# Práctica 1: Implementación del perceptrón multicapa

Convocatoria de enero (curso académico 2020/2021)

Asignatura: Introducción a los modelos computacionales 4º Grado Ingeniería Informática (Universidad de Córdoba)

22 de septiembre de 2021

#### Resumen

Esta práctica sirve para familiarizar al alumno con los modelos computacionales de redes neuronales, en concreto, con el perceptrón multicapa. Para ello, el alumno deberá implementar el algoritmo de retropropagación básico para el perceptrón multicapa y comprobar el efecto de distintos parámetros (arquitectura de la red, factor de momento, uso de validación, decremento de la tasa de aprendizaje por cada capa, etc.). La entrega se hará utilizando la tarea en Moodle habilitada al efecto. Se deberán subir en un único fichero comprimido todos los entregables indicados en este guión. El día tope para la entrega es el **20 de octubre**. En caso de que dos alumnos entreguen prácticas copiadas, no se puntuarán ninguna de las dos.

### 1. Introducción

El trabajo que se va a realizar en la práctica consiste en implementar el algoritmo de retropropagación para entrenar un perceptrón multicapa para un problema concreto.

Para ello, se desarrollará un programa capaz de realizar este entrenamiento, con distintas posibilidades en cuanto a la parametrización del mismo. Este programa se utilizará para entrenar modelos que predigan, de la forma más correcta posible, la(s) variable(s) objetivo(s) de un conjunto de bases de datos disponible en Moodle y se realizará un análisis de los resultados obtenidos. Este análisis influirá en gran medida en la calificación de la práctica.

En el enunciado de esta práctica, se proporcionan valores orientativos para todos los parámetros del algoritmo. Sin embargo, se valorará positivamente si el alumno encuentra otros valores para estos parámetros que le ayuden a mejorar los resultados obtenidos. La única condición es que no se puede modificar el número máximo de iteraciones totales (1000 del bucle externo y N del bucle interno, por lo tanto, en todo caso está limitado a  $1000 \cdot N$ , donde N es el número de patrones de la base de datos) y que los valores de los parámetros deben ser constantes para todas las bases de datos o, en todo caso, depender del citado tamaño.

La sección 2 describe una serie de pautas generales a la hora de implementar el algoritmo de retropropagación. La sección 3 explica los experimentos que se van a realizar una vez implementado el algoritmo. Finalmente, la sección 4 especifica los ficheros que se deben entregar para esta práctica.

# 2. Implementación del algoritmo de retropropagación

Se deben de seguir las indicaciones aportadas en las diapositivas de clase, donde se proporciona un pseudocódigo orientativo y la estrategia general para realizar la implementación del algoritmo. Algunas características que deben ser aclaradas son las siguientes:

• Arquitectura de la red: Pretendemos desarrollar un algoritmo genérico, donde la estructura del perceptrón multicapa sea libre y a escoger por el usuario. El número de capas H cumplirá  $H \geq 2$ , es decir, como mínimo habrá una capa de entrada (capa 0), una capa oculta

(capa 1) y una capa de salida (capa 2), pero el número de capas ocultas puede ser mayor. Además, el usuario podrá especificar el número de neuronas de cada una de las capas ocultas (el número de neuronas de entrada y de salida vienen determinadas por el problema a resolver). Se tomará el mismo número de neuronas para todas las capas ocultas.

Tipología de las neuronas: Todas las neuronas, salvo las de la capa de entrada, serán de tipo sigmoide y dispondrán de sesgo. Su expresión será, por tanto:

$$out_{j}^{h} = \frac{1}{1 + \exp(-w_{j0}^{h} - \sum_{i=1}^{n_{h-1}} w_{ji}^{h} out_{i}^{h-1})}.$$

• Actualización de los pesos: utilizaremos una tasa de aprendizaje de  $\eta=0.1$  y un factor de momento de  $\mu=0.9$ . Se probará a utilizar un decremento de la tasa de aprendizaje por capa, con la siguiente expresión:

$$\eta_h = F^{-(H-h)} \eta, h \in \{1, \dots, H\},\$$

siendo F un factor de decremento establecido por el usuario (por ejemplo, F=2) y  $\eta$  la tasa de aprendizaje original ( $\eta=0,1$ ).

