



UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL
Facultad Regional Avellaneda

Física II - 2^{do} 31

Guía de problemas de la unidad II
primera parte

Electrostática

Contenidos

6 Campo eléctrico de cargas puntuales	1
7 Potencial eléctrico	3
8 Ley de Gauss	5
9 Distribuciones de carga continuas	6
10 Capacitores	10
11 Preguntas sobre electrostática para el análisis	12
Respuestas de la unidad II - primera parte	13

6. Campo eléctrico de cargas puntuales

6.1 Una carga puntual de $-8,0\text{ nC}$ se localiza en el origen de un sistema de coordenadas. Obtenga el vector campo eléctrico en la posición $\vec{r} = 1,2\hat{i} - 1,6\hat{j}$.

6.2 Una partícula α es el núcleo de un átomo de helio, que tiene una masa de $6,64 \times 10^{-27}\text{ kg}$ y una carga eléctrica de $3,20 \times 10^{-19}\text{ C}$. Compare la fuerza de la repulsión eléctrica entre dos partículas α con la fuerza de atracción gravitatoria que hay entre ellas, calculando el cociente F_e/F_g .

6.3 Dos cargas puntuales se localizan en el eje $+x$ de un sistema de coordenadas. La carga $q_1 = 1,0\text{ nC}$ está a $2,0\text{ cm}$ del origen, y la carga $q_2 = -3,0\text{ nC}$ está a $4,0\text{ cm}$ del origen. ¿Cuál es la fuerza total que ejercen estas dos cargas sobre una carga $q_3 = 5,0\text{ nC}$ que se encuentra en el origen?

6.4 Tres cargas puntuales, q_1 , q_2 y q_3 , están equiespaciadas a lo largo de una recta horizontal, como muestra la figura 6.1. Si $q_1 = Q$ y $q_2 = -Q$, ¿cuánto deberá valer q_3 para que la fuerza neta sobre q_1 sea cero?

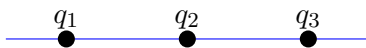


Figura 6.1: Problema 6.4

6.5 Tres cargas puntuales están alineadas a lo largo del eje x . La carga $q_1 = 3,00\text{ }\mu\text{C}$ está en el origen, la carga $q_2 = -5,00\text{ }\mu\text{C}$ se encuentra en $x = 0,200\text{ m}$, y la tercera carga es $q_3 = -8,00\text{ }\mu\text{C}$. ¿Dónde está situada q_3 si la fuerza neta sobre q_1 es $7,00\text{ N}$ en la dirección negativa del eje x ?

6.6 Considerar la siguiente distribución de cargas: $q_1 = 1\text{ mC}$ en la posición $\vec{r}_1 = (0\text{ m}; 0\text{ m})$; $q_2 = 3\text{ mC}$ en la posición $\vec{r}_2 = (2\text{ m}; 0\text{ m})$ y $q_3 = -2\text{ mC}$ en la posición $\vec{r}_3 = (0\text{ m}; 1\text{ m})$. Calcular el módulo y el ángulo de la fuerza \vec{F}_1 que la distribución ejerce sobre la carga q_1 .

6.7 Se tienen cuatro cargas puntuales idénticas, de carga q , ubicadas en los vértices de un cuadrado de 20 cm de lado. a) Calcular el módulo de la fuerza que sentirá una carga puntual $2q$ situada

en el centro del cuadrado. b) Calcular el módulo de la fuerza que actúa sobre esa carga central cuando se quita una de las cargas de los vértices.

6.8 Dos pequeñas esferas igualmente cargadas y de la misma masa están suspendidas de un mismo punto por dos hilos no conductores de igual longitud $l = 15\text{ cm}$, como se muestra en la figura 6.2. Debido a la repulsión, el equilibrio se establece cuando las dos esferas están separadas una distancia $d = 10\text{ cm}$. Calcular la carga q de cada esfera si la masa de cada esfera es $m = 0,5\text{ g}$.

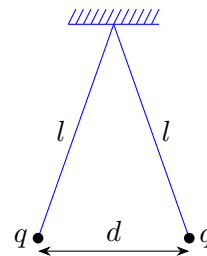


Figura 6.2: Problema 6.8

6.9 Las cargas $q_1 = 2\text{ }\mu\text{C}$, $q_2 = -8\text{ }\mu\text{C}$ y $q_3 = 12\text{ }\mu\text{C}$ se colocan en los vértices de un triángulo equilátero, cuyos lados miden 10 cm , como se muestra en la figura 6.3. a) Hallar el campo eléctrico en el punto P . b) Hallar la fuerza sobre una carga de $-1\text{ }\mu\text{C}$ si es colocada en P .

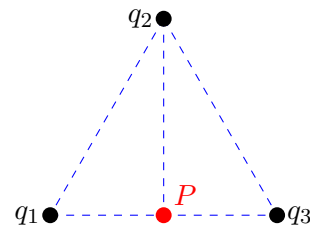


Figura 6.3: Problema 6.9

6.10 Calcule el módulo del campo eléctrico resultante en el centro de un cuadrado de lado b , en cuyos vértices se sitúan las cargas q , $2q$, $-4q$ y $2q$, como se muestra en la figura 6.4.

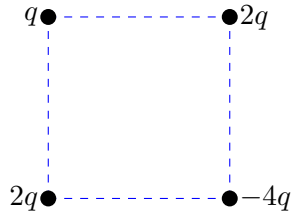


Figura 6.4: Problema 6.10

6.11 Dos cargas se colocan como se muestra en la figura 6.5. La carga q_1 vale 3,00 mC y se desconocen el signo y el valor de la carga q_2 . El campo eléctrico neto en el punto P está por completo en la dirección horizontal hacia la derecha, como se observa en la figura. Calcular el módulo del vector campo eléctrico en el punto P .

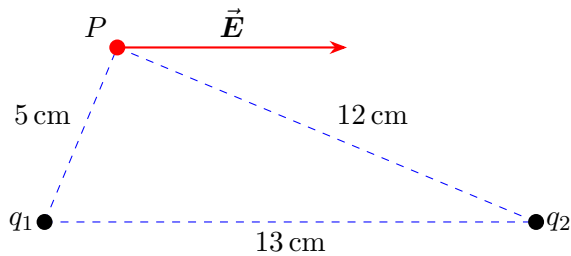


Figura 6.5: Problema 6.11

6.12 Sobre el eje x se ubican una carga positiva q en la posición $x = d/2$ y una carga negativa $-q$ en la posición $x = -d/2$, como se observa en la figura 6.6. De esta forma se tiene un dipolo eléctrico de separación d , cuyo momento dipolar es $\vec{p} = qd\hat{x}$, paralelo al eje x . Este dipolo se encuentra en una región donde existe un campo eléctrico uniforme que forma un ángulo de 30° con el eje x . a) ¿Cuál es la fuerza neta que ejerce el campo externo sobre el dipolo? b) Calcular el torque que siente este dipolo ($\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$) si $q = 12 \text{ nC}$, $d = 5 \text{ cm}$ y $|\vec{E}| = 5 \times 10^6 \text{ N/C}$.

