0

**Вариант 6**

1. **(7.19)** Определить напряженность магнитного поля внутри катушки идеального контура Томпсона в момент времени $t = \frac{\pi}{6}\cdot 10^{-4}$ с, если при t = 0 заряд на конденсаторе $q_0 = 10^{-5}$ Кл, ток в контуре $i_0 = 0$. Индуктивность катушки $L = 10^{-3}$ Гн, число витков на 1 м длины катушки $n = 10^3$ 1/м, емкость конденсатора $C = 10^{-5}$ Ф. Считать, что длина катушки много больше диаметра витков.

***Дано:***

$t = \frac{\pi}{6}\cdot 10^{-4}$ с

$q_0 = 10^{-5}$ Кл

$i_0 = 0$

$L = 10^{-3}$ Гн

$n = 10^3$ 1/м

$C = 10^{-5}$ Ф

H - ?

***Решение:***

Магнитная индукция внутри катушки

$$B(t) = \mu_0\cdot n\cdot i(t).$$

Напряженность магнитного поля

$$H(t) = B(t)/\mu_0 = n\cdot i(t).$$

Сила тока есть производная заряда по времени, поэтому получим для силы тока в контуре уравнение:

$$q = q_0\sin(\omega_0 t + \varphi_0),$$
$$i = \omega_0 q_0\cos(\omega_0 t + \varphi_0).$$

Так как $q(0) = q_0$, то $\varphi_0 = \pi/2$

Учитывая, что

$$\omega_0 = \frac{I}{\sqrt{LC}}$$

находим

$$i(t) = \frac{q_0}{\sqrt{LC}}\cos\left(\frac{t}{\sqrt{LC}} + \frac{\pi}{2}\right) = \frac{q_0}{\sqrt{LC}}\sin\left(\frac{t}{\sqrt{LC}}\right),$$

$$H(t) = \frac{nq_0}{\sqrt{LC}}\sin\left(\frac{t}{\sqrt{LC}}\right),$$

$$H(t) = \frac{10^3\cdot 10^{-5}}{\sqrt{10^{-3}\cdot 10^{-5}}}\sin\left(\frac{t}{\sqrt{10^{-3}\cdot 10^{-5}}}\right)$$

$$H(t) = 100\sin\left(10^4 t\right).$$

В момент времени $t = \frac{\pi}{6}\cdot 10^{-4}$ с напряженность магнитного поля катушки равна

$$H = 100\cdot\sin(\pi/6) = 100\cdot 0{,}5 = 50 \text{ А/м}.$$

***Ответ: H = 50 А/м.***

2. **(7.39)** Конденсатор емкостью C = 0,2 мкФ и активное сопротивление R = 4,7 кОм подключены к внешнему переменному напряжению с амплитудой $U_m = 170$ В и частотой ν = 60 Гц. Определить сдвиг фаз между напряжением и током. Чему равно амплитудное значение силы тока в цепи?

***Дано:***

C = 0,2 мкФ = $2\cdot 10^{-7}$ Ф

R = 4,7 кОм = $4{,}7\cdot 10^3$ Ом

$U_m = 170$ В

ν = 60 Гц

φ - ?

$i_m$ - ?

***Решение:***

Запишем законы изменения внешнего напряжения и тока в цепи:

$$U = U_m\cdot\cos\omega t,$$
$$I = i_m\cdot\cos(\omega t - \varphi).$$

Где сдвиг фаз φ определяется по формуле

$$tg\varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}.$$

Так как L = 0, то

$$tg\varphi = -\frac{1}{\omega CR}.$$

Учитывая, что ω = 2πν, имеем

$$\varphi = arctg\left(-\frac{1}{2\pi\nu CR}\right).$$

Амплитуда тока

$$i_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + \left(-\frac{1}{\omega C}\right)^2}},$$

$$i_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{2\pi\nu C}\right)^2}}.$$

Подставляя численные значения, находим:

$$\varphi = 70{,}5°;\ i_m = 12 \text{ мА}.$$

***Ответ: φ = 70,5°; $i_m$ = 12 мА.***

3. **(8.14)** Напряжение на пластинах плоского воздушного конденсатора изменяется по закону $U = U_0\cdot\sin\omega t$. Определить ток смещения через сечение AA′. Площадь пластин конденсатора S, расстояние между пластинами d.

