TAREA

1. ¿Cuál es el concepto de lugar geométrico?
Solución:
Se denomina **lugar geométrico** al conjunto de los puntos del plano que satisfacen una relación, también se le suele llamar gráfica de una ecuación.
Fuente:Geometría Analítica.Lehmann

2. ¿Cuál es el concepto de derivada?
Solución:
La **derivada** se define como la pendiente de la recta tangente a la gráfica de una función en un punto. Matemáticamente se ve a la derivada como un límite.
Fuente: Análisis I.Armando Venero

3. Dada la recta L_1 que pasa por los puntos $A(2,4,1)$ y $B(-3,5,7)$ y la recta $L_2 : \frac{2-x}{2} = \frac{y+1}{3} = 3 - z$.¿Son paralelas u ortogonales?¿Se cruzan o se intersectan?
Solución:

- Hallamos la ecuación vectorial de L_1 :

$$\overline{D_1} = \overline{AB} = (-3,5,7) - (2,4,1) = (-5,1,6)$$
$$L_1 : (2,4,1) + tD_1/t \in \mathbb{R}$$
$$L_1 : (2,4,1) + t(-5,1,6) \in \mathbb{R}$$

- Hallamos la ecuación vectorial de L_2 :

$$L_2 : \frac{2-x}{2} = \frac{y+1}{3} = 3 - z = t$$
$$L_2 : \frac{x-2}{-2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-3}{-1} = t$$
$$L_2 : (2,-1,3) + tD_2/t \in \mathbb{R}$$
$$L_2 : (2,-1,3) + t(-2,3,-1)/t \in \mathbb{R}$$

- Analizamos:

$$(-5,1,6) \neq \lambda(-2,3.-1)/\lambda \in \mathbb{R}$$

$\therefore$ No son paralelos.

$$< D_1, D_2 >= 10 + 3 - 6 = 7 \neq 0$$

$\therefore$ No son ortogonales.
Teorema:
Las rectas $L_1(P_0, D_1)$ y $L_2(Q_0, D_2)$ son alabeadas si y sólo si, $[D_1, D_2, P_0 - Q_0] \neq 0$.

$$[D_1, D_2, P_0 - Q_0] = \begin{vmatrix} -5 & 1 & 6 \\ -2 & 3 & -1 \\ 0 & 5 & -2 \end{vmatrix} = -59 \neq 0$$

$\therefore$ Son rectas alabeadas

4. ¿Qué debe cumplirse para que exista la suma, diferencia, multiplicación y división de funciones?
   Solución:
   Para que exista una operación algebraica entre funciones,estas deben tener un dominio en común;es decir,la intersección de sus dominios deber ser no vacía.
   Cálculo Diferencial.Manuel Toribio

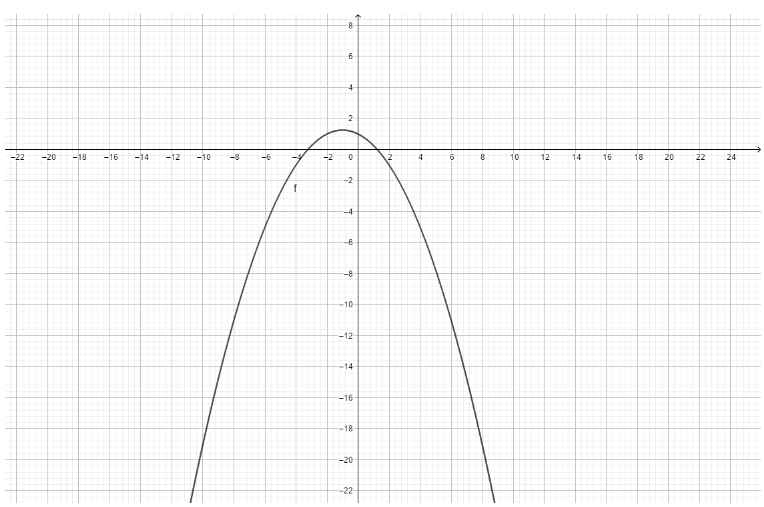
5. Grafique la cónica de ecuación $2x^2 + 4x + 8y - 8 = 0$ y halle todos sus elementos que la caracterizan.