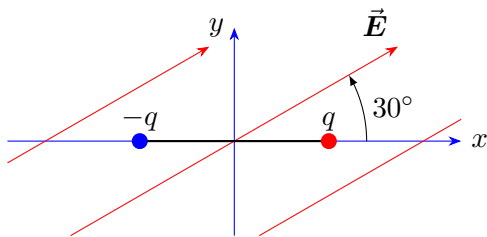


Figura 6.6: Problema 6.12

7. Potencial eléctrico

7.1 ¿Cuál es la energía necesaria para ubicar cuatro cargas de $3,0\text{ }\mu\text{C}$ en las esquinas de un cuadrado cuyos lados miden $7,5\text{ cm}$?

7.2 Una carga puntual de $4,0\text{ nC}$ está situada en el origen, y otra carga puntual de $-3,0\text{ nC}$ está sobre el eje x en la posición $x = 0,20\text{ m}$. ¿Dónde debe situarse sobre el eje x , una tercera carga de $2,0\text{ nC}$, para que la energía potencial del sistema formado por las tres cargas sea igual a cero?

7.3 Una carga puntual $q_1 = 2,40\text{ nC}$ se mantiene estacionaria en el origen. Una segunda carga puntual $q_2 = -4,30\text{ nC}$ se desplaza desde la posición $\vec{r}_0 = 0,150\text{ m}\hat{x} + 0\text{ m}\hat{y}$ hasta la posición $\vec{r}_f = 0,250\text{ m}\hat{x} + 0,250\text{ m}\hat{y}$. ¿Cuánto varió la energía potencial de la carga q_2 ?

7.4 Una esfera metálica pequeña tiene una carga neta $q_1 = 2,80\text{ }\mu\text{C}$ y se mantiene en posición fija por medio de soportes aislantes. Una segunda esfera metálica pequeña con carga neta $q_2 = 7,80\text{ }\mu\text{C}$ y una masa de $1,50\text{ g}$ es proyectada hacia q_1 . Cuando las dos esferas están a una distancia de $0,800\text{ m}$ una de otra, q_2 se mueve hacia q_1 con una rapidez de $22,0\text{ m/s}$. Suponga que las dos esferas pueden considerarse como cargas puntuales, ¿qué tan cerca de q_1 llega q_2 ?

7.5 electronvolt: Un electronvolt (1 eV) es una unidad de energía que equivale a la variación de energía potencial de un electrón que se desplaza a través de una diferencia de potencial de 1 V . a) Verifique la siguiente equivalencia:

$$1\text{ eV} = 1,602 \times 10^{-19}\text{ J}.$$

b) Calcule la energía (en eV y en J) de un electrón que ha sido acelerado desde el reposo, a través de una diferencia de potencial de 100 V . c) Calcule la velocidad que alcanza ese electrón.

7.6 Calcule el potencial eléctrico en el centro de un cuadrado de 1 m de lado, si en sus vértices se ubican las siguientes cargas: $q_1 = 10\text{ nC}$; $q_2 = -20\text{ nC}$; $q_3 = 30\text{ nC}$ y $q_4 = 20\text{ nC}$.

7.7 Para la distribución de cargas mostrada en la figura 7.1, donde $q_1 = 3,1\text{ }\mu\text{C}$ y $q_2 = 2,4\text{ }\mu\text{C}$ están

sobre el plano xy , calcule: a) el potencial eléctrico en el origen de coordenadas, b) el potencial eléctrico en la posición $\vec{r} = 0,25\text{ m}\hat{z}$.

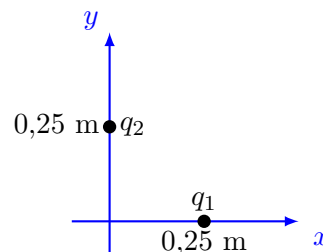


Figura 7.1: Problema 7.7

7.8 Un dipolo de cargas $\pm q$ y separación d ($p = qd$) está colocado sobre el eje \hat{i} como se muestra en la figura 7.2. a) Verifique que el potencial en el punto P es:

$$V_P = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p}{x^2 - \frac{d^2}{4}}$$

b) A partir de la expresión del ítem a, verifique que el trabajo necesario para transportar una carga Q muy distante hasta un punto situado sobre el eje \hat{i} , a una distancia a del centro del dipolo es:

$$W = QV_a = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{p}{a^2 - \frac{d^2}{4}}$$

c) Verifique que el potencial en P cuando $x \gg d$ puede ser aproximado por:

$$V_P = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p}{x^2}$$

d) A partir del resultado anterior y usando $\vec{E} = -\nabla V$, obtenga la siguiente expresión para el campo eléctrico en el punto P cuando $x \gg d$:

$$\vec{E}_P = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{p}{x^3} \hat{i}$$

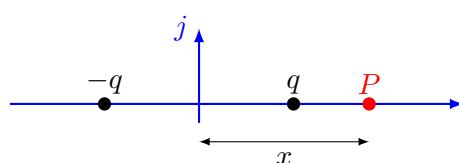


Figura 7.2: Problema 7.8

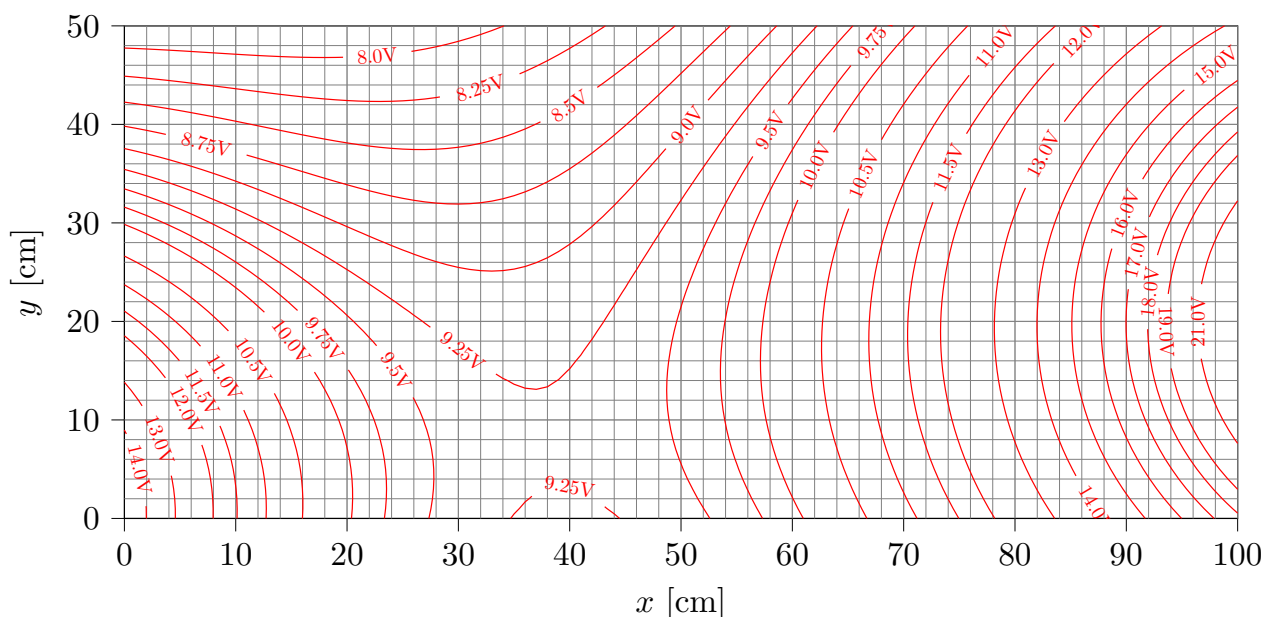


Figura 7.3: Problema 9.16

7.9 En la figura 9.11 se muestra una representación en 2D de curvas equipotenciales de una cierta distribución de cargas. A partir de dicho gráfico responda las siguientes preguntas:

a) ¿Cuál es la diferencia de potencial eléctrico entre las posiciones $\vec{r}_a = 14\text{ cm}\hat{j}$ y $\vec{r}_b = 100\text{ cm}\hat{i} + 32\text{ cm}\hat{j}$?

