KINEMATICS DIAGRAMS

→ Denavit - Hartenberg Frames

Kinematics

Posisi dan Kecepatan dari end-effector

Posisi dan Kecepatan dari joints

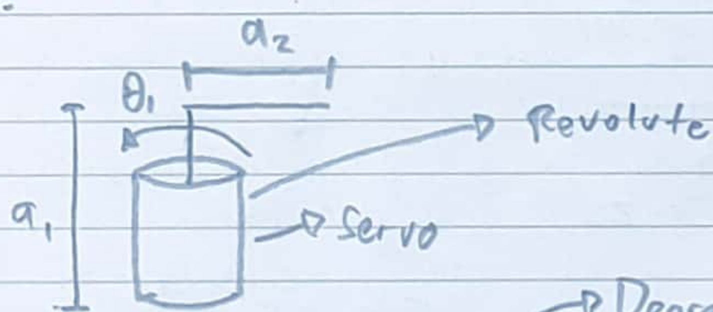
Manipulator = Robot Arm
= Joints + Links

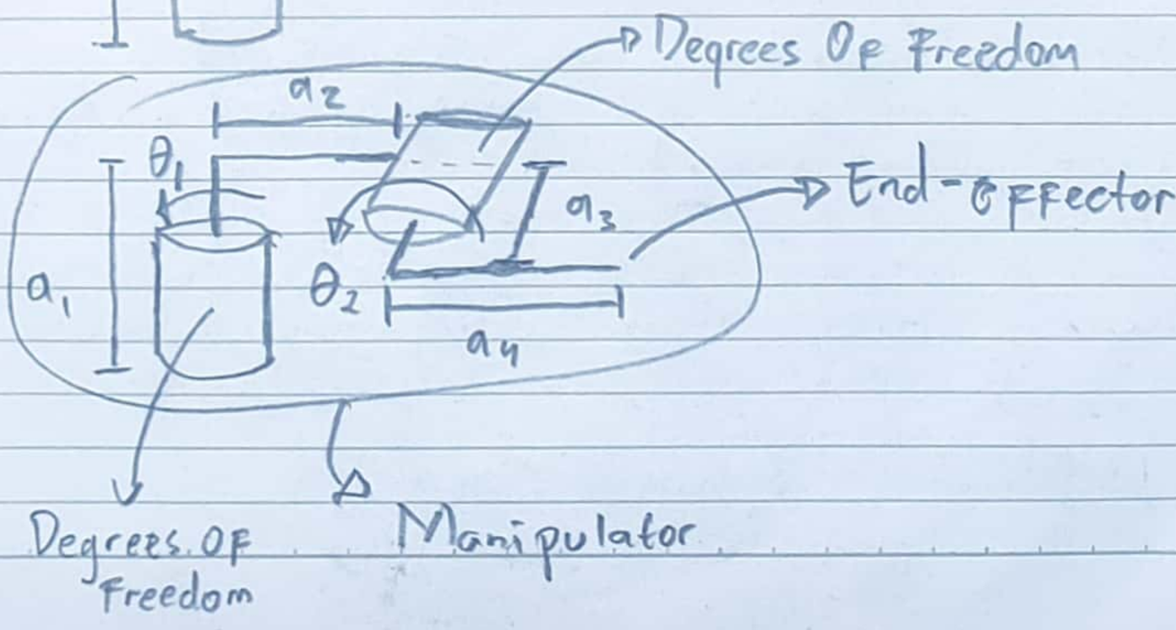
Bagian yang memungkinkan bergerak

Bagian yang menghubung-kan joints bersama-sama

Diagram Kinematik

Diagram yang menunjukkan bagaimana link dan joints terhubung bersama, ketika semua variabel joints bernilai nol.





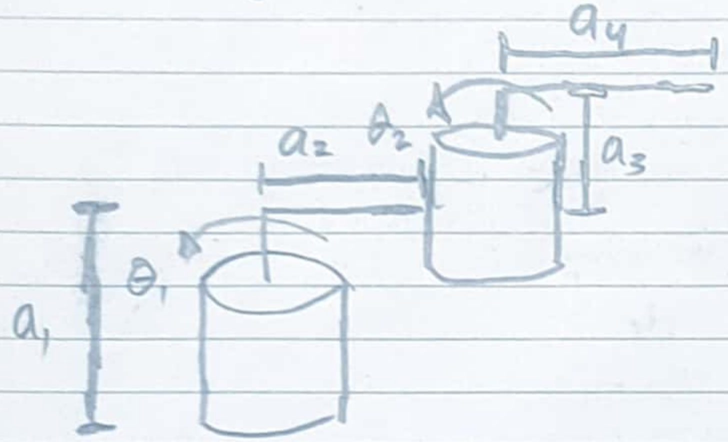
No.

Date

Joint Variable

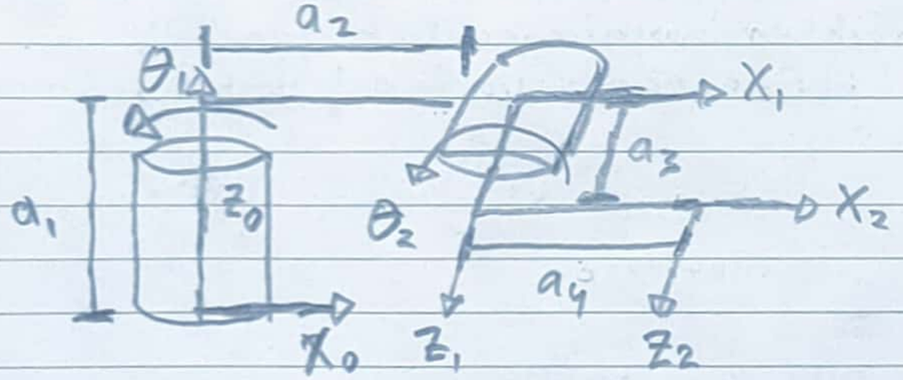
↓

Nilai yang berubah ketika sendi / joints bergerak



Aturan Denavit - Hartenberg dalam buat bingkai

1) Sumbu z harus menjadi sumbu rotasi untuk sambungan putar, atau arah gerak untuk sambungan prismatik.

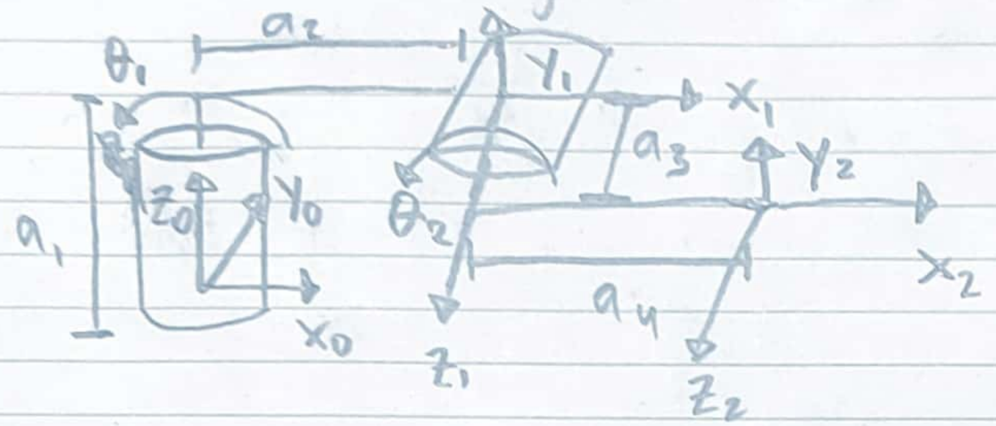


2) Sumbu x harus tegak lurus dengan sumbu z nya sendiri, dan sumbu z bingkai sebelumnya (Bisa lihat gambar diatas)

3) Semua bingkai harus mengikuti aturan tangan kanan (Bisa dilihat pada gambar dihalaman selanjutnya)

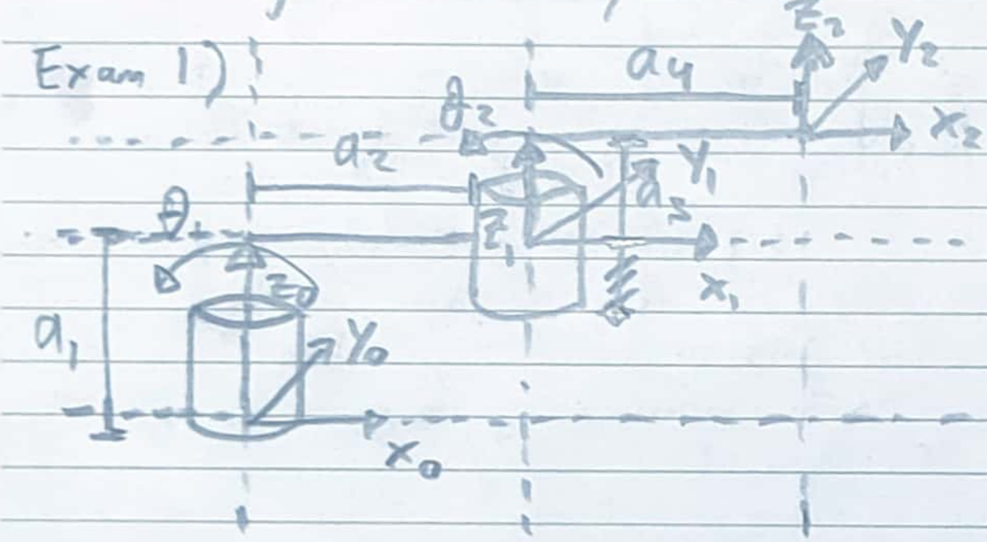
Penjelasan aturan tangan kanan

- Ibu jari mengarah ke Z
- Telapak tangan menunjukkan arah Y
- Jari-jari bergerak ke arah X

