

36

Pattern + Randomness

模式 + 随机

模式让世界充满秩序，随机让寰宇满是精彩



你能想象的所有东西都是真的。

Everything you can imagine is real.

——毕加索 (Pablo Picasso) | 西班牙艺术家 | 1881 ~ 1973



- ◀ matplotlib.patches.Circle() 绘制正圆
- ◀ matplotlib.pyplot.axhline() 绘制水平线
- ◀ matplotlib.pyplot.axvline() 绘制竖直线
- ◀ matplotlib.pyplot.contour() 绘制等高线图
- ◀ matplotlib.pyplot.contourf() 绘制填充等高线图
- ◀ mpmath.e mpmath 库中的欧拉数
- ◀ mpmath.pi mpmath 库中的圆周率
- ◀ mpmath.sqrt(2) mpmath 库计算 2 的平方根
- ◀ np.random.normal() 产生服从正态分布随机数
- ◀ numpy.cumsum() 累加
- ◀ numpy.flipud() 上下翻转矩阵
- ◀ scipy.stats.multivariate_normal() 多元高斯分布
- ◀ scipy.stats.multivariate_normal.pdf() 多元高斯分布 PDF 函数
- ◀ seaborn.distplot() 绘制频率直方图和 KDE 曲线

本 PDF 文件为作者草稿，发布目的为方便读者在移动终端学习，终稿内容以清华大学出版社纸质出版物为准。

版权归清华大学出版社所有，请勿商用，引用请注明出处。

代码及 PDF 文件下载：<https://github.com/Visualize-ML>

本书配套微视频均发布在 B 站——生姜 DrGinger: <https://space.bilibili.com/513194466>

欢迎大家批评指教，本书专属邮箱：jiang.visualize.ml@gmail.com

36.1 二叉树：道生一，一生二，二生三，三生万物

在雪花、树叶中，我们看到了分形和基本几何形状，这就是模式；世上没有两片完全一样的雪花，没有两片一样的叶子，这便是随机。

人生要经历生老病死，后浪把前浪拍在沙滩上，这也都是模式；即便如此，每个人都可以活出自己的精彩。

《道德经》中“道生一，一生二，二生三，三生万物”一句完美地描述了“模式 + 随机”。“道”就是“模式”，而万物生的繁复则来自于“随机”。“道生一，一生二，二生三”像极了二叉树。图 1 所示为利用 Python 绘制的二叉树，这个二叉树顺时针旋转 90 度便得到杨辉三角结构。

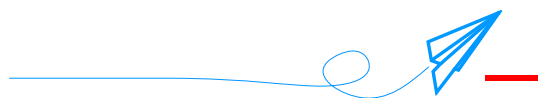
图 2 所示为在二叉树中随机行走轨迹。

数学和艺术中，“模式 + 随机”更是无处不在。图 3、图 4 给出的圆周率、自然对数底数、根号 2、黄金分割比小数点后超过 1000 位 0 ~ 9 数字热图，我们似乎看不到任何规律；但是，统计之后，我们会发现 0 ~ 9 似乎分布均匀。虽然，目前数学上很难证明这四个数是正规数。热爱数学、艺术的话，把这四幅热图又何尝不是完美的艺术品。

36.2 蒙特卡罗模拟

随机是指在一系列事件或结果中没有可预测模式或规律性，无法通过已知信息准确预测的性质。随机数发生器是一种用来生成随机数的工具或算法。它可以产生看似无规律、不可预测的数字序列。图 5 所示为满足不同相关性系数的二元高斯分布随机数，这些子图中我们可以看到随机数和椭圆的关系。

蒙特卡洛模拟是一种基于概率统计的计算方法，通过随机抽样的方式模拟和分析现实问题。它以概率和统计的原理为基础，通过大量的随机抽样实验来模拟系统的行为和结果，以获得对系统行为的估计或预测。图 6 所示为一维随机行走，三种不同的模式——向上、居中、向下。图 7 像是随风飘动的丝线，每增加一处约束就限制了丝线局部的运动。