b) ¿Qué trabajo debe realizar una fuerza externa sobre una partícula con una carga de $2,5\text{ }\mu\text{C}$, si la partícula se encontraba en reposo en la posición \vec{r}_a y se la desplaza hasta la posición \vec{r}_b ? ¿La partícula gana o pierde energía potencial?

c) Compruebe que la diferencia de potencial eléctrico entre las posiciones $\vec{r}_a = 14\text{ cm}\hat{j}$ y $\vec{r}_c = 80\text{ cm}\hat{i} + 8\text{ cm}\hat{j}$ es 0 V . Si no hay diferencia de potencial eléctrico entre esas dos posiciones, ¿el trabajo neto para desplazar una carga desde \vec{r}_a hasta \vec{r}_c es también igual a 0 ? Y entonces, si el trabajo neto es nulo, ¿quiere decir que no es necesario ejercer una fuerza para desplazar esa partícula cargada?

d) Encuentre posiciones donde el ángulo del vector campo eléctrico sea aproximadamente: i) 0° ; ii) 90° ; iii) 180° ; iv) 45° .

e) Determine aproximadamente el vector campo eléctrico en las siguientes posiciones: i) $94\text{ cm}\hat{i} + 28\text{ cm}\hat{j}$; ii) $6\text{ cm}\hat{i} + 30\text{ cm}\hat{j}$.

la siguiente función:

$$V(x, y, z) = Ax^2y^2 + Bxyz,$$

donde A y B son constantes. a) ¿Cuál es el campo eléctrico asociado a esta distribución de cargas? b) Si $A = 1,0\text{ Vm}^{-4}$ y $B = 3,0\text{ Vm}^{-3}$, ¿cuál es la diferencia de potencial entre una posición en el origen de coordenadas y la posición $\vec{r}_1 = 1\text{ m}\hat{i} + 1\text{ m}\hat{j} + 1\text{ m}\hat{k}$? c) Para los mismos valores de A y B , ¿cuánto vale el módulo del campo eléctrico en la posición \vec{r}_1 ?

7.10 Suponga que el potencial eléctrico debido a una cierta distribución de cargas está dado por

8. Ley de Gauss

8.1 En la figura 8.1 se muestra una región del espacio donde existe un campo eléctrico uniforme de módulo $|\vec{E}| = 2,5 \times 10^5 \text{ N/C}$, formando un ángulo de 30° respecto del plano ij . Calcular el flujo de este campo eléctrico a través de la superficie circular mostrada en la figura, paralela al plano ij y de radio igual a 5 cm.

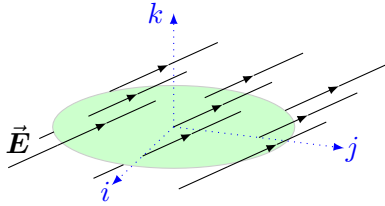


Figura 8.1: Problema 8.1

8.2 ¿Cuánto vale el flujo de campo eléctrico sobre la superficie esférica S que encierra al dipolo eléctrico mostrado en la figura 8.2?

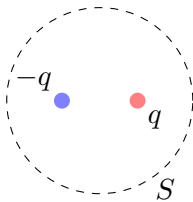


Figura 8.2: Problema 8.2

8.3 Las tres esferas pequeñas que se ilustran en la figura 8.3 tienen cargas $q_1 = 4,0 \text{ nC}$, $q_2 = -7,8 \text{ nC}$ y $q_3 = 2,4 \text{ nC}$. Calcular el flujo eléctrico neto a través de cada una de las siguientes superficies cerradas que se ilustran en sección transversal en la figura: a) S_1 ; b) S_2 ; c) S_3 ; d) S_4 ; e) S_5 . f) Las respuestas para los incisos anteriores, ¿dependen de la manera en que está distribuida la carga en cada esfera pequeña? ¿Por qué?

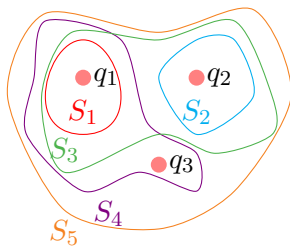


Figura 8.3: Problema 8.3

8.4 El campo eléctrico \vec{E} en la figura 8.4 es paralelo en todo lugar al eje j , y las dimensiones de la superficie cerrada son $a = 2 \text{ cm}$, $b = 3 \text{ cm}$ y $c = 1 \text{ cm}$. La componente j del campo es función de y , pero no de x ni de z , y en los puntos del plano donde $y = 1 \text{ cm}$ (un plano que contiene a la cara I) su valor es $E_j = 1,25 \times 10^6 \text{ N/C}$. a) ¿Cuál es el flujo eléctrico a través de la superficie I ? b) ¿Cuál es el flujo eléctrico a través de la superficie II ? c) El volumen que se ilustra en la figura es una pequeña porción de un bloque muy grande aislante. Si dentro de ese volumen hay una carga total de $-24,0 \text{ nC}$, ¿cuánto vale el módulo y cuál es la dirección de \vec{E} en la cara opuesta a la superficie I ?

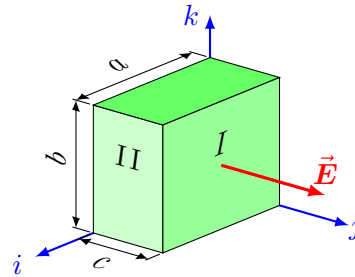


Figura 8.4: Problema 8.4

8.5 Se tiene un campo eléctrico $\vec{E} = b[(x + 2y)\hat{i} + (2x + y)\hat{j}]$, siendo $b = 8 \times 10^5 \text{ N/(C m)}$. Calcular la carga encerrada dentro del cubo de arista de 10 cm mostrado en la figura 8.5.

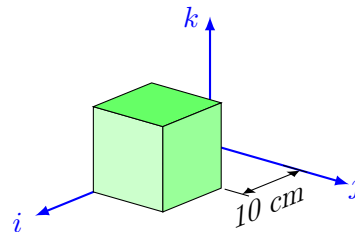


Figura 8.5: Problema 8.5

9. Distribuciones de carga continuas

9.1 Un alambre recto, muy largo, tiene una densidad de carga por unidad de longitud $\lambda = 1,46 \text{ nC/m}$. ¿A qué distancia desde el alambre la magnitud del campo eléctrico es $25,0 \text{ N/C}$?