- Modo de funcionamiento: En esta primera práctica, el algoritmo trabajará en modo on-line o en línea, es decir, por cada patrón de entrenamiento (bucle interno), calcularemos el error y modificaremos los pesos de acuerdo a dicho error. Una vez procesados todos los patrones de entrenamiento, comprobaremos la condición de parada del bucle externo y volveremos a empezar por el primer patrón, si la condición no se cumple.
- Conjuntos de datos: El algoritmo trabajará con un fichero de entrenamiento y un fichero de test. El ajuste de pesos se realizará utilizando los datos de entrenamiento y, en cada iteración del bucle externo, mostraremos el error cometido por la red en el conjunto de entrenamiento. La mejor forma de saber si el algoritmo ha sido correctamente implementado, es comprobar que este error de entrenamiento converge y tiende a hacerse cada vez más pequeño. Además, al terminar la ejecución del algoritmo, mostraremos el error cometido por la red en el fichero de test. Opcionalmente, se podrá utilizar un subcojunto de los datos de entrenamiento, como datos de validación, para parar el algoritmo antes de que se produzca sobre-entrenamiento (ver Condición de parada a continuación). En cualquier caso, los datos de test nunca deberán ser utilizados ni para ajustar los pesos, ni para decidir cuando detener el algoritmo.
- Condición de parada: El entrenamiento se detendrá si se produce alguna de estas tres condiciones:
  - Se han realizado más de  $1000 \cdot N$  ajustes completos de pesos en la red, donde N es el número de patrones del conjunto de datos. Es decir, 1000 iteraciones para el bucle externo, cada una de las cuales supone N iteraciones del bucle interno (una iteración por patrón).
  - Si durante 50 iteraciones seguidas el error de entrenamiento no ha disminuido (o ha aumentado). Se debe utilizar una tolerancia de  $10^{-5}$  para realizar esta comprobación, es decir, si el error de entrenamiento disminuye en una cantidad menor o igual que  $10^{-5}$ , entonces consideramos que dicho error no ha disminuido.
  - Si durante 50 iteraciones seguidas el error de validación no ha disminuido (o ha aumentado). Esta condición solo se tendrá en cuenta en el caso de que el usuario decida utilizar conjunto de validación (early stopping). En ese caso, nos reservaremos un  $v \times 100\,\%$  de los patrones de entrenamiento para validación (y no se usarán para entrenamiento), donde  $v \in [0,1)$  es un valor a decidir por el usuario. Se debe utilizar una tolerancia de  $10^{-5}$  para realizar esta comprobación, es decir, si el error de validación disminuye en una cantidad menor o igual que  $10^{-5}$ , entonces consideramos que dicho error no ha disminuido. Si  $v=0\,\%$ , esta condición de parada no se tiene en cuenta.

- Copias de los pesos: Dependiendo del problema, la superficie de error puede ser muy compleja y a veces el algoritmo puede saltar a un punto donde no es capaz de moverse para minimizar el error. Es por ello que debemos mantener una "copia de seguridad" de los pesos de la red que han llevado, hasta el momento, al menor error. De manera que, antes de detener el algoritmo, siempre restauraremos esta copia de seguridad.
- Semillas para los números aleatorios: El algoritmo que estamos ejecutando es un algoritmo estocástico, es decir, la calidad de la red neuronal obtenida depende en gran medida del valor inicial de los pesos (primer punto explorado en la superficie de error). Para analizar mejor su comportamiento, vamos a intentar que el resultado no esté sesgado por la semilla de los números aleatorios. De otro modo, las conclusiones obtenidas pueden no ser válidas de forma general. Una forma de conseguirlo es efectuar varias ejecuciones con distintas semillas iniciales y calcular el resultado medio sobre todas las ejecuciones, para así representar con mayor fidelidad su comportamiento. Es por ello que el proceso de entrenamiento se repetirá cinco veces, utilizando las semillas 1, 2, 3, 4 y 5, y después de ello mostraremos la media y la desviación típica del error de entrenamiento y el error de test durante estas cinco ejecuciones.

# 3. Experimentos

Probaremos distintas configuraciones de la red neuronal y ejecutaremos cada configuración con cinco semillas (1, 2, 3, 4 y 5). A partir de los resultados obtenidos, se obtendrá la media y la desviación típica del error. Se deberá calcular el error MSE para el conjunto de entrenamiento y el error MSE para el conjunto de test. El MSE se define de la siguiente forma:

$$MSE = \frac{1}{N} \sum_{p=1}^{N} \left( \frac{1}{k} \sum_{o=1}^{k} (d_{po} - o_{po})^2 \right), \tag{1}$$

donde N es el número de patrones de la base de datos considerada (entrenamiento o test), k es el número de salidas,  $d_{po}$  es el valor deseado para el patrón p y la variable de salida o y  $o_{po}$  es el valor obtenido.

