

Actividades tema 3

- Supongamos que el tiempo de vida X tiene distribución exponencial con función de riesgo λ y que el tiempo de censura C tiene distribución exponencial con función de riesgo θ . Sea $T = \min\{X, C\}$ y sea $\delta = 1$ si $X \leq C$ y $\delta = 0$ si $X > C$. Supongamos que X y C son independientes.
 - Calcular $P\{\delta=1\}$
 - Obtener la distribución de T
 - Demstrar que δ y T son independientes
 - Sea $\{(T_1, \delta_1), \dots, (T_n, \delta_n)\}$ una muestra aleatoria simple de este modelo. Comprobar que el estimador máximo-verosímil de λ es $\hat{\lambda} = \sum_{i=1}^n \delta_i / \sum_{i=1}^n T_i$.
- Describe con detalle los tipos de censura que están presentes en los siguientes estudios:
 - Se está interesado en la distribución del tiempo hasta la primera vez que un adolescente consume marihuana, seleccionó a 200 individuos de 17 años consumidores habituales. 35 de ellos no recordaban el momento en que consumieron por primera vez, por tanto se deduce que el dato correspondiente a la variable de interés (es decir tiempo hasta el primer consumo) tomó un valor anterior a los 17 años que tenían en el momento de la entrevista.
 - Una muestra de pacientes trasplantados de corazón es observado con objeto de estudiar su tiempo de supervivencia. Para cada individuo se considera el instante de trasplante como su entrada en estudio y se registra el tiempo transcurrido hasta el fallecimiento del individuo o la finalización del experimento. Durante el experimento algunos individuos han fallecido por causas cardíacas, otros han dejado de acudir al centro hospitalario; otros han fallecido por otras causas y otros aún siguen en el estudio y vivos al final del experimento
- Un investigador que lleva a cabo un estudio diseñado para evaluar los efectos de dietas vegetales sobre el riesgo de carcinogénesis mamaria, consideró una muestra de ratas tipo Sprague-Dawley a las que sometió a una dieta a base de fibra. Se indujeron tumores mamarios mediante una dosis oral de DMBA administrado mediante intubación intragástrica (lo que determina el inicio del estudio). Pasadas 6 semanas, cada rata fue examinada semanalmente durante 14 semanas y se registra el tiempo en días hasta que aparece el primer tumor palpable. Se quiere hacer inferencia sobre la distribución marginal del tiempo hasta que el tumor es detectado. Describe los tipos de censura que presentan los siguientes sujetos:
 - Una rata mostró un tumor en el primer examen transcurridas 6 semanas desde la intubación con DMBA;
 - Una rata que sobrevivió al estudio sin presentar síntomas de ningún tumor;
 - Una rata que no presentó tumor en la inspección de la semana 12 pero sí tenía un tumor en la inspección número 13;
 - Una rata que murió por causa no relacionada con el cáncer, el día 37 después de la intubación con DMBA.

A partir de la información anterior, escribe la función de verosimilitud para esta porción de estudio, suponiendo que T es el tiempo hasta la presencia de tumor y que es una v.a. de tipo continuo con función de densidad f y función de distribución F ,
- Los siguientes datos consisten en los tiempos de recaída y los tiempos de muerte de 10 pacientes trasplantados de médula. En la muestra los pacientes 4 y 6 estaban vivos y habían recaído al final del estudio y los pacientes 7,8,9 y 10 estaban vivos, y sin recaía al final del estudio. Supongamos que el tiempo de recaída tiene distribución exponencial con función de riesgo λ_1 y que el tiempo de recaía tiene distribución exponencial con función de riesgo λ_2 .

Paciente	Tiempo de recaída (meses)	Tiempo de muerte (meses)
1	5	11
2	8	12
3	12	15
4	24	33 ⁺
5	32	45
6	17	28 ⁺
7	16 ⁺	16 ⁺
8	17 ⁺	17 ⁺
9	19 ⁺	19 ⁺
10	30 ⁺	30 ⁺
⁺ indica una observación censurada a la derecha		

- Estimar por máxima verosimilitud el parámetro de la razón de recaída (λ_1).
- ¿Se puede aceptar la hipótesis de que el tiempo medio de recaída es igual a 10 meses?
- Estimar por máxima verosimilitud el parámetro del tiempo de muerte (λ_2).
- Supongamos que solo se registrasen los tiempos de muerte de aquellos pacientes que han recaído. Construye la función de verosimilitud para λ_2 basado en esta muestra truncada y compara los resultados con el apartado (b)