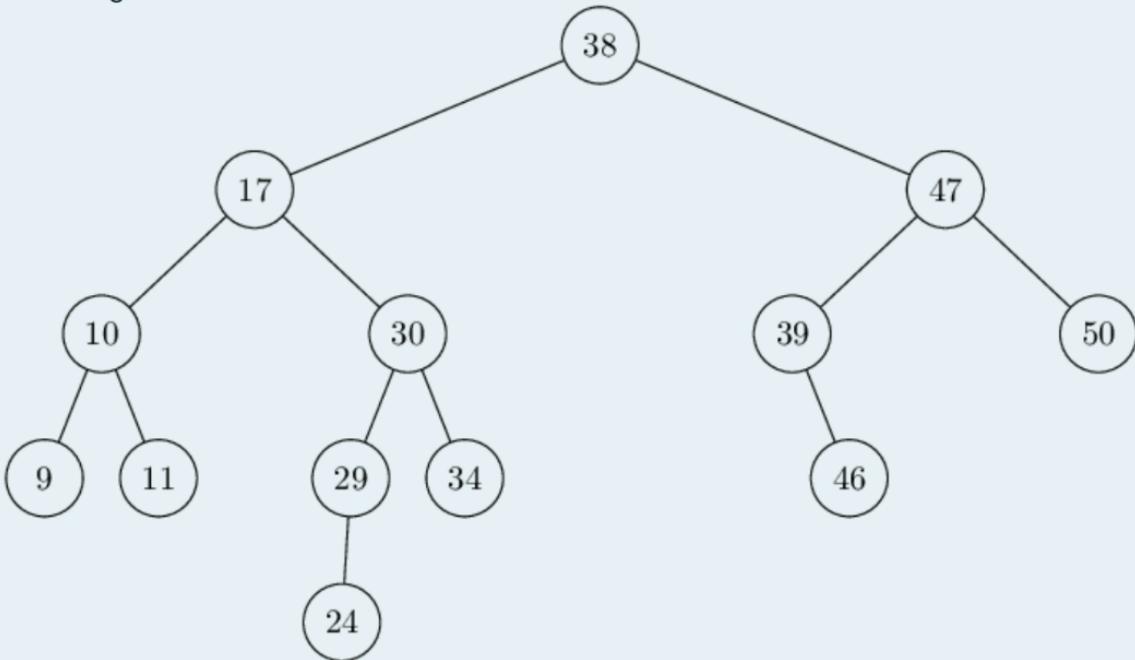


Dato il seguente albero AVL:



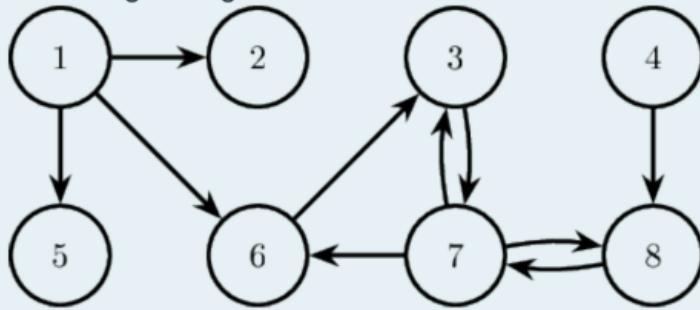
Indicare il fattore di bilanciamento del nodo 39:  ✓

Indicare il valore del nodo critico all'inserimento del valore 26. Se tale nodo non esiste, indicare 0:  ✓

A seguito del precedente inserimento, inserire in sequenza gli ulteriori valori 16, 8 e 14, tenendo conto delle possibili rotazioni. Indicare l'altezza del nodo 10 a seguito di tutti gli inserimenti:

✓

Dato il seguente grafo orientato  $G$ :



E il seguente algoritmo di visita in profondità:

**DFS**( $G, s$ )

1. **for each**  $u \in V(G)$  **do**
2.      $\text{color}[u] \leftarrow \text{WHITE}$
3.      $\pi[u] \leftarrow \text{nil}$
4.      $\text{time} \leftarrow 0$
5.     **DFS-Visit**( $s$ )

**DFS-Visit**( $u$ )

1.      $\text{color}[u] \leftarrow \text{GRAY}$
2.      $\text{time} \leftarrow \text{time} + 1$
3.      $d[u] \leftarrow \text{time}$
4.     **for each**  $v \in \text{Adj}[u]$  in ordine crescente di chiave **do**
5.         **if**  $\text{color}[v] = \text{WHITE}$  **then**
6.              $\pi[v] \leftarrow u$
7.             **DFS-Visit**( $v$ )
8.      $\text{color}[u] \leftarrow \text{BLACK}$
9.      $\text{time} \leftarrow \text{time} + 1$
10.     $f[u] \leftarrow \text{time}$

Si consideri la visita ottenuta dalla chiamata  $\text{DFS}(G, 1)$  supponendo che le liste  $\text{Adj}$  di ciascun nodo siano in ordine crescente di chiave.