Para valorar cómo funciona el algoritmo implementado en esta práctica, emplearemos un total de cuatro bases de datos:

- Problema XOR: esta base de datos representa el problema de clasificación no lineal del XOR.
   Se utilizará el mismo fichero para train y para test.
- *Función seno*: esta base de datos está compuesta por 120 patrones de *train* y 41 patrones de *test*. Ha sido obtenida añadiendo cierto ruido aleatorio a la función seno (ver Figura 1).
- Base de datos quake: esta base de datos está compuesta por 1633 patrones de *train* y 546 patrones de *test*. Se corresponde con una base de datos en la que el objetivo es averiguar la fuerza de un terremoto (medida en escala sismológica de Richter). Como variables de entrada, utilizamos la profundidad focal, la latitud en la que se produce y la longitud ¹.
- Base de datos parkinsons: esta base de datos está compuesta por 4406 patrones de train y 1469 patrones de test. Contiene, como entradas o variables independientes, una serie de datos clínicos de pacientes con la enfermedad de Parkinson y datos de medidas biométricas de la voz, y, como salidas o variables dependientes, el valor motor y total del UPDRS (de las siglas en inglés Unified Parkinson's Disease Rating Scale)².

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Para más información, consultar https://sci2s.ugr.es/keel/dataset.php?cod=75

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>Para más información, consultar http://archive.ics.uci.edu/ml/datasets/Parkinsons+Telemonitoring

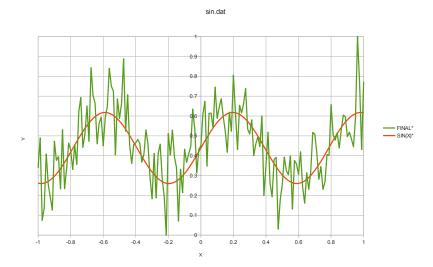


Figura 1: Representación de los datos incluidos para el problema de estimación de la función seno.

Para aprovechar mejor las características de la función sigmoide, las variables de entrada han sido normalizadas en el intervalo [-1,1]. La variable a predecir, ha sido normalizada en el intervalo [0,1].

Se deberá construir **una tabla para cada base de datos**, en la que se compare la media y la desviación típica del *MSE* de entrenamiento y de *test* (para el XOR, bastará de entrenamiento) para las distintas configuraciones utilizadas. Se deben probar, al menos, las siguientes configuraciones:

- Arquitectura de la red: Para esta primera parte, utilizaremos factor de momento, no utilizaremos conjunto de validación (v=0.0) y no emplearemos decremento de la tasa de aprendizaje (F=1). Se deberá probar un total de 12 arquitecturas:
  - Con una capa oculta:  $\{n:2:k\}$ ,  $\{n:4:k\}$ ,  $\{n:8:k\}$ ,  $\{n:32:k\}$ ,  $\{n:64:k\}$  y  $\{n:100:k\}$ .
  - Con dos capas ocultas:  $\{n:2:2:k\}$ ,  $\{n:4:4:k\}$ ,  $\{n:8:8:k\}$ ,  $\{n:32:32:k\}$ ,  $\{n:64:64:k\}$  y  $\{n:100:100:k\}$ .
- Una vez decidida la mejor arquitectura para cada problema, probaremos todas las combinaciones de estos dos parámetros:  $v \in \{0,0;0,15;0,25\}$  y  $F \in \{1;2\}$ .
- NOTA1: para la base de datos XOR, considerar siempre que v = 0.0 (no hay validación).
- NOTA2: observa si cuando activamos la validación (v=0.15 o v=0.25), el número de iteraciones media disminuye con respecto a no considerar validación (v=0.0), ya que esto implica un menor coste computacional y supone una ventaja.

