
DEFORMAZIONE ELASTICA E STUDIO DEL MOTO DI UN OSCILLATORE ARMONICO

Francesco Pasa, Davide Bazzanella, Andrea Miani
Gruppo A11

18 marzo 2013 - 1 aprile 2013



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TRENTO

Sommario

Misura della costante elastica di una molla elicoidale mediante due procedure diverse: misurazione statica e dinamica. Test del chi al quadrato.

Indice

1	Introduzione	3
2	Ricerca della costante elastica della molla: metodo statico	3
2.1	Apparato sperimentale	3
2.2	Procedura di acquisizione dei dati	3
2.3	Elaborazione dei dati	4
3	Ricerca della costante elastica della molla: metodo dinamico	5
3.1	Apparato sperimentale	5
3.2	Procedura di acquisizione dei dati	5
3.3	Primo studio qualitativo del moto oscillatorio	5

1 Introduzione

La legge sperimentale che lega una forza applicata ad una molla e la sua deformazione rispetto alla sua posizione di equilibrio fu formulata da Robert Hooke nel 1675 ed è la seguente:

$$F_{el} = -k x \quad (1)$$

In questo esperimento lo scopo principale è quello di calcolare la costante elastica di una molla conoscendo, grazie alle misure effettuate, la deformazione della molla in funzione della forza applicata ad essa. Un secondo metodo che adotteremo per calcolare questa costante elastica sarà quello di calcolarla conoscendo la relazione che lega il periodo di oscillazione della molla e $\omega (\sqrt{\frac{k}{m}})$. La relazione è la seguente:

$$\mathcal{T} = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \quad (2)$$

Una seconda parte della relazione verterà sullo studio del moto oscillatorio e nell'esecuzione del test del chi al quadrato.

2 Ricerca della costante elastica della molla: metodo statico

2.1 Apparato sperimentale

L'apparato sperimentale utilizzato è costituito da:

- una base ad A sulla quale sono installati verticalmente un supporto con gancio di sospensione delle molle e asta millimetrata scorrevole. L'asta millimetrata presentava sul lato sinistro una scala millimetrata con una risoluzione di mezzo millimetro, mentre sul lato destro una scala millimetrata con una risoluzione del millimetro;
- quattro molle elicoidali con caratteristica elastica differente tra di loro: in particolare una particolarmente morbida, una dura e due con caratteristiche medie;
- un piattello portapesi di massa $m_{\text{piattello}} = 25.2 \text{ g} \pm 0.1 \text{ g}$, quattro pesi cilindrici neri rispettivamente di massa nominale 5, 10, 25 e 50 grammi e quattro pesi argentei identici a quelli neri, con stesse masse nominali;
- una bilancia a un piattello con una risoluzione di 0.1 grammi;

2.2 Procedura di acquisizione dei dati

Ritenendo essere noto che una forza F di trazione o compressione applicata, nel nostro caso, ad una molla elicoidale provoca una deformazione del corpo abbiamo deciso di sfruttare come forza agente la forza peso F_p delle masse cilindriche a nostra disposizione. Per fare questo ricordiamo che la relazione tra una massa inerziale e la forza peso è la seguente:

$$F_p = m g \quad (3)$$

dove g rappresenta l'accelerazione di gravità che assumiamo avere un valore di: $g = 9.806 \text{ m s}^{-2}$. Innanzitutto abbiamo verificato il peso nominale delle otto masse cilindriche a nostra disposizione. Successivamente abbiamo raggruppato i vari pesi per formare tredici masse che variano da circa cinque grammi a centoventicinque grammi con intervalli di dieci verificando, gruppo

per gruppo, i pesi.

[tabella per i pesi singoli (8)]

[tabella per i pesi raggruppati (13)]

Completata la classificazione dei pesi, abbiamo scelto la molla di cui calcolare la costante elastica. A questo scopo abbiamo notato che una di esse è risultata essere troppo morbida per i carichi che saremmo andati ad applicare e quindi suscettibile di una probabile deformazione che avrebbe compromesso la buona riuscita dell'esperimento. Un'altra molla è stata scartata in quanto troppo poco elastica e quindi non ci avrebbe permesso di apprezzare una deformazione utile alla lettura per carichi troppo leggeri. Per questi motivi la scelta è ricaduta sulla molla tra le due restanti che permetteva una migliore lettura della sua deformazione in relazione ai pesi che potevamo applicare.

