Universidad de Granada
Escuela Internacional de Posgrado
Máster en Estadística Aplicada
Materia: Encuestas por Muestreo.
Alumno: Francisco Javier Márquez Rosales

Encustas por Muestreo:

Actividad 1.

Octubre, 2022

Actividad

Para los diseños muestrales siguientes calcula la matriz de diseño.

1.- U={1,2,3,4}; d: P((1))=0.1, P((1,2))=0.2, P((1,2,3)=0.3, P((1,2,3,4))=0.4.

2.- U={1,2,3,4}; d: P((1))=0.1, P((2))=0.2=P((3)), P((4))=0.3, P((1,2,3,4))=0.2.

3.-U={1,2,3,4,5,6,7,8}; d: P((1,2,3))=0.4, P((4,5,6))=0.3, P((7,8))=0.3.

4.- U={1,2,...,N}; d: P((i))=p si 1 <= i <= N, P(1,2,...,N))=1-Np, con 0<p<1/N

5.- U={1,2,...,N}; d: P((1,2))=p_{1}, P((2,3))=p_{2},..., P((N-1,N))=p_{N-1}, P((N,1))=p_{N}, P((1,2,...,N))=q donde

p_{1}+p_{2}+...+p_{N}+q=1.

1.- U={1,2,3,4}; d: P((1))=0.1, P((1,2))=0.2, P((1,2,3)=0.3, P((1,2,3,4))=0.4.

Respuesta:

En primer lugar obtenemos las probabilidades de inclusión del primer orden, según la definición 3.13:

$$\prod_1 = P((1)) + P((1,2)) + P((1,2,3) + P((1,2,3,4) = 0.1 + 0.2 + 0.3 + 0.4 = 1$$

$$\prod_2 = P((1,2)) + P((1,2,3) + P((1,2,3,4) = 0.2 + 0.3 + 0.4 = 0.9$$

$$\prod_3 = P((1,2,3) + P((1,2,3,4) = 0.3 + 0.4 = 0.7$$

$$\prod_4 = P((1,2,3,4) = 0.4 = 0.7$$

Luego obtenemos las probabilidades de inclusión de segundo orden, según la definición 3.14:

$$\prod_{12} = P((1,2)) + P((1,2,3)) + P((1,2,3,4)) = 0.2 + 0.3 + 0.4 = 0.9$$

$$\prod_{13} = P((1,2,3)) + P((1,2,3,4)) = 0.3 + 0.4 = 0.7$$

$$\prod_{14} = P((1,2,3,4)) = 0.4$$

$$\prod_{23} = P((1,2,3)) + P((1,2,3,4)) = 0.3 + 0.4 = 0.7$$

$$\prod_{24} = P((1,2,3,4)) = 0.4$$

$$\prod_{34} = P((1,2,3,4)) = 0.4$$

De esta forma, la matriz de diseño, quedaría definida así:

$$\prod(d) = \begin{pmatrix} 1 & 0.9 & 0.7 & 0.4 \\ & 0.9 & 0.7 & 0.4 \\ & & 0.7 & 0.4 \\ & & & 0.4 \end{pmatrix}$$

Dado que la matriz de diseño es una matriz simétrica NxN (definición 3.17), escribiremos en todos los ejercicios, los valores superiores de la matriz incluidos los de la diagonal principal.

2.- U={1,2,3,4}; d: P((1))=0.1, P((2))=0.2=P((3)), P((4))=0.3, P((1,2,3,4))=0.2.

Respuesta:

En primer lugar obtenemos las probabilidades de inclusión del primer orden, según la definición 3.13:

$$\prod_{1} = P((1)) + P((1,2,3,4)) = 0.1 + 0.2 = 0.3$$

$$\prod_{2} = P((2)) + P((1,2,3,4)) = 0.2 + 0.2 = 0.4$$

$$\prod_{3} = P((3)) + P((1,2,3,4)) = 0.2 + 0.2 = 0.4$$

$$\prod_{4} = P((4)) + P((1,2,3,4)) = 0.5$$

Luego obtenemos las probabilidades de inclusión de segundo orden, según la definición 3.14:

$$\prod_{12} = \prod_{13} = \prod_{14} = \prod_{23} = \prod_{24} = \prod_{34} = 0.2$$

De esta forma, la matriz de diseño, quedaría definida así:

$$\prod(d) = \begin{pmatrix} 0.3 & 0.2 & 0.2 & 0.2 \\ & 0.4 & 0.2 & 0.2 \\ & & 0.4 & 0.2 \\ & & & 0.5 \end{pmatrix}$$

3.-U={1,2,3,4,5,6,7,8}; d: P((1,2,3))=0.4, P((4,5,6))=0.3, P((7,8))=0.3.