9.2 **(E)** a) Para el segmento mostrado en la figura 9.1, de longitud L y carga Q distribuida uniformemente, demuestre que el campo eléctrico en el punto S ubicado a una distancia a sobre la mediatriz, está dado por:

$$\vec{E} = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 a} \frac{1}{\sqrt{L^2 + 4a^2}} \hat{y}$$

b) Para el mismo segmento, demuestre que el campo eléctrico en el punto P vale:

$$\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 L} \left[\frac{1}{b} - \frac{1}{L+b} \right] \hat{x}$$

c) Si la longitud del segmento es $L = 5,0 \text{ cm}$ y su carga es $Q = 1,0 \text{ }\mu\text{C}$, calcular la fuerza sobre una carga puntual de $3,0 \text{ }\mu\text{C}$ si se la ubica en el punto P , a una distancia $b = 2,0 \text{ cm}$.

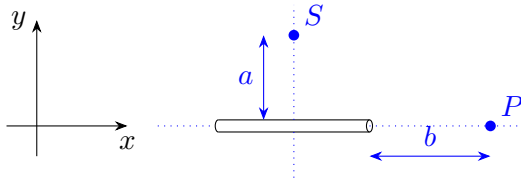


Figura 9.1: Problema 9.2

9.3 **(E)** Dos varillas delgadas de longitud $L = 3,00 \text{ cm}$ están a lo largo del eje x como se muestra en la figura 9.2. Cada varilla tiene carga igual a $5,00 \text{ }\mu\text{C}$ distribuida de manera uniforme en toda su longitud. Calcular el módulo de la fuerza que ejerce una varilla sobre la otra.

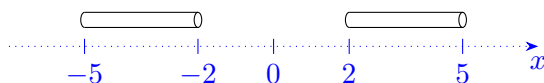


Figura 9.2: Problema 9.3

9.4 Se tienen dos hilos infinitos con densidad lineal de carga uniforme, ubicados como muestra la figura 9.3. Uno de los hilos se prolonga a lo

largo del eje y ($x = 0$) y tiene densidad de carga $\lambda_1 = -30 \text{ }\mu\text{C/m}$, y el otro hilo se encuentra a una distancia $b = 20 \text{ cm}$ medida sobre el eje x , y su densidad de carga es $\lambda_2 = 10 \text{ }\mu\text{C/m}$. ¿En qué posiciones sobre el eje x se puede ubicar una carga puntual positiva si se desea que la fuerza neta sobre dicha carga esté dirigida hacia el sentido positivo de x ?

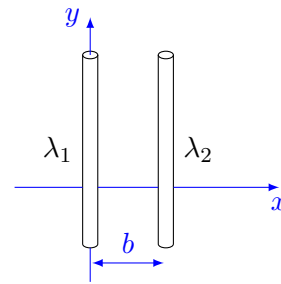


Figura 9.3: Problema 9.4

9.5 Verifique que la diferencia de potencial eléctrico entre dos puntos situados a distancias a y b de un hilo infinito, con densidad de carga uniforme λ , es:

$$V_b - V_a = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{a}{b}$$

9.6 La figura 9.4 muestra un hilo infinito que se prolonga a lo largo del eje y ($x = 0$), con densidad de carga $\lambda_1 = -300 \text{ nC/m}$, y otro hilo paralelo al primero que pasa por $x = 20 \text{ cm}$, con densidad de carga $\lambda_2 = 100 \text{ nC/m}$. Los puntos A , B y C están en las posiciones $x_A = -10 \text{ cm}$, $x_B = 10 \text{ cm}$ y $x_C = 30 \text{ cm}$. Calcule las siguientes diferencias de potencial eléctrico: a) $V_B - V_A$, b) $V_C - V_B$, c) $V_C - V_A$.

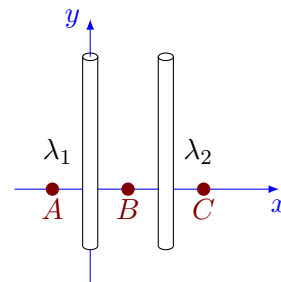


Figura 9.4: Problema 9.6

9.7 Calcular la energía cinética de un electrón que gira en una trayectoria circular alrededor de un hilo infinito con densidad de carga $\lambda = 3 \times 10^{-8} \text{ C/m}$.

9.8 **(E)** Para la barra mostrada en la figura 9.5, con densidad lineal de carga λ : a) Verifique que el potencial eléctrico en el punto P es:

$$V_P = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \ln \left(\frac{a - L/2}{a + L/2} \right)$$

b) Compruebe que en el caso $a \gg L$ se puede aproximar por:

$$V_P \approx \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \frac{L}{a}$$

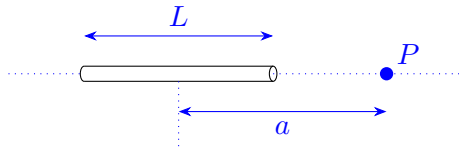


Figura 9.5: Problema 9.8

9.9 **(E)** a) Para el disco mostrado en la figura 9.6, cuyo radio es R y está cargado con una densidad de carga superficial σ uniforme, demuestre que el campo eléctrico producido en el punto P es:

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left[1 - \frac{z}{\sqrt{z^2 + R^2}} \right] \hat{k}$$

b) Sea la carga neta que se distribuye uniformemente en la superficie del disco igual a $-6,50 \text{ nC}$ y su radio $R = 1,25 \text{ cm}$, calcular el campo eléctrico que produce este disco en el punto P a una distancia $z = 2,00 \text{ cm}$ desde su centro. c) Con los mismos valores del ítem b, calcular el campo eléctrico en el punto P suponiendo que toda la carga se distribuyera uniformemente en el perímetro del disco.

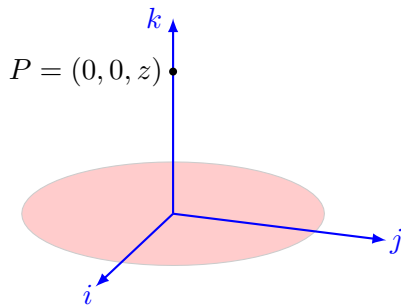


Figura 9.6: Problema 9.9

9.10 El anillo mostrado en la figura 9.7 tiene un radio de $2,50 \text{ cm}$ y una carga total igual $0,125 \text{ nC}$ distribuida uniformemente. El centro del anillo está en el origen de coordenadas. Una carga puntual $q = -2,50 \mu\text{C}$ se coloca sobre el eje k a una altura $b = 40,0 \text{ cm}$. ¿Cuál es la fuerza ejercida sobre el anillo debida a la carga q ?

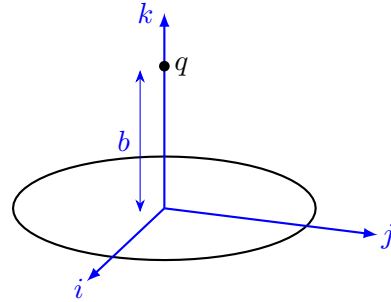


Figura 9.7: Problema 9.10

9.11 **(E)** a) Una carga de $-12,0 \text{ nC}$ está distribuida de manera uniforme en un cuarto de círculo de radio $a = 25,0 \text{ cm}$ que se encuentra en el primer cuadrante, con el centro de curvatura en el origen, como se muestra en la figura 9.8. Calcular el campo eléctrico en el origen. b) Encontrar el campo eléctrico en el centro de la semicircunferencia de radio R y densidad de carga lineal uniforme λ mostrada en la figura 9.9.