***Дано:***

$U = U_0\cdot\sin\omega t$

S, d

$I_{см}$ - ?

***Решение:***

Ток смещения через сечение конденсатора

$$I_{см} = j_{см}\cdot S.$$

Плотность тока смещения в конденсаторе

$$j_{см}(t) = \partial D/\partial t,$$

где D – вектор электрического смещения

$$D = \varepsilon\varepsilon_0 E.$$

Закон изменения напряженности электрического поля конденсатора:

$$E(t) = U(t)/d = U_0\cdot\sin\omega t/d.$$

Отсюда

$$D(t) = \varepsilon\varepsilon_0 U_0\cdot\sin\omega t/d,$$
$$j_{см} = \varepsilon\varepsilon_0\omega U_0\cdot\cos\omega t/d,$$
$$I_{см} = \varepsilon\varepsilon_0\omega S\cdot U_0\cdot\cos\omega t/d.$$

Конденсатор воздушный, следовательно, ε = 1. Окончательно имеем:

$$I_{см} = \varepsilon_0\omega S\cdot U_0\cdot\cos\omega t/d.$$

***Ответ: $I_{см} = \varepsilon_0\omega S\cdot U_0\cdot\cos\omega t/d$.***

4. **(8.37)** Колебательный контур состоит из катушки с индуктивностью $L = 10^{-6}$ Гн и плоского воздушного конденсатора, площадь каждой пластины которого $S = 10^{-2}$ м². Контур резонирует на волну λ = 10 м. Найти расстояние d между пластинами конденсатора.

***Дано:***

$L = 10^{-6}$ Гн

$S = 10^{-2}$ м²

λ = 10 м

d - ?

***Решение:***

Емкость конденсатора

$$C = \varepsilon\varepsilon_0 S/d,$$

откуда расстояние d между пластинами воздушного ($\varepsilon = 1$) конденсатора

$$d = \varepsilon_0 S/C.$$

Длина волны связана с частотой соотношением

$$\lambda = c/\nu,$$

где $c = 3\cdot10^8$ м/с – скорость электромагнитной волны в вакууме.

Собственная частота колебаний

$$\nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}.$$

Тогда емкость контура, резонирующего на данную длину волны:

$$C = \frac{\lambda^2}{4\pi^2 c^2 L}.$$

Искомое расстояние

$$d = \frac{4\pi^2 c^2 \varepsilon_0 SL}{\lambda^2}.$$

Подставляя численные значения, находим:

$$d = \frac{3{,}14\cdot 9\cdot 10^{16}\cdot 10^{-2}\cdot 10^{-6}}{9\cdot 10^9\cdot 10^2} = 3{,}14\cdot10^{-3}\text{ м} = 3{,}14\text{ мм}.$$

***Ответ: d = 3,14 мм.***

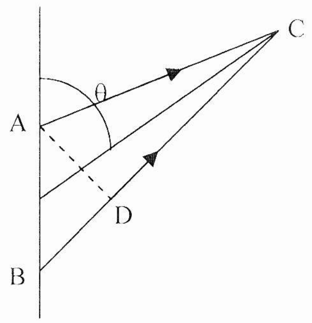
5. **(1.9)** Система состоит из двух одинаковых точечных источников когерентных волн. Расстояние между источниками $d = \lambda$. Источники колеблются в противофазе. Определить углы $\theta$, которым соответствует: а) максимальное, б) минимальное излучение системы. Углы отсчитываются от линии, соединяющей источники. Расстояние от источников до точек наблюдения значительно больше $\lambda$.

***Дано:***

$d = \lambda$

$\theta$ - ?

***Решение:***




Когда расстояние от источников до точки наблюдения значительно превышает расстояние между источниками (AC, BC >> d), лучи AC и BD оказываются практически параллельными.

Тогда разность хода интерферирующих лучей

$$BC - AC = BD = d\cdot\cos\theta.$$

В точке наблюдения волна от источника B отстает по фазе на величину

$$\Delta\varphi = \varphi_A - \varphi_B = (\alpha_1 - \alpha_2) + 2\pi d\cdot\cos\theta/\lambda.$$

Источники колеблются в противофазе, следовательно,

$$\alpha_2 = \alpha_1 - \pi.$$

Учитывая, что $d = \lambda$, имеем

$$\Delta\varphi = \pi + 2\pi\cdot\cos\theta.$$

а) Из условия максимумов интенсивности получим

$$\pi + 2\pi\cdot\cos\theta = 2\pi m,$$

откуда следует

$$\cos\theta = m - 1/2.$$

Это соотношение может выполняться только при m = 0, 1. Имеем:

$m = 0$, $\cos\theta = -1/2$, $\theta = 120°$;

$m = 1$, $\cos\theta = 1/2$, $\theta = 60°$.