Como valor orientativo, se muestra a continuación el error de entrenamiento y de generalización obtenido por una regresión lineal, utilizando Weka, en las tres bases de datos:

- Problema XOR:  $MSE_{train} = MSE_{test} = 0.25$ .
- Función seno:  $MSE_{train} = 0.02968729$ ;  $MSE_{test} = 0.03636649$ .
- Base de datos Quake:  $MSE_{train} = 0.03020644; MSE_{test} = 0.02732409.$
- Base de datos Parkinsons:  $MSE_{train} = 0.043390; MSE_{test} = 0.046354.$

El alumno debería ser capaz de mejorar estos errores con algunas de las configuraciones.

#### 3.1. Formato de los ficheros

Los ficheros que contienen las bases de datos tendrán el siguiente formato:

- En la primer línea se incluirá el número total de entradas del problema (n), el número total de salidas del problema (k) y el número total de patrones del fichero N.
- Luego tendremos una línea por patrón y cada línea tendrá n+k valores reales. Para el patrón/línea p:
  - Los primeros n valores serán las entradas del patrón, es decir,  $\mathbf{x}_p = \{x_{p1}, \dots, x_{pn}\}.$
  - Los siguientes k valores serán las salidas deseadas del patrón, es decir,  $\mathbf{d}_p = \{d_{p1}, \dots, d_{pk}\}.$

Un ejemplo de este tipo de ficheros (en concreto, el del problema XOR) es el siguiente:

```
1 2 1 4
2 1 -1 1
3 -1 -1 0
4 -1 1 1
5 1 1 0
```

# 4. Entregables

Los ficheros a entregar serán los siguientes:

- Memoria de la práctica en un fichero pdf que describa el programa generado, incluya las tablas de resultados y analice estos resultados.
- Fichero ejecutable de la práctica y código fuente.

# 4.1. Memoria de la práctica

La memoria de la práctica deberá incluir, al menos, el siguiente contenido:

- Portada con el número de práctica, título de la práctica, asignatura, titulación, escuela, universidad, curso académico, nombre, DNI y correo electrónico del alumno.
- Índice del contenido de la memoria con numeración de las páginas.
- Descripción de los modelos de redes neuronales utilizados (arquitectura y organización en capas) (máximo 1 carilla).
- Descripción en pseudocódigo de los pasos del algoritmo de retropropagación y de todas aquellas operaciones relevantes. El pseudocódigo deberá forzosamente reflejar la implementación/el desarrollo realizados y no ser una descripción genérica extraída de las diapositivas de clase o de cualquier otra fuente (máximo 3 carillas).
- Experimentos y análisis de resultados:
  - Breve descripción de las bases de datos utilizadas.
  - Breve descripción de los valores de los parámetros considerados.
  - Resultados obtenidos, según el formato especificado en la sección anterior.
  - Análisis de resultados. El análisis deberá estar orientado a justificar los resultados obtenidos, en lugar de realizar un análisis meramente descriptivo de las tablas. Tener en cuenta que esta parte es decisiva en la nota de la práctica. Se valorará la inclusión de los siguientes elementos de comparación:

- $\circ$  Gráficas de convergencia: reflejan, en el eje x, el número de iteración del algoritmo y, en el eje y, el valor del error de entrenamiento, el valor del error de validación y el valor del error de test.
- Análisis del modelo de red neuronal obtenido para el problema del XOR, utilizando la arquitectura más simple. Incluir el grafo del modelo, junto con el valor de todos los pesos. Comprobar cuál es el valor de las salidas obtenidas por este modelo frente al valor deseado.
- Cualquier otro gráfico o análisis que el alumno estime oportuno (por ejemplo, se puede representar la aproximación de la función de seno realizada por el mejor modelo de red, utilizando un formato similar al de la Figura 1).
- Referencias bibliográficas u otro tipo de material distinto del proporcionado en la asignatura que se haya consultado para realizar la práctica (en caso de haberlo hecho).

Aunque lo importante es el contenido, se valorará también la presentación, incluyendo formato, estilo y estructuración del documento. La presencia de demasiadas faltas ortográficas puede disminuir la nota obtenida.