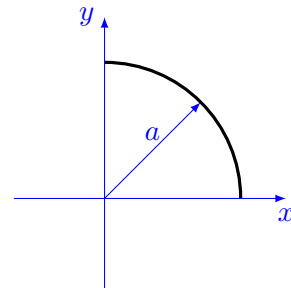


Figura 9.8: Problema 9.11 (a)

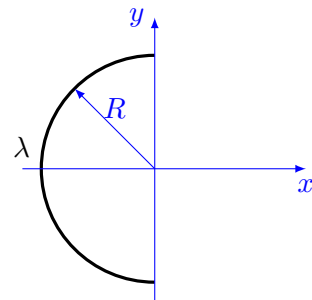


Figura 9.9: Problema 9.11 (b)

9.12 ⑤ Considere una espira circular de radio R , cargada con densidad lineal de carga uniforme λ . a) Verifique que el potencial eléctrico en un punto P situado a una altura z del eje de la espira es:

$$V_P = \frac{R\lambda}{2\epsilon_0\sqrt{R^2 + z^2}}$$

b) Verifique el resultado del campo eléctrico en ese punto obteniendo el gradiente del potencial.

9.13 ⑤ Verifique que el potencial en un punto P sobre el eje de un disco plano, a una distancia z del centro del mismo, si el radio del disco es R y la densidad superficial de carga es σ es:

$$V_P = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left(\sqrt{R^2 + Z^2} - Z \right)$$

9.14 Sean dos planos paralelos al plano yz , cargados con igual densidad de carga uniforme σ y separados por una distancia a como se muestra en la figura 9.10. Obtener el campo eléctrico en las regiones $x < 0$, $0 < x < a$ y $a < x$, para puntos alejados de los bordes y cuya distancia al plano sea pequeña comparada con las dimensiones de los planos.

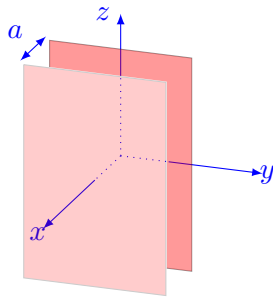


Figura 9.10: Problema 9.14

9.15 Cuando se conectan dos placas conductoras, grandes y paralelas, a los terminales de una batería, las cargas resultantes en las placas originan un campo eléctrico en la región entre ellas que puede ser considerado uniforme. Considere dos placas metálicas, grandes y paralelas, separadas por una distancia de 45,0 mm, conectadas a una batería que establece una diferencia de potencial de 36,0 V entre ellas. a) ¿Cuál es la magnitud del campo eléctrico en la región entre las placas? b) ¿Cuál es la densidad superficial de carga en las placas? c) Si un electrón en reposo se libera desde la placa con carga negativa, ¿cuánto tiempo tarda en llegar hasta la otra placa?

9.16 Se tiene un plano infinito, coincidente con el plano yz , con una densidad de carga superficial uniforme $\sigma = 50 \mu\text{C}/\text{m}^2$, como se muestra en la figura 9.11. Las distancias mostradas en la figura son $a = 30 \text{ cm}$ y $b = 25 \text{ cm}$. Calcule la variación de energía potencial de un electrón cuando es desplazado: a) desde A hasta B , b) desde A hasta C , c) desde A hasta D .

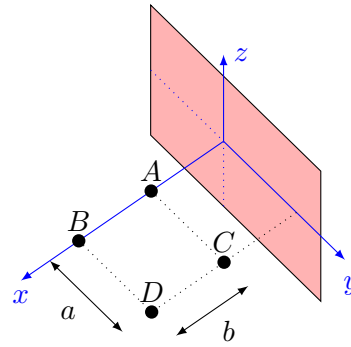


Figura 9.11: Problema 9.16

9.17 ⑤ Demuestre que el campo eléctrico afuera de una esfera metálica con una carga eléctrica neta Q es:

$$\vec{E}(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r}$$

y adentro de la esfera vale $E = 0$.

9.18 El campo eléctrico a una distancia de 0,145 m de la superficie de una esfera sólida no conductora, con radio de 0,355 m, es de 1750 N/C. a) Suponiendo que la carga se distribuye uniformemente en todo el volumen de la esfera, ¿cuál es la densidad de carga en su interior? b) Calcular el campo eléctrico dentro de la esfera a una distancia de 0,200 m del centro. c) Calcular el módulo de la fuerza que ejerce esta esfera sobre una carga puntual de 25 mC ubicada a una distancia de 0,55 m del centro de la esfera.

9.19 ⑤ Una esfera hueca, aislante, tiene un radio interior $a = 2 \text{ cm}$ y un radio exterior $b = 10 \text{ cm}$. Dentro del material aislante, la densidad de carga volumétrica está dada por $\rho(r) = \alpha/r$, donde $\alpha = 36 \times 10^{-6} \text{ C}/\text{m}^2$. a) Encontrar el campo eléctrico en la región $a < r < b$. b) Si se coloca una carga puntual en el centro del hueco, ¿qué valor debe tener esa carga para que el campo eléctrico sea constante en la región $a < r < b$.

9.20 (E) a) Para un conductor cilíndrico de longitud infinita, de radio R , y densidad de carga superficial uniforme σ , verificar que su carga por unidad de longitud λ se relaciona con σ de la siguiente forma:

$$\lambda = 2\pi\sigma R$$

b) Demostrar que el campo eléctrico producido por el cilindro cargado a una distancia $r > R$ desde su eje es:

$$\vec{E} = \frac{\sigma R}{\epsilon_0 r} \hat{r}$$

c) Verificar que esa expresión del campo eléctrico es equivalente al campo eléctrico que se produciría si toda la carga estuviera distribuida sobre el eje del cilindro.

9.21 La figura 9.12 muestra la sección transversal de un alambre metálico coaxial con un casco cilíndrico, ambos de longitud infinita. Los campos eléctricos en las posiciones \vec{r}_a y \vec{r}_b son $\vec{E}_a = 2000 \text{ N/C} \hat{r}$ y $\vec{E}_b = -1000 \text{ N/C} \hat{r}$ respectivamente, y las distancias al centro son $r_a = 10 \text{ cm}$ y $r_b = 30 \text{ cm}$. Encontrar las cargas por unidad de longitud tanto del alambre (λ_1) como del casco cilíndrico (λ_2).

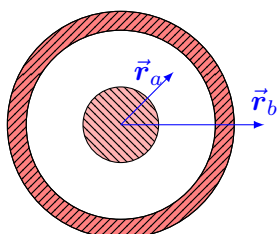


Figura 9.12: Problema 9.21

9.22 Se tiene un cilindro conductor muy largo de radio $a = 1 \text{ cm}$, con densidad superficial de carga uniforme $\sigma = 1 \mu\text{C/m}^2$, rodeado por un cilindro conductor hueco de radio interior $b = 2 \text{ cm}$ y radio exterior $c = 2,5 \text{ cm}$, con carga neta cero. a) Determine la densidad superficial de carga en las superficies del cilindro exterior. b) Calcule la diferencia de potencial entre la superficie exterior del cilindro hueco y un punto afuera del cilindro, a una distancia de 4 cm de su superficie. c) Repita los cálculos pero ahora considerando que el cilindro hueco tiene una densidad de carga neta $\lambda = 0,3 \mu\text{C/m}$.

