



UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL
Facultad Regional Avellaneda

Física II - 2^{do} 31

Guía de problemas de la unidad II
primera parte

Electrostática

Contenidos

| | |
|--|---|
| 6 Campo eléctrico de cargas puntuales | 1 |
| 7 Potencial eléctrico | 3 |
| 8 Ley de Gauss | 5 |
| 9 Distribuciones de carga continuas | 5 |
| 10 Ejercicios adicionales sobre campo eléctrico | 5 |
| 11 Capacitores | 5 |
| 12 Preguntas sobre electrostática para el análisis | 5 |
| Respuestas de la unidad II - primera parte | 6 |

6. Campo eléctrico de cargas puntuales

6.1 Una carga puntual de $-8,0\text{ nC}$ se localiza en el origen de un sistema de coordenadas. Obtenga el vector campo eléctrico en la posición $\vec{r} = 1,2\hat{i} - 1,6\hat{j}$.

6.2 Una partícula α es el núcleo de un átomo de helio, que tiene una masa de $6,64 \times 10^{-27}\text{ kg}$ y una carga eléctrica de $3,20 \times 10^{-19}\text{ C}$. Compare la fuerza de la repulsión eléctrica entre dos partículas α con la fuerza de atracción gravitatoria que hay entre ellas, calculando el cociente F_e/F_g .

6.3 Dos cargas puntuales se localizan en el eje $+x$ de un sistema de coordenadas. La carga $q_1 = 1,0\text{ nC}$ está a $2,0\text{ cm}$ del origen, y la carga $q_2 = -3,0\text{ nC}$ está a $4,0\text{ cm}$ del origen. ¿Cuál es la fuerza total que ejercen estas dos cargas sobre una carga $q_3 = 5,0\text{ nC}$ que se encuentra en el origen?

6.4 Tres cargas puntuales, q_1 , q_2 y q_3 , están equiespaciadas a lo largo de una recta horizontal, como muestra la figura 6.1. Si $q_1 = Q$ y $q_2 = -Q$, ¿cuánto deberá valer q_3 para que la fuerza neta sobre q_1 sea cero?



Figura 6.1: Problema 6.4

6.5 Tres cargas puntuales están alineadas a lo largo del eje x . La carga $q_1 = 3,00\text{ }\mu\text{C}$ está en el origen, la carga $q_2 = -5,00\text{ }\mu\text{C}$ se encuentra en $x = 0,200\text{ m}$, y la tercera carga es $q_3 = -8,00\text{ }\mu\text{C}$. ¿Dónde está situada q_3 si la fuerza neta sobre q_1 es $7,00\text{ N}$ en la dirección negativa del eje x ?

6.6 Considerar la siguiente distribución de cargas: $q_1 = 1\text{ mC}$ en la posición $\vec{r}_1 = (0\text{ m}; 0\text{ m})$; $q_2 = 3\text{ mC}$ en la posición $\vec{r}_2 = (2\text{ m}; 0\text{ m})$ y $q_3 = -2\text{ mC}$ en la posición $\vec{r}_3 = (0\text{ m}; 1\text{ m})$. Calcular el módulo y el ángulo de la fuerza \vec{F}_1 que la distribución ejerce sobre la carga q_1 .

6.7 Se tienen cuatro cargas puntuales idénticas, de carga q , ubicadas en los vértices de un cuadrado de 20 cm de lado. a) Calcular el módulo de la fuerza que sentirá una carga puntual $2q$ situada

en el centro del cuadrado. b) Calcular el módulo de la fuerza que actúa sobre esa carga central cuando se quita una de las cargas de los vértices.

6.8 Dos pequeñas esferas igualmente cargadas y de la misma masa están suspendidas de un mismo punto por dos hilos no conductores de igual longitud $l = 15\text{ cm}$, como se muestra en la figura 6.2. Debido a la repulsión, el equilibrio se establece cuando las dos esferas están separadas una distancia $d = 10\text{ cm}$. Calcular la carga q de cada esfera si la masa de cada esfera es $m = 0,5\text{ g}$.

