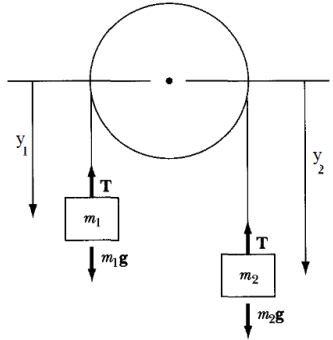


Los problemas marcados con (*) tienen alguna dificultad adicional, no dude en consultar.

1. Máquina de Atwood simple

Obtenga a partir de la ecuación de Euler-Lagrange la aceleración que presentan las pesas de masas m_1 y m_2 que cuelgan de una cuerda de longitud ℓ que pasa por sobre una polea de radio R_p y masa m_p .

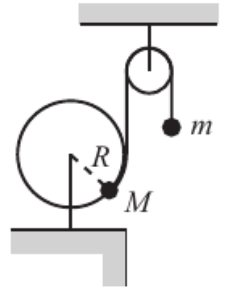
- Resuelva el caso en que se considera m_p irrelevante.
- Resuelva ahora considerando m_p , y que la polea presenta una sección cilíndrica. El momento de inercia de tal cilindro de masa m ante rotaciones en torno a su eje de simetría longitudinal es $(m/2)R^2$.



2. Aro y polea

Una pesa de masa m pende de una sección de cuerda de longitud ℓ_{pesa} que sobresale a la derecha de una polea de radio R_{polea} y masa m_{polea} . La cuerda tiene un longitud total ℓ , su masa es despreciable y gira solidaria con la una polea.

El otro extremo se ata con un nudo de masa M_{nudo} a un aro de masa m_{aro} , enrollándose parcialmente en torno a éste. El centro de la polea está a una altura h por sobre el del aro de radio R_{aro} que como puede rotar libremente presenta un momento de inercia $m_{aro}R_{aro}^2$. Denomine el ángulo desde el centro hasta el nudo medido desde la horizontal con θ . Recuerde que el sentido positivo para un ángulo es el antihorario.

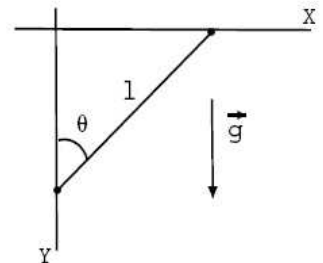


- Escriba la posición de las partículas con masa con origen el centro del aro.
- Describa la función de ligadura y utilícela para expresar las posiciones en función de θ .
- Obtenga la ecuación de Euler-Lagrange para la dinámica.

$$\text{Resultado: } M_{nudo}R_{aro}^2\ddot{\theta}_{aro} + M_{nudo}R_{aro}g \cos(\theta_{aro}) + R_{aro}^2m_{aro}\ddot{\theta}_{aro} + \frac{R_{polea}^2m_{polea}\ddot{\theta}_{aro}}{2} = 0$$

3. Péndulo de pesas engarzadas y acopladas

Dos pesas de masa m_1 y m_2 están unidas por una barra rígida inextensible de longitud ℓ y masa despreciable frente a las anteriores. La de m_1 está engarzada en un eje horizontal y la de m_2 en uno vertical.



- Escriba las posiciones de ambas partículas en función de una única coordenada haciendo uso de la ligadura que impone la barra rígida. Hágalo para: i. y , la coordenada para la pesa de m_2 , ii. θ
- Obtenga las aceleraciones y responda: ¿cuál coordenada generalizada preferiría?

$$\text{Resultado: } \ddot{y} = \frac{-\ell^2 m_1 y \dot{y}^2 + g m_2 (\ell^2 - y^2)^2}{\ell^4 m_2 + \ell^2 m_1 y^2 - 2\ell^2 m_2 y^2 - m_1 y^4 + m_2 y^4} \quad \ddot{\theta} = \frac{(\ell m_1 \cos(\theta) \dot{\theta}^2 - \ell m_2 \cos(\theta) \dot{\theta}^2 - g m_2) \sin(\theta)}{\ell(m_1 \cos^2(\theta) + m_2 \sin^2(\theta))}$$

- (*) ¿Cuál es el período de movimiento de pequeñas oscilaciones para el caso $m_1 = m_2 = m$?