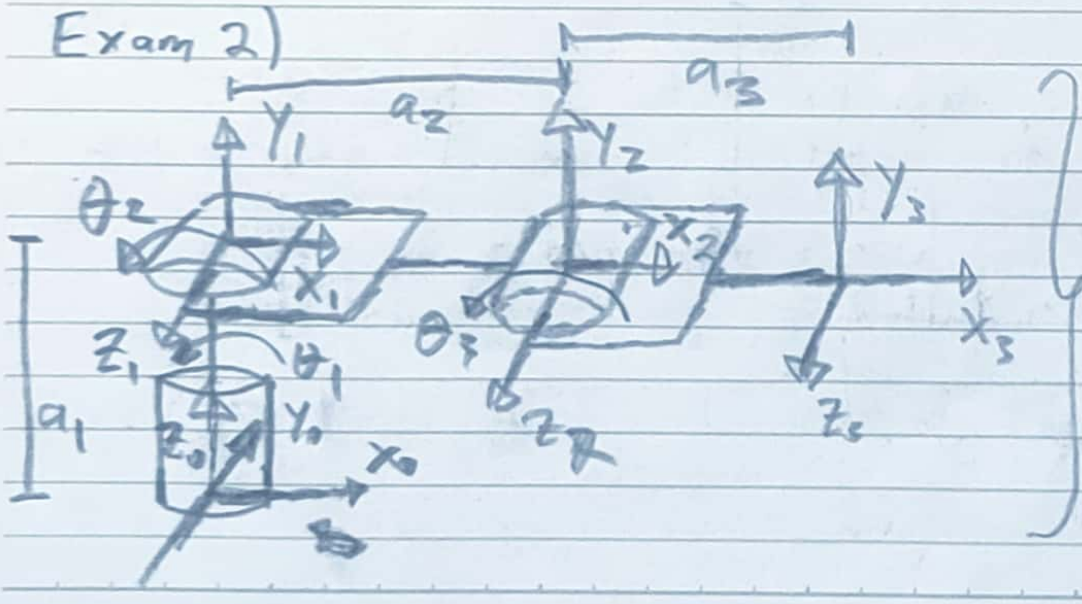


4) Setiap sumbu X harus memotong sumbu Z bingkai sebelumnya

Exam 1)



Exam 2)

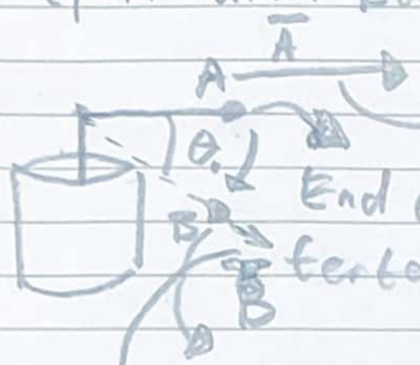


Articulated

ROTATION MATRICES

Konsep

Posisi efektor akhir berubah atau rotasi efektor akhir berubah



End effetor menunjuk ke arah tertentu

End effector terletak pada posisi tertentu (X, Y)

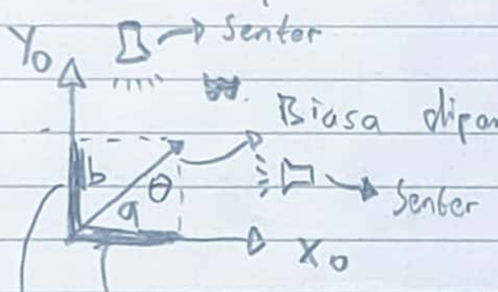
End effector terletak pada posisi yang berbeda dari (X, Y)

End effector menunjuk ke arah yang berbeda

Positions → Displacement Vectors (Vektor Perpindahan)

Rotations → Rotation Matrices (Matriks Rotasi)

Konsep Proyeksi



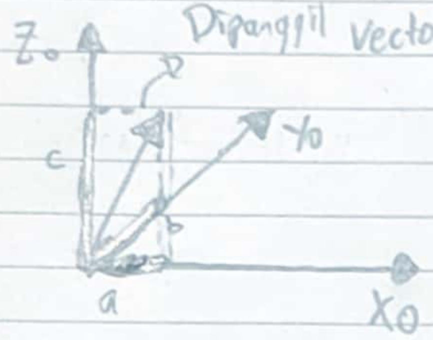
Bayangan, biasa disebut proyeksi dari V pada X_0

Bayangan, biasa disebut proyeksi dari V pada Y_0

Proyeksi dari v pada = $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$ → X axis, Y axis

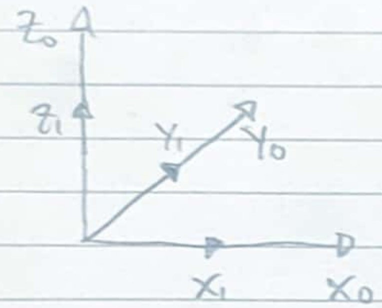
$$\tan(\theta) = \frac{b}{a}$$

Jika 3 D maka



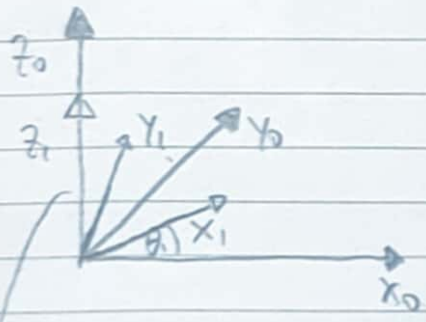
Proyeksi dari v pada $= \begin{array}{c|c} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} & \begin{array}{l} \to x \text{ axis} \\ \to y \text{ axis} \\ \to z \text{ axis} \end{array} \end{array}$

Didalam Robotik ada bingkai didalam bingkai



} Bingkai 1 pada bingkai 0

Jika bingkai 1 digeser maka



Proyeksi dari

$$\text{Pada} \quad \begin{array}{c|ccc} & X_1 & Y_1 & Z_1 \\ \hline X_0 & \cdots & \cdots & \cdots \\ Y_0 & \cdots & \cdots & \cdots \\ Z_0 & \cdots & \cdots & \cdots \end{array}$$

Inilah yang disebut

↓

Rotasi Matriks (Rotation Matrix)

Biasa ditulis

The projection of:

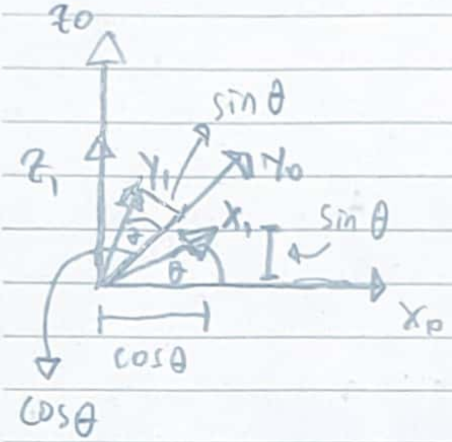
$$R_1^0 = \begin{array}{c|ccc} \text{On:} & x_1 & y_1 & z_1 \\ \hline x_0 & \cdots & \cdots & \cdots \\ y_0 & \cdots & \cdots & \cdots \\ z_0 & \cdots & \cdots & \cdots \end{array}$$

Maka dari gambar diatas bisa kita tulis sebagai berikut

No.

Date

Asumsikan semua panjangnya adalah 1



$$R_1^0 = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = R_Z$$

Dipanggil Z Rotation Matrix

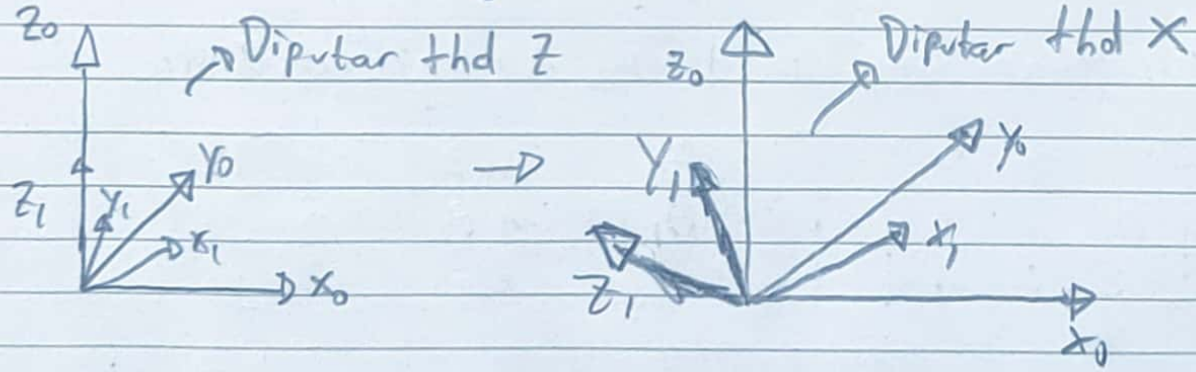
Untuk Y Rotation Matrix

$$R_Y = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix}$$

Untuk X Rotation Matrix

$$R_x = \begin{bmatrix} \cancel{\cos\theta}\ 1 & \cancel{-\sin\theta}\ 0 & \cancel{0}\ 0 \\ \cancel{\sin\theta}\ 0 & \cancel{\cos\theta}\ \cos\theta & \cancel{0} \to -\sin\theta \\ \cancel{0}\ 0 & \cancel{0}\ \sin\theta & \cancel{1} \to \cos\theta \end{bmatrix}$$