读完《可视之美》后，大家可能会问，数学研究、艺术创作，到底有什么用？

想想我们今天的物质世界有多少和牛顿力学直接或间接相关。再想想，牛顿同时代的人有多少人根本不理解牛顿力学三定义，甚至可能都没听过牛顿这个人。

不管是宏观，还是微观，只有不断“升维”，提升认知的维度，才能让我们跳脱刘慈欣《三体》描述的“火鸡视角”。而数学和艺术就是射穿“火鸡视角”的那束光。

套用刘慈欣的话，我们都是阴沟里的虫子，抑或是农场里的火鸡，但总的有人要投身数学、热爱艺术、仰望星空。

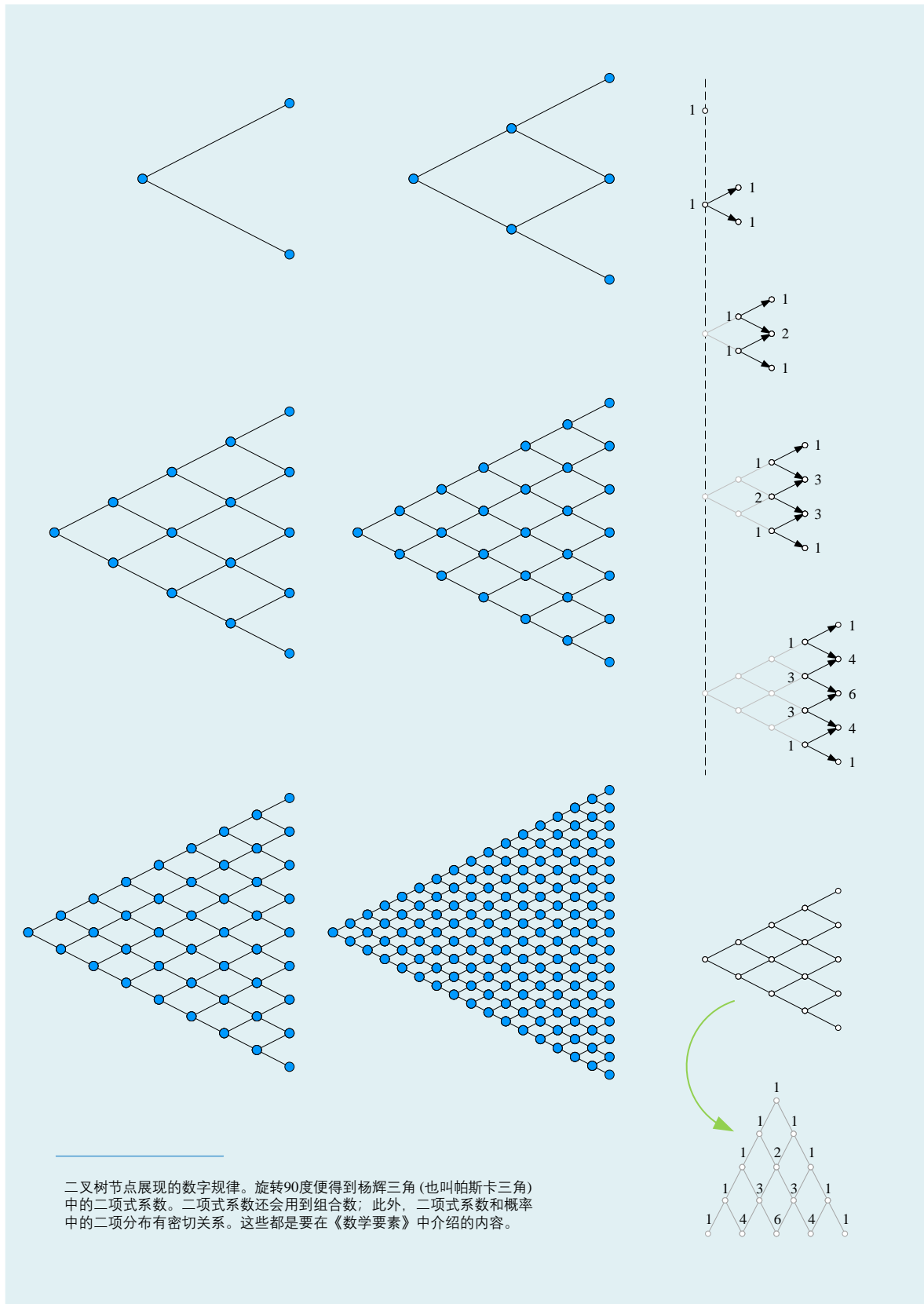


