Teoría de Información y la Comunicación
Clase 2

Temas de la Unidad:

- Fuentes de Información
- Fuentes de Información de Memoria Nula
- Entropía
- Propiedades de la Entropía

Fuente de información

Una fuente de información S genera en cada instante de tiempo t un símbolo s_i elegido dentro del conjunto de símbolos posibles, según su probabilidades de emisión.

Se clasifican según:

♣Rango de valores:

- Continúa: ***Rango continuo de valores.***
- Discreta: ***Rango finito de valores.***

♣Relación entre sus símbolos:

- Sin Memoria: ***el símbolo s_i es estadísticamente independiente de los símbolos anteriores.***
- Con Memoria de orden k: ***el símbolo s_i es estaditicamente dependiente de los k símbolos anteriores.***

:

Unidad II: La información y sus fuentes

En una fuente de memoria nula los símbolos emitidos son estadísticamente independientes unos de otros.

La definen su alfabeto : S = {s_1 ,s_2 ,s_3 ,...., s_q } y las probabilidades de todos y cada uno de los símbolos de dicho alfabeto P= {p(s_1), p(s_2), p(s_3),....,p(s_q)}.

Siendo la cantidad de Información asociada a la observación del símbolo s_i la establecida por la formula vista precedentemente: I(s_i) = $\log_r$ (1/P(s_i)).

Se puede calcular la cantidad de información media de una fuente nula mediante la formula:

$$H(S)=\sum_{1}^{q} P(s_i)*I(s_i)=\sum_{1}^{q} P(s_i)*\log_r\left(\frac{1}{P(s_i)}\right)$$

H(S) es lo que se denomina Entropía de una fuente nula.

La entropía es la cantidad media de binits necesarios para representar el mensaje que se desea transmitir.

Se puede interpretar $I(s_i)$ como la información necesaria para que el evento sea cierto.
Asimismo $H(S)$ puede ser:

– el valor medio de la información por símbolo suministrada por la fuente, o
– el valor medio de la incertidumbre de un observador antes de conocer la salida de la fuente.

Si consideramos una variable aleatoria cuyos estados son representados utilizando un alfabeto binario. Podemos considerar la entropía calculada con logaritmos en base 2 como el número medio de bits que se necesitan para codificar dichos estados de la variable.

La entropía es una cantidad definida en el contexto de un modelo probabilístico para una fuente de datos, de lo cual se deduce:

– La cantidad de entropía no siempre es un número entero de bits.
– Muchos bits de datos no implican mayor información: por ejemplo, las estructuras de los datos guardan a menudo información redundante.

Ejemplo:

Consideremos la fuente $S = \{s_1, s_2, s_3\}$ con $P(s_1) = 1/2$, $P(s_2) = 1/4$ y $P(s_3) = 1/4$

Entonces : $H(S) = 1/2 \log 2 + 1/4 \log 4 + 1/4 \log 4 = 3/2$ bits (1,5 bits)

Otro ejemplo:

Si se quiere representar los diez dígitos decimales utilizando secuencia de binits:

3 binits no alcanzan y 4 binits es demasiado. Fijense que la entropía de 10 sucesos equiprobables es 3.32 bits.

$$H(S) = 10 * \left(\frac{1}{10}\right) * \log\left(\frac{1}{\left(\frac{1}{10}\right)}\right) = \log(10) = 3.32$$

Propiedades de la Entropía:

Sea S una fuente de memoria nula, de n símbolos:

1) 0 ≤ H(s) ≤ log (n)

2) H(S) = 0 ***si y solo si uno de los eventos tiene probabilidad = 1 y todos los demás tienen probabilidad = 0*****.**

3) H(S) = log (n) ***si y solo si P(*s_i*)=1/n para todo* s_i *que pertenecen a S.***

4) H(S) ***es una función continua y simétrica.***

Fuente binaria de memoria nula

Una fuente binaria de memoria nula, por ser binaria, tiene una alfabeto S= {0,1} y una distribución de probabilidades P={w,1-w).

Entonces su entropía será:

$$H(S)=w\log(\frac{1}{w})+(1-w)\log(\frac{1}{(1-w)})$$

Esta es la entropía para una fuente S con un valor específico de W.

Si llamamos $\overline{w}$ = 1- w, entonces nos queda:

$$H(S)=w\log(\frac{1}{w})+(\bar{w})\log(\frac{1}{(\bar{w})})$$

A partir de la expresión anterior podemos definir un función:

$$F(w) = w \log\left(\frac{1}{w}\right) + (\bar{w}) \log\left(\frac{1}{(\bar{w})}\right)$$

Y graficarla tomando valores de w en el intervalo: (0,1).

Asumiendo que : $\lim_{w \to 0} \log(w) = 0$ y por definición $0 \log(0) = 0$.