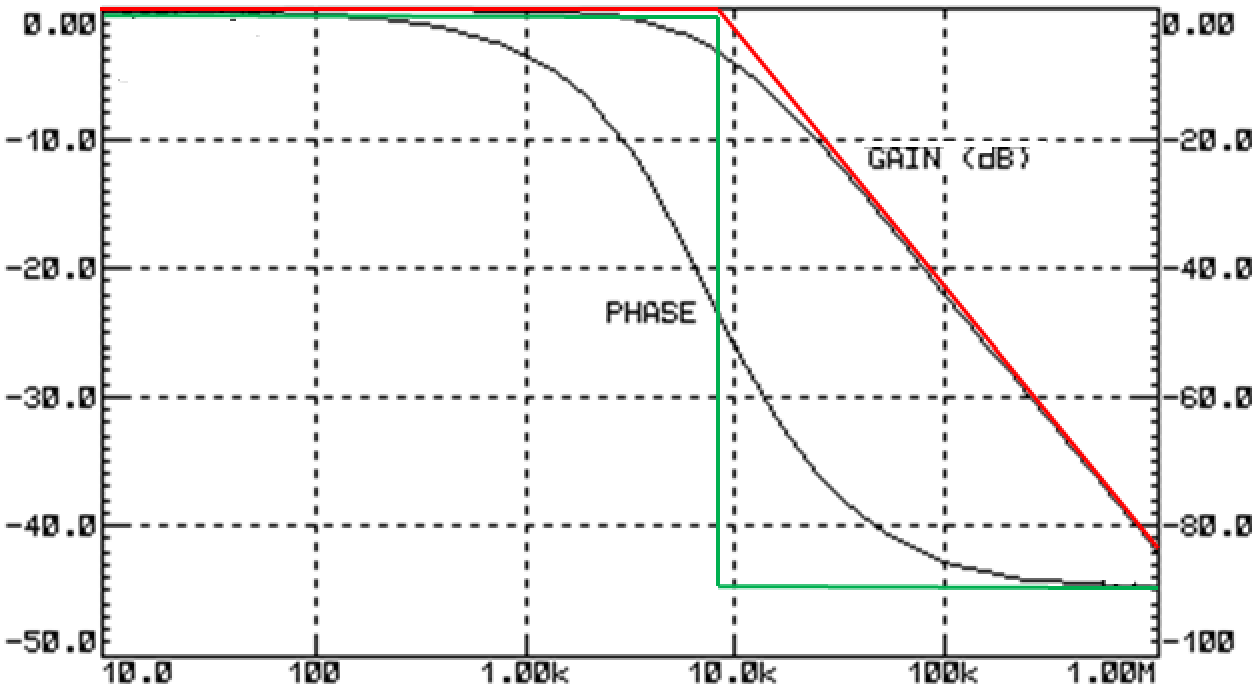
pour : $\omega = 10\omega_0$ $G(dB) \approx -20$, $\omega = 100\omega_0$ $G(dB) \approx -40$, $\omega = 1000\omega_0$ $G(dB) \approx -60$

Pour les hautes fréquences, la courbe du gain est assimilable à une droite de pente -20dB/décade.

Les 2 droites se coupent en $\omega0$: $-20\log \omega + 20\log \omega0 = 0 \Rightarrow \omega = \omega0$

$\varphi = -\text{Arctg}\ \omega/\omega_0 = -\text{Arctg}\ f/fc$

- $\omega / \omega_0 << 1$: $\varphi \approx -\text{Arctg}0° = 0°$
- $\omega / \omega_0 >> 1$: $\varphi \approx -\text{Arctg}\infty = -90°$
- $\omega / \omega_0 = 1$: $\varphi = -\text{Arctg}1 = -45°$



Exercice 5

1. $Av = \dfrac{R_2}{R_1 + R_2 + 1/jC\omega} = \dfrac{R_2}{R_1 + R_2} \times \dfrac{1}{1 + 1/jC\omega(R_1 + R_2)}$

$$\boxed{Av = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \times \frac{j\omega C(R_1 + R_2)}{1 + j\omega C(R_1 + R_2)}}$$

Av est une fonction de transfert d'un filtre RL passe-haut 1[er] ordre

2. $Av = \dfrac{R_2}{R_1 + R_2} \times \dfrac{j\omega C(R_1 + R_2)}{1 + j\omega C(R_1 + R_2)} = Gm \times \dfrac{j\omega/\omega_0}{1 + j\omega/\omega_0}$

3. $\omega_0 = 1/C(R_1 + R_2) = 2\pi fc$ $\boxed{fc = 1/2\pi C(R1 + R2)}$

4. $Gm = \dfrac{R_2}{R_1 + R_2}$ $\boxed{Gm = \dfrac{R_2}{R_1 + R_2}}$

5. $fc = 1 / (2\pi \times 10^{-9}F \times 20.10^3\Omega)$ $\boxed{fc = 7,96kHz}$

$Gm = 10 / (10 + 10)$ $\boxed{Gm = 0,5}$

6. $|Av| = \dfrac{Vo}{Vi} = Gm \dfrac{\frac{\omega}{\omega_0}}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}} = Gm \dfrac{\frac{f}{fc}}{\sqrt{1 + \left(\frac{f}{fc}\right)^2}}$

à f = fc $|Av| = \dfrac{1}{2\sqrt{2}}$

$G(dB) = 20\log|Av| = 20\log 1/2\sqrt{2}$ $\boxed{G(dB) = -9}$

$\varphi = 90° - \text{Arctg}\ \omega/\omega_0 = 90° - 45°$ $\boxed{\varphi = 45°}$