9.23 Un cascarón esférico metálico con radio interior de $25,0 \text{ cm}$ y radio exterior de $30,0 \text{ cm}$ tiene una carga neta de $15,0 \mu\text{C}$. El punto A está a $5,0 \text{ cm}$ del centro del cascarón, el punto B se encuentra sobre la superficie interna, y el punto C se localiza a una distancia de $35,0 \text{ cm}$ del centro del cascarón. a) Calcule las diferencias de potencial $V_A - V_B$ y $V_A - V_C$. b) Grafique el potencial eléctrico como una función del radio, $V(r)$. c) Repita los cálculos de las diferencias de potencial si ahora se coloca una carga puntual de $7,0 \mu\text{C}$ en el centro. d) Grafique $V(r)$ en esta nueva situación.

9.24 Un cascarón esférico delgado de radio igual a $3,0 \text{ cm}$ tiene una carga de $6,0 \text{ nC}$ distribuida de manera uniforme sobre su superficie y está colocado concéntricamente con otro cascarón esférico delgado radio igual a $5,0 \text{ cm}$ que tiene una carga de $-9,0 \text{ nC}$, también distribuida uniformemente sobre su superficie. Ambos cascarones están hechos con material aislante. ¿Cuál es la diferencia de potencial eléctrico entre los cascarones? ¿Cuál cascarón se encuentra a mayor potencial?

9.25 Un conductor esférico de radio $r_a = 10 \text{ cm}$ tiene una carga de $2,1 \text{ nC}$. Se encuentra en el interior de una esfera conductora hueca de radio interno $r_b = 15 \text{ cm}$ y espesor 1 cm , como se muestra en la figura 9.13. La esfera exterior se mantiene a un potencial de 270 V mediante una batería. a) ¿Cuál es la carga total sobre la superficie exterior de la esfera hueca? b) ¿Cuál es la carga total sobre la superficie interior de la misma? c) Grafique $E(r)$ y $V(r)$.

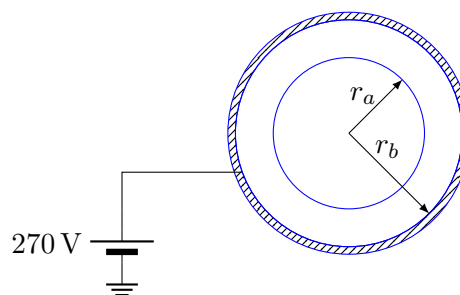


Figura 9.13: Problema 9.25

10. Capacitores

10.1 Las placas de un capacitor de placas paralelas están separadas 2,5 mm y cada una tiene una carga de magnitud igual a 80 nC. Las placas están en el vacío y el campo eléctrico entre las placas tiene un módulo de $4,0 \times 10^6$ V/m.

- ¿Cuál es la diferencia de potencial entre las placas?
- ¿Cuál es la densidad superficial de carga en las placas?
- ¿Cuál es el área de cada placa?
- ¿Cuál es la capacidad de este capacitor?
- ¿Cuánta energía hay almacenada en este capacitor?
- ¿Cambian las respuestas anteriores si en lugar de vacío hubiera aire en su interior?
- En el caso del aire, la ruptura del dieléctrico ocurre con una intensidad de campo eléctrico de 3×10^6 V/m. Si este capacitor tuviera aire en su interior, ¿cuál es el voltaje máximo que puede aplicarse sin que haya ruptura del dieléctrico?

10.2 Una esfera conductora de radio igual a 2,7 cm se mantiene a un potencial constante mediante una batería, como se muestra en la figura 10.1.

- Calcular la capacidad de esta esfera.
- ¿Cuánta energía electrostática almacena esta esfera si el voltaje de la batería es $\varepsilon = 120$ V?

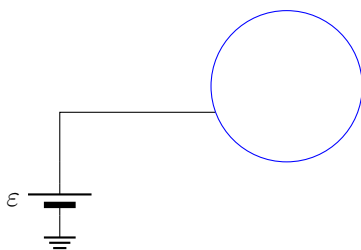


Figura 10.1: Problema 10.2

10.3 Dos placas paralelas tienen cargas de igual magnitud y signo contrario. Cuando se evacúa el espacio entre las placas, el módulo del campo eléctrico entre las placas es $3,2 \times 10^5$ V/m. Cuando el espacio se llena con un dieléctrico, el módulo del campo eléctrico es $2,5 \times 10^5$ V/m.

- ¿Cuál es la densidad de carga en cada superficie del dieléctrico?
- ¿Cuál es su constante dieléctrica?

10.4 Se conecta un capacitor de $12,5 \mu\text{F}$ a una fuente que mantiene una diferencia de potencial constante de 24,0 V a través de las placas. Entre las placas se coloca un trozo de material cuya constante dieléctrica es 3,75, llenando por completo el espacio que hay entre ellas. ¿Cuánto cambia la energía acumulada en el capacitor durante la inserción? ¿Aumenta o disminuye?

10.5 Un capacitor (A) de capacidad igual a $20,0 \mu\text{F}$, se carga conectándolo a una diferencia de potencial de 800 V. Luego los terminales del capacitor cargado se desconectan de la fuente y se conectan entonces a los de un capacitor (B) descargado de capacidad igual a $10,0 \mu\text{F}$. Calcular la carga en cada capacitor una vez alcanzado el equilibrio.

10.6 En la figura 10.2, cada capacitor tiene una capacidad de $4,00 \mu\text{F}$ y la diferencia de potencial entre los puntos a y b es $V_b - V_a = 28,0$ V. Calcular:

- La carga en cada capacitor.
- La diferencia de potencial a través de cada capacitor.
- La diferencia de potencial $V_b - V_c$.
- La diferencia de potencial $V_a - V_c$.

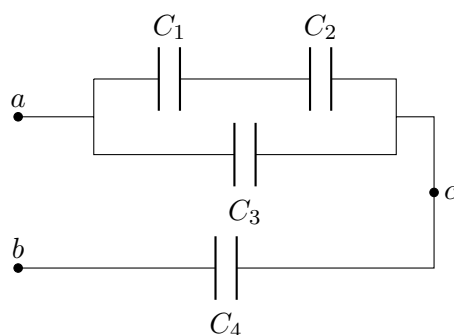


Figura 10.2: Problema 10.6

10.7 Para la red de capacitores que se ilustra en la figura 10.3, la diferencia de potencial entre los puntos a y b es de 12,0 V. Calcular:

- La energía total almacenada en la red.
- La energía almacenada en el capacitor de $4,80 \mu\text{F}$.

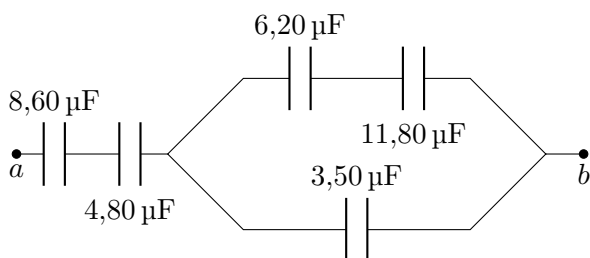


Figura 10.3: Problema 10.7

10.8 Para el circuito mostrado en la figura 10.4 se sabe que $C_1 = 3,0 \text{ mF}$, $\varepsilon = 150 \text{ V}$, la carga en el capacitor C_1 es 150 mC y la carga en C_3 es 450 mC . ¿Cuáles son los valores de las capacidades C_2 y C_3 ?