Jika kita geser lagi



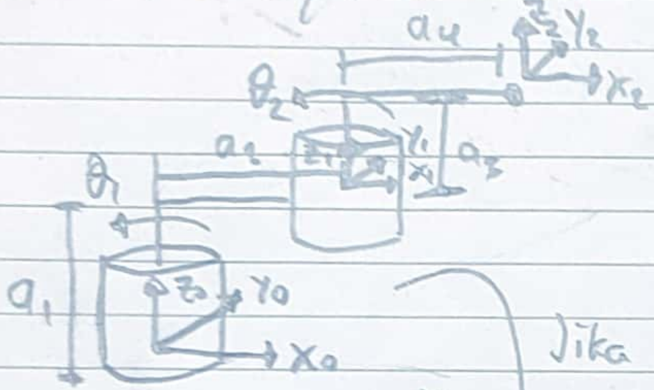
Maka didapat Rotation Matrix adalah

$$R = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$$

$$\downarrow \qquad\qquad\qquad \downarrow$$

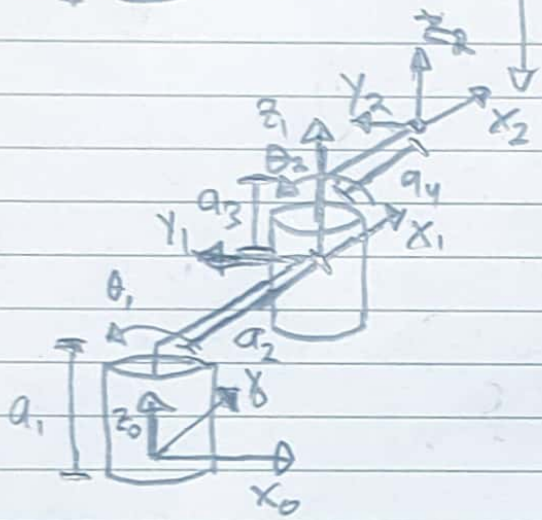
$$R_z \qquad\qquad\qquad R_x$$

Jika kasusnya dirobot



$$R_2^0 = R_1^0 R_2^1$$

Jika diputar thd z_0 di θ_1



$$R_z = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\downarrow$$

$$R_1^0 = \begin{bmatrix} \cos\theta_1 & -\sin\theta_1 & 0 \\ \sin\theta_1 & \cos\theta_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

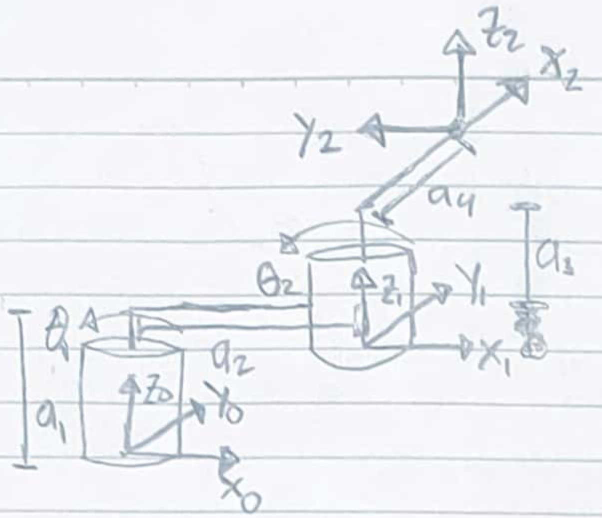
Jadi persamaan yang bisa ditulis dari gambar diatas

$$R_1^0 = \begin{array}{c} \\ x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} x_1 & y_1 & z_1 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{array} \begin{bmatrix} \cos\theta_1 & -\sin\theta_1 & 0 \\ \sin\theta_1 & \cos\theta_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Jika kasusnya, diputar terhadap z di θ_2 Maka bisa digambar sebagai berikut

No.

Date



$$R_2 = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$R_2^1 = \begin{bmatrix} \cos\theta_2 & -\sin\theta_2 & 0 \\ \sin\theta_2 & \cos\theta_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Jadi persamaan diatas bisa ditulis sebagai berikut

$$R_2^1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta_2 & -\sin\theta_2 & 0 \\ \sin\theta_2 & \cos\theta_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

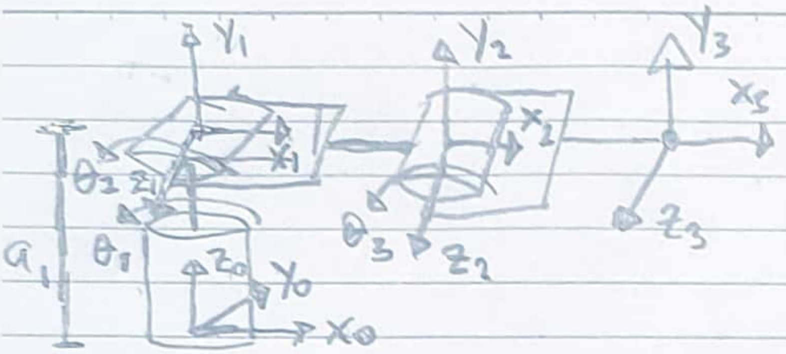
Ingat jika θ_1 dan θ_2 bergerak secara bersama maka persamaannya sebagai berikut

$$R_2^0 = R_1^0 R_2^1$$

$$R_2^0 = \left\{ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos\theta_1 & -\sin\theta_1 & 0 \\ \sin\theta_1 & \cos\theta_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right\} \cdot \left\{ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos\theta_2 & -\sin\theta_2 & 0 \\ \sin\theta_2 & \cos\theta_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right\}$$

$$R_2^0 = \begin{bmatrix} \cos\theta_1 & -\sin\theta_1 & 0 \\ \sin\theta_1 & \cos\theta_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos\theta_2 & -\sin\theta_2 & 0 \\ \sin\theta_2 & \cos\theta_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Berikut adalah contoh untuk penerapan ke robot kaki pada gambar berikut



Jadi dari pergerakkan θ_1, θ_2, θ_3 dapat kita rumuskan

$$R^0_3 = R^0_1 R^1_2 R^2_3$$

Analisa dahulu R^0_1

R_y karena frame 1 Y_1 sbg tempat rotasi di θ_1 ↳ sekitar

$$R^0_1 = \begin{array}{c|ccc} & x_1 & y_1 & z_1 \\ \hline x_0 & 1 & 0 & 0 \\ y_0 & 0 & 0 & -1 \\ z_0 & 0 & 1 & 0 \end{array} \begin{bmatrix} \cos\theta_1 & 0 & \sin\theta_1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta_1 & 0 & \cos\theta_1 \end{bmatrix}$$

$$\therefore R^0_1 = \begin{bmatrix} \cos\theta_1 & 0 & \sin\theta_1 \\ \sin\theta_1 & 0 & -\cos\theta_1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} //$$

Berlaku untuk R^1_2 dan R^2_3

$$R^1_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta_2 & -\sin\theta_2 & 0 \\ \sin\theta_2 & \cos\theta_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$R^1_2 = \begin{bmatrix} \cos\theta_2 & -\sin\theta_2 & 0 \\ \sin\theta_2 & \cos\theta_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} //$$

$$R^2_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta_3 & -\sin\theta_3 & 0 \\ \sin\theta_3 & \cos\theta_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$R^2_3 = \begin{bmatrix} \cos\theta_3 & -\sin\theta_3 & 0 \\ \sin\theta_3 & \cos\theta_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} //$$

Jadi setelah didapatkan maka di substitusikan ke persamaan berikut

$$R_3^0 = R_1^0 R_2^1 R_3^2$$

DISPLACEMENT VECTORS

Ingat konsep proyeksi

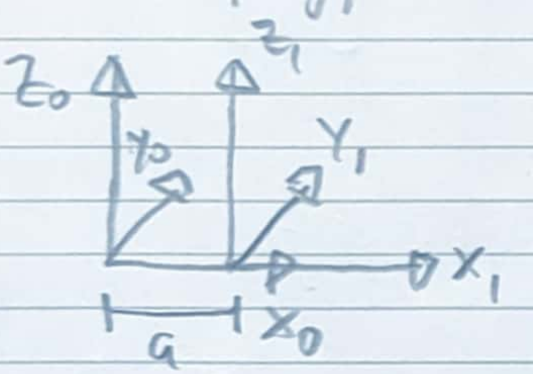
$$
R^m_n = \begin{array}{c|ccc}
\text{Pada:} & \multicolumn{3}{c}{\text{Proyeksi dari}} \\
 & x_n & y_n & z_n \\
\hline
x_m & --- & --- & --- \\
y_m & --- & --- & --- \\
z_m & --- & --- & ---
\end{array}
$$

$\rightarrow$ Rotasi frame n relatif terhadap frame m

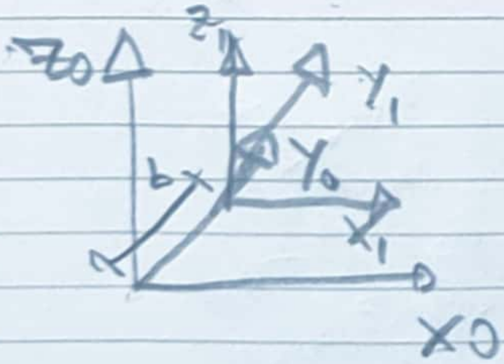
Displacement vector (Perpindahan vektor)

$$
d^m_n = \begin{bmatrix} --- \\ --- \\ --- \end{bmatrix} \begin{array}{l} \leftarrow x^m_n \\ \leftarrow y^m_n \\ \leftarrow z^n_n \end{array}
$$

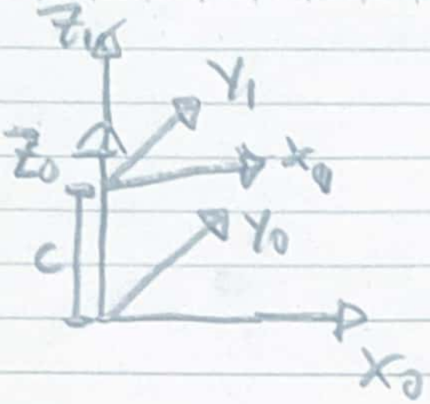
Contoh penggunaannya



$$d^0_1 = \begin{bmatrix} a \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

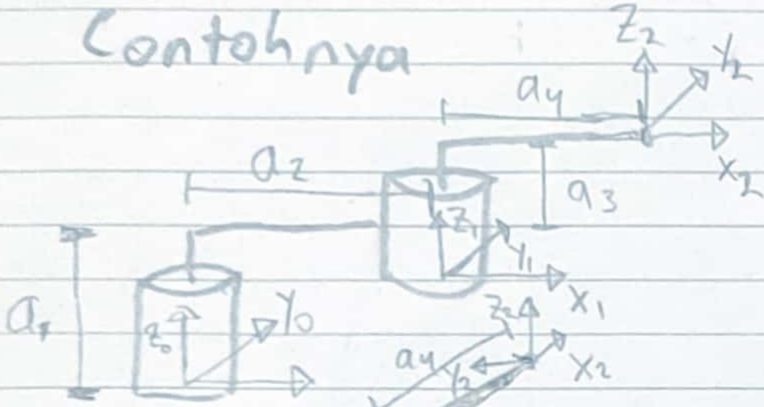


$$d^0_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ b \\ 0 \end{bmatrix}$$

