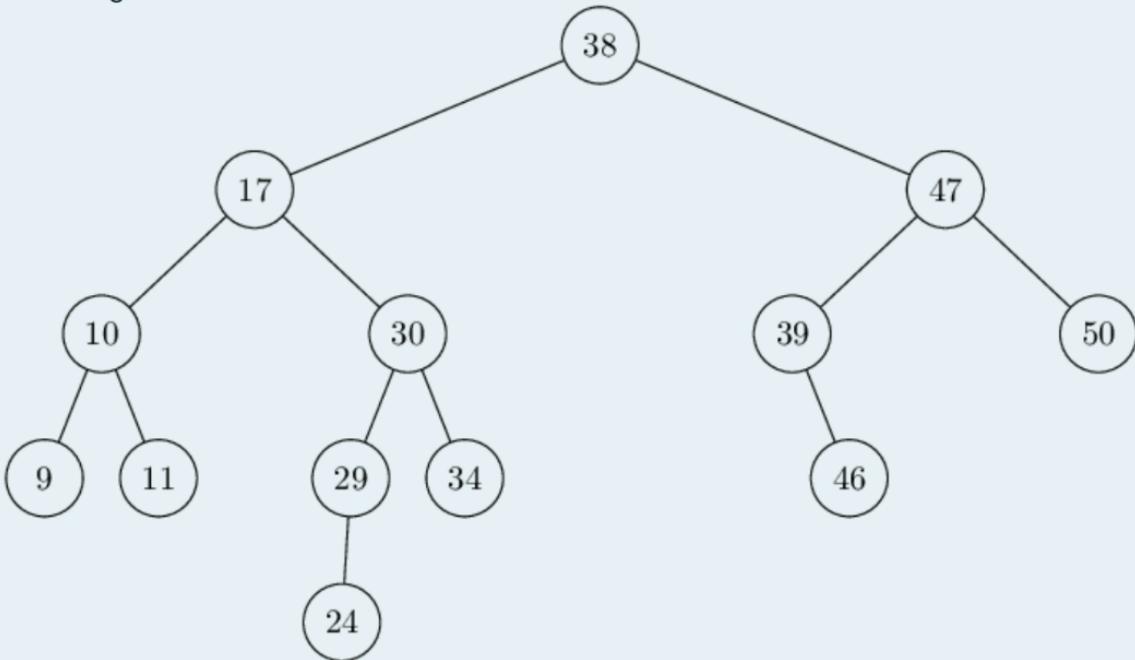


Dato il seguente albero AVL:

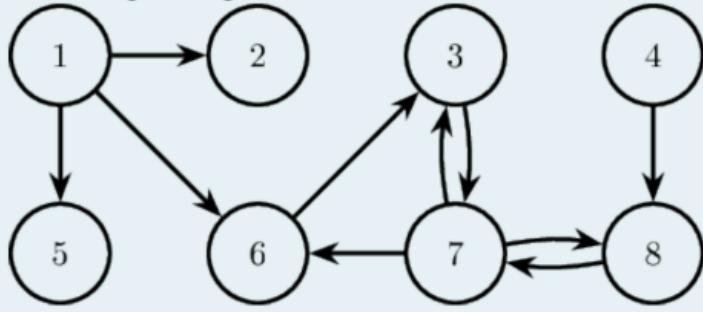


Indicare il fattore di bilanciamento del nodo 39: ✓

Indicare il valore del nodo critico all'inserimento del valore 26. Se tale nodo non esiste, indicare 0: ✓

A seguito del precedente inserimento, inserire in sequenza gli ulteriori valori 16, 8 e 14, tenendo conto delle possibili rotazioni. Indicare l'altezza del nodo 10 a seguito di tutti gli inserimenti: ✓

Dato il seguente grafo orientato G :



E il seguente algoritmo di visita in profondità:

DFS(G, s)

1. **for each** $u \in V(G)$ **do**
2. $color[u] \leftarrow \text{WHITE}$
3. $\pi[u] \leftarrow \text{nil}$
4. $time \leftarrow 0$
5. **DFS-Visit**(s)

DFS-Visit(u)

1. $color[u] \leftarrow \text{GRAY}$
2. $time \leftarrow time + 1$
3. $d[u] \leftarrow time$
4. **for each** $v \in Adj[u]$ in ordine crescente di chiave **do**
5. **if** $color[v] = \text{WHITE}$ **then**
6. $\pi[v] \leftarrow u$
7. **DFS-Visit**(v)
8. $color[u] \leftarrow \text{BLACK}$
9. $time \leftarrow time + 1$
10. $f[u] \leftarrow time$

Si consideri la visita ottenuta dalla chiamata $\text{DFS}(G, 1)$ supponendo che le liste Adj di ciascun nodo siano in ordine crescente di chiave.