Таким образом, максимумы интенсивности имеют место под углами: $\theta = 60°$; $\theta = 120°$.

б) Из условия минимумов интенсивности получим

$$\pi + 2\pi\cdot\cos\theta = (2m + 1)\pi,$$

откуда следует

$$\cos\theta = m.$$

Это соотношение может выполняться только при m = -1, 0, 1. Имеем:

$m = -1$, $\cos\theta = -1$, $\theta = 180°$.

$m = 0$, $\cos\theta = 0$, $\theta = 90°$.

$m = 1$, $\cos\theta = 1$, $\theta = 0$.

Таким образом, минимумы интенсивности имеют место под углами $\theta = 0$, $\theta = 90°$, $\theta = 180°$.

***Ответ: а) $\theta = 60°$; $\theta = 120°$; б) $\theta = 0$; $\theta = 90°$; $\theta = 180°$***

6. **(1.55)** Нанесенный на вертикально поставленное стекло ($n = 1{,}5$) слой воды ($n = 1{,}33$) образует клин с углом при вершине $\alpha = 2\cdot10^{-3}$ рад. Свет с длиной волны $\lambda = 550$ нм падает по нормали к стеклу. Интерференция наблюдается в отраженном свете. Найти: а) расстояние третьей светлой полосы от вершины клина; б) число темных полос на длине клина $l = 1$ мм.

***Дано:***

$n_c = 1{,}5$

$n_в = 1{,}33$

$\alpha = 2\cdot10^{-3}$ рад

$\lambda = 550$ нм $= 0{,}55\cdot10^{-6}$ м

$l = 1$ мм $= 10^{-3}$ м

а) $x_3$ - ?

б) N - ?

***Решение:***

Свет падает на клин параллельным пучком. Интерферируют лучи, отраженные от верхней и нижней поверхностей клина. Оптическая разность хода этих лучей определяется соотношением

$$\Delta = 2d\cdot n\cdot\cos\beta + \lambda/2.$$

Здесь d – толщина стекла в месте падения луча; $n = n_c/n_в$.

Свет падает по нормали к поверхности, $\cos\beta = 1$,

$$\Delta = 2d\cdot n_c/n_в + \lambda/2.$$

а) Геометрическим местом с одинаковой разностью хода являются прямые, параллельные ребру клина. При наблюдении в отраженном свете интерференционная картина представляет собой систему светлых и темных полос, параллельных ребру клина. Запишем условие третьей светлой полосы:

$$2\cdot d_3\cdot n_c/n_в + \lambda/2 = 3\lambda,$$

$$d_3 = 5\lambda\cdot n_в/(4n_c).$$

При малом угле клина

$$d_3 = x_3\cdot\alpha.$$

Получаем

$$x_3 = 5\lambda\cdot n_в/(4\alpha n_c),$$

$$x_3 = 5\cdot0{,}55\cdot10^{-6}\cdot1{,}33/(4\cdot2\cdot10^{-3}\cdot1{,}5) = 0{,}31\cdot10^{-3}\text{ м} = 0{,}31\text{ мм}.$$

б) Число темных полос на длине клина l равно

$$N = l/\Delta x,$$

где $\Delta x$ – расстояние между двумя темными полосами.

Запишем условие двух соседних темных полос:

$$2\cdot d_1\cdot n_c/n_в + \lambda/2 = (2m + 1)\lambda/2,$$

$$2\cdot d_2\cdot n_c/n_в + \lambda/2 = (2m + 3)\lambda/2$$

или

$$d_1\cdot n_c/n_в = m\lambda/2,$$

$$d_2\cdot n_c/n_в = (m + 1)\lambda/2.$$

Вычитая первое соотношение из второго, получим

$$(d_2 - d_1)\cdot n_c/n_в = \lambda/2.$$

При малом угле клина

$$d_2 - d_1 = \Delta x \cdot \alpha.$$

Получаем

$$\Delta x = \lambda \cdot n_в / (2\alpha n_c),$$

$$N = 2\alpha n_c \cdot l / (\lambda \cdot n_в),$$

$$N = 2 \cdot 2 \cdot 10^{-3} \cdot 1{,}5 \cdot 10^{-3} / (0{,}55 \cdot 10^{-6} \cdot 1{,}33) = 9.$$