图 1. 二叉树

本 PDF 文件为作者草稿,发布目的为方便读者在移动终端学习,终稿内容以清华大学出版社纸质出版物为准。

版权归清华大学出版社所有,请勿商用,引用请注明出处。

代码及 PDF 文件下载: <https://github.com/Visualize-ML>

本书配套微课视频均发布在 B 站——生姜 DrGinger: <https://space.bilibili.com/513194466>

欢迎大家批评指教,本书专属邮箱: jiang.visualize.ml@gmail.com

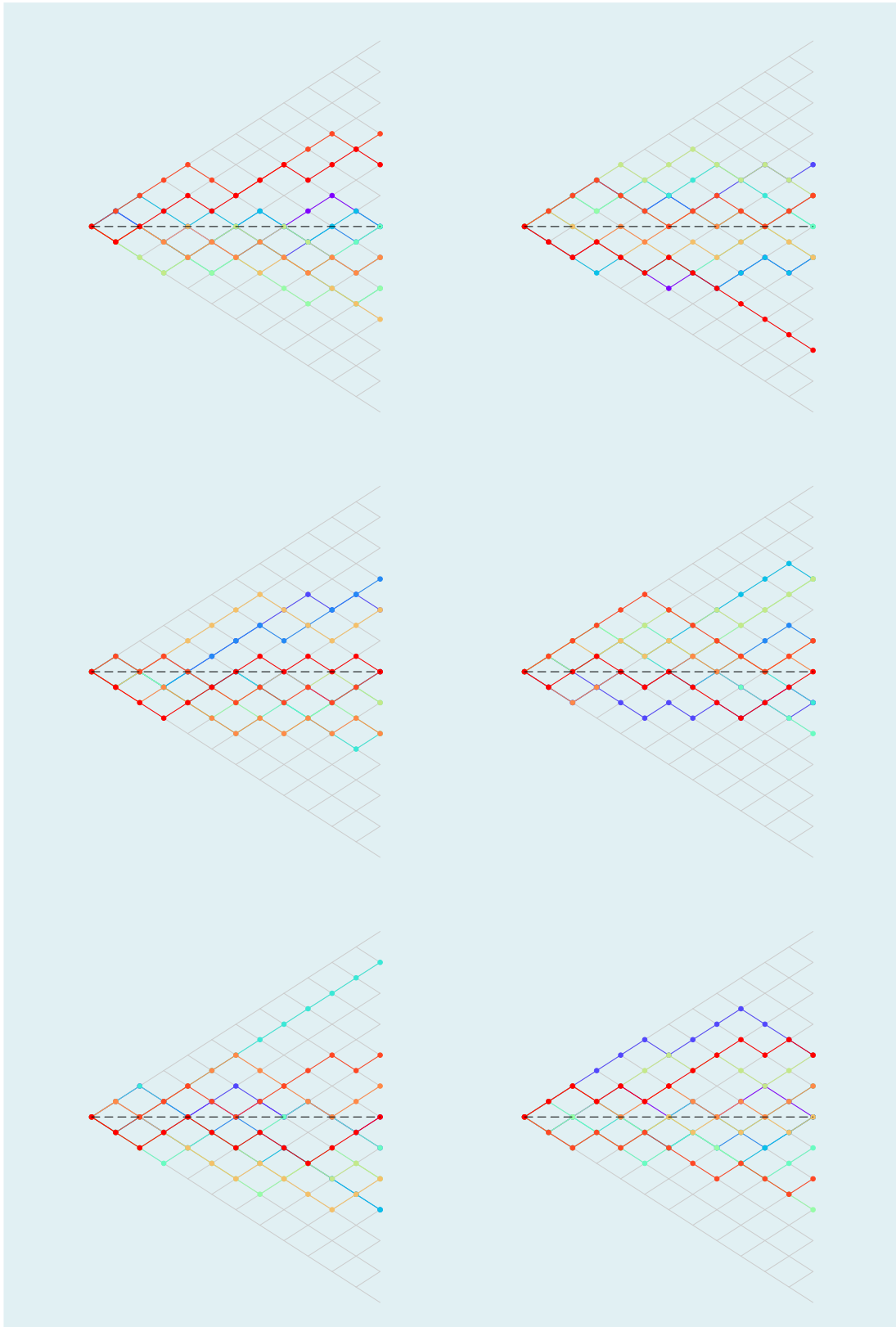


图 2. 二叉树中的随机行走

本 PDF 文件为作者草稿，发布目的为方便读者在移动终端学习，终稿内容以清华大学出版社纸质出版物为准。

版权归清华大学出版社所有，请勿商用，引用请注明出处。

代码及 PDF 文件下载：<https://github.com/Visualize-ML>

本书配套微课视频均发布在 B 站——生姜 DrGinger: <https://space.bilibili.com/513194466>

欢迎大家批评指教，本书专属邮箱：jiang.visualize.ml@gmail.com

