



Examen de la normale : Analyse II

PARCOURS : DUT GC 1.

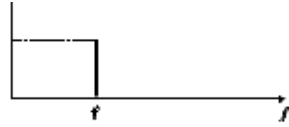
SESSION DE: Décembre 2019

Durée : 2h00

1. Un signal sinusoïdal a comme spectre :



a)



b)



c)

2. Dans le spectre d'un signal quelconque, la raie de la fréquence en zéro représente :

- a) La valeur efficace du signal b) la valeur moyenne du signal c) la valeur maximale du signal

3. Dans la série de Fourier, on calcule le module A_n et la phase φ_n par :

- a) $A_n = \sqrt{a_n^2 - b_n^2}$ et $\varphi_n = -\tan^{-1}\left(\frac{b_n}{a_n}\right)$ b) $A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}$ et $\varphi_n = -\tan^{-1}\left(\frac{a_n}{b_n}\right)$
c) $A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}$ et $\varphi_n = -\tan^{-1}\left(\frac{b_n}{a_n}\right)$

4. la série de Fourier d'un signal donne : $v(t) = 4 \sin(\omega_0 t) + 3 \cos(2\omega_0 t)$ donc :

- a) $a_n = 4, b_n = 3, a_0 = 0$ b) $a_n = 4, b_n = 3, a_0 = 4$ c) $a_n = 3, b_n = 4, a_0 = 0$

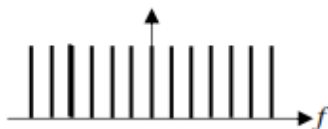
5. La fréquence du signal: $v(t) = 4 \sin(4000\pi t) + 3 \cos(6000\pi t)$

- a) 1000Hz b) 2000Hz c) 3000Hz

6. Energie d'un signal $v(t)$ quelconque est :

- a) la somme des énergies de la composante continue et des harmoniques
b) égale l'énergie uniquement des harmoniques
c) égale l'énergie de la composante continue

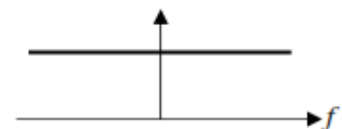
7. Soit $p(t)$ un peigne de Dirac, son spectre en fréquence est de la forme :



a)



b)



c)

8. Pour un signal périodique $v(t)$ de période T_0 , la série de Fourier (complexe) est écrite sous la forme :

- a) $v(t) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n e^{jn\omega_0 t}$ b) $v(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{-jn\omega_0 t}$ c) $v(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{jn\omega_0 t}$

9. Soit $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite de complexes. Soit r un réel strictement positif

- a) Si $\sum a_n r^n$ converge, alors $\sum a_n z^n$ converge, pour tout z tel que $|z| = r$
- b) Si $\sum a_n r^n$ converge, alors $\sum a_n z^n$ converge, pour tout z tel que $|z| < r$
- c) Si $\sum a_n r^n$ bornée, alors $\sum a_n z^n$ diverge, pour tout z tel que $|z| \geq r$

10. Soit $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite de complexes. On note R le rayon de convergence de la série $\sum a_n z^n$

- a) Si $\sum a_n z^n$ converge, alors $R \geq |z|$
- b) Si $R > |z|$, alors $\sum a_n z^n$ converge absolument
- c) Si $\sum a_n z^n$ converge et $\sum |a_n z^n|$ diverge alors $R < |z|$

11. Soit $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite de complexes. On note R le rayon de convergence de la série $\sum a_n z^n$

- a) Le rayon de convergence de la série $\sum n^2 a_n z^n$ est $\frac{R}{2}$
- b) Le rayon de convergence de la série $\sum 2^n a_n z^n$ est $\frac{R}{2}$
- c) Le rayon de convergence de la série $\sum a_n^2 z^n$ est $\frac{R}{2}$

12. Soient $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$ deux suites de complexes. On note R_a et R_b leurs de rayon de convergence respectifs.

- a) Le rayon de convergence de $\sum (a_n + b_n) z^n$ est $R_a + R_b$
- b) Le rayon de convergence de $\sum (a_n + b_n) z^n$ est au moins égal au $\min(R_a, R_b)$
- c) Le rayon de convergence de $\sum (a_n b_n) z^n$ est au plus égal au $\min(R_a, R_b)$

13.

- a) Le rayon de convergence de la série $\sum \frac{2^n}{3^n} z^n$ est $\frac{3}{2}$
- b) Le rayon de convergence de la série $\sum \frac{2^n}{3^n} z^n$ est $\frac{1}{2}$
- c) Le rayon de convergence de la série $\sum (2^{-n} - 3^n) z^n$ est 2

14.

- a) Le rayon de convergence de la série $\sum (2n)^n z^n$ est $\frac{1}{2}$
- b) Le rayon de convergence de la série $\sum \frac{n!}{(2n)!} z^n$ est 2
- c) Le rayon de convergence de la série $\sum \frac{(n!)^2}{(2n)!} z^n$ est 4

15. On considère la série de fonctions $\sum_{n=0}^{+\infty} x^{2n}$

- a) la convergence simple de cette série est vérifié sur $]0,1[$
- b) la convergence simple de cette série est vérifié sur $[0,1]$
- c) la convergence simple de cette série est vérifié sur $[0,1[$

16.

- a) La série est uniformément convergente sur $[0, a]$ où $a \in [0,1]$
- b) La série est uniformément convergente sur $[0, a]$ où $a \in]0,1[$
- c) La série est uniformément convergente sur $[0, a]$ où $a \in [0,1[$

17.

a) La série $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge dès que $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$

b) La série $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge alors $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$

c) on ne peut pas conclure de la convergence

18.

a) Si $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge alors la série $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{a_n + n^2}$ converge

b) Si $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge alors la série $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{a_n + n^2}$ diverge

c) Si $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge alors la série $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{a_n + n^2}$ diverge

19. Le calcul de l'original de donne : $L^{-1} \left(\frac{p+2}{(p+3)(p+4)} \right)$

a) $2e^{4t} - e^{-3t}$

b) $2e^{-4t} + e^{-3t}$

c) $2e^{-4t} - e^{-3t}$

20. le Calcul de la transformée de Laplace suivante : $L(t^2 + t - e^{-3t})$

a) $\frac{1}{p^3} + \frac{1}{p^2} - \frac{1}{p-3}$

b) $\frac{1}{p^3} + \frac{1}{p^2} - \frac{1}{p+3}$

c) $\frac{1}{p^3} - \frac{1}{p^2} + \frac{1}{p-3}$