***Ответ: а)*** $x_3 = 0{,}31$ ***мм; б)*** $N = 9$ ***полос.***

8.48 В вакууме распространяется плоская электромагнитная волна (длина волны $\lambda = 10$ м) с амплитудой электрической составляющей $E_0 = 50$ В/м. На пути волны располагается поглощающая поверхность, имеющая форму полусферы, радиуса 1 м, обращенная своей внешней сферической поверхностью к падающей волне. Определить энергию, поглощаемую этой поверхностью за время $t = 5$ мин. (Учесть, что время $t \gg T$ – периода электромагнитной волны).

***Дано:***

$\lambda = 10$ м

$E_0 = 50$ В/м

$R = 1$ м

$t = 5$ мин $= 300$ с

$t \gg T$

$W$ - ?

***Решение:***

Так как $t \gg T$, то в этом случае можно вычислить среднюю по времени энергию, переносимую волной. Среднее значение модуля вектора Пойнтинга, то есть среднее по времени значение энергии, переносимое электромагнитной волной через единичную площадку, расположенную перпендикулярно направлению распространения волны.

$$\langle S \rangle = \frac{1}{2} E_0 H_0 = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \cdot E_0^{\,2}.$$

В условиях данной задачи энергия, падающая на поверхность полусферы, будет равна энергии, падающей на поверхность круга площадью $\pi R^2$. Тогда на поверхность $\pi R^2$ за время $t$ падает и полностью поглощается ею энергия, переносимая электромагнитной волной

$$W = \langle S \rangle \cdot \pi R^2 t = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \cdot E_0^{\,2} \pi R^2 t.$$

Подставив численные значения, находим:

$$W = 3{,}12 \cdot 10^3 \text{ Дж} = 3{,}12 \text{ кДж}.$$

***Ответ: $W = 3{,}12$ кДж.***

**8.** **(4.17)** В опыте Юнга расстояние между щелями равно d = 1,5 мм, расстояние от щелей до экрана l = 60 см. На каком расстоянии

***Дано:***

d = 1,5 мм = $1{,}5\cdot10^{-3}$ м

l = 60 см = 0,6 м

$\lambda = 5{,}4\cdot10^{-7}$ м

m = 5

x - ?

***Решение:***

5-я полоса располагается в точке А, для которой

$$\Delta = r_1 - r_2 = m\lambda = 5\lambda.$$

Разность хода лучей в точке А

$$\Delta = xd/l$$

откуда

$$xd/l = 5\lambda$$

$$x = 5\lambda l/d$$

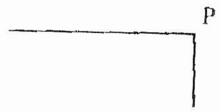
$$x = 5\cdot5{,}4\cdot10^{-7}\cdot0{,}6/1{,}5\cdot10^{-3} = 1{,}08\cdot10^{-3}\text{ м} = 1{,}08\text{ мм}.$$

***Ответ: x = 1,08 мм.***

~~**9.** 4.55~~

**10.** **(5.1а)** Плоская монохроматическая световая волна с интенсивностью $I_0$ падает нормально на поверхность непрозрачного экрана, изображенного на рисунке. Найти интенсивность света в точке P, расположенной за вершиной угла экрана на некотором расстоянии от него.

***Дано:***




$I_0$

I - ?

***Решение:***

Колебания в точке P возникают в результате интерференции волн от вторичных источников, расположенных на открытой части волновой поверхности, проходящей через плоскость экрана. Эта открытая часть представляет собой три четверти плоскости. Следовательно, колебание имеет амплитуду

$$A = 3A_0/4 = \frac{3}{4}\sqrt{I_0}.$$

Отсюда следует

$$I = 9I_0/16.$$

***Ответ:* $I = 9I_0/16$.**

**11. (2.40)** В спектре,

***Дано:***

d = 2,3 мкм = $2{,}3\cdot10^{-6}$ м

$\lambda$ = 0,5 мкм = $0{,}5\cdot10^{-6}$ м

$M_p = 5$

b - ?

