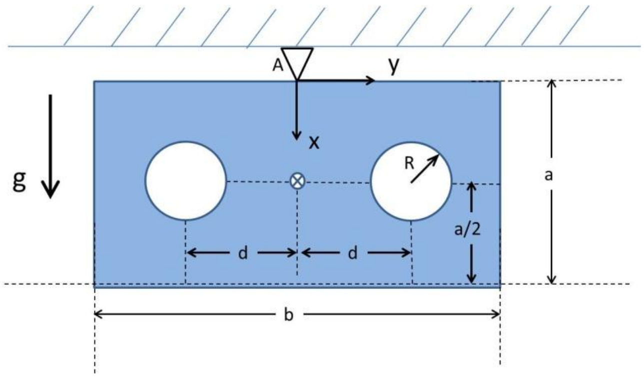
Cuerpo rígido | Distribuciones continuas de masa

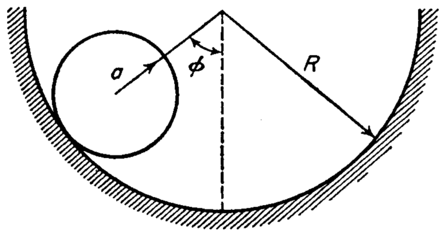
1. **Planchuela calada**
En una planchuela de densidad homogénea se calaron dos aberturas en forma simétrica. Suspendida desde el punto A *pendulea* en el plano x, y. Por eso es relevante conocer su momento de inercia I_{zz} desde ese punto. Cuente con los datos disponibles en un taller: espesor e del material, dimensiones del plano y una m de pesada. Se sugiere seguir esta secuencia:



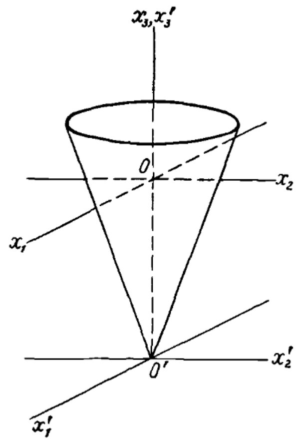
   (a) Calcular la densidad del metal de la planchuela contemplando el área faltante por los calados.
   (b) Idém. I_{zz} de uno de los calados circulares como si fuera de este metal.
   (c) ídem. I_{zz} de una planchuela sin calado desde su centro de masa.
   (d) Trasladar con el teorema de Steiner los I_{zz} de ambos calados circulares al centro de la planchuela.
   (e) Restando al I_{zz} de la planchuela sin calado el de los círculos obtenga el de la planchuela calada.
   (f) Nuevamente con Steiner traslade el I_{zz} de la planchuela calada al punto de penduleo A.

   Resultado: $I_{zz} = \frac{m\left(-12\pi R^4 - 6\pi R^2 a^2 - 24\pi R^2 d^2 + 4a^3 b + ab^3\right)}{12(-2\pi R^2 + ab)}$

2. **Cilindro rodando en semi-cilindro** [Landau §32 6]
Hallar la energía cinética de un cilindro homogéneo de radio a que rueda en el interior de una superficie cilíndrica de radio R.
Resultado: $T = \frac{3m(R-a)^2\dot{\phi}^2}{4}$



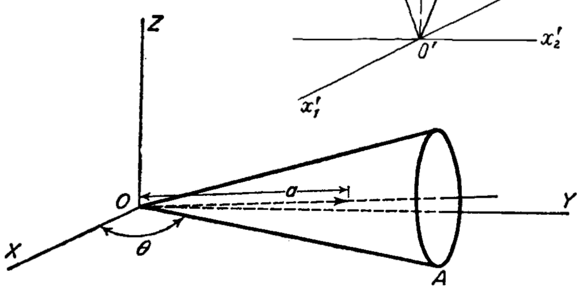
3. **Cono circular de altura h y radio de la base R** [Landau §32 2e]



   (a) Calcule la posición del centro de masa O desde el vértice O'. Recuerde elegir límites de integración en función de la geometría. Resultado: $|\overline{OO'}| = \frac{3}{4}h$.

   (b) Calcule los momentos de inercia desde O'.
   Resultado: $I_{x'_3 x'_3} = \frac{3}{10} m R^2 \qquad I_{x'_1 x'_1} = I_{x'_2 x'_2} = \frac{3m\left(R^2+4h^2\right)}{20}$

4. **Cono rodante sobre un plano** [Landau §32 7]
El contacto instantáneo con el plano XY, $\overline{OA}$, forma los ángulo de θ con X y α con el eje del cono. El otro dato conocido es la distancia hasta el cento de masa a.



   (a) Asumiendo conocidos los momentos de inercia desde el vértice en la dirección del eje I_3 y en las perpendiculares $I_1 = I_2$, calcule la energía cinética. Resultado:
   $T = \frac{1}{2}\cos^2(\alpha) I_1 \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}\frac{\cos^4(\alpha)}{\sin^2(\alpha)} I_3 \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}\cos^2(\alpha) m a^2 \dot{\theta}^2$

   (b) Expese en la energía cinética a $I_{1,2,3}$, α y a en función del radio de la base del cono R y su altura h.