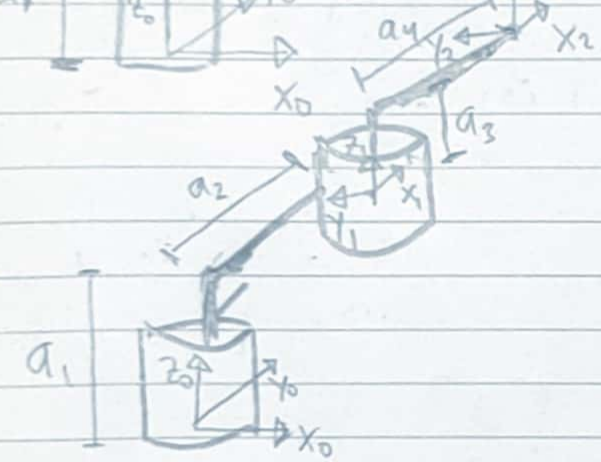


$$d_1^0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ c \end{bmatrix}$$

Contohnya

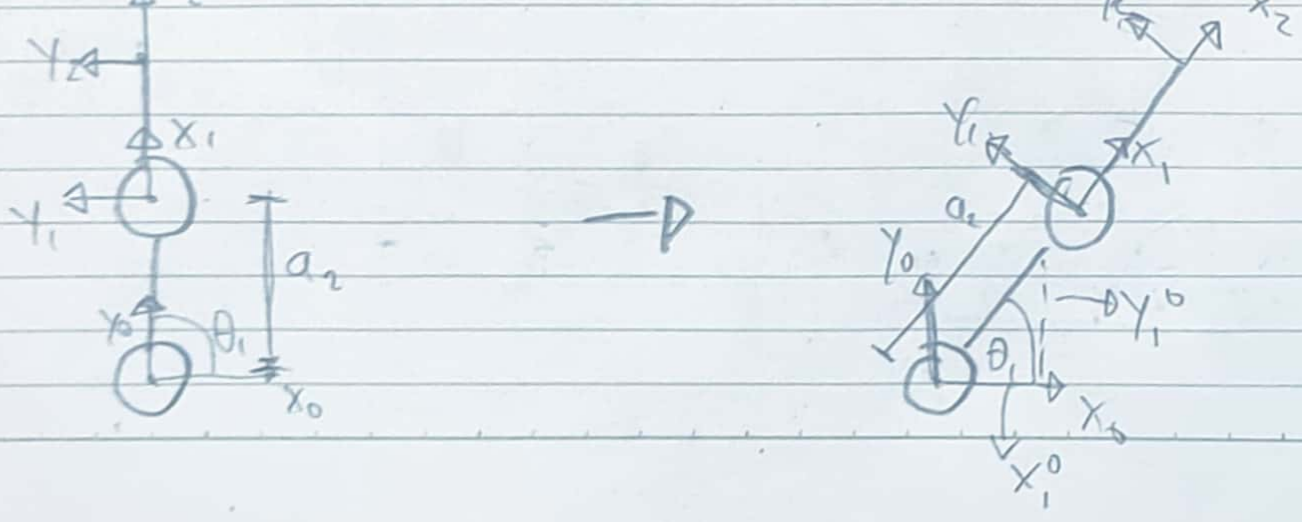


$$d_1^0 = \begin{bmatrix} a_2 \\ 0 \\ a_1 \end{bmatrix}$$



$$d_1^0 = \begin{bmatrix} 0 \\ a_2 \\ a_1 \end{bmatrix}$$

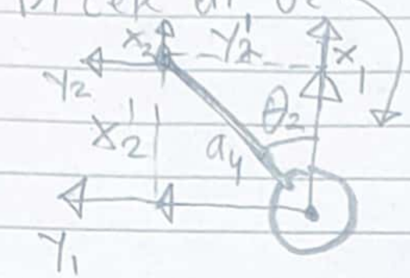
Jika kasus sebagai berikut (Di cek di θ_1)



Dari gambar diatas dapat dirumuskan sebagai berikut

$$d_1^0 = \begin{bmatrix} a_2 \cos\theta_1 \\ a_2 \sin\theta_1 \\ a_1 \end{bmatrix} \begin{matrix} \to X_1^0 \\ \to Y_1^0 \\ \to Z_1^0 \end{matrix}$$

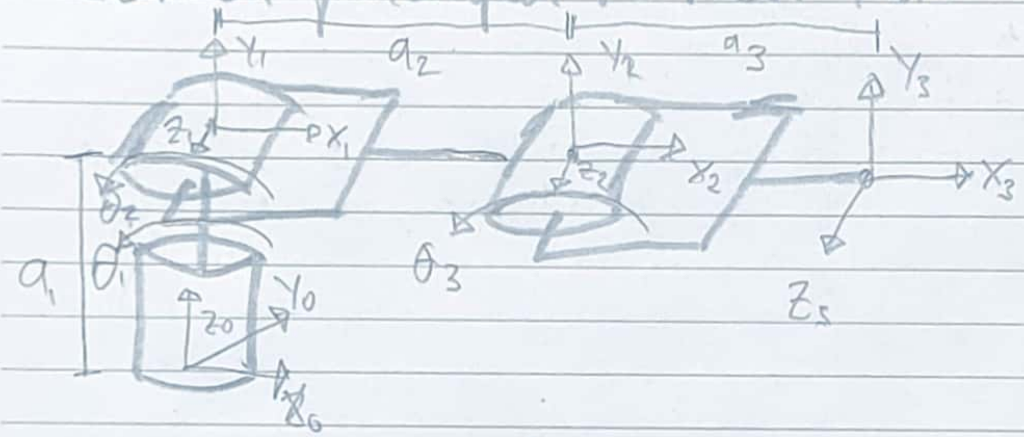
Di cek di θ_2



$$d_2^1 = \begin{bmatrix} a_4 \cos\theta_2 \\ a_4 \sin\theta_2 \\ a_3 \end{bmatrix} \begin{matrix} \to X_2^1 \\ \to Y_2^1 \\ \to Z_2^1 \end{matrix}$$

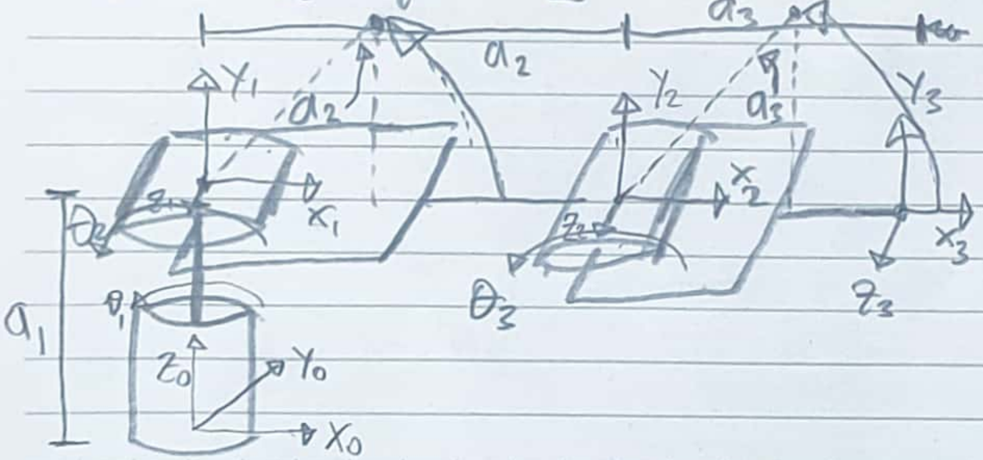
Kalau $R_2^0 = R_1^0 R_2^1$, tak berlaku $d_2^0 \neq d_1^0 d_2^1$

Contoh penerapan ke robot kaki



$$d_1^0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ a_1 \end{bmatrix}$$

Lalu untuk d_2^1 dan d_3^2



$$d_2^1 = \begin{bmatrix} a_2 \cos\theta_2 \\ a_2 \sin\theta_2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$d_3^2 = \begin{bmatrix} a_3 \cos\theta_3 \\ a_3 \sin\theta_3 \\ 0 \end{bmatrix}$$

No.

Date

HOMOGENEOUS TRANSFORMATION MATRIX

Ingat

$$R_3^0 = R_1^0 R_2^1 R_3^2$$

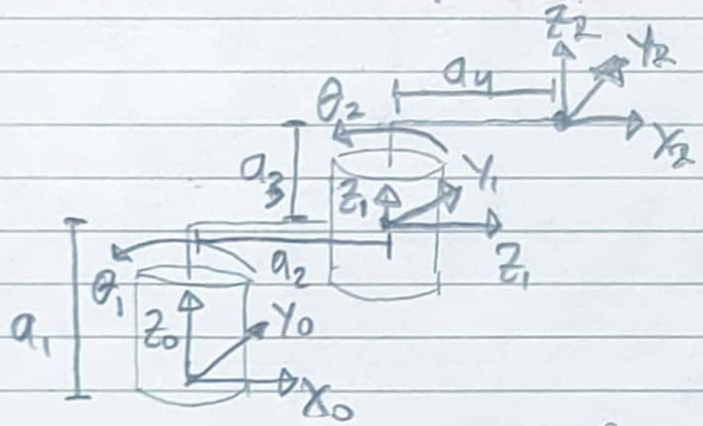
$$d_3^0 \neq d_1^0 d_2^1 d_3^2$$

Homogeneous Transformation Matrix (HTM)

$\downarrow$

$$H_n^m = \begin{bmatrix} R_n^m & d_n^m \\ 0\ 0\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Contoh penerapan



$$R_1^0 = \begin{bmatrix} \cos\theta_1 & -\sin\theta_1 & 0 \\ \sin\theta_1 & \cos\theta_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$d_1^0 = \begin{bmatrix} a_2 \cos\theta_1 \\ a_2 \sin\theta_1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Maka persamaan H_1^0 sebagai berikut

$$H_1^0 = \begin{bmatrix} \cos\theta_1 & -\sin\theta_1 & 0 & a_2\cos\theta_1 \\ \sin\theta_1 & \cos\theta_1 & 0 & a_2\sin\theta_1 \\ 0 & 0 & 1 & a_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Untuk H_2^1

$$H_2^1 = \begin{array}{cc} \quad R_2^1 & \quad d_2^1 \\ \end{array}$$

$$H_2^1 = \left[\begin{array}{ccc|c} \cos\theta_2 & -\sin\theta_2 & 0 & a_4 \cos\theta_2 \\ \sin\theta_2 & \cos\theta_2 & 0 & a_4 \sin\theta_2 \\ 0 & 0 & 1 & a_3 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

Maka untuk rumus diatas bisa disimpulkan

$$H_2^0 = H_1^0 \, H_2^1$$

$$H_2^0 = \begin{bmatrix} & R_2^0 & & d_2^0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Lalu persamaan yang telah kita buat dari KINEMATICS DIAGRAM sampai sini dirumuskan dan dibuat lebih jelas lagi oleh Denavit dan Hartenberg. Mereka adalah insinyur dan pengembang robot. Mereka membuat sebuah metode short cut atau jalan pendek dalam merumuskan kinematics. Nama metodenya adalah Denavit - Hartenberg Method.