Respuesta:

En primer lugar obtenemos las probabilidades de inclusión del primer orden, según la definición 3.13:

$$\prod_1 = \prod_2 = \prod_3 = 0.4$$
$$\prod_4 = \prod_5 = \prod_6 = 0.3$$
$$\prod_7 = \prod_8 = 0.3$$

Luego obtenemos las probabilidades de inclusión de segundo orden, según la definición 3.14:

$$\prod_{12} = \prod_{13} = 0.4$$
$$\prod_{14} = \prod_{15} = \ldots = \prod_{18} = 0$$
$$\prod_{23} = 0.4$$
$$\prod_{24} = \prod_{25} = \ldots = \prod_{28} = 0$$
$$\prod_{34} = \prod_{35} = \ldots = \prod_{38} = 0$$
$$\prod_{45} = \prod_{46} = 0.3$$
$$\prod_{47} = \prod_{48} = 0$$
$$\prod_{56} = 0.3$$
$$\prod_{57} = \prod_{58} = 0$$
$$\prod_{67} = \prod_{68} = 0$$
$$\prod_{78} = 0.3$$

De esta forma, la matriz de diseño, quedaría definida así:

$$\prod(d) = \begin{pmatrix} 0.4 & 0.4 & 0.4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 0.4 & 0.4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & 0.4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & 0.3 & 0.3 & 0.3 & 0 & 0 \\ & & & & 0.3 & 0.3 & 0 & 0 \\ & & & & & 0.3 & 0 & 0 \\ & & & & & & 0.3 & 0.3 \\ & & & & & & & 0.3 \end{pmatrix}$$

4.- U={1,2,...,N}; d: P((i))=p si 1 <= i <= N, P(1,2,...,N))=1-Np, con 0<p<1/N

Respuesta:

En primer lugar obtenemos las probabilidades de inclusión del primer orden, según la definición 3.13:

$$\prod_1 = \mathrm{P}((1)) + \mathrm{P}((1,2,..,N)) = p + \left(1 - N_p\right) = p(1-N) + 1$$

$$\prod_2 = \mathrm{P}((2)) + \mathrm{P}((1,2,..,N)) = p + \left(1 - N_p\right) = p(1-N) + 1$$

...

$$\prod_N = \mathrm{P}((N)) + \mathrm{P}((1,2,..,N)) = p + \left(1 - N_p\right) = p(1-N) + 1$$

Luego obtenemos las probabilidades de inclusión de segundo orden, según la definición 3.14:

dado que,

$$P(1,2,\dots,N) = 1 - N_p$$

tenemos,

$$\prod_{12} = \prod_{13} = \dots = \prod_{N(N-1)} = \prod_{NN} = 1 - N_p$$

De esta forma, la matriz de diseño, quedaría definida así:

$$\prod(d) = \begin{pmatrix} p(1-N)+1 & 1-N_p & 1-N_p & \dots & 1-N_p \\ & p(1-N)+1 & 1-N_p & \dots & \vdots \\ & & p(1-N)+1 & & \vdots \\ & & & \ddots & 1-N_p \\ & & & & p(1-N)+1 \end{pmatrix}$$

5.- U={1,2,...,N}; d: P((1,2))=p_{1}, P((2,3))=p_{2},..., P((N-1,N))=p_{N-1}, P((N,1))=p_{N}, P((1,2,...,N))=q donde

p_{1}+p_{2}+...+p_{N}+q=1.

Respuesta:

En primer lugar obtenemos las probabilidades de inclusión del primer orden, según la definición 3.13:

$$\prod_1 = P((1)) + P((1,2)) + P((1,2,..,N)) = p_1 + p_1 + q = 2p_1 + q$$

$$\prod_2 = P((2,1)) + P((2,3)) + P((1,2,..,N)) = p_2 + p_2 + q = 2p_2 + q$$

...

$$\prod_{N-1} = P((N-1,1)) + P((N-1,N)) + P((1,2,..,N)) = p_{N-1} + p_{N-1} + q = 2p_{N-1} + q \text{ (A)}$$

$$\prod_N = P((N,1)) + P((N-1,N)) + P((1,2,..,N)) = p_N + p_{N-1} + q$$

(A) en esta ecuación, el segundo término debió ser P(N,N+1) pero por ser una matriz simétrica y dado que tenemos P((N-1,N))=p_{N-1} podemos decir que el valor el igual a p_N

Luego obtenemos las probabilidades de inclusión de segundo orden, según la definición 3.14:

$$\prod_{12} = p_1$$

$$\prod_{13} = p_3$$

$$\prod_{14} = p_4$$

...

$$\prod_{1N} = p_N$$

$$\prod_{23} = p_2$$

$$\prod_{24} = q$$

$$\prod_{25} = q$$

$\dots$

$$\prod_{2N} = q$$

$$\prod_{34} = p_3$$

$$\prod_{35} = q$$

$$\prod_{36} = q$$

$\dots$

$$\prod_{3N} = q$$

....

$$\prod_{(N-1)N} = p_{N-1}$$

De esta forma, la matriz de diseño, quedaría definida así:

$$\prod(d) = \begin{pmatrix} 2p_1+q & p_1 & p_3 & q & q & \cdots & p_N \\ & 2p_2+q & p_2 & q & q & \cdots & q \\ & & 2p_3+q & p_3 & q & \cdots & q \\ & & & & \ddots & & \\ & & & & & & p_{N-1} \\ & & & & & & 2p_N+q \end{pmatrix}$$