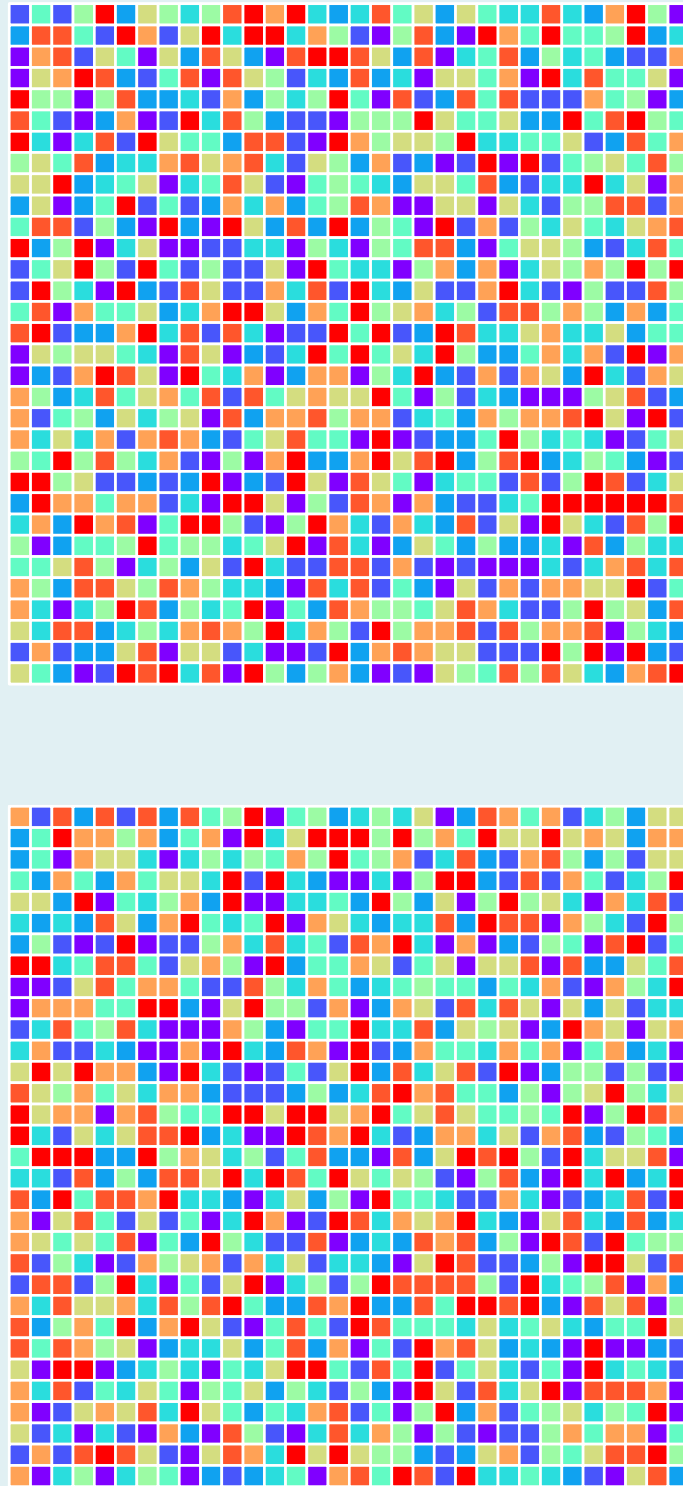


图 3. 圆周率 π 、自然对数底数 e ，小数点后 1024 位热图

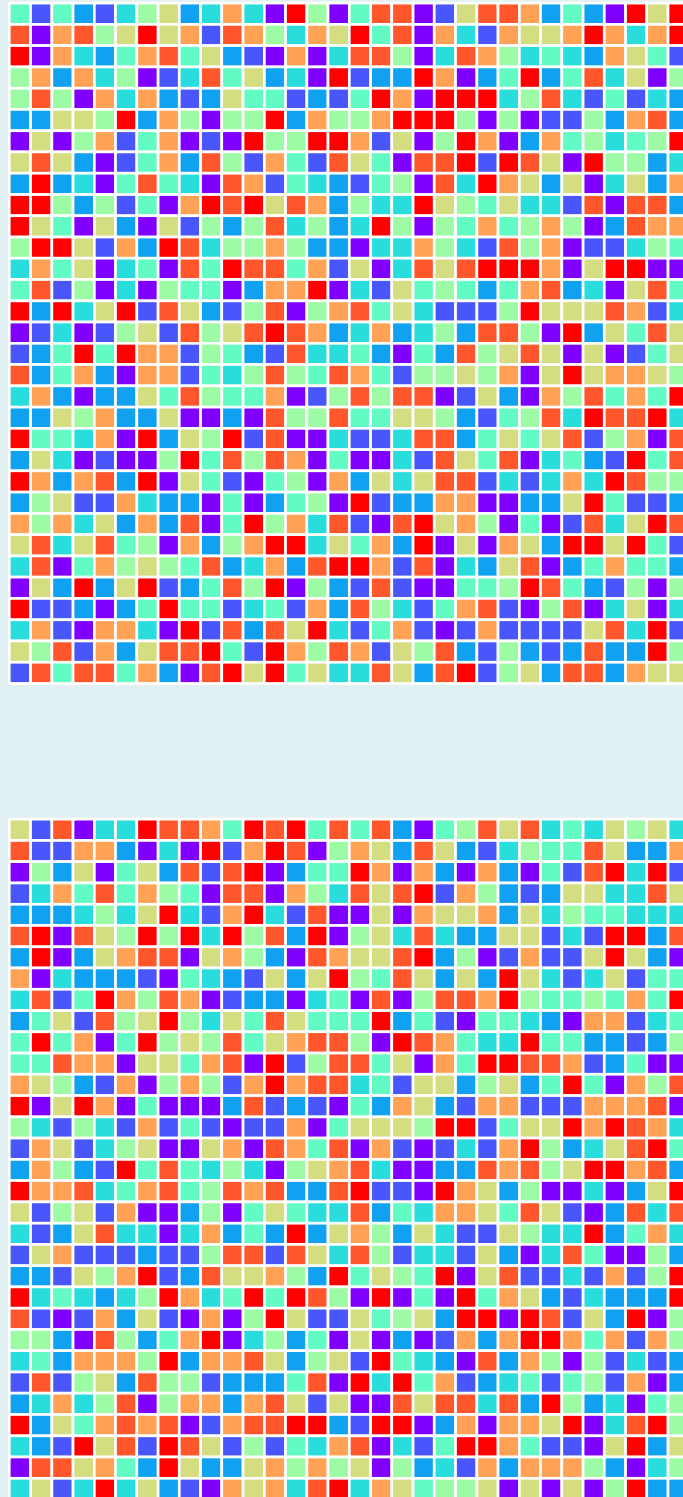


图 4. 根号 2、黄金分割比，小数点后 1024 位热图

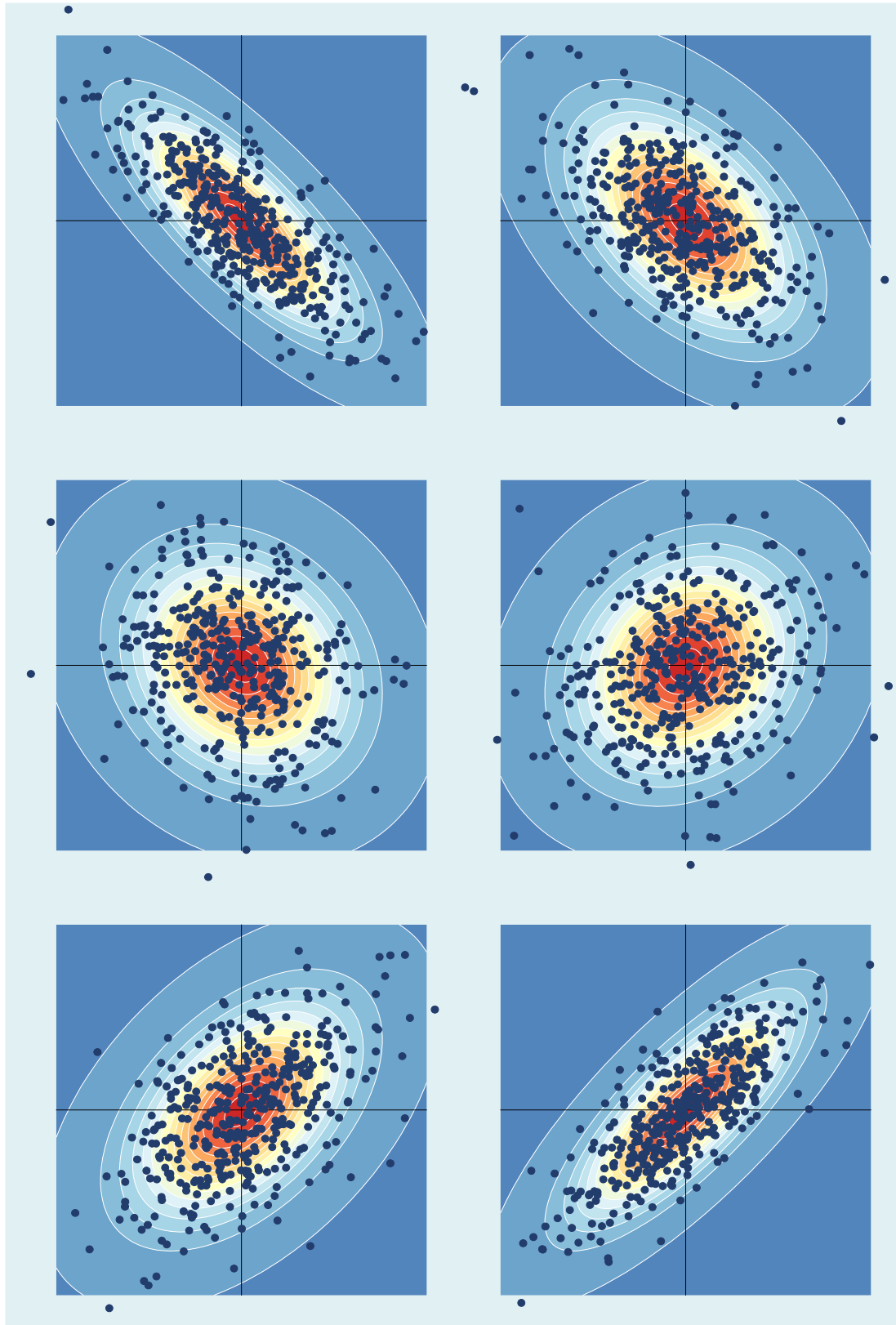


图 5. 满足二元高斯分布的随机数

本 PDF 文件为作者草稿，发布目的为方便读者在移动终端学习，终稿内容以清华大学出版社纸质出版物为准。

