UNIVERSIDAD DE GRANADA

Universidad de Granada
Escuela Internacional de Posgrado
Máster en Estadística Aplicada
Materia: Encuestas por Muestreo.
Alumno: Francisco Javier Márquez Rosales

Encustas por Muestreo:

Actividad 2.

Octubre, 2022

Actividad

Considera el diseño muestral *d*:

s	(1,2)	(3,4,5)
p(s)	0.3	0.7

Determina la distribución de las siguientes variables:

$(a)\ e_1 = max_{i \in s} x_i$

$(b)\ e_2 = \sum_{i \in s} x_i^2$

$(c)\ e_3 = \sum_{i \in s} \frac{x_i}{\pi_i}$

(d) *Calcula la varianza y el coeficiente de variación de las variables en el punto y=(1,2,3,4,5)*

Distribución de $(a)\ e_1 = max_{i \in s} x_i$

Respuesta:

Obtenemos el valor de la variable aleatoria y su respectiva probabilidad para cada valor de i.

Para i=1 tenemos: $e_1 = max_1 x_1\ y\ p = 0.3$

Para i=2 tenemos: $e_1 = max_2 x_2\ y\ p = 0.3$

Para i=3 tenemos: $e_1 = max_3 x_3\ y\ p = 0.7$

Para i=4 tenemos: $e_1 = max_4 x_4\ y\ p = 0.7$

Para i=5 tenemos: $e_1 = max_5 x_5\ y\ p = 0.7$

Dado que,

$max_1 x_1 = max_2 x_2\ \ y\ \ max_3 x_3 = max_4 x_4 = max_5 x_5$

La distribución resultante sería,

$$e_1 = \begin{cases} max_i\, x_i & 0.3 \quad ; \quad i = 1, 2 \\ max_i\, x_i & 0.7 \quad ; \quad i = 3, 4, 5 \end{cases}$$

Distribución de $(b)\ e_2 = \sum_{i \in s} x_i^2$

Respuesta:

Obtenemos el valor de la variable aleatoria y su respectiva probabilidad para cada valor de i.

Para i=1 tenemos: $e_2 = x_1^2\ y\ p = 0.3$

Para i=2 tenemos: $e_2 = x_2^2\ y\ p = 0.3$

Para i=3 tenemos: $e_2 = x_3^2 \; y \; p = 0.7$

Para i=4 tenemos: $e_2 = x_4^2 \; y \; p = 0.7$

Para i=5 tenemos: $e_2 = x_5^2 \; y \; p = 0.3$

Podemos entonces definir la distribución resultante de la siguiente forma,

$$e_1 = \begin{cases} x_i^2 & 0.3 \quad ; \; i = 1,2 \\ x_i^2 & 0.7 \quad ; \; i = 3,4,5 \end{cases}$$

Distribución de $(c)\;\; e_3 = \sum_{i \in s} \frac{x_i}{\pi_i}$

Respuesta:

Obtenemos el valor de la variable aleatoria y su respectiva probabilidad para cada valor de i.

Para i=1 tenemos: $e_3 = \frac{x_1}{0.3} \; y \; p = 0.3$

Para i=2 tenemos: $e_3 = \frac{x_2}{0.3} \; y \; p = 0.3$

Para i=3 tenemos: $e_3 = \frac{x_3}{0.7} \; y \; p = 0.7$

Para i=4 tenemos: $e_3 = \frac{x_4}{0.7} \; y \; p = 0.7$

Para i=5 tenemos: $e_3 = \frac{x_5}{0.7} \; y \; p = 0.7$

Podemos entonces definir la distribución resultante de la siguiente forma,

$$e_1 = \begin{cases} \dfrac{x_i}{0.3} \quad 0.3 \ ; \ i = 1,2 \\ \dfrac{x_i}{0.7} \quad 0.7 \ ; \ i = 3,4,5 \end{cases}$$

(d) ***Calcula la varianza y el coeficiente de variación de las variables en el punto y=(1,2,3,4,5)***

$(d.1)\ e_1 = max_{i \in s} x_i$

$(d.2)\ e_2 = \sum_{i \in s} x_i^2$

$(d.3)\ e_3 = \sum_{i \in s} \frac{x_i}{\pi_i}$

Para los tres casos el procedimiento implica obtener la Esperanza E(e(s,y)), la Varianza V(e(s,y)) y la Conviarianza CV(e(s,y)) con las siguientes formulas:

$$E(e(s,y)) = \sum_{s \in S_d} e(s,y) P_d(s)$$

$$V(e(s,y)) = E\left(e(s,y) - E(e(s,y))^2\right)$$

$$CV(e(s,y)) = \frac{\sqrt{V(e(s,y))}}{E(e(s,y))}$$

Esperanza, Varianza y Covarianza de $(d.1)\ e_1 = max_{i \in s} x_i$

Respuesta:

Esperanza:

$E(e_1)$=max(1,2)(0.3)+ max(1,2)(0.3)+ max(3,4,5)(0.7)+ max(3,4,5) (0.7)+ max(3,4,5) (0.7)

$E(e_1)$=2*0.3+2*0.3+5*0.7+5*0.7+5*0.7 = **11.7**

Varianza:

$V(e_1)= E[(e_{1-} E(e_1)]^2$

$V(e_1)= (max(1,2)-11.7)^2(0.3)+...+ (max(3,4,5)-11.7)^2(0.7)$

$V(e_1)= (2-11.7)^2(0.3)+...+ (5-11.7)^2(0.7) =$ **150.7**

Covarianza

$CV(e_1)=V(e_1)^{(1/2)} / E(e_1) = (150.7)^{(1/2)} / 11.7 = 12.27/11.7 =$ **1**

Esperanza, Varianza y Covarianza de $(d.2)\ e_2 = \sum_{i \in s} x_i^2$

Respuesta:

Esperanza:

$E(e_2)= (1)^2(0.3)+ (2)^2(0.3) + (3)^2(0.7) + ... + (5)^2(0.7)$

$E(e_2)=1*0.3+4*0.3+9*0.7+16*0.7+25*0.7 =$ **36.5**

Varianza:

$V(e_2)= E[(e_{2-} E(e_2)]^2$

$V(e_2)= ((1)^2-36.5)^2(0.3)+ ((2)^2-36.5)^2(0.3) + ((3)^2-36.5)^2(0.7) + ... + ((5)^2-36.5)^2(0.7)$

$V(e_2)= 378+316.8+529.3+294.1+92.5 =$ **1611**

Covarianza

$CV(e_2)=V(e_2)^{(1/2)} / E(e_2) = (1611.7)^{(1/2)} / 36.5 =$ **1**

Esperanza, Varianza y Covarianza de $(d.3)\ e_3 = \sum_{i \in s} \frac{x_i}{\pi_i}$

Respuesta:

Esperanza:

$E(e_3)= (1/0.3)(0.3)+ (2/0.3)(0.3) + (3/0.7)(0.7) + \ldots + (5/0.7)(0.7)$

$E(e_3)=1+2+..+5 =$ **15**

Varianza:

$V(e_3)= E[(e_{3-} E(e_3)]^2$

$V(e_3)= ((1/0.3)-15)^2(0.3)+ ((2/0.3)-15)^2(0.3) + \ldots + ((5/0.7) -15)^2(0.7)$

$V(e_3)= 4.5+260+7.9+218.1+908.2 =$ **245.5**

Covarianza

$CV(e_3)=V(e_3)^{(1/2)} / E(e_3) = (245.5)^{(1/2)} / 15 =$ **1**