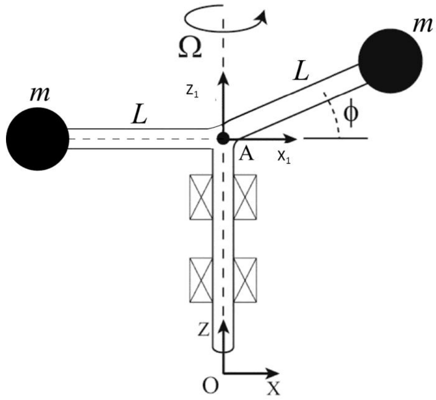
CUERPO RÍGIDO | TENSORES DE INERCIA

1. **Péndulo de torsión desbalanceado**
El sistema que se muestra en la ilustración para $t = 0$ presenta pesos en los extremos de dos brazos. La barra dispuesta verticalmente se mantiene en tal dirección con rulemanes que posibilitan que el eje rote sin fricción con velocidad angular Ω constante respecto el marco inercial O_{xyz}. Para este análisis la masa de brazos y ejes es despreciable frente a la de los pesos m. Calcule:



   a) tensor de inercia respecto a A en función del tiempo $\bar{\bar{I}}_A(t)$

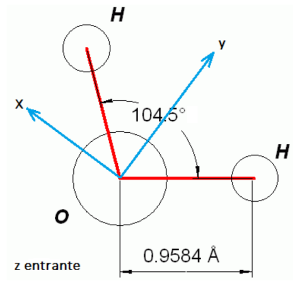
   b) momento angular $\vec{L}_A(t) = \bar{\bar{I}}_A(t)\vec{\Omega}$ y torque $\vec{\tau}(t) = \dot{\vec{L}}(t)$.

Resultados:

$$\bar{\bar{I}}_A = \begin{bmatrix} \ell^2 m\left(-\cos^2(\phi)\cos^2(\Omega t) - \cos^2(\Omega t) + 2\right) & -\ell^2 m\left(\cos^2(\phi)+1\right)\sin(\Omega t)\cos(\Omega t) & \frac{\ell^2 m(\sin(\Omega t-2\phi)-\sin(\Omega t+2\phi))}{4} \\ -\ell^2 m\left(\cos^2(\phi)+1\right)\sin(\Omega t)\cos(\Omega t) & \ell^2 m\left(\sin^2(\phi)\sin^2(\Omega t) - 2\sin^2(\Omega t)+2\right) & -\frac{\ell^2 m(\cos(\Omega t-2\phi)-\cos(\Omega t+2\phi))}{4} \\ \ell^2 m\left(\cos^2(\phi)+1\right) & -\frac{\ell^2 m(\cos(\Omega t-2\phi)-\cos(\Omega t+2\phi))}{4} & \ell^2 m\left(\cos^2(\phi)+1\right) \end{bmatrix}$$

$$\vec{L}_A = \begin{bmatrix} \frac{\Omega\ell^2 m(\sin(\Omega t-2\phi)-\sin(\Omega t+2\phi))}{4} \\ -\frac{\Omega\ell^2 m(\cos(\Omega t-2\phi)-\cos(\Omega t+2\phi))}{4} \\ \Omega\ell^2 m\left(\cos^2(\phi)+1\right) \end{bmatrix} \qquad \vec{\tau}_A = \begin{bmatrix} \frac{\Omega^2\ell^2 m(\cos(\Omega t-2\phi)-\cos(\Omega t+2\phi))}{4} \\ \frac{\Omega^2\ell^2 m(\sin(\Omega t-2\phi)-\sin(\Omega t+2\phi))}{4} \\ 0 \end{bmatrix}$$

2. **Molécula de agua**
Calcule los momentos de inercia en el SI para una molécula de H_2O. En CNPT se abre con un ángulo de 104,5° y median 95,84 pm entre O y H. Resultado:

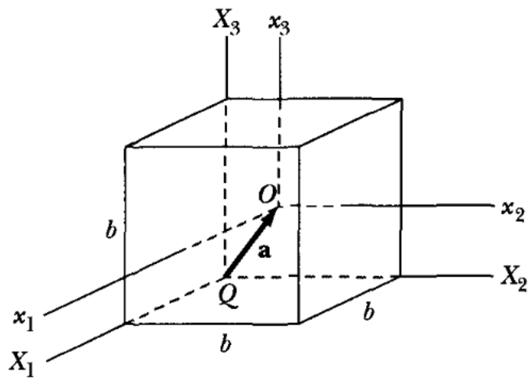


$$\bar{\bar{I}} = \begin{bmatrix} 1.02353565118967\cdot 10^{-47} & 0 & 0 \\ 0 & 1.92240664746526\cdot 10^{-47} & 0 \\ 0 & 0 & 2.94594229865493\cdot 10^{-47} \end{bmatrix}$$

3. **Cubo con arista** b [Marion (e) ex. 11-3]

   (a) Calcule el tensor de inercia desde el sistema de ejes x_i con origen en el centro de masa O.

   (b) Use la forma general del teorema de ejes paralelos de Steiner para calcularlo en el sistema X_i con origen en el vértice Q

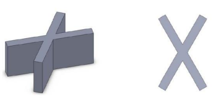


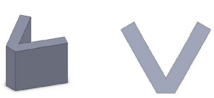
4. **Componentes del tensor de inercia para una barra**
Se tiene una barra de $m = 1$ kg de sección despreciable frente a $l = 1$ m. De alinear un eje $(\hat{z})$ con ella,

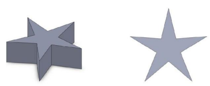
   a) Calcule sus momentos de inercia.

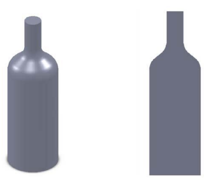
   b) Muestre que sucede con los productos de inercia.

5. **Ejes conveniente para el cálculo del momentos de inercia**
Se dibujan vistas en perspectiva de diversos objetos. Sabre estos dibuje los ejes intersectando en el punto más conveniente para el cálculo de momentos de inercia, esto es, en el centro de masa. Haga lo mismo con los dos ejes que corresponden a la proyección en planta.

a) 

b) 

c) 

d) 

BY-NC-SA