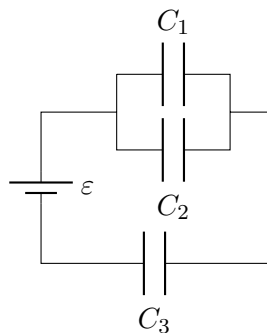


Figura 10.4: Problema 10.8

10.9 Un capacitor horizontal de placas paralelas separadas una distancia D , vacío entre sus placas, tiene una capacidad de $25,0 \text{ mF}$. Un líquido no conductor, de constante dieléctrica igual a $6,50$, se vierte en el espacio entre las placas, que llena una fracción del volumen de altura d , modificando de esta forma la capacidad de este dispositivo, como se muestra en la figura 10.5. ¿Qué fracción del volumen entre las placas hay que llenar con este líquido para que la capacidad resultante sea $50,0 \text{ mF}$? Es decir, calcular la proporción d/D para obtener la capacidad mencionada.

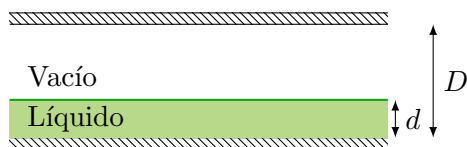


Figura 10.5: Problema 10.9

10.10 Un capacitor está hecho de dos cilindros coaxiales huecos de cobre, de longitud igual a

$36,0 \text{ cm}$, y el espacio entre ellos está vacío. El radio del cilindro interior vale $2,50 \text{ mm}$ y $3,10 \text{ mm}$ el radio del cilindro exterior. Si la diferencia de potencial entre las superficies de los dos cilindros es $80,0 \text{ V}$:

- ¿Cuál es la capacidad de este capacitor?
- ¿Cuál es la carga almacenada?
- ¿Cuánto vale el módulo del campo eléctrico en un punto entre los dos cilindros que se encuentra a $2,80 \text{ mm}$ de su eje común y en el punto medio entre los extremos de los cilindros?

10.11 Un capacitor está construido con dos cilindros coaxiales huecos, de hierro, uno dentro del otro. El cilindro interior tiene carga negativa y el exterior tiene carga positiva; y la magnitud de la carga en cada uno es $10,0 \text{ pC}$. El cilindro interior tiene un radio de $0,50 \text{ mm}$ y el exterior de $5,00 \text{ mm}$, y la longitud de cada cilindro es $18,0 \text{ cm}$.

- ¿Cuál es su capacidad?
- ¿Qué diferencia de potencial es necesario aplicar para tener tales cargas en los cilindros?

11. Preguntas sobre electrostática para el análisis

En esta sección se requiere brindar respuestas argumentadas.

11.1 Imagine que tiene dos esferas metálicas ligeras y que cada una de ellas cuelga de un cordón de nailon aislante. Una de las esferas tiene carga neta negativa; en tanto que la otra no tiene carga neta. Si las esferas están cerca una de otra, pero no se tocan, ¿se atraerán mutuamente, se repelerán o no ejercerán fuerza alguna sobre la otra?

11.2 Dado el caso anterior: ahora se permite que las esferas entren en contacto. Una vez que se tocan, ¿se atraerán, se repelerán o no ejercerán fuerza alguna sobre la otra?

11.3 Cuando una varilla de vidrio cargada se acerca a un trozo de papel descargado, el papel se siente atraído por la varilla. Explique por qué sucede esto aunque el papel sea un material no conductor y esté descargado.

11.4 Suponga que una carga puntual se encuentra fija en su posición. Entonces, si una partícula pequeña cargada positivamente se coloca en algún punto cercano a la carga fija y se libera, ¿la trayectoria de esta segunda partícula seguirá una línea de campo eléctrico? ¿Por qué?

11.5 Se coloca un protón en un campo eléctrico uniforme y luego se libera. Después se sitúa un electrón en el mismo punto y también se libera. ¿Las dos partículas experimentan la misma fuerza? ¿La misma aceleración? ¿Se mueven en la misma dirección cuando se liberan?

11.6 El potencial (en relación con un punto en el infinito) a media distancia entre dos cargas puntuales de igual magnitud y signos opuestos es igual a cero. Si se trae una carga de prueba desde el infinito hasta ese punto medio, el trabajo neto que es necesario entregar a esa carga, ¿es positivo, negativo o cero? ¿Es posible traer una carga de prueba desde el infinito hasta ese punto medio en forma tal que no se efectúe trabajo en ninguna parte del desplazamiento? Si es así, describa cómo se puede lograr. Si no es posible, explique por qué.

11.7 Es posible tener una configuración de dos cargas puntuales separadas por una distancia finita de manera que la energía potencial eléctrica del arreglo sea la misma que la de las dos cargas separadas por una distancia infinita? ¿Por qué? ¿Y si fueran tres cargas? Explique su razonamiento.

11.8 Como el potencial puede tener cualquier valor que se desee dependiendo de la elección del nivel de referencia de potencial cero, ¿cómo “sabe” un voltímetro qué lectura hacer cuando se conecta entre dos puntos?

11.9 Si se resuelve la integral del campo electrostático para una trayectoria cerrada, el resultado siempre será igual a cero, independientemente de la forma de la trayectoria y de dónde se localicen las cargas en relación con esta. Explique por qué es así.

11.10 Un cable coaxial largo consiste en un conductor cilíndrico macizo central y un cilindro hueco que rodea al hilo central, con radio interior a y radio exterior b . El cilindro exterior está montado en apoyos aislantes y no tiene carga neta, mientras que el cilindro central tiene una carga uniforme por unidad de longitud λ . Determinar la carga por unidad de longitud en las superficies interna y externa del cilindro exterior.

11.11 Una esfera hueca, conductora, con radio interior a y radio exterior b , tiene una carga neta igual a $6\mu\text{C}$. Responda las siguientes preguntas utilizando la ley de Gauss: *a)* ¿Cuál es el valor de la carga neta distribuida sobre la superficie interior, de radio a ? *b)* ¿Cuál es el valor de la carga neta distribuida sobre la superficie exterior, de radio b ? *c)* Si se introduce una carga de $-2\mu\text{C}$ en la cavidad interna de la esfera, ¿cuál es el nuevo valor de la carga distribuida sobre la superficie externa de la esfera?

