Práctica 2

---

1. La cantidad de partículas que emite una fuente radiactiva en un minuto es una variable aleatoria con distribución de Poisson de parámetro λ. Se midió la cantidad de emisiones en intervalos de 1 minuto, obteniendo las siguientes 15 muestras

$$500 - 488 - 426 - 510 - 450 - 368 - 508 - 514 - 426 - 476 - 512 - 526 - 444 - 524 - 236$$

   a) Estimar el valor del parámetro λ basado en la muestra, tal como se aprendió en estadística.

   b) Mediante un *bootstrap* paramétrico, obtener una aproximación de la distribución del estimador obtenido.

   c) Realizar un histograma.

   d) Utilizando *bootstrap* estimar la varianza del estimador.

2. A partir del archivo *datos1.txt*, estimar el valor medio con las siguientes medidas de posición: (a) Media (b) Mediana

   El objetivo es estimar el desvío estándar de este estimador. Para eso, se propone el siguiente esquema de Bootrstrap:

   a) Generar una muestra de 100 elementos tomados de *datos1.txt* elegidos al azar con reposición.

   b) Calcular la medida de posición en dicha muestra.

   c) Repetir el procedimiento 1000 veces o más y obtener 1000 medidas.

   d) Estimar el desvío estándar a partir de las medidas obtenidas en el ítem anterior. Comparar los resultados obtenidos.

3. Se consideran los siguientes dos métodos para encontrar intervalos de confianza *bootstrap*:

   - **Método 1.** Supongamos que $\hat{\theta}$ tiene distribución aproximadamente normal con media θ. Luego, un intervalo de nivel aproximado $1-\alpha$ es

   $$[\hat{\theta} - z_{\alpha/2}\sqrt{v^2}, \hat{\theta} + z_{\alpha/2}\sqrt{v^2}],$$

     donde v^2 es un estimador de la varianza de $\hat{\theta}$. Por otra parte, el estimador v^2 puede obtenerse con Bootstrap, es decir, considerando realizaciones $\hat{\theta}^*_1, \ldots, \hat{\theta}^*_{n_{boot}}$ del estimador basadas en remuestreos de la distribución empírica y tomando $v^2 = \mathbf{var}(\hat{\theta}^*_1, \ldots, \hat{\theta}^*_{n_{boot}})$.

   - **Método 2.** Se consideran realizaciones $\hat{\theta}^*_1, \ldots, \hat{\theta}^*_{n_{boot}}$ del estimador $\hat{\theta}$ obtenidos haciendo Bootstrap como en el método anterior. Luego, un posible intervalo de nivel aproximado $1-\alpha$ es

   $$[\hat{\theta}^*_{(\alpha/2)}, \hat{\theta}^*_{(1-\alpha/2)}],$$

     donde $\hat{\theta}^*_{(\gamma)}$ es el $\gamma-$percentil de la muestra $\hat{\theta}^*_1, \ldots, \hat{\theta}^*_{n_{boot}}$.

a) Se quiere hacer intervalos de confianza para la mediana m de una distribución X usando a la mediana muestral como estimador. Para eso, implementar dos funciones `boot.metodo.1` y `boot.metodo.2` que tengan como input el nivel $1-\alpha$ y datos $x_1, \ldots, x_n$ y devuelvan el intervalo de confianza siguiendo la estrategia del método correspondiente.

b) Para cada $n = 30, 50, 100, 1000$, generar 1000 muestras de una distribución $N(0,1)$ y para cada una de ellas obtener los intervalos de nivel 0,95 con el método 1. Luego, para cada n completar la siguiente tabla Hacer lo mismo para el método 2 y comparar ambos métodos.

	n=30	n=50	n=100	n=1000
Longitud promedio				
Proporción de cubrimiento				

c) Repetir el item anterior para muestras de distribución Cauchy (también llamada t_1). Esta distribución es simétrica respecto del 0 y no tiene esperanza finita.