

Содержание курса лекций Раздел: «ОТАУ. Часть 2.» (бакалавры 2015)

Лекция 1. Нелинейные системы. Основные методы исследования нелинейных систем.

Введение. Определение нелинейных систем и основные методы их исследования. Математические модели нелинейной динамики. Нелинейные статические и динамические элементы. Математические модели Винера-Гаммерштейна. Соединения нелинейных элементов. Математические модели на основе функциональных рядов Вольтерра.

Лекция 2. Устойчивость линейных нестационарных систем. Критерии устойчивости по первому приближению. Периодические системы.

Нестационарные линеаризованные модели первого приближения. Устойчивость линейной нестационарной системы и ее характеристический многочлен. Характеристические показатели линейных систем. Спектр и структура решений линейной неавтономной системы. Ляпуновские экспоненты. Приводимые системы. Теоремы об устойчивости линейных неавтономных систем. Оценка устойчивости исходной нелинейной системы по линейной неавтономной системе первого приближения. Эффект Перрона. Критерии устойчивости по первому приближению для нелинейных нестационарных систем. Теория Флоке. Неоднородные линейные периодические системы.

Лекция 3. Модели особых линейных систем. Системы с запаздыванием.

Уравнения непрерывных систем с запаздыванием. Устойчивости систем с запаздыванием. Исследование устойчивости систем с запаздыванием по линейному приближению. Классификация линейных управляемых систем с запаздыванием. Критерии устойчивости линейных систем с запаздыванием. Аналитический критерий Понтрягина. Частотные критерии устойчивости для линейных систем с «чистым» запаздыванием. Критерии управляемости и наблюдаемости. Типовые законы управления объектами с запаздыванием. Численные методы интегрирования уравнений с запаздывающим аргументом.

Лекция 4. Системы с распределенными параметрами.

Задачи управления системами с распределенными параметрами. Классификация задач и методов управления системами с распределенными параметрами. Классификация уравнений с частными производными. Теоремы существования и методы решения линейных уравнений 1-го порядка с частными производными. Линейные уравнения 2-го порядка с частными производными. Фундаментальные решения. Структурный метод исследования систем с распределенными параметрами. Численное решение уравнений в частных производных методом сеток. Программные пакеты решения уравнений с частными производными.

Лекция 5. Устойчивость нелинейных систем. Второй (прямой) метод Ляпунова.

Второй (прямой) метод Ляпунова. Основные свойства функции Ляпунова. Знакоопределенные квадратичные формы. Теоремы об устойчивости. Устойчивость в целом. Устойчивость систем с запаздыванием. Устойчивость линейной стационарной системы. Уравнение Ляпунова. Теоремы о неустойчивости. Методы построения функции Ляпунова. Экспоненциальная устойчивость.

Лекция 6. Устойчивость по части переменных. Устойчивость на конечном интервале времени.

Абсолютная устойчивость.

Устойчивость при постоянно действующих возмущениях. Устойчивость по части переменных. Устойчивость систем на конечном интервале времени. Постановка задачи абсолютной устойчивости нелинейных систем. Проблема Айзермана. Прямой метод Ляпунова исследования абсолютной устойчивости. Частотный критерий Попова. Круговой критерий абсолютной устойчивости. Квадратичный критерий Якубовича. Положительно вещественные передаточные функции. Линейные матричные неравенства. Многомерный критерий Попова.

Лекция 7. Метод линеаризации обратной связью по состоянию. Линеаризация обратной связью по выходу. Задачи синтеза управления.

Задача обратной динамики и метод линеаризации обратной связью. Векторные поля на многообразиях. Действие векторного поля на функцию. Производные и ряды Ли. Скобки Ли. Теорема Фробениуса. Линеаризации обратной связью по состоянию (ЛОС). Каноническая форма управления по Бруновскому. Схема линеаризации обратной связью по состоянию. Линеаризация обратной связью в пространстве «вход-выход». Относительный порядок системы. Внешняя и внутренняя динамика. Нуль-динамика. Синтез алгоритмов управления для автономных аффинных систем.

Лекция 8. Релаксационные колебания. Быстро-медленные системы. Метод разделения движений. Принцип усреднения.