版权归清华大学出版社所有，请勿商用，引用请注明出处。

代码及 PDF 文件下载：<https://github.com/Visualize-ML>

本书配套微课视频均发布在 B 站——生姜 DrGinger: <https://space.bilibili.com/513194466>

欢迎大家批评指教，本书专属邮箱：jiang.visualize.ml@gmail.com

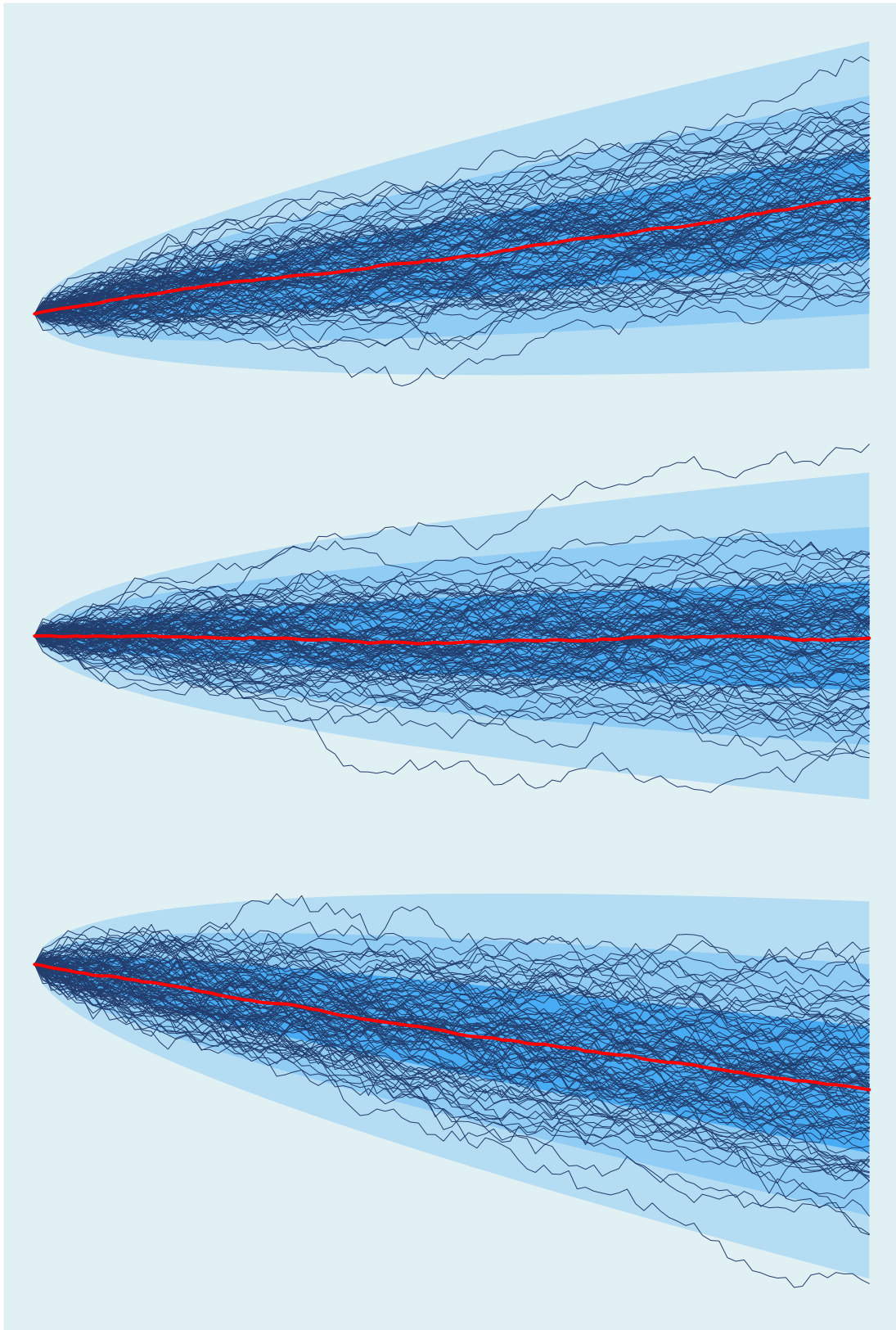


图 6. 一维随机行走，100 条轨迹