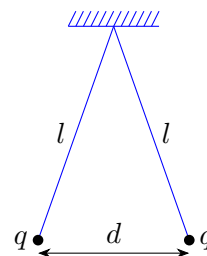


Figura 6.2: Problema 6.8

6.9 Las cargas $q_1 = 2\text{ }\mu\text{C}$, $q_2 = -8\text{ }\mu\text{C}$ y $q_3 = 12\text{ }\mu\text{C}$ se colocan en los vértices de un triángulo equilátero, cuyos lados miden 10 cm , como se muestra en la figura 6.3. a) Hallar el campo eléctrico en el punto P . b) Hallar la fuerza sobre una carga de $-1\text{ }\mu\text{C}$ si es colocada en P .

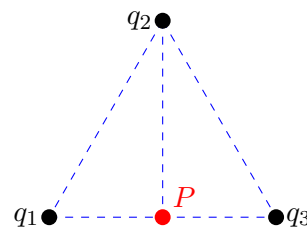


Figura 6.3: Problema 6.9

6.10 Calcule el módulo del campo eléctrico resultante en el centro de un cuadrado de lado b , en cuyos vértices se sitúan las cargas q , $2q$, $-4q$ y $2q$, como se muestra en la figura 6.4.

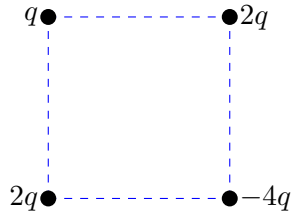


Figura 6.4: Problema 6.10

6.11 Dos cargas se colocan como se muestra en la figura 6.5. La carga q_1 vale 3,00 mC y se desconocen el signo y el valor de la carga q_2 . El campo eléctrico neto en el punto P está por completo en la dirección horizontal hacia la derecha, como se observa en la figura. Calcular el módulo del vector campo eléctrico en el punto P .

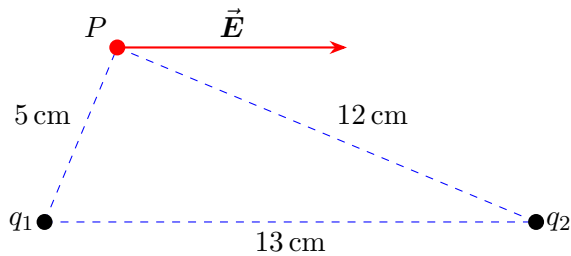


Figura 6.5: Problema 6.11

6.12 Sobre el eje x se ubican una carga positiva q en la posición $x = d/2$ y una carga negativa $-q$ en la posición $x = -d/2$, como se observa en la figura 6.6. De esta forma se tiene un dipolo eléctrico de separación d , cuyo momento dipolar es $\vec{p} = qd\hat{x}$, paralelo al eje x . Este dipolo se encuentra en una región donde existe un campo eléctrico uniforme que forma un ángulo de 30° con el eje x . a) ¿Cuál es la fuerza neta que ejerce el campo externo sobre el dipolo? b) Calcular el torque que siente este dipolo ($\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$) si $q = 12 \text{ nC}$, $d = 5 \text{ cm}$ y $|\vec{E}| = 5 \times 10^6 \text{ N/C}$.

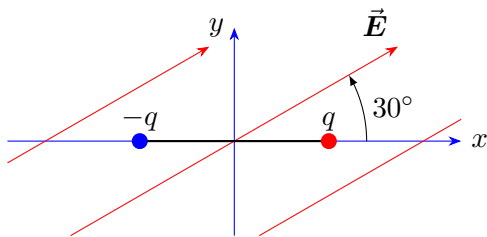


Figura 6.6: Problema 6.12

7. Potencial eléctrico

7.1 ¿Cuál es la energía necesaria para ubicar cuatro cargas de $3,0\text{ }\mu\text{C}$ en las esquinas de un cuadrado cuyos lados miden $7,5\text{ cm}$?