Respuestas de la unidad II - primera parte

6.1 $\vec{E} = -10,8 \text{ N/C}\hat{i} + 14,4 \text{ N/C}\hat{j}$

6.2 $F_e/F_g = 3,1 \times 10^{35}$

6.3 $\vec{F} = -2,8 \times 10^{-5} \text{ N}\hat{i}$

6.4 $q_3 = 4Q$

6.5 $x = -0,144 \text{ m}$

6.6 $|\vec{F}_1| = 19,2 \text{ kN}$
 $\theta = 110,6^\circ$

6.7 a) $F = 0$
 b) $F = 100kq^2\text{m}^{-2}$

6.8 $|q| = 44 \text{ nC}$

6.9 a) $\vec{E} = (-36\hat{i} + 9,6\hat{j}) \times 10^6 \text{ N/C}$
 b) $\vec{F} = (36\hat{i} - 9,6\hat{j})\text{N}$

6.10 $|\vec{E}| = 10kq/b^2$

6.11 $|\vec{E}| = 2,8 \times 10^{10} \text{ N/C}$

6.12 a) $F = 0$
 b) $\vec{\tau} = 0,0015 \text{ N m}\hat{z}$

7.1 $5,85 \text{ J}$

7.2 $x = -0,10 \text{ m}$ o $x = 0,074 \text{ m}$

7.3 $3,57 \times 10^{-7} \text{ J}$

7.4 $0,323 \text{ m}$

7.5 b) $100 \text{ eV} = 1,602 \times 10^{-17} \text{ J}$
 c) $5,93 \times 10^6 \text{ m/s}$

7.6 509 V

7.7 a) $1,98 \times 10^5 \text{ V}$
 b) $1,4 \times 10^5 \text{ V}$

7.9 a) $V_b - V_a = 8,0 \text{ V}$
 b) $W_{\text{externo}} \geq 20 \mu\text{J}$, la partícula gana energía potencial.
 d) Estas son alguna respuestas posibles:
 i) $16 \text{ cm}\hat{i} + 0 \text{ cm}\hat{j}$;
 ii) $23 \text{ cm}\hat{i} + 42 \text{ cm}\hat{j}$;
 iii) $90 \text{ cm}\hat{i} + 20 \text{ cm}\hat{j}$;
 iv) $14 \text{ cm}\hat{i} + 12 \text{ cm}\hat{j}$.
 e) Las respuestas deben aproximarse a los siguientes vectores:
 i) $\vec{E} = -56 \text{ V/m}\hat{i} + 18 \text{ V/m}\hat{j}$;
 ii) $\vec{E} = 6 \text{ V/m}\hat{i} + 11 \text{ V/m}\hat{j}$.

7.10 a) $\vec{E} = -(2Axy^2 + Byz)\hat{i} - (2Ax^2y + Bxz)\hat{j} - Bxy\hat{k}$
 b) 4 V
 c) $7,68 \text{ Vm}^{-1}$

8.1 $980 \text{ N m}^2/\text{C}$

8.2 $\Phi = 0$

8.3 a) $452 \text{ N m}^2/\text{C}$
 b) $-881 \text{ N m}^2/\text{C}$
 c) $-429 \text{ N m}^2/\text{C}$
 d) $723 \text{ N m}^2/\text{C}$
 e) $-158 \text{ N m}^2/\text{C}$

8.4 a) $750 \text{ N m}^2/\text{C}$
 b) 0
 c) $|\vec{E}| = 5,77 \times 10^6 \text{ N/C}$, dirigido hacia $+j$

8.5 $14,16 \text{ nC}$

9.1 $1,05 \text{ m}$

9.2 c) $\vec{F} = 19,3 \text{ N}\hat{x}$

9.3 $50,7 \text{ N}$

9.4 La carga puede estar en $x < 0$ cm
o en $20 \text{ cm} < x < 30 \text{ cm}$.

- 9.6** a) 1980 V
b) 5930 V
c) 7910 V

9.7 $4,32 \times 10^{-17} \text{ J}$

- 9.9** b) $\vec{E} = -1,14 \times 10^5 \text{ N/C} \hat{\mathbf{k}}$
c) $\vec{E} = -8,91 \times 10^4 \text{ N/C} \hat{\mathbf{k}}$

9.10 $\vec{F} = 1,74 \times 10^{-5} \text{ N} \hat{\mathbf{k}}$

- 9.11** a) $|\vec{E}| = 1556 \text{ N/C}$; $\theta = 45^\circ$
b) $\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_o R} \hat{\mathbf{x}}$

9.14 $\vec{E}_{x<0} = -\frac{\sigma}{\epsilon_o} \hat{\mathbf{x}}$
 $\vec{E}_{0<x<a} = 0$
 $\vec{E}_{x>a} = \frac{\sigma}{\epsilon_o} \hat{\mathbf{x}}$

- 9.15** a) 800 V/m
b) $7,08 \text{ nC/m}^2$
c) 25,3 ns

- 9.16** a) $1,13 \times 10^{-13} \text{ J}$
b) 0
c) $1,13 \times 10^{-13} \text{ J}$

- 9.18** a) 260 nC/m^3
b) $\vec{E} = 1960 \text{ N/C} \hat{\mathbf{r}}$
c) 36,2 N

- 9.19** a) $\vec{E} = \frac{\alpha}{2\epsilon_o} \left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right) \hat{\mathbf{r}}$
b) 90,4 nC

- 9.21** $\lambda_1 = 11,1 \text{ nC/m}$
 $\lambda_2 = -27,8 \text{ nC/m}$

- 9.22** a) $-0,5 \mu\text{C/m}^2$ en la superficie interior y
 $0,4 \mu\text{C/m}^2$ en la superficie exterior
b) $|\Delta V| = 1080 \text{ V}$
c) $-0,5 \mu\text{C/m}^2$ en la superficie interior,
 $12,4 \mu\text{C/m}^2$ en la superficie exterior y
 $|\Delta V| = 33\,540 \text{ V}$

- 9.23** a) $V_A - V_B = 0$ y $V_A - V_C = 6,4 \times 10^4 \text{ V}$
c) $V_A - V_B = 1,0 \times 10^6 \text{ V}$ y $V_A - V_C = 1,1 \times 10^6 \text{ V}$

9.24 $|\Delta V| = 720 \text{ V}$, el cascarón interior es el de mayor potencial.

- 9.25** a) 4,8 nC
b) -2,1 nC

- 10.1** a) $\Delta V = 10 \text{ kV}$
b) $|\sigma| = 35,4 \mu\text{C/m}^2$
c) $A = 22,6 \text{ cm}^2$
d) $C = 8,0 \text{ pF}$
e) $U = 4,0 \text{ mJ}$
f) No cambian si se mantienen las mismas cifras singificativas.
g) $V_{\text{ruptura}} = 7,5 \text{ kV}$

- 10.2** a) $C = 3,0 \text{ pF}$
b) $U = 21,6 \text{ nJ}$

- 10.3** a) $0,62 \mu\text{C/m}^2$
b) 1,28

10.4 Aumenta 9,9 mJ

10.5 $Q_A = 10,7 \mu\text{C}$ y $Q_B = 5,3 \mu\text{C}$.

- 10.6** a) $Q_1 = Q_2 = 22,4 \mu\text{C}$, $Q_3 = 44,8 \mu\text{C}$,
 $Q_4 = 67,2 \mu\text{C}$
b) $V_1 = V_2 = 5,6 \text{ V}$, $V_3 = 11,2 \text{ V}$, $V_4 = 16,8 \text{ V}$
c) $V_b - V_c = 16,8 \text{ V}$
d) $V_a - V_c = -11,2 \text{ V}$

- 10.7** a) 158 μJ
b) 71,9 μJ

10.8 $C_2 = 6,0 \text{ mF}$ y $C_3 = 4,5 \text{ mF}$

10.9 $C = 25,0 \text{ mF}/(1 - 0,8462d/D)$. Por lo tanto: $d/D = 0,59$.

- 10.10** a) 93,0 pF
b) 7,44 nC
c) 133 kV/m

- 10.11** a) 4,35 pF
b) 2,30 V