Многорегимные системы и релаксационные колебания. Быстро-медленные системы. Медленная поверхность и медленное уравнение. Сингулярно возмущенные системы. Метод разделения движений. Принцип усреднения. Обобщенное уравнение Крылова-Боголюбова. Операторы осреднения. Стандартные системы. Теорема Боголюбова.

Лекция 9. Гармоническая линеаризация. Симметричные и несимметричные колебания. Вибрационная линеаризация.

Гармоническая линеаризация. Коэффициенты гармонической линеаризации при симметричных колебаниях. Коэффициенты гармонической линеаризации при симметричных колебаниях и неоднозначных характеристиках. Исследование симметричных колебаний. Коэффициенты гармонической линеаризации при несимметричных колебаниях. Исследование несимметричных автоколебаний при постоянном внешнем воздействии. Вибрационная линеаризация.

Лекция 10. Линейные оптимальные, по интегральному квадратичному критерию, системы.

Синтез линейных систем с использованием интегрального квадратичного критерия качества. Матричное уравнение Риккати. Вариационные принципы проектирования оптимальных систем. Уравнение Эйлера. Уравнение Эйлера-Пуассона. Преобразование уравнения Эйлера к каноническому виду по Гамильтону.

Лекция 11. Метод множителей Лагранжа. Принцип максимума. Динамическое программирование.

Общая постановка задачи оптимального управления. Классификация задач оптимального управления и их преобразования. Метод множителей Лагранжа. Принцип максимума Понтрягина. Задача максимального быстродействия. Теорема об n интервалах. Вырожденные и особые задачи оптимального управления. Метод динамического программирования. Принцип оптимальности и уравнение Беллмана.

Лекция 12. Стохастические оптимальные системы. Оптимальная фильтрация по Винеру-Хопфу и по Калману-Бьюси.

Стохастические оптимальные системы. Линейные стохастические оптимальные системы при полной информации о состоянии. Винеровская задача оптимальной фильтрации. Фильтр Калмана-Бьюси. Задача оптимальной фильтрации при белых шумах. Фильтр Калмана-Бьюси при цветном шуме объекта и цветном шуме наблюдения. Линейные стохастические системы при неполной информации. Принцип разделения.

Лекция 13. Основные понятия качественной теории динамических систем. Грубые состояния равновесия автономных систем. Теорема о центральном многообразии.

Основные понятия качественной теории динамических систем. Определение аттрактора. Качественное (геометрическое) интегрирование динамических систем. Структура предельных множеств. Грубые состояния равновесия автономных динамических систем. Структура решений линеаризованных моделей первого приближения. Инвариантные многообразия нелинейных систем. Теорема о центральном многообразии.

Лекция 14. Структурная устойчивость систем. Методы исследования векторных полей. Периодические траектории динамических систем.

Понятие структурной устойчивости систем. Методы исследования векторных полей. Метод фазовой плоскости. Грубые периодические траектории динамических систем. Орбитальная устойчивость. Условия существования предельных циклов для плоских векторных полей. Устойчивость траекторий периодических систем. Отображение Пуанкаре для автономных систем. Диаграмма Ламерея.

Лекция 15. Глобальные и локальные бифуркации. Локальные бифуркации одномерных непрерывных и дискретных систем. Понятие хаоса.

Бифуркации равновесных решений систем. Глобальные и локальные бифуркации. Локальные бифуркации в одномерных непрерывных динамических системах. Бифуркации одномерных дискретных динамических систем. Периодические решения дискретных систем. Понятие хаоса. Показатель Ляпунова хаотической траектории дискретной системы.

Лекция 16. Классификация бифуркаций. Бифуркация Андронова-Хопфа. Глобальные бифуркации.

Коразмерность и «сложность» бифуркаций. Построение диаграмм решений (бифуркационных диаграмм). Бифуркации динамических систем на плоскости. Локальные бифуркации коразмерности один и два. Типовые формы локальных бифуркаций коразмерности один и два. Бифуркация Андронова-Хопфа. Анализ устойчивости бифуркационных точек. Глобальные бифуркации.