Indicare la chiave del quarto nodo ad assumere il colore GRAY durante la visita:

6

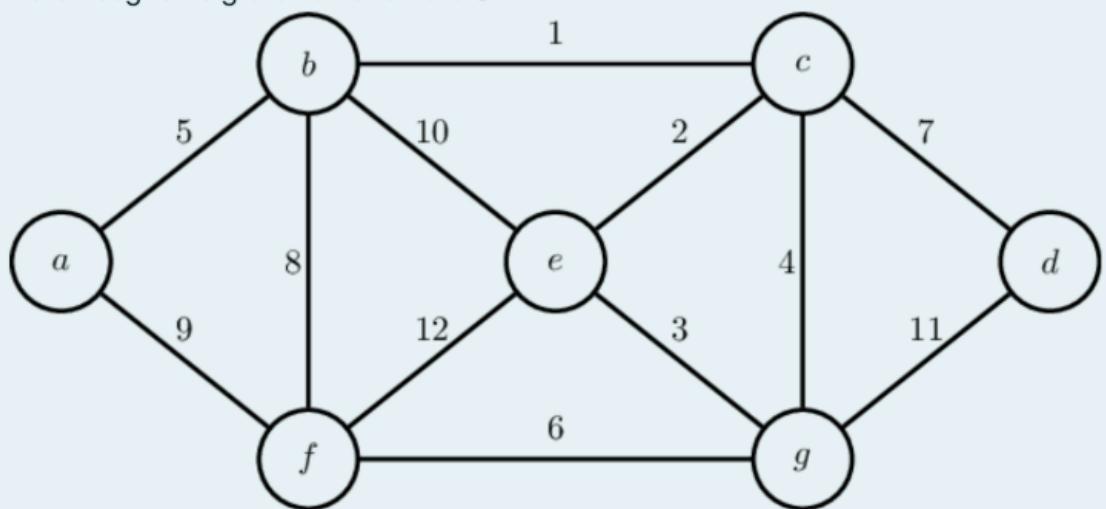


Indicare il valore di $f[7]$ al termine della visita:

11



Dato il seguente grafo non orientato G :



Si consideri l'applicazione dell'algoritmo di Dijkstra a G con nodo sorgente $s = d$.

Dijkstra(G, w, s)

- ```

1. foreach $v \in V(G)$ do
2. $d[v] \leftarrow \infty$
3. $\pi[v] \leftarrow \text{nil}$
4. $d[s] \leftarrow 0$
5. $Q \leftarrow V(G)$
6. while $Q \neq \emptyset$ do
7. $u \leftarrow \text{Extract-Min}(Q)$
8. $S \leftarrow S \cup \{u\}$
9. foreach $v \in Adj[u]$ do
10. if $d[v] > d[u] + w(u, v)$ then
11. $d[v] \leftarrow d[u] + w(u, v)$
12. $\pi[v] \leftarrow u$

```

Riempire la tabella sottostante con i valori di  $d$  e  $\pi$  per ogni nodo del grafo nel momento in cui il nodo  $g$  è estratto dalla coda  $Q$  (Riga 7). Usare 999 per indicare  $\infty$ .

| a     | b   | c     | d   | e     |
|-------|-----|-------|-----|-------|
| $\pi$ | $d$ | $\pi$ | $d$ | $\pi$ |
| b ↴   | 13  | c ↴   | 8   | d ↴   |
| ✓     | ✓   | ✓     | ✓   | ✓     |
| nil ↴ | 0   | c ↴   | 9   | ✓     |

Dato l'algoritmo HeapSort descritto di seguito

```
HeapSort(A)
1. Build-Max-Heap(A)
2. for $i \leftarrow \text{length}[A]$ downto 2 do
3. scambia $A[1] \leftrightarrow A[i]$
4. $\text{heap-size}[A] \leftarrow \text{heap-size}[A] - 1$
5. Max-Heapify(A , 1)
```

Considerare l'applicazione di HeapSort al seguente array  $A$ :

$A =$ 

|    |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|----|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 28 | 4 | 31 | 24 | 37 | 36 | 13 | 33 | 27 | 32 | 23 |
|----|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|

Indicare il valore del figlio sinistro del nodo con valore 24 nella rappresentazione ad albero di  $A$  prima dell'esecuzione di Build-Max-Heap( $A$ ) a riga 1:  ✓

Indicare l'indice nell'array del valore 37 dopo l'esecuzione di Build-Max-Heap( $A$ ) a riga 1 (Gli indici partono da 1):  ✓

Indicare il valore alla radice dell'heap nel momento in cui  $\text{heap-size}[A]$  viene assegnato a 9 (Prima della successiva chiamata a Max-Heapify):  ✓

Dato il seguente insieme non ordinato di funzioni in  $n$

$$\{ \log_2 \log_2 \log_2 n, \quad n \log_2 n + 2, \quad (\log_2 n)^3, \quad 2^n, \quad n! + 1, \quad n^2, \quad \sqrt[3]{\log_2 n} \}$$

Assegnare ciascuna funzione ad un indice diverso  $i \in \{1, \dots, 7\}$  affinché sia valido il seguente ordinamento:

$$f_1(n) \leq f_2(n) \leq f_3(n) \leq f_4(n) \leq f_5(n) \leq f_6(n) \leq f_7(n)$$

dove  $f_i(n)$  è la funzione assegnata all'indice  $i$ , e  $\leq$  è la relazione d'ordine basata sul tasso di crescita delle funzioni.

|                          |   |   |   |
|--------------------------|---|---|---|
| $2^n$                    | 6 | ↔ | ✓ |
| $n! + 1$                 | 7 | ↔ | ✓ |
| $(\log_2 n)^3$           | 3 | ↔ | ✓ |
| $\sqrt[3]{\log_2 n}$     | 2 | ↔ | ✓ |
| $n^2$                    | 5 | ↔ | ✓ |
| $\log_2 \log_2 \log_2 n$ | 1 | ↔ | ✓ |
| $n \log_2 n + 2$         | 4 | ↔ | ✓ |

La risposta corretta è:  $2^n \rightarrow 6, n! + 1 \rightarrow 7, (\log_2 n)^3 \rightarrow 3, \sqrt[3]{\log_2 n} \rightarrow 2, n^2 \rightarrow 5, \log_2 \log_2 \log_2 n \rightarrow 1, n \log_2 n + 2 \rightarrow 4$