   Solución:

   - Simplificando la expresión:

$$\begin{gathered}
2x^2 + 4x + 8y - 8 = 0 \\
x^2 + 2x + 4y - 4 = 0 \\
x^2 + 2x + 1 - 1 + 4y - 4 = 0 \\
(x+1)^2 + 4y = 5 \\
4y = 5 - (x+1)^2 \\
y = \frac{5}{4} - \frac{(x+1)^2}{4} \\
y = -0.25x^2 - 0.5x + 1
\end{gathered}$$

   - Gráfica:



   - Puntos:
     Vértice:$(-1, 1.25)$
     p=$|-1| = 1$
     Foco:$(-1, 0.25)$
     $L_D : y = 2.25$

6. Dada las funciones:

$$f(x) = \sqrt{7-x}; \qquad D_f : [-3, 6 >$$
$$g(x) = \frac{4-2x}{x+1}; \qquad D_g : [0, 4 >$$

Halle si existe $\left(\frac{f}{g}\right)$:

Solución:

- Verificamos que: $D_f(x) \cap D_g(x) = [0, 4 > \neq \emptyset$
- Verificamos si $g(x) \neq 0$:
  Hallando el rango de $g(x)$:
$$0 \leq x < 4$$
$$1 \leq x+1 < 5$$
$$1 \geq \frac{1}{x+1} > \frac{1}{5}$$
$$6 \geq \frac{6}{x+1} > \frac{6}{5}$$
$$4 \geq \frac{6}{x+1} - 2 > -\frac{4}{5}$$
$$4 \geq \frac{4-2x}{x+1} > -\frac{4}{5}$$
$$4 \geq g(x) > -\frac{4}{5}$$
  En efecto:
$$\exists x / g(x) = 0$$
- Luego: $\nexists \left(\frac{f}{g}\right)$

7. Calcular el límite:
$$\lim_{x \to 3} \frac{\sqrt[6]{x-2} + x - 4}{(4-x)^5 - 2x + 1}$$

Solución:

- Reemplazamos el valor $x = 3$:

$$\lim_{x \to 3} \frac{\sqrt[6]{x-2} + x - 4}{(4-x)^5 - 2x + 1} = \lim_{x \to 3} \frac{\sqrt[6]{3-2} + 3 - 4}{(4-3)^5 - 2.3 + 1} = \lim_{x \to 3} \frac{\sqrt[6]{1} - 1}{(1)^5 - 5} = \frac{0}{-4} = 0 \quad \blacksquare$$

8. Analiza la continuidad de la función: $\begin{cases} 3x-1, & x < 0 \\ x^2, & 0 \leq x \leq 1 \\ 2x-1, & x > 1 \end{cases}$

Solución:

- Analizando el dominio de la función,vemos que los posibles puntos de discontinuidad serían:$\{0,1\}$
- Evaluemos:
  $\forall x < 0$:
  $$f(x) = 3x - 1 \Longrightarrow \lim_{x \to 0^-} f(x) = f(0) = 3(0) - 1 = -1$$
  $0 \leq x \leq 1$:
  $$f(x) = x^2 \Longrightarrow \lim_{x \to 0^+} f(x) = f(0) = (0)^2 = 0$$
  Vemos que:
  $$\lim_{x \to 0^-} f(x) \neq \lim_{x \to 0^+} f(x)$$
  $\therefore f$ no es continua en 0.

  $0 \leq x \leq 1$:
  $$f(x) = x^2 \Longrightarrow \lim_{x \to 1^-} f(x) = 1^2 = 1$$
  $\forall x > 1$:
  $$f(x) = 2x - 1 \longrightarrow \lim_{x \to 1^+} = 2(1) - 1 = 1$$
  Vemos que:
  $$\lim_{x \to 1^-} f(x) = \lim_{x \to 1^+} f(x)$$
  $\therefore f$ es continua en 1.

9. Calcule la integral:

$$\int \sqrt{3-x}dx$$

Solución:

- Hacemos:
  $$u^2 = 3 - x$$
  $$u = \sqrt{3-x}$$
- Derivando:
  $$u^2 = 3 - x$$
  $$2udu = -dx$$
  $$\therefore dx = -2udu$$

- Reemplazamos en la integral:

$$\int \sqrt{u^2}dx = \int u(-2udu) = -2\int u^2du = -2\left(\frac{u^3}{3}\right) + c = -2\left(\frac{\sqrt{3-x}^3}{3}\right) + c \qquad \blacksquare$$

10. Calcular la integral:

$$\int x^3e^{-x}dx$$

Solución:

- Integración por partes:
  Hacemos:

$$u = x^3 \qquad du = 3x^2dx$$
$$dv = e^{-x}dx \qquad v = -e^{-x}$$

- Calculamos la integral:

$$\int x^3e^{-x}dx = x^3.(-e^{-x}) + 3\int x^2e^{-x}dx$$
$$\int x^2e^{-x}dx = x^2 + 2\int xe^{-x}dx$$
$$\int xe^{-x}dx = x(-e^{-x}) + \int e^{-x}dx = x(-e^{-x}) - e^{-x} + c$$

- Reemplazamos:

$$\int x^3e^{-x}dx = -e^{-x}(x^3 + 3x^2 + 6x + 6) + c \qquad \blacksquare$$