Universidad de Granada
Escuela Internacional de Posgrado
Máster en Estadística Aplicada
Materia: Encuestas por Muestreo.
Alumno: Francisco Javier Márquez Rosales

Encustas por Muestreo:

Actividad 2.

Octubre, 2022

Actividad

Considera el diseño muestral *d*:

s	(1,2)	(3,4,5)
p(s)	0.3	0.7

Determina la distribución de las siguientes variables:

$(a)\ e_1 = max_{i \in s} x_i$

$(b)\ e_2 = \sum_{i \in s} x_i^2$

$(c)\ e_3 = \sum_{i \in s} \frac{x_i}{\pi_i}$

(d) *Calcula la varianza y el coeficiente de variación de las variables en el punto y=(1,2,3,4,5)*

Distribución de $(a)\ e_1 = max_{i \in s} x_i$

Respuesta:

Obtenemos el valor de la variable aleatoria y su respectiva probabilidad para cada valor de i.

Para i=1 tenemos: $e_1 = max_1 x_1\ y\ p = 0.3$

Para i=2 tenemos: $e_1 = max_2 x_2\ y\ p = 0.3$

Para i=3 tenemos: $e_1 = max_3 x_3\ y\ p = 0.7$

Para i=4 tenemos: $e_1 = max_4 x_4\ y\ p = 0.7$

Para i=5 tenemos: $e_1 = max_5 x_5\ y\ p = 0.7$

La distribución resultante sería,

$$e_1 = \begin{cases} max\left\{x_1, x_2\right\} & 0.3 \\ max\left\{x_3, x_4, x_5\right\} & 0.7 \end{cases}$$

Distribución de $(b)\ e_2 = \sum_{i \in s} x_i^2$

Respuesta:

Obtenemos el valor de la variable aleatoria y su respectiva probabilidad para cada valor de i.

Para i=1 tenemos: $e_2 = x_1^2\ y\ p = 0.3$

Para i=2 tenemos: $e_2 = x_2^2\ y\ p = 0.3$

Para i=3 tenemos: $e_2 = x_3^2\ y\ p = 0.7$

Para i=4 tenemos: $e_2 = x_4^2\ y\ p = 0.7$

Para i=5 tenemos: $e_2 = x_5^2\ y\ p = 0.3$

Podemos entonces definir la distribución resultante de la siguiente forma,

$$e_2 = \begin{cases} \sum \left\{x_1^2, x_2^2\right\} & 0.3 \\ \sum \left\{x_3^2, x_4^2, x_5^2\right\} & 0.7 \end{cases}$$

Distribución de $(c)\ e_3 = \sum_{i \in s} \frac{x_i}{\pi_i}$

Respuesta:

Obtenemos el valor de la variable aleatoria y su respectiva probabilidad para cada valor de i.

Para i=1 tenemos: $e_3 = \frac{x_1}{0.3}\ y\ p = 0.3$

Para i=2 tenemos: $e_3 = \frac{x_2}{0.3}\ y\ p = 0.3$

Para i=3 tenemos: $e_3 = \frac{x_3}{0.7}\ y\ p = 0.7$

Para i=4 tenemos: $e_3 = \frac{x_4}{0.7}\ y\ p = 0.7$

Para i=5 tenemos: $e_3 = \frac{x_5}{0.7}\ y\ p = 0.7$

Podemos entonces definir la distribución resultante de la siguiente forma,

$$e_2 = \begin{cases} \sum \left\{\frac{x_1}{0.3}, \frac{x_2}{0.3}\right\} & 0.3 \\ \sum \left\{\frac{x_3}{0.7}, \frac{x_4}{0.7}, \frac{x_5}{0.7}\right\} & 0.7 \end{cases}$$

(d) Calcula la varianza y el coeficiente de variación de las variables en el punto y=(1,2,3,4,5)

$(d.1)\ e_1 = max_{i \in s} x_i$

$(d.2)\ e_2 = \sum_{i \in s} x_i^2$

$(d.3)\ e_3 = \sum_{i \in s} \frac{x_i}{\pi_i}$

Para los tres casos el procedimiento implica obtener la Esperanza E(e(s,y)), la Varianza V(e(s,y)) y la Coviarianza CV(e(s,y)) con las siguientes formulas:

$$E(e(s,y)) = \sum_{s \in S_d} e(s,y)\, P_d(s)$$

$$V(e(s,y)) = E\left(e(s,y) - E(e(s,y))^2\right)$$

$$CV(e(s,y)) = \frac{\sqrt{V(e(s,y))}}{E(e(s,y))}$$

Esperanza, Varianza y Covarianza de $(d.1)\ e_1 = max_{i \in s} x_i$

Respuesta:

Esperanza:

$E(e_1)$=max(1,2)(0.3)+ max(3,4,5) (0.7)

$E(e_1)$=2*0.3+5*0.7 = **4.1**

Varianza:

$V(e_1) = E[(e_1 - E(e_1)]^2 = \dots = E(e_1^2) - [E(e_1)]^2$

$V(e_1) = (max(1,2))^2(0.3) + (max(3,4,5))^2(0.7) - (4.1)^2$

$V(e_1) = (4)(0.3)+(25)(0.7) - (4.1)^2 =$ **1.89**

Covarianza

$CV(e_1)=V(e_1)^{(1/2)} / E(e_1) = (1.89)^{(1/2)} / 4.1 =$ **0.33**

Esperanza, Varianza y Covarianza de $(d.2)\ e_2 = \sum_{i \in s} x_i^2$

Respuesta:

Esperanza:

$E(e_2) = (1^2+2^2)(0.3) + (3^2+4^2+5^2)(0.7)$

$E(e_2)=5*0.3+50*0.7 =$ **36.5**

Varianza:

$V(e_2) = E[(e_2 - E(e_2)]^2 = \ldots = E(e_2^2) - [E(e_2)]^2$

$V(e_2) = (1^2+2^2)^2(0.3) + (3^2+4^2+5^2)^2(0.7) - (36.5)^2$

$V(e_2) = 25*0.3+2500*0.7 - 1332.25 =$ **425.2**

Covarianza

$CV(e_2)=V(e_2)^{(1/2)} / E(e_2) = (425.2)^{(1/2)} / 36.5 =$ **0.56**

Esperanza, Varianza y Covarianza de $(d.3)\ e_3 = \sum_{i \in s} \frac{x_i}{\pi_i}$

Respuesta:

Esperanza:

$E(e_3) = [(1/0.3)+(2/0.3)](0.3) + [(3/0.7)+(4/0.7)+(5/0.7)](0.7)$

$E(e_3)=3+12 =$ **15**

Varianza:

$V(e_3)= E[(e_3 - E(e_3))]^2 = \dots = E(e_3^2) - [E(e_3)]^2$

$V(e_3)= [(1/0.3)+(2/0.3)]^2(0.3)+ [(3/0.7)+(4/0.7)+(5/0.7)]^2(0.7) - (15)^2$

$V(e_3)= 30+205.7-225 =$ **30.7**

Covarianza

$CV(e_3)=V(e_3)^{(1/2)} / E(e_3) = (30.7)^{(1/2)} / 15 =$ **0.36**