Indicare la chiave del quarto nodo ad assumere il colore GRAY durante la visita:

6

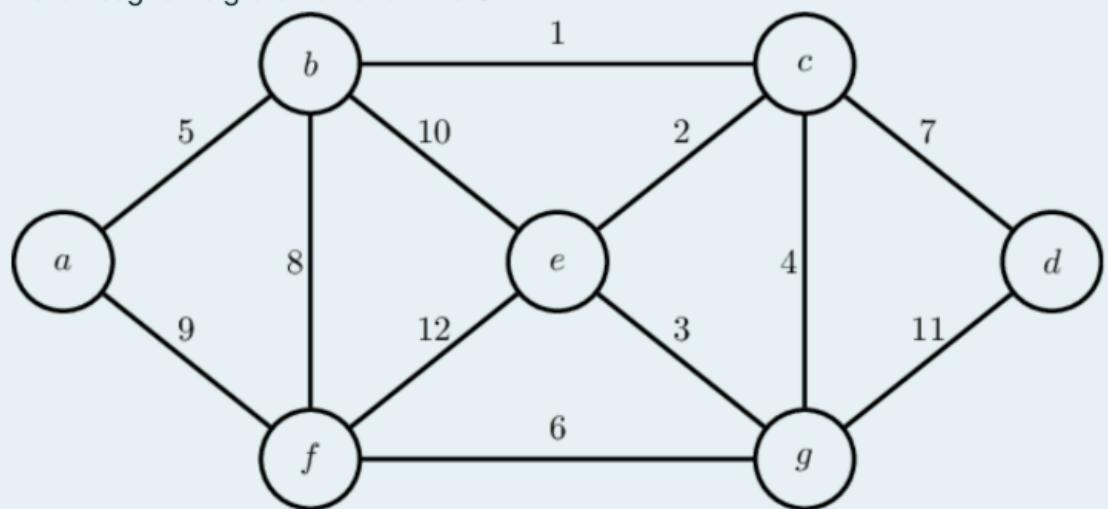


Indicare il valore di  $f[7]$  al termine della visita:

11



Dato il seguente grafo non orientato  $G$ :



Si consideri l'applicazione dell'algoritmo di Dijkstra a  $G$  con nodo sorgente  $s = d$ .

**Dijkstra**( $G, w, s$ )

- ```

1. foreach  $v \in V(G)$  do
2.    $d[v] \leftarrow \infty$ 
3.    $\pi[v] \leftarrow \text{nil}$ 
4.    $d[s] \leftarrow 0$ 
5.    $Q \leftarrow V(G)$ 
6.   while  $Q \neq \emptyset$  do
7.      $u \leftarrow \text{Extract-Min}(Q)$ 
8.      $S \leftarrow S \cup \{u\}$ 
9.     foreach  $v \in Adj[u]$  do
10.       if  $d[v] > d[u] + w(u, v)$  then
11.          $d[v] \leftarrow d[u] + w(u, v)$ 
12.          $\pi[v] \leftarrow u$ 

```

Riempire la tabella sottostante con i valori di  $d$  e  $\pi$  per ogni nodo del grafo nel momento in cui il nodo  $g$  è estratto dalla coda  $Q$  (Riga 7). Usare 999 per indicare  $\infty$ .

| a     | b   | c     | d   | e     |
|-------|-----|-------|-----|-------|
| $\pi$ | $d$ | $\pi$ | $d$ | $\pi$ |
| b ↴   | 13  | c ↴   | 8   | d ↴   |
| ✓     | ✓   | ✓     | ✓   | ✓     |

Dato l'algoritmo HeapSort descritto di seguito

```
HeapSort( $A$ )
1.   Build-Max-Heap( $A$ )
2.       for  $i \leftarrow \text{length}[A]$  downto 2 do
3.           scambia  $A[1] \leftrightarrow A[i]$ 
4.            $\text{heap-size}[A] \leftarrow \text{heap-size}[A] - 1$ 
5.           Max-Heapify( $A$ , 1)
```

Considerare l'applicazione di HeapSort al seguente array  $A$ :

$$A = \boxed{28 \quad 4 \quad 31 \quad 24 \quad 37 \quad 36 \quad 13 \quad 33 \quad 27 \quad 32 \quad 23}$$

Indicare il valore del figlio sinistro del nodo con valore 24 nella rappresentazione ad albero di  $A$  prima dell'esecuzione di Build-Max-Heap( $A$ ) a riga 1:

Indicare l'indice nell'array del valore 37 dopo l'esecuzione di Build-Max-Heap( $A$ ) a riga 1 (Gli indici partono da 1):

Indicare il valore alla radice dell'heap nel momento in cui  $\text{heap-size}[A]$  viene assegnato a 9 (Prima della successiva chiamata a Max-Heapify):

Dato il seguente insieme non ordinato di funzioni in  $n$

$$\{ \log_2 \log_2 \log_2 n, \quad n \log_2 n + 2, \quad (\log_2 n)^3, \quad 2^n, \quad n! + 1, \quad n^2, \quad \sqrt[3]{\log_2 n} \}$$

Assegnare ciascuna funzione ad un indice diverso  $i \in \{1, \dots, 7\}$  affinché sia valido il seguente ordinamento:

$$f_1(n) \leq f_2(n) \leq f_3(n) \leq f_4(n) \leq f_5(n) \leq f_6(n) \leq f_7(n)$$

dove  $f_i(n)$  è la funzione assegnata all'indice  $i$ , e  $\leq$  è la relazione d'ordine basata sul tasso di crescita delle funzioni.

|                          |   |   |   |
|--------------------------|---|---|---|
| $2^n$                    | 6 | ↔ | ✓ |
| $n! + 1$                 | 7 | ↔ | ✓ |
| $(\log_2 n)^3$           | 3 | ↔ | ✓ |
| $\sqrt[3]{\log_2 n}$     | 2 | ↔ | ✓ |
| $n^2$                    | 5 | ↔ | ✓ |
| $\log_2 \log_2 \log_2 n$ | 1 | ↔ | ✓ |
| $n \log_2 n + 2$         | 4 | ↔ | ✓ |

La risposta corretta è:  $2^n \rightarrow 6, n! + 1 \rightarrow 7, (\log_2 n)^3 \rightarrow 3, \sqrt[3]{\log_2 n} \rightarrow 2, n^2 \rightarrow 5, \log_2 \log_2 \log_2 n \rightarrow 1, n \log_2 n + 2 \rightarrow 4$