Экзаменационный билет № 1 Васильев А.В

① Интеграл Римана на n-мерном промежутке

Если $\exists$ конечный предел $\lim\limits_{\lambda(P)\to 0} \sigma(f,(P,\xi))$, то он называется n-мерным кратным интегралом Римана

$$\int_I f(x)\,dx = \lim_{\lambda(P)\to 0} \sigma(f,(P,\xi))$$

В свою очередь $\sigma(f,(P,\xi))$ есть сумма

$$\sum_i f(\xi_i)\mu(I_i) = f(\xi_i)|I_i|$$ – интегральная сумма Римана

I – промежуток $\mu(I)$ – мера промежутка

P – разбиение промежутка $\lambda(P)$ – параметр мелкости разбиения

(P,ξ) · разбиение с отмеченной точкой

Необходимое условие: функция f ограничена на I

Интеграл Римана линеен

$$\int_A a f(x)\,dx = a\int_A f(x)\,dx$$

$$\int_A (f \pm g)\,dx = \int_A f\,dx \pm \int_A g\,dx$$

Аддитивен по множествам

$$\int_{A\cup B} f\,dx = \int_A f\,dx + \int_B f\,dx$$

Развернутое обозначение интеграла

$$\int_I f(x)\,dx = \int\int\dots\int f(x_1 \dots x_n)\,dx_1\dots dx_n$$

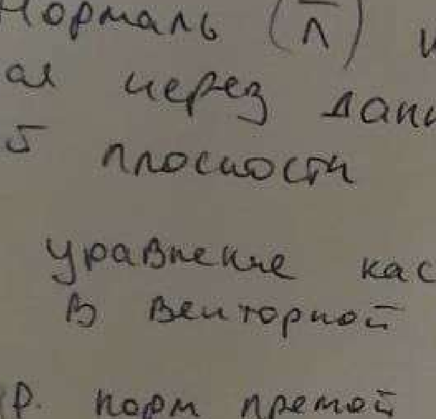
Касательная плоскость и нормаль к поверхности в R^3

Касательная плоскость к поверхности в точке M_0 - это плоскость содержащая касательные ко всем кривым, которые принадлежат данной поверхности и проходят через данную точку M_0

Нормаль ($\bar{n}$) к поверхности - это прямая, проходящая через данную точку перпендикулярно касательной плоскости

уравнение касательной в векторной форме $(r - r_0, r_u, r_v) = 0$

ур. норм прямой $\frac{x - x_0}{f'_{x0}} = \frac{y - y_0}{f'_{y0}} = -(z - z_0)$



$B \to A$

$C \to A$

$A(x_0, y_0, f(x_0, y_0))$

$B(x_0 + \Delta x, y_0, f(x_0 + \Delta x, y_0))$

$C(x_0, y_0 + \Delta y, f(x_0, y_0 + \Delta y))$

$$\begin{vmatrix} x - x_0 & y - y_0 & z - f(x_0, y_0) \\ \Delta x & 0 & \Delta_x f \\ 0 & \Delta y & \Delta_y f \end{vmatrix} = 0$$

$$\frac{x - x_0}{F'_x(M_0)} = \frac{y - y_0}{F'_y(M_0)} = \frac{z - z_0}{F'_z(M_0)}$$ уравн нормали

$$F'_x(M_0)(x - x_0) + F'_y(M_0)(y - y_0) + F'_z(M_0)(z - z_0) = 0$$