# 4.2. Ejecutable y código fuente

Junto con la memoria, se deberá incluir el fichero ejecutable preparado para funcionar en las máquinas de la UCO (en concreto, probar por ssh en ts.uco.es). Además se incluirá todo el código fuente necesario. El fichero ejecutable deberá tener las siguientes características:

- Su nombre será la1.
- El programa a desarrollar recibe nueve argumentos por la línea de comandos (que pueden aparecer en cualquier orden)<sup>3</sup>:
  - Argumento t: Indica el nombre del fichero que contiene los datos de entrenamiento a utilizar. Sin este argumento, el programa no puede funcionar.
  - Argumento T: Indica el nombre del fichero que contiene los datos de *test* a utilizar. Si no se especifica este argumento, utilizar los datos de entrenamiento como *test*.
  - Argumento i: Indica el número de iteraciones del bucle externo a realizar. Si no se especifica, utilizar 1000 iteraciones.
  - Argumento 1: Indica el número de capas ocultas del modelo de red neuronal. Si no se especifica, utilizar 1 capa oculta.
  - Argumento h: Indica el número de neuronas a introducir en cada una de las capas ocultas. Si no se especifica, utilizar 5 neuronas.
  - Argumento e: Indica el valor del parámetro eta ( $\eta$ ). Por defecto, utilizar  $\eta = 0.1$ .
  - Argumento m: Indica el valor del parámetro  $mu(\mu)$ . Por defecto, utilizar  $\mu = 0.9$ .
  - Argumento v: Indica el ratio de patrones de entrenamiento a utilizar como patrones de validación. Por defecto, utilizar v=0,0.
  - Argumento d: Indica el valor del factor de decremento (F en las diapositivas) a utilizar por cada una de las capas. Por defecto, utilizar F=1.
- Opcionalmente, se puede añadir otro argumento para guardar la configuración del modelo entrenado (será necesario para hacer predicciones para la competición de Kaggle):
  - Argumento w: Indica el nombre del fichero en el que se almacenarán la configuración y el valor de los pesos del modelo entrenado.

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>Para procesar la secuencia de entrada, se recomienda utilizar la función getopt () de la librería libo

# • Un ejemplo de ejecución se puede ver en la siguiente salida:

```
1 | i02gupep@NEWTS:~/imc/imc2021/workspace/la1/Debug$ ./la1 -t ../train_xor.dat -T ../
      test_xor.dat -i 1000 -l 1 -h 10 -e 0.1 -m 0.9 -v 0.0 -d 1.0
2
3
  SEED 1
                  Training error: 0.298534
  | Iteration 1
                                                   Validation error: 0
   Iteration 2
                   Training error: 0.287343
                                                   Validation error: 0
  Iteration 1000 Training error: 0.00964613
                                                  Validation error: 0
   NETWORK WEIGHTS
   _____
10
11 Layer 1
12
  0.633863 -0.403033 0.773307
13
  0.469708 0.669090 -0.478398
   -0.344827 0.587652 -0.381660
15
   -0.838194 0.833304 0.683623
  -0.652504 0.552441 0.931250
  1.037431 0.353168 0.532612
18
   -0.936836 -0.204622 -0.874316
  -2.507921 -2.810956 2.605680
  -2.582238 -2.257553 -2.377693
21
   -2.176769 2.170193 -2.377776
22
  Layer 2
23
24
   -0.291562 \ -0.309591 \ -0.436306 \ -1.468180 \ -0.887955 \ 0.491371 \ -0.703266 \ 4.389247
      -4.066886 2.783916 -0.831752
26 Desired output Vs Obtained output (test)
   ______
27
  1 -- 0.891937
  0 -- 0.09749
   1 -- 0.914304
30
  0.100294
31
  We end!! => Final test error: 0.00964613
33
34
  SEED 2
                   Training error: 0.25546
  Iteration 1
36
                                                   Validation error: 0
37
   Iteration 2
                   Training error: 0.254574
                                                  Validation error: 0
   ******
39
  SEED 5
   *****
41
  Iteration 1
                  Training error: 0.268381
                                                  Validation error: 0
42
43
  Iteration 1000 Training error: 0.00813402
                                                  Validation error: 0
44
  NETWORK WEIGHTS
45
   _____
46
  Layer 1
47
   -2.621413 -2.489292 2.562251
49
   -1.247278 -1.357582 -1.320136
  -0.106533 -0.523225 -0.208347
  1.382290 -1.410529 -1.396242
52
   1.668992 -1.646763 -1.711076
  -1.818481 -1.982124 -1.906150
   -0.163134 -0.476374 -0.384511
55
  0.097310 -0.311289 -0.365728
   -1.168762 1.072397 1.266540
58
  1.949929 -1.952045 1.882673
   Layer 2
  4.172039 -1.404449 -0.930334 1.370385 1.978051 -2.735954 -0.117170 -1.000121
      -0.972900 -2.964386 0.838221
Desired output Vs Obtained output (test)
```

```
64 | 1 -- 0.915715
65 0 -- 0.0884255
  1 -- 0.902992
  0.0905678
  We end!! => Final test error: 0.00813402
  WE HAVE FINISHED WITH ALL THE SEEDS
   FINAL REPORT
  |Train error (Mean +- SD): 0.00895706 +- 0.000701482
72
   Test error (Mean +- SD):
                                     0.00895706 +- 0.000701482
74
  | i02gupep@NEWTS:~/imc/imc2021/workspace/la1/Debug$ ./la1 -t ../train_parkinsons.dat
     -T ../test_parkinsons.dat -i 1000 -l 2 -h 32 -e 0.1 -m 0.9 -v 0.15 -d 1.0
  SEED 1
77
   *****
78
                    Training error: 0.0453154
Training error: 0.0442438
                                                          Validation error: 0.0463736
Validation error: 0.0452932
   Iteration 1
79
  Iteration 2
81
   We end!! => Final test error: 0.00972168
  WE HAVE FINISHED WITH ALL THE SEEDS
  | FINAL REPORT
84
85
   ******
  Train error (Mean +- SD): 0.00775884 +- 0.00468669
  Test error (Mean +- SD): 0.0111319 +- 0.00371563
87
  | i02qupep@NEWTS: ~/imc/imc2021/workspace/la1/Debug$ ./la1 -t ../train_quake.dat -T
      ../test_quake.dat -i 1000 -l 1 -h 8 -e 0.1 -m 0.9 -v 0.15 -d 1.0
90
91 SEED 1
  *******
92
  Iteration 1
                     Training error: 0.0302003 Validation error: 0.0312965
Training error: 0.0301611 Validation error: 0.0312417
93
94
   We end!! => Final test error: 0.0272729
  WE HAVE FINISHED WITH ALL THE SEEDS
97
  FINAL REPORT
   Train error (Mean +- SD): 0.0297427 +- 0.000510125
100
  Test error (Mean +- SD): 0.0271742 +- 0.000119291
```