本 PDF 文件为作者草稿，发布目的为方便读者在移动终端学习，终稿内容以清华大学出版社纸质出版物为准。

版权归清华大学出版社所有，请勿商用，引用请注明出处。

代码及 PDF 文件下载：<https://github.com/Visualize-ML>

本书配套微课视频均发布在 B 站——生姜 DrGinger: <https://space.bilibili.com/513194466>

欢迎大家批评指教，本书专属邮箱：jiang.visualize.ml@gmail.com

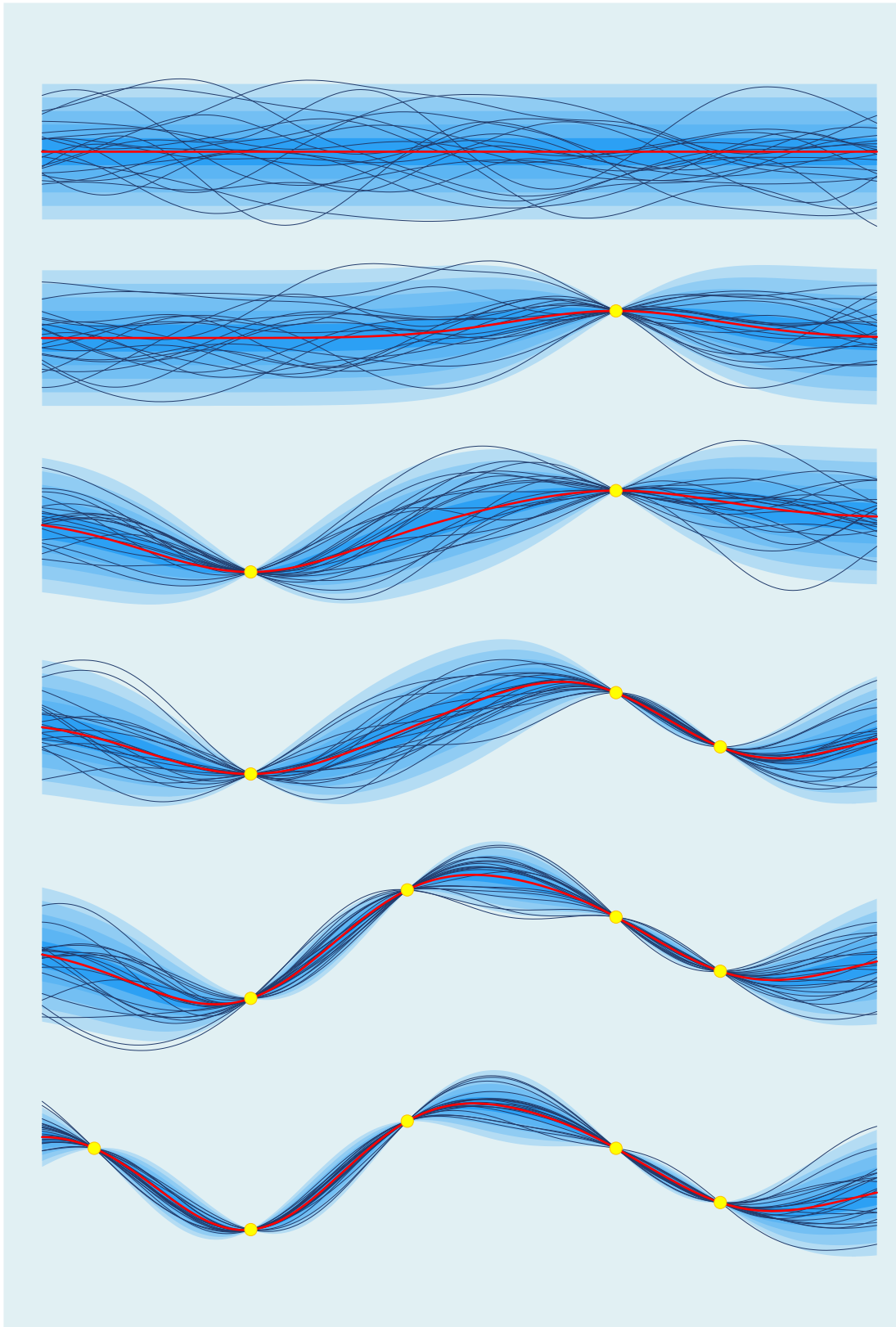


图 7. 高斯过程, 20 条轨迹

本 PDF 文件为作者草稿，发布目的为方便读者在移动终端学习，终稿内容以清华大学出版社纸质出版物为准。

版权归清华大学出版社所有，请勿商用，引用请注明出处。

代码及 PDF 文件下载：<https://github.com/Visualize-ML>

本书配套微课视频均发布在 B 站——生姜 DrGinger: <https://space.bilibili.com/513194466>

欢迎大家批评指教，本书专属邮箱：jiang.visualize.ml@gmail.com