Adapun langkah metode ini adalah sebagai berikut

Langkah 1 : Tetapkan bingkai (Frame) servo dengan 4 aturan D-H

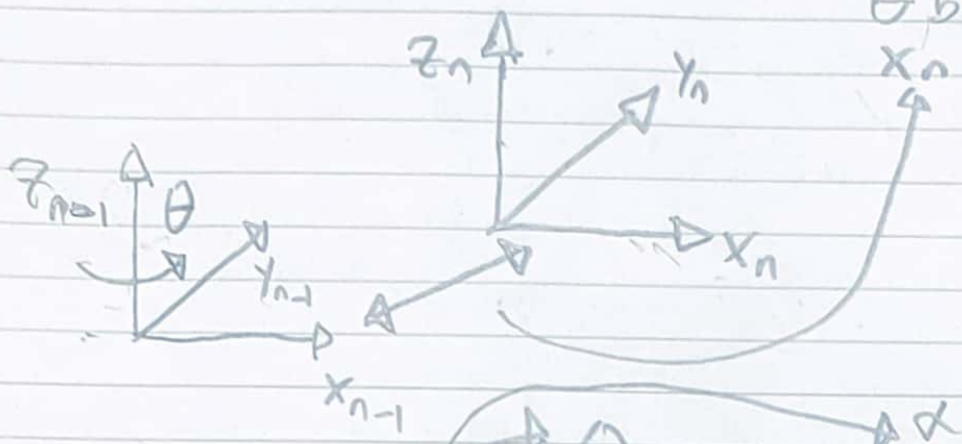
Langkah 2 = Isi tabel D-H

untuk tabel

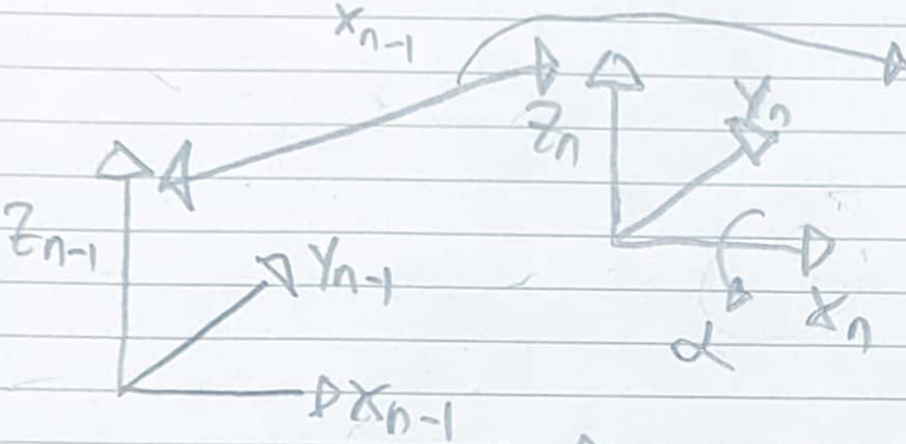
	θ	α	r	d
1				
2				
3				

Nomor baris = nomor dari bingkai ~~-~~ $n-1$

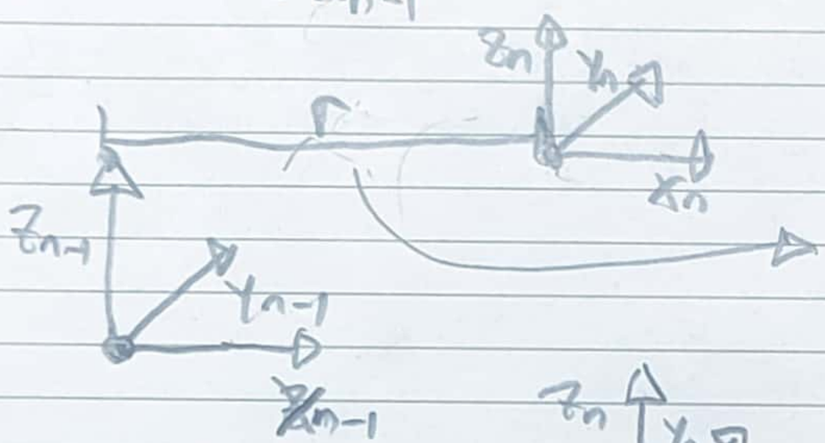
Contoh frame yang diisi (Parameter)



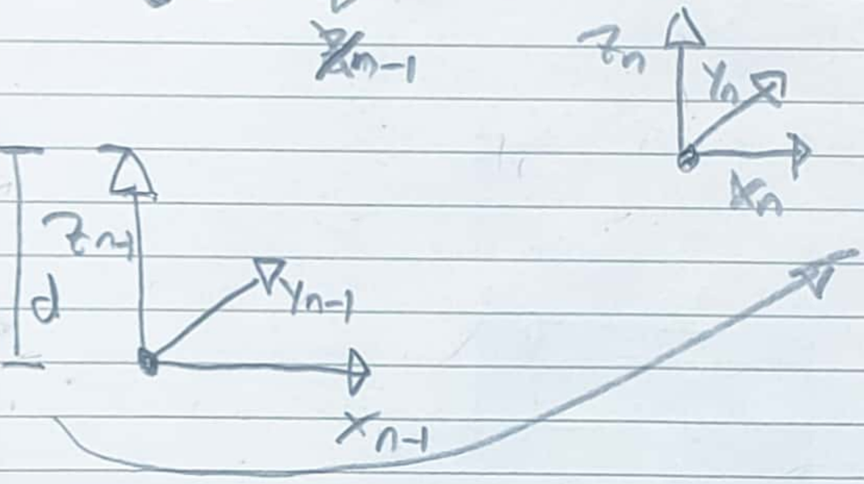
θ berputar terhadap
Xn



α berputar terhadap
Zn-1

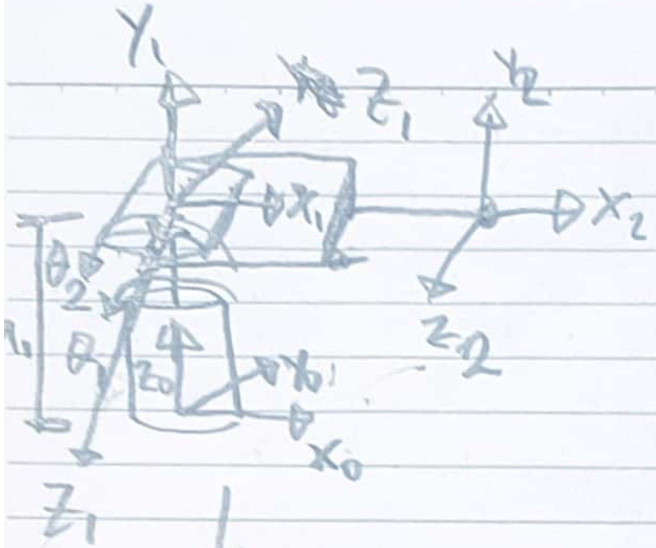


r berpacu pada
titik nol frame
n-1 dan n



d berpacu pada
titik nol frame
n-1 dan n

Berikut penerapannya



Tabel D-H

n	θ	α	r	d
1	θ_1	90	0	a_1
2	θ_2	0	a_2	0

Langkah 1
tetapkan bingkai

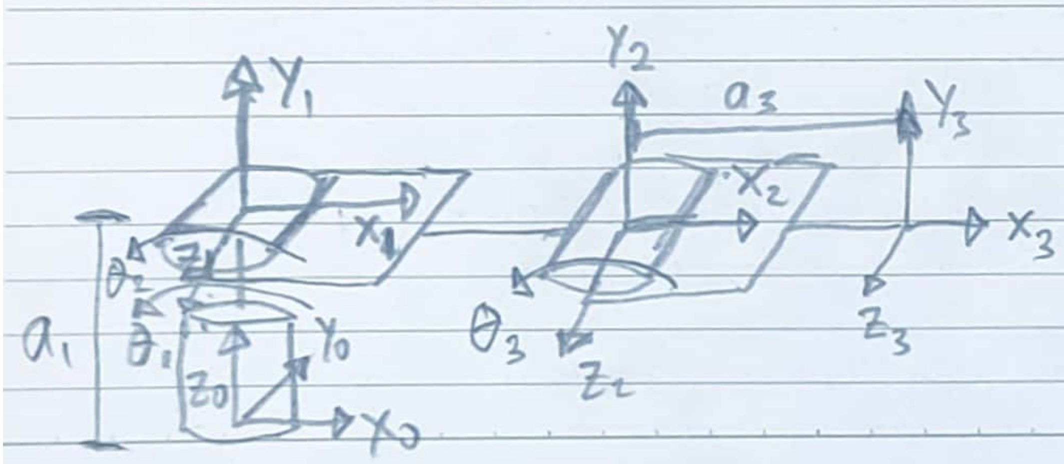
Langkah 2
Isi tabel D-H

Setelah langkah 1 dan langkah 2 terpenuhi maka, selanjutnya membuat HTM

$$H^{n-1}_{n} = \begin{bmatrix} C\theta_n & -S\theta_n C\alpha_n & S\theta_n S\alpha_n & r_n C\theta_n \\ S\theta_n & C\theta_n C\alpha_n & -C\theta_n S\alpha_n & r_n S\theta_n \\ 0 & S\alpha_n & C\alpha_n & d_n \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Note = $C\theta_n = \cos(\theta_n)$
$S\alpha_n = \sin(\alpha_n)$