## 4.3. [OPCIONAL] Obtención de predicciones para Kaggle

El mismo ejecutable de la práctica permitirá obtener las predicciones de salidas para un determinado conjunto de datos. Esta salida debe guardarse en un archivo .csv que deberéis subir a Kaggle para participar en la competición (ver el archivo sampleSubmission.csv en la plataforma Kaggle). Este modo de predicción, utiliza unos parámetros diferentes a los citados anteriormente:

- Argumento p: Flag que indica que el programa se ejecutará en modo de predicción.
- Argumento T: Indica el nombre del fichero que contiene los datos de test que se utilizará (test\_kaggle.dat).
- Argumento w: Indica el nombre del fichero que contiene la configuración y los pesos del modelo entrenado que se utilizará para predecir las salidas.

A continuación, se muestra un ejemplo de ejecución del modo de entrenamiento haciendo uso del parámetro w para guardar la configuración del modelo. En este caso, hemos usado todos los datos para entrenar y generalizar, pero lo recomendable es subdividir el fichero de entrenamiento en dos subconjuntos.

```
100 -1 1 -h 32 -e 0.1 -m 0.9 -v 0.15 -d 1.0
  SEED 1
                 Training error: 0.015044
Training error: 0.0135553
Training error: 0.0118763
                                                  Validation error: 0.0122674
  Iteration 1
  Iteration 2
                                                   Validation error: 0.0109302
                                                  Validation error: 0.0094184
  Iteration 3
  We end!! => Final test error: 0.00119128
  WE HAVE FINISHED WITH ALL THE SEEDS
  FINAL REPORT
  *****
12
  Train error (Mean +- SD): 0.00140273 +- 0.000219986
14 Test error (Mean +- SD):
                          0.00144491 +- 0.000222772
```

# A continuación, se muestra un ejemplo de salida del modo de predicción:

```
1 i02gupep@NEWTS:~/imc/practical/Debug$ ./lal -p -T test_kaggle.dat -w weights.txt
2 Id,Predicted
3 0,0.0220356
4 1,0.0820215
5 2,0.0241959
6 ...
7 3497,0.103475
8 3498,0.00675393
9 3499,0.00506246
```