***Решение:***

Главные максимумы наблюдаются под углами дифракции

$$d\sin\varphi = m\lambda$$

Отсюда

$$\sin\varphi = m\lambda/d.$$

Так как $\sin\varphi \le 1$, то $m \le d/\lambda = 4{,}6$, $m_{max} = 4$.

Полное число главных максимумов, которые могут реализоваться

$$M_{max} = 2\cdot m_{max} + 1 = 9.$$

При отношение периода решетки к ширине щели d/b пропадут максимумы с номерами кратными d. Всего пропадет $M_{max} - M_p = 9 - 5 = 4$ максимума. Таким образом, отношение периода решетки к ширине щели d/b равно $2m_{max}/M_p = 2$

$$d/b = 2$$

$$b = d/2 = 1{,}15 \text{ мкм}.$$

***Ответ:* b = 1,15 мкм.**

**12. (2.69)** Дифракционная картина получена с помощью дифракционной решетки

***Дано:***

l = 1,5 см = 0,015 м

d = 5 мкм = $5\cdot10^{-6}$ м

$\lambda$ = 760 нм = $760\cdot10^{-9}$ м

$\Delta\lambda$ = 0,1 нм = $10^{-10}$ м

$m_{min}$ - ?

***Решение:***

Разрешающая способность решетки

$$R \le \lambda/\Delta\lambda,$$

Так как R = mN, а число штрихов N = l/d, то

$$\lambda/\Delta\lambda \le ml/d.$$

Откуда порядок спектра

$$m \ge d\lambda/(l\Delta\lambda)$$

$$m \ge 5\cdot10^{-6}\cdot760\cdot10^{-9}/(0{,}015\cdot10^{-10}) = 3{,}33$$

$$m_{min} = 3.$$

***Ответ:* $m_{min} = 3$.**

**13. (2.4)** Естественный свет

***Дано:***

$\eta$ = 8% = 0,08

$\eta_2$ = 9% = 0,09

$\varphi$ - ?

***Решение:***

Интенсивность света $I_1$, прошедшего через поляризатор, равна

$$I_1 = \tfrac{1}{2}(1-\eta)\cdot I_0.$$

Здесь $I_0$ - интенсивность естественного света, падающего на первый поляризатор; коэффициент ½ учитывает то, что проходит только половина естественного света при прохождении через поляризатор, $\eta$ - коэффициент поглощения в поляризаторе.

В соответствии с законом Малюса

$$I_2 = (1-\eta)\cdot I_1\cdot\cos^2\varphi,$$

где $\varphi$ - искомый угол между плоскостями пропускания поляризатора и анализатора.

Учитывая, что $I_1 = \eta_1 I_0$ и $I_2 = \eta_2 I_0$, получаем:

$$\eta_1 I_0 = \tfrac{1}{2}(1-\eta)\cdot I_0$$

$$\eta_2 I_0 = (1-\eta)\cdot\eta_1 I_0\cdot\cos^2\varphi.$$

Отсюда

$$\eta_1 = \tfrac{1}{2}(1-\eta)$$

$$\eta_2 = \tfrac{1}{2}\cdot(1-\eta)^2\cdot\cos^2\varphi,$$

$$\varphi = \arccos\frac{\sqrt{2\eta_2}}{1-\eta}$$

$$\varphi = \arccos\frac{\sqrt{0{,}18}}{0{,}92} = 62°32'.$$

***Ответ:* $\varphi = 62°32'$.**

**14. (2.66)** Пучок естественного света

***Дано:***

n = 1,6

$\theta$ - ?

***Решение:***

$$\frac{\sin\beta}{\sin\gamma} = \frac{n_2}{n_1}.$$

Угол отражения, а значит и угол падения – угол полной поляризации, отсюда:

$$\beta = i_B = 90° - \gamma.$$

Отсюда

$$\frac{\sin\beta}{\sin(90°-\beta)} = \frac{n_2}{n_1}$$

$$\frac{\sin\beta}{\cos\beta} = \frac{n_2}{n_1}$$

$$tg\beta = \frac{n_2}{n_1}$$

Так как $\beta = 90° - \theta$, а $n_2/n_1 = n$ то

$$ctg\theta = n \Rightarrow \theta_1 = arcctg n$$

Подставляя численные значения, находим: $\theta = 32°$.

***Ответ:* $\theta = 32°$.**