Lanjut ke penerapan kaki robot



n	θ	α	r	d
1	θ_1	90	0	a_1
2	θ_2	0	a_2	0
3	θ_3	0	a_3	0

→ Selanjutnya jangan lupa masukkan ke HTM

INVERSE KINEMATICS FOR POSITION

Ingat konsep ini

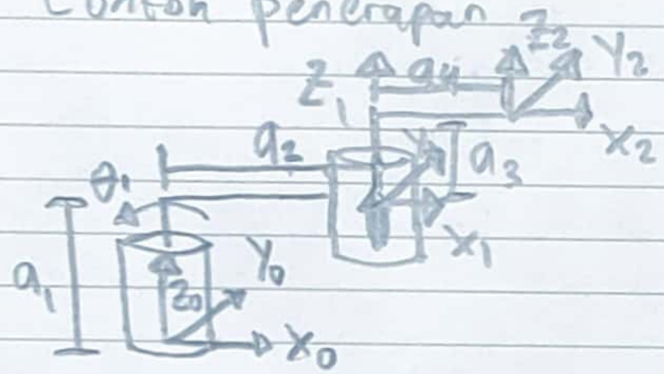
Forward Kinematics

Variabel Sendi $\rightarrow$ Posisi dan Orientasi End-Effector

Inverse Kinematics

Posisi dan Orientasi End-Effector $\rightarrow$ Variabel Sendi

Contoh penerapan



$$H_2^0 = H_1^0 H_2^1$$

Maka H_1^0 dan H_2^1

$$H_1^0 = \begin{bmatrix} C\theta_1 & -S\theta_1 & 0 & a_2 C\theta_1 \\ S\theta_1 & C\theta_1 & 0 & a_2 S\theta_1 \\ 0 & 0 & 1 & a_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$H_2^1 = \begin{bmatrix} C\theta_2 & -S\theta_2 & 0 & a_4 C\theta_2 \\ S\theta_2 & C\theta_2 & 0 & a_4 S\theta_2 \\ 0 & 0 & 1 & a_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$H_2^0 = \left[\begin{array}{c|c|c|c} C\theta_1 C\theta_2 - S\theta_1 S\theta_2 & -C\theta_1 S\theta_2 - S\theta_1 C\theta_2 & 0 & a_4 C\theta_1 C\theta_2 - a_4 S\theta_1 S\theta_2 + a_2 C\theta_1 \\ S\theta_1 C\theta_2 + C\theta_1 S\theta_2 & -S\theta_1 S\theta_2 + C\theta_1 C\theta_2 & 0 & a_4 S\theta_1 C\theta_2 + a_4 C\theta_1 S\theta_2 + a_2 S\theta_1 \\ 0 & 0 & 1 & a_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

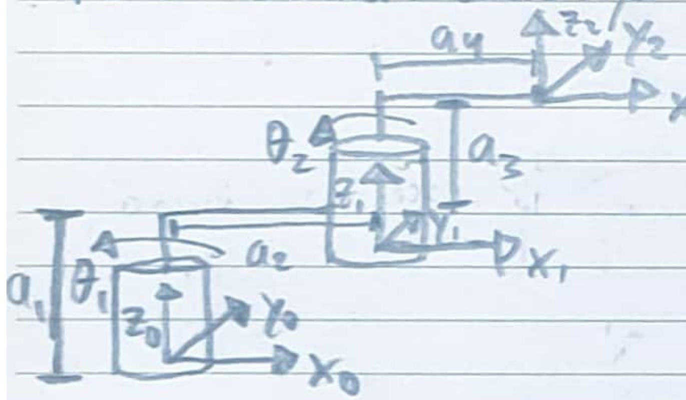
Maka X dan Y adalah

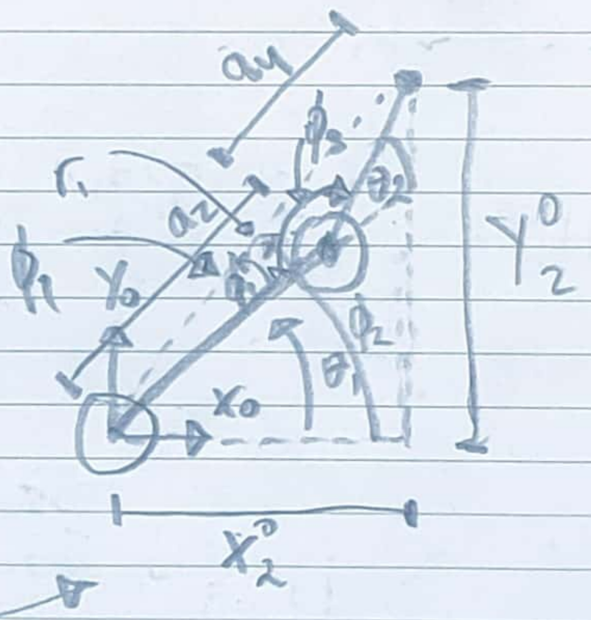
$$X_2^0 = a_4 C\theta_1 C\theta_2 - a_4 S\theta_1 S\theta_2 + a_2 C\theta_1$$

$$Y_2^0 = a_4 S\theta_1 C\theta_2 + a_4 C\theta_1 S\theta_2 + a_2 S\theta_2$$

Diatas adalah Forward Kinematics jika inverse kinematics adalah sebagai berikut

Berikut adalah contohnya





Gambar Dahulu Kinematics Diagram

No.

Date

Maka bisa didapatkan Formula

$$(x_2^0)^2 + (y_2^0)^2 = r_1^2$$

$$r_1 = \sqrt{(x_2^0)^2 + (y_2^0)^2} \quad //$$

Untuk sudut θ_1

$$\theta_1 = \phi_2 - \phi_1 \quad //$$

$$\tan \phi_2 = \frac{y_2^0}{x_2^0} \iff \phi_2 = \tan^{-1}\left(\frac{y_2^0}{x_2^0}\right) //$$

$$a_4^2 = a_2^2 + r_1^2 - 2a_2 r_1 \cos \phi_1$$

$$\phi_1 = \cos^{-1}\left(\frac{a_4^2 - a_2^2 - r_1^2}{-2a_2 r_1}\right) //$$

Lalu untuk θ_2

$$\phi_3 + \theta_2 = 180^\circ //$$

$$\theta_2 = 180^\circ - \phi_3 //$$

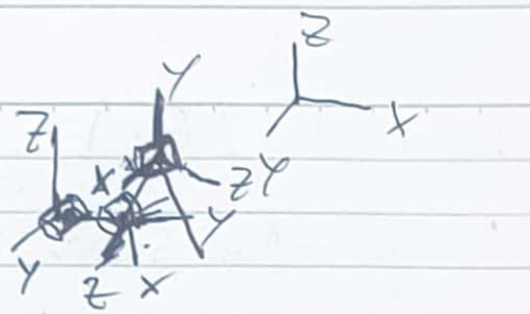
$$\cancel{\phi} \quad r_1^2 = a_2^2 + a_4^2 - 2a_2 a_4 \cos \phi_3$$

$$\phi_3 = \cos^{-1}\left(\frac{r_1^2 - a_2^2 - a_4^2}{-2a_2 a_4}\right) //$$

INVERSE KINEMATICS

No.

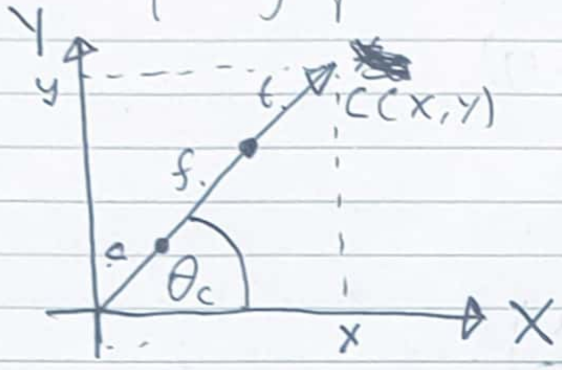
Date



Sudut Coxa (θ_c)

Sudut pandang pada bidang XY

Tampak atas



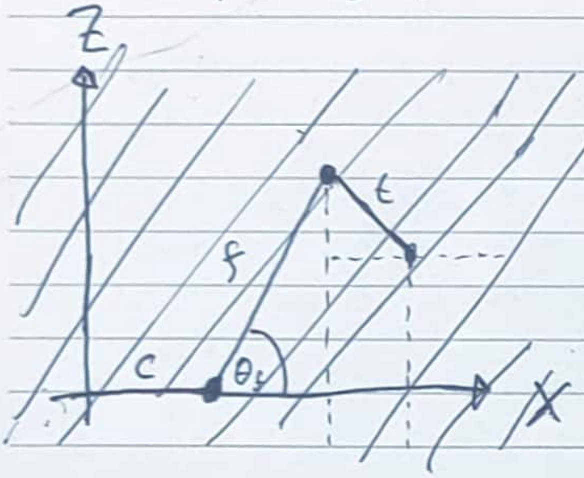
$$|C| = \sqrt{x^2+y^2}$$

$$\tan\theta_c = \frac{y}{x}$$

$$\theta_c = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) //$$

Sudut Femur (θ_f)