7.2 Una carga puntual de $4,0\text{ nC}$ está situada en el origen, y otra carga puntual de $-3,0\text{ nC}$ está sobre el eje x en la posición $x = 0,20\text{ m}$. ¿Dónde debe situarse sobre el eje x , una tercera carga de $2,0\text{ nC}$, para que la energía potencial del sistema formado por las tres cargas sea igual a cero?

7.3 Una carga puntual $q_1 = 2,40\text{ nC}$ se mantiene estacionaria en el origen. Una segunda carga puntual $q_2 = -4,30\text{ nC}$ se desplaza desde la posición $\vec{r}_0 = 0,150\text{ m}\hat{x} + 0\text{ m}\hat{y}$ hasta la posición $\vec{r}_f = 0,250\text{ m}\hat{x} + 0,250\text{ m}\hat{y}$. ¿Cuánto varió la energía potencial de la carga q_2 ?

7.4 Una esfera metálica pequeña tiene una carga neta $q_1 = 2,80\text{ }\mu\text{C}$ y se mantiene en posición fija por medio de soportes aislantes. Una segunda esfera metálica pequeña con carga neta $q_2 = 7,80\text{ }\mu\text{C}$ y una masa de $1,50\text{ g}$ es proyectada hacia q_1 . Cuando las dos esferas están a una distancia de $0,800\text{ m}$ una de otra, q_2 se mueve hacia q_1 con una rapidez de $22,0\text{ m/s}$. Suponga que las dos esferas pueden considerarse como cargas puntuales, ¿qué tan cerca de q_1 llega q_2 ?

7.5 electronvolt: Un electronvolt (1 eV) es una unidad de energía que equivale a la variación de energía potencial de un electrón que se desplaza a través de una diferencia de potencial de 1 V . a) Verifique la siguiente equivalencia:

$$1\text{ eV} = 1,602 \times 10^{-19}\text{ J}.$$

b) Calcule la energía (en eV y en J) de un electrón que ha sido acelerado desde el reposo, a través de una diferencia de potencial de 100 V . c) Calcule la velocidad que alcanza ese electrón.

7.6 Calcule el potencial eléctrico en el centro de un cuadrado de 1 m de lado, si en sus vértices se ubican las siguientes cargas: $q_1 = 10\text{ nC}$; $q_2 = -20\text{ nC}$; $q_3 = 30\text{ nC}$ y $q_4 = 20\text{ nC}$.

7.7 Para la distribución de cargas mostrada en la figura 7.1, donde $q_1 = 3,1\text{ }\mu\text{C}$ y $q_2 = 2,4\text{ }\mu\text{C}$ están

sobre el plano xy , calcule: a) el potencial eléctrico en el origen de coordenadas, b) el potencial eléctrico en la posición $\vec{r} = 0,25\text{ m}\hat{z}$.

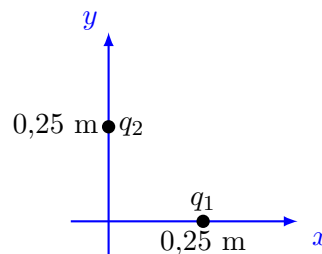


Figura 7.1: Problema 7.7

7.8 Un dipolo de cargas $\pm q$ y separación d ($p = qd$) está colocado sobre el eje \hat{i} como se muestra en la figura 7.2. a) Verifique que el potencial en el punto P es:

$$V_P = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p}{x^2 - \frac{d^2}{4}}$$

b) A partir de la expresión del ítem a, verifique que el trabajo necesario para transportar una carga Q muy distante hasta un punto situado sobre el eje \hat{i} , a una distancia a del centro del dipolo es:

$$W = QV_a = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{p}{a^2 - \frac{d^2}{4}}$$

c) Verifique que el potencial en P cuando $x \gg d$ puede ser aproximado por:

$$V_P = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p}{x^2}$$

d) A partir del resultado anterior y usando $\vec{E} = -\nabla V$, obtenga la siguiente expresión para el campo eléctrico en el punto P cuando $x \gg d$:

$$\vec{E}_P = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{p}{x^3} \hat{i}$$

