

Graphe

Cet exercice porte sur un graphe orienté défini par les relations de divisibilité entre les éléments de l'ensemble $(S = \{1, 2, \dots, n\})$. Voici un résumé et une piste pour chaque question :

1. Dictionnaire des prédécesseurs, matrice d'adjacence et représentation sagittale pour $(n = 6)$:

- *Dictionnaire des prédécesseurs* : Pour chaque sommet (t) , lister les sommets (s) tels que $(s \mid t)$.
- *Matrice d'adjacence* : Matrice (A) où $(A[i][j] = 1)$ si $(i \mid j)$, sinon (0) .
- *Représentation sagittale* : Dessiner un graphe orienté où une flèche $(s \rightarrow t)$ existe si $(s \mid t)$.

2. Caractérisation de la propriété « (s) et (t) sont premiers entre eux » :

Deux sommets (s) et (t) sont premiers entre eux si leur plus grand commun diviseur ($\text{pgcd}(s, t)$) est égal à (1) .

3. Caractérisation de la propriété « (s) est premier » à l'aide des prédécesseurs :

Un sommet (s) est premier si ses seuls prédécesseurs sont (1) et lui-même.

4. Valuation des arcs et décomposition en facteurs premiers :

- La valuation (y/x) représente le quotient (t/s) lorsque $(s \rightarrow t)$.
- Pour retrouver la décomposition en facteurs premiers d'un nombre (t) , suivre les arcs à partir de (1) jusqu'à (t) , en enregistrant les valuations associées aux arcs.

Souhaitez-vous que je développe en détail l'une des questions, ou fournir une implémentation Python pour générer ce graphe ?