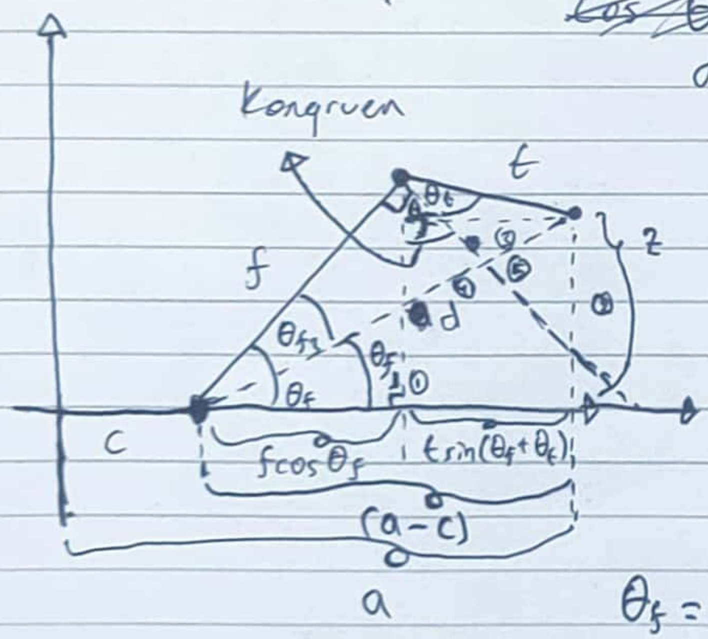
Sudut pandang pada bidang XZ (Tampak Samping)



$$\theta_f = \theta_{f2} + \theta_{f1}$$

$$\tan\theta_{f1} = \frac{z}{a-c}$$

$$\theta_{f1} = \tan^{-1}\left(\frac{z}{a-c}\right) //$$



~~$\cos\theta_{f2}$~~

$$d = \sqrt{z^2+(a-c)^2}$$

$$t^2 = f^2+d^2-2df\cdot\cos\theta_{f2}$$

$$\cos\theta_{f2} = \frac{f^2+d^2-t^2}{2af}$$

$$\theta_{f2} = \cos^{-1}\left(\frac{f^2+a^2-t^2}{2af}\right) //$$

$$\theta_f = \tan^{-1}\left(\frac{z}{a-c}\right) + \cos^{-1}\left(\frac{f^2+a^2-t^2}{2af}\right)$$

No.

Date

Sudut tibia (θ_t)

Menggunakan Grafik Sudut femur bisa diketahui bahwa

$$d^2 = f^2 + t^2 - 2f \cdot t\,(\cos(\theta_t + 90^\circ))$$

$$\cos(90^\circ + \theta_t) = \frac{f^2 + t^2 - d^2}{2f \cdot t}$$

$$90^\circ + \theta_t = \cos^{-1}\left(\frac{f^2 + t^2 - d^2}{2ft}\right)$$

$$\theta_t = \cos^{-1}\left(\frac{f^2 + t^2 - d^2}{2ft}\right) - 90^\circ$$

No.

Date

JACOBIAN MATRIX

Jacobian Matrix → Setting (Pengaturan) kecepatan menggunakan persamaan

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = J \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \\ \vdots \\ \dot{q}_n \end{bmatrix}$$

Penjelasan

$\dot{x}$ = Seberapa cepat endeffector bergerak kearah X

$\dot{y}$ = ——— " ——— Y

$\dot{z}$ = ——— " ——— Z

ω_x = Seberapa cepat end effector akhir berputar di sekitar sumbu² X

ω_y = ——— " ——— Y

ω_z = ——— " ——— Z

J = Jacobian Matrix

q = Representasi Revolute atau Prismatic

n = Jumlah total sendi di manipulator
↳ (Joints)

No.

Date

Cara pemakaiannya sebagai berikut

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = J \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \vdots \\ \dot{q}_n \end{bmatrix}$$

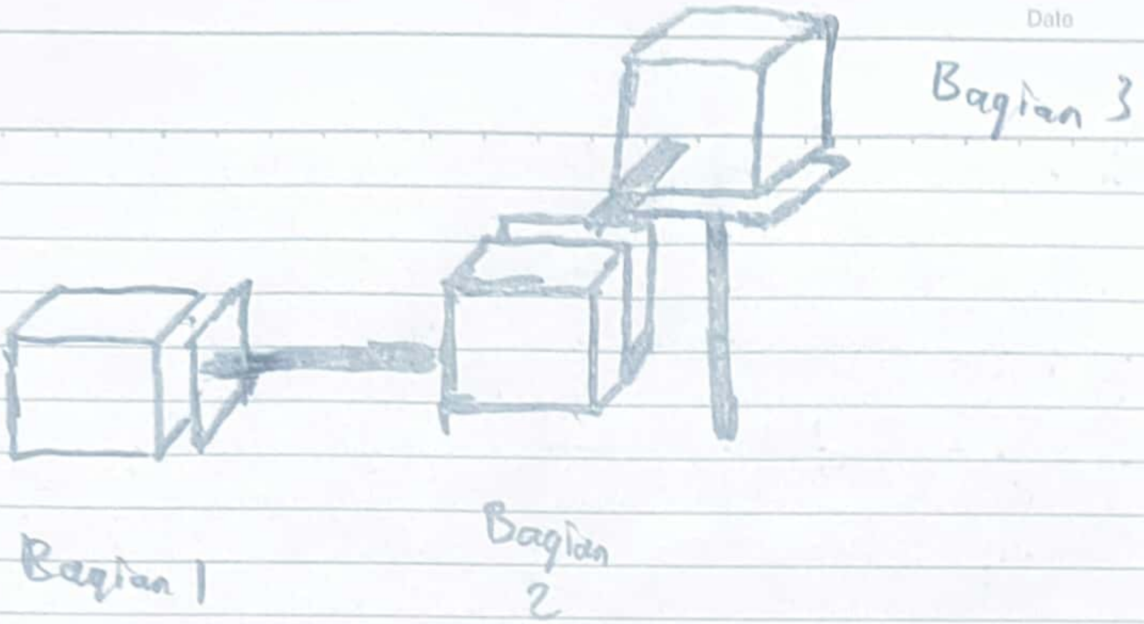
$$= \begin{bmatrix} \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{d}_3 \end{bmatrix}$$

Cara mengisi tabel matriks J adalah sebagai berikut

	Prismatic	Revolute
Linear	$R^0_{i-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$	$R^0_{i-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \times (d^0_n - d^0_{i-1})$
Rotational	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	$R^0_{i-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

Contoh pemakaiannya adalah sebagai berikut

Untuk Prismatik



Jacobian matrix yang digunakan

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = \begin{array}{ccc} \left[\begin{matrix} -- & -- & -- \\ -- & -- & -- \\ -- & -- & -- \\ -- & -- & -- \\ -- & -- & -- \\ -- & -- & -- \end{matrix}\right] & & \\ \text{Bagian 1} & \text{Bagian 2} & \text{Bagian 3} \end{array} \begin{bmatrix} \dot{d}_1 \\ \dot{d}_2 \\ \dot{d}_3 \end{bmatrix}$$

Isi dahulu Bagian 1 menggunakan tabel matriks berikut

	P	R
L		
R		

Langkah 1 : Tentukan Joints bentuknya di bagian 1

→ karena diatas Prismatik maka gunakan isi tabel yang dilingkari lalu diisi

Langkah 2 : Sama seperti langkah 1 tapi dibagian 2

Langkah 3 = Sama seperti Langkah 2 tapi dibagian 3

Langkah 1

	P	R
L		
R		

Tentukan tabel

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R^0_0 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} & --- & --- \\ & --- & --- \\ & --- & --- \\ 0 & --- & --- \\ 0 & --- & --- \\ 0 & --- & --- \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{d}_1 \\ \dot{d}_2 \\ \dot{d}_3 \end{bmatrix}$$

Langkah 2 dan langkah 3

Tentukan tabel pada bagian 2 dan juga bagian 3

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R^0_0 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} & R^0_1 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} & R^0_2 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{d}_1 \\ \dot{d}_2 \\ \dot{d}_3 \end{bmatrix}$$

Lalu setelah sudah ditentukan, sekarang mencari nilai R^0_0, R^0_1 dan R^0_2

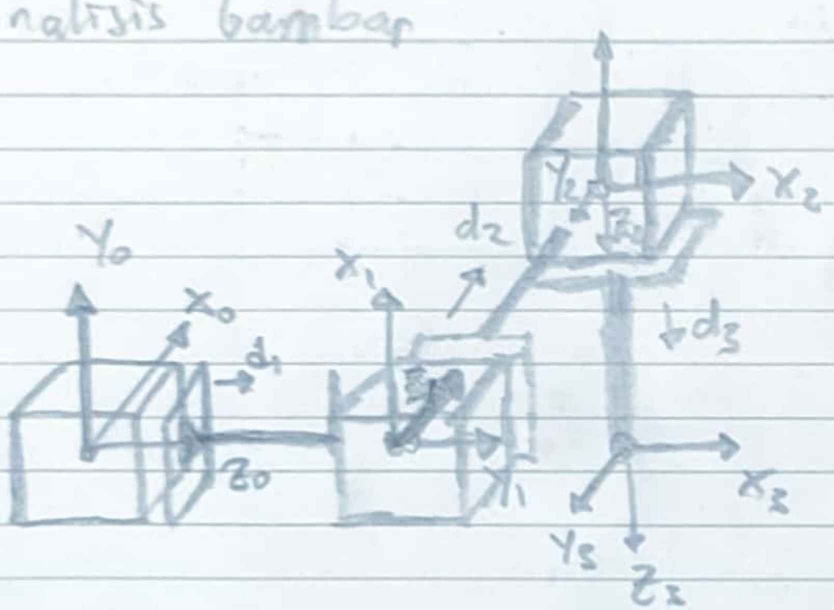
$$R^0_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad R^0_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad R^0_2 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$R_2^0 = R_1^0 \, R_2^1$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Analisis Gambar



Setelah itu kalikan R_0^0, R_1^0, R_2^0 dengan matriksnya didapatkan

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{d}_1 \\ \dot{d}_2 \\ \dot{d}_3 \end{bmatrix}$$

Maka didapatkan

No.

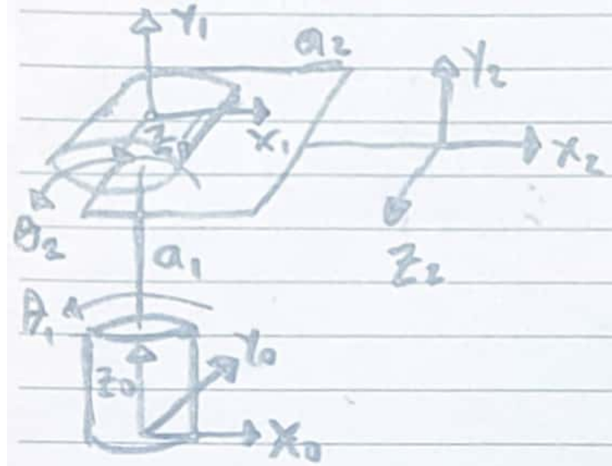
Date

$\dot{x} = \dot{d}_2$ $\qquad\qquad$ $\omega_x = 0$

$\dot{y} = -\dot{d}_3$ $\qquad\qquad$ $\omega_y = 0$

$\dot{z} = \dot{d}_1$ $\qquad\qquad$ $\omega_z = 0$

Contoh Lagi



Tabel untuk mengisi jacobian matriks

	P	R
L		
R		

Pilih Revolute karena sesuai kondisi

Lalu untuk matriksnya adalah sebagai berikut

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{---} & \text{---} \\ \text{---} & \text{---} \\ \text{---} & \text{---} \\ \text{---} & \text{---} \\ \text{---} & \text{---} \\ \text{---} & \text{---} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix}$$

Langkah 1 : $i=1$ dan $n=2$ pada Bagian 1

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_0^0 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \times (d_2^0 - d_0^0) & \cdots \\ & \cdots \\ & \cdots \\ R_0^0 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} & \cdots \\ & \cdots \\ & \cdots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix}$$

No.

Date

Langkah 2 : $i = 2$ dan $n = 2$ pada Bagian 2

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_0^0 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \times (d_2^0 - d_0^0) & R_1^0 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \times (d_2^0 - d_1^0) \\ R_0^0 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} & R_1^0 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix}$$

Lalu isi variabel R_0^0, R_1^0, d_2^0, d_1^0

$$R_0^0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad d_0^0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$H_2^0 = \begin{bmatrix} R_2^0 & \boxed{d_2^0} \\ 0 \; 0 \; 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad \boxed{d_2^0 = \begin{bmatrix} a_2 C\theta_1 C\theta_2 \\ a_2 S\theta_1 C\theta_2 \\ a_2 S\theta_2 + a_1 \end{bmatrix}}$$

$$R_1^0 = \begin{bmatrix} C\theta_1 & 0 & S\theta_1 \\ S\theta_1 & 0 & -C\theta_1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$d_1^0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ a_1 \end{bmatrix}$$

→ Setelah itu kalikan semua komponennya

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a_2 S\theta_1 C\theta_2 & -a_2 C\theta_1 S\theta_2 \\ a_2 C\theta_1 C\theta_2 & -a_2 S\theta_1 S\theta_2 \\ 0 & 2a_2 C\theta_2 \\ 0 & S\theta_1 \\ 0 & -C\theta_1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix}$$

No.

Date

Jadi persamaan setiap variabel adalah

$\dot{x} = -a_2 S\theta_1 C\theta_2 \dot{\theta}_1 - a_2 C\theta_1 S\theta_2 \dot{\theta}_2$

$\dot{y} = a_2 C\theta_1 C\theta_2 \dot{\theta}_1 - a_2 C\theta_1 S\theta_2 \dot{\theta}_2$

$\dot{z} = a_2 C\theta_2 \dot{\theta}_2$

$\omega_x = S\theta_1 \dot{\theta}_2$

$\omega_y = -C\theta_1 \dot{\theta}_2$

$\omega_z = \dot{\theta}_1$

No.

Date

PATH-PLANNING AND TRAJECTORY GENERATION

PATH-PLANNING

↓

Cari tahu titik-titik dalam ruang yang akan dilalui oleh end-effector

↓

Biasanya dapat mendefinisikan jalur sebagai EQUATION

Trajectory Generation

↓

Cari tahu komponen kecepatan dari gerakan end-effector di sepanjang lintasan

Untuk mendapatkan EQuation kita pakai

↓

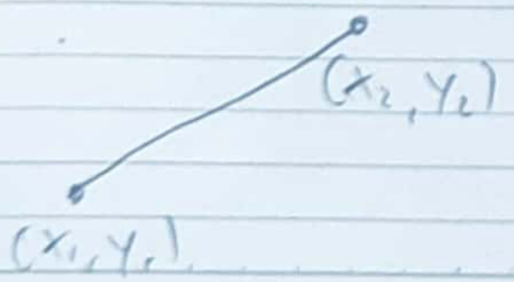
Parametric Equation

Parametric Equation

Paramater → Waktu

$x(t) = \ldots$

$y(t) = \ldots$



Maka bisa dirumuskan

No.

Date

$$X = \frac{v(X_2 - X_1)}{\sqrt{(X_2-X_1)^2+(Y_2-Y_1)^2}} t + X_1$$

Note
t = Waktu
v = kecepatan End-Eff

$$Y = \frac{v(Y_2 - Y_1)}{\sqrt{(X_2-X_1)^2+(Y_2-Y_1)^2}} t + Y_1$$

Sekarang kita turunkan terhadap waktu

$$\dot{X} = \frac{v(X_2 - X_1)}{\sqrt{(X_2-X_1)^2+(Y_2-Y_1)^2}}$$

$$\dot{Y} = \frac{v(Y_2 - Y_1)}{\sqrt{(X_2-X_1)^2+(Y_2-Y_1)^2}}$$

Sekarang kita hubungkan dengan Matriks Jacobian

$$\begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{Y} \\ \dot{Z} \\ \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = J \begin{bmatrix} \dot{Q}_1 \\ \dot{Q}_2 \\ \dot{Q}_3 \\ \vdots \\ \dot{Q}_n \end{bmatrix}$$

Jadi digunakan untuk :

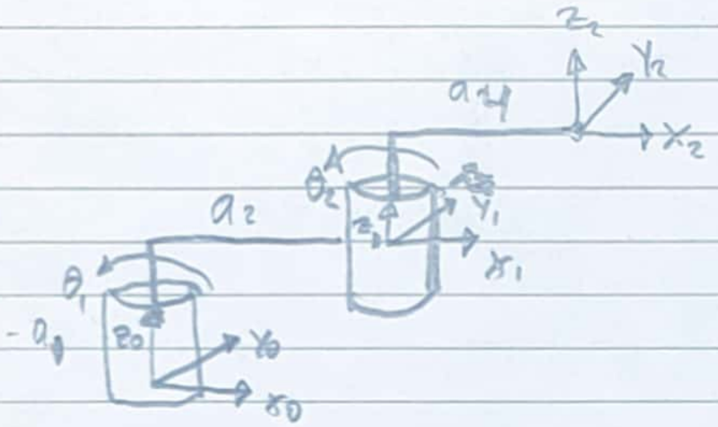
→ Menghitung kecepatan End-Effector yang diberikan dari kecepatan joint

→ Menghitung kecepatan joint yang diberikan dari kecepatan End-Effector

kita ubah Matriks Jacobian menjadi matrik inverse Jacobian, Jadi

$$\begin{bmatrix} \dot{Q}_1 \\ \dot{Q}_2 \\ \vdots \\ \dot{Q}_n \end{bmatrix} = J^{-1} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix}$$

Untuk contoh Kasus



Yang akan diisi

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} --- & --- \\ --- & --- \\ --- & --- \\ --- & --- \\ --- & --- \\ --- & --- \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix}$$

Jadi

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} --- & --- \\ --- & --- \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} \Big\} \text{ Bagian ini yang akan dipakai}$$

Selanjutnya untuk mendapatkan isi tabel tersebut, Perlu persamaan dari Jacobian Matriks dari materi sebelumnya. sehingga

	P	(R)
L		
R		

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R^0_0 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \times (d^0_2 - d^0_0) & R^0_1 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \times (d^0_2 - d^0_1) \\ R^0_0 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} & R^0_1 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix}$$

Lalu diselesaikan, dengan sama cara di materi Jacobian Matriks

$$\begin{array}{cc} J_{11} & J_{12} \end{array}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a_4 S\theta_1 C\theta_2 - a_4 C\theta_1 S\theta_2 - a_2 S\theta_1 & -a_4 S\theta_1 C\theta_2 - a_4 C\theta_1 S\theta_2 \\ a_4 C\theta_1 C\theta_2 - a_4 S\theta_1 S\theta_2 + a_2 C\theta_1 & a_4 C\theta_1 C\theta_2 - a_4 S\theta_1 S\theta_2 \\ 0 & 0 \\ R^0_0 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} & R^0_1 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{cc} J_{21} & J_{22} \end{array}$$

Jadi bisa ditulis

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} \\ J_{21} & J_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} \qquad J^{-1} = \frac{1}{J_{11}J_{22} - J_{12}J_{21}} \begin{bmatrix} J_{22} & -J_{12} \\ -J_{21} & J_{11} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} = J^{-1} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix}$$

Jadi persamaan $\dot{\theta}_1$ dan $\dot{\theta}_2$

$$\dot{\theta}_1 = J_{11}^{-1} \dot{x} + J_{12}^{-1} \dot{y}$$

$$\dot{\theta}_2 = J_{21}^{-1} \dot{x} + J_{22}^{-1} \dot{y}$$

No.

Date

DIGITAL SENSOR

Physical Property → Sensor → Electrical Property

Dari — Menjadi

Dari sensor konsepnya

- Berikan robot informasi tentang dirinya sendiri
- Berikan robot informasi tentang lingkungannya

Electrical Property → Actuator → Physical Property

Gabungan sensor dan actuator disebut Transducers

Sensor

~~Tran~~ Transducers

Actuator

Physical → Sensor → Electrical → Controller → Electrical → Actuator → Physical

No.

Date

Tujuan Digital Sensor

- Tahu tentang berbagai sensor yang tersedia
- Tahu cara memasang dan membaca sensor
- Mengetahui pengertian terminologi sensor

Berguna juga untuk mendeteksi setiap rintangan (Obstacles)