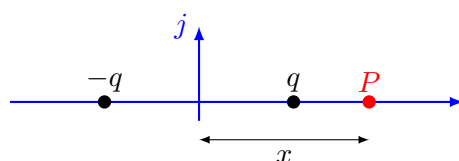


Figura 7.2: Problema 7.8

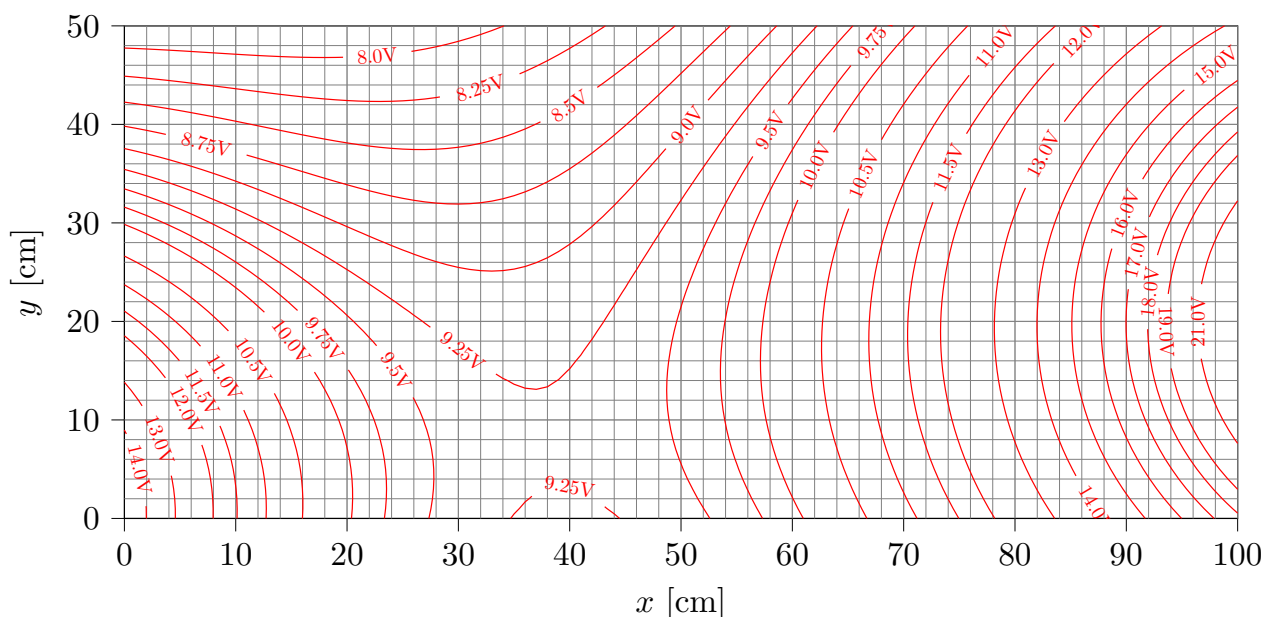


Figura 7.3: Problema 7.9

7.9 En la figura 7.3 se muestra una representación en 2D de curvas equipotenciales de una cierta distribución de cargas. A partir de dicho gráfico responda las siguientes preguntas:

a) ¿Cuál es la diferencia de potencial eléctrico entre las posiciones $\vec{r}_a = 14\text{ cm}\hat{j}$ y $\vec{r}_b = 100\text{ cm}\hat{i} + 32\text{ cm}\hat{j}$?

b) ¿Qué trabajo debe realizar una fuerza externa sobre una partícula con una carga de $2,5\text{ }\mu\text{C}$, si la partícula se encontraba en reposo en la posición \vec{r}_a y se la desplaza hasta la posición \vec{r}_b ? ¿La partícula gana o pierde energía potencial?