Al fine di calcolare l'allungamento di una delle due molle elicoidali mediante il metodo statico abbiamo posizionato il sistema molla e piattello lungo l'asta millimetrata, appendendo un'estremità della molla al gancio di supporto. Atteso che l'oscillazione della molla si smorzasse il più possibile abbiamo allineato il bordo inferiore del piattello, agganciato alla molla, con la tacca dei 50 cm dell'asta graduata, cercando di evitare eventuali errori di parallasse. In questo modo la posizione di equilibrio della molla risulta essere:

$$z_{eq} = z_0 \pm \delta(z_0) = 50.0 \text{ cm} \pm 0.1 \text{ cm}$$

Infine abbiamo misurato il differente allungamento della molla man mano che variavamo il carico applicato ad essa, attendendo sempre che le oscillazioni del sistema si smorzassero il più possibile. Così facendo abbiamo ottenuto una serie di misure delle varie posizioni di equilibrio della molla:

$$z_i = z_i \pm \delta(z_i)$$

dalle quali possiamo ricavare l'allungamento della stessa:

$$x_i = |z_i - z_0|$$

e quindi l'incertezza sugli allungamenti ($\delta(x_i)$) si ottiene applicando la regola per la propagazione delle incertezze sulla differenza di misure indipendenti:

$$\delta(x_i) = \sqrt{\delta(z_i)^2 - \delta(z_0)^2} \quad ? = \delta(z_0)\sqrt{2}$$

2.3 Elaborazione dei dati

3 Ricerca della costante elastica della molla: metodo dinamico

3.1 Apparato sperimentale

L'apparato sperimentale utilizzato per compiere le misurazioni del periodo di oscillazione della molla elicoidale è lo stesso utilizzato durante per la procedura del metodo dinamico. La configurazione dei pesi è la stessa utilizzata precedentemente come anche la molla. Da notare che in questo caso il valore delle masse applicate alla molla è stato calcolato misurando assieme la massa del gancio e della massa applicata. Inoltre per questa procedura c'era a nostra disposizione un cronometro con risoluzione di misura pari a un centesimo di secondo ovvero: 0.01 s.

3.2 Procedura di acquisizione dei dati

Per calcolare la costante elastica mediante il metodo dinamico dobbiamo avvalerci della relazione che sussiste tra il periodo di oscillazione di una molla e il rapporto tra la massa applicata e la costante elastica della stessa il tutto sotto radice quadrata. Ovvero:

$$\mathcal{T} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \quad (4)$$

Come si può notare il periodo di oscillazione della molla risulta essere in una proporzionalità quadratica inversa rispetto alla massa applicata alla suddetta. Dal momento che la costante elastica della molla (K) è una costante, appunto, allora ci si dovrebbe aspettare che il periodo cresca al crescere della massa appesa, ma non con una proporzionalità diretta poichè la massa risulta essere sotto radice.

Per ottenere quindi il periodo di oscillazione della molla abbiamo agito come segue:

- abbiamo deciso di cronometrare il periodo di dieci oscillazioni della molla poichè abbiamo ritenuto di non essere in grado di rilevare con una precisione accettabile il periodo di una singola oscillazione;
- ogni componente del gruppo ha cronometrato per ogni massa cinque cicli di dieci oscillazioni, in modo che alla fine per ogni massa ci siano quindici misure indipendenti di un ciclo di dieci oscillazioni. In questo modo abbiamo ritenuto di poter ottenere una precisione maggiore sulla stima del periodo di oscillazione della molla e anche di evitare possibili errori sistematici dovuti all'azione di un unico sperimentatore.

3.3 Primo studio qualitativo del moto oscillatorio