c) Compruebe que la diferencia de potencial eléctrico entre las posiciones $\vec{r}_a = 14\text{ cm}\hat{j}$ y $\vec{r}_c = 80\text{ cm}\hat{i} + 8\text{ cm}\hat{j}$ es 0 V . Si no hay diferencia de potencial eléctrico entre esas dos posiciones, ¿el trabajo neto para desplazar una carga desde \vec{r}_a hasta \vec{r}_c es también igual a 0 ? Y entonces, si el trabajo neto es nulo, ¿quiere decir que no es necesario ejercer una fuerza para desplazar esa partícula cargada?

d) Encuentre posiciones donde el ángulo del vector campo eléctrico sea aproximadamente: i) 0° ; ii) 90° ; iii) 180° ; iv) 45° .

e) Determine aproximadamente el vector campo eléctrico en las siguientes posiciones: i) $94\text{ cm}\hat{i} + 28\text{ cm}\hat{j}$; ii) $6\text{ cm}\hat{i} + 30\text{ cm}\hat{j}$.

la siguiente función:

$$V(x, y, z) = Ax^2y^2 + Bxyz,$$

donde A y B son constantes. a) ¿Cuál es el campo eléctrico asociado a esta distribución de cargas? b) Si $A = 1,0\text{ Vm}^{-4}$ y $B = 3,0\text{ Vm}^{-3}$, ¿cuál es la diferencia de potencial entre una posición en el origen de coordenadas y la posición $\vec{r}_1 = 1\text{ m}\hat{i} + 1\text{ m}\hat{j} + 1\text{ m}\hat{k}$? c) Para los mismos valores de A y B , ¿cuánto vale el módulo del campo eléctrico en la posición \vec{r}_1 ?

7.10 Suponga que el potencial eléctrico debido a una cierta distribución de cargas está dado por

8. Ley de Gauss

8.1 En la figura 8.1 se muestra una región del espacio donde existe un campo eléctrico uniforme de módulo $|\vec{E}| = 2,5 \times 10^5 \text{ N/C}$, formando un ángulo de 30° respecto del plano ij . Calcular el flujo de este campo eléctrico a través de la superficie circular mostrada en la figura, paralela al plano ij y de radio igual a 5 cm.

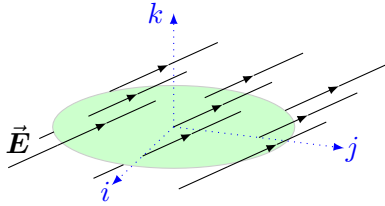


Figura 8.1: Problema 8.1

8.2 ¿Cuánto vale el flujo de campo eléctrico sobre la superficie esférica S que encierra al dipolo eléctrico mostrado en la figura 8.2?

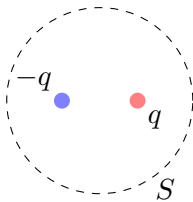


Figura 8.2: Problema 8.2

8.3 Las tres esferas pequeñas que se ilustran en la figura 8.3 tienen cargas $q_1 = 4,0 \text{ nC}$, $q_2 = -7,8 \text{ nC}$ y $q_3 = 2,4 \text{ nC}$. Calcular el flujo eléctrico neto a través de cada una de las siguientes superficies cerradas que se ilustran en sección transversal en la figura: a) S_1 ; b) S_2 ; c) S_3 ; d) S_4 ; e) S_5 . f) Las respuestas para los incisos anteriores, ¿dependen de la manera en que está distribuida la carga en cada esfera pequeña? ¿Por qué?

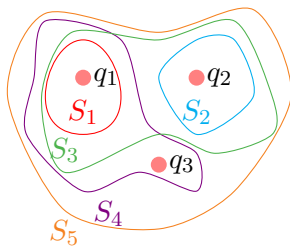


Figura 8.3: Problema 8.3

8.4 El campo eléctrico \vec{E} en la figura 8.4 es paralelo en todo lugar al eje j , y las dimensiones de la superficie cerrada son $a = 2 \text{ cm}$, $b = 3 \text{ cm}$ y $c = 1 \text{ cm}$. La componente j del campo es función de y , pero no de x ni de z , y en los puntos del plano donde $y = 1 \text{ cm}$ (un plano que contiene a la cara I) su valor es $E_j = 1,25 \times 10^6 \text{ N/C}$. a) ¿Cuál es el flujo eléctrico a través de la superficie I ? b) ¿Cuál es el flujo eléctrico a través de la superficie II ? c) El volumen que se ilustra en la figura es una pequeña porción de un bloque muy grande aislante. Si dentro de ese volumen hay una carga total de $-24,0 \text{ nC}$, ¿cuánto vale el módulo y cuál es la dirección de \vec{E} en la cara opuesta a la superficie I ?

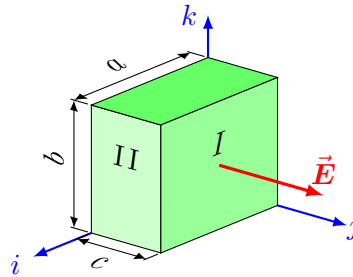


Figura 8.4: Problema 8.4

8.5 Se tiene un campo eléctrico $\vec{E} = b[(x + 2y)\hat{i} + (2x + y)\hat{j}]$, siendo $b = 8 \times 10^5 \text{ N/(C m)}$. Calcular la carga encerrada dentro del cubo de arista de 10 cm mostrado en la figura 8.5.

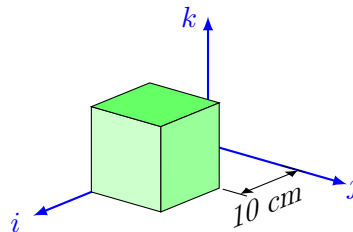


Figura 8.5: Problema 8.5

Respuestas de la unidad II - primera parte

6.1 $\vec{E} = -10,8 \text{ N/C}\hat{i} + 14,4 \text{ N/C}\hat{j}$

6.2 $F_e/F_g = 3,1 \times 10^{35}$

6.3 $\vec{F} = -2,8 \times 10^{-5} \text{ N}\hat{i}$

6.4 $q_3 = 4Q$

6.5 $x = -0,144 \text{ m}$

6.6 $|\vec{F}_1| = 19,2 \text{ kN}$
 $\theta = 110,6^\circ$

6.7 a) $F = 0$
 b) $F = 100kq^2\text{m}^{-2}$

6.8 $|q| = 44 \text{ nC}$

6.9 a) $\vec{E} = (-36\hat{i} + 9,6\hat{j}) \times 10^6 \text{ N/C}$
 b) $\vec{F} = (36\hat{i} - 9,6\hat{j})\text{N}$

6.10 $|\vec{E}| = 10kq/b^2$

6.11 $|\vec{E}| = 2,8 \times 10^{10} \text{ N/C}$

6.12 a) $F = 0$
 b) $\vec{\tau} = 0,0015 \text{ N m}\hat{z}$

7.1 $5,85 \text{ J}$

7.2 $x = -0,10 \text{ m}$ o $x = 0,074 \text{ m}$

7.3 $3,57 \times 10^{-7} \text{ J}$

7.4 $0,323 \text{ m}$

7.5 b) $100 \text{ eV} = 1,602 \times 10^{-17} \text{ J}$
 c) $5,93 \times 10^6 \text{ m/s}$

7.6 509 V

7.7 a) $1,98 \times 10^5 \text{ V}$
 b) $1,4 \times 10^5 \text{ V}$

7.9 a) $V_b - V_a = 8,0 \text{ V}$
 b) $20 \mu\text{J}$, la partícula gana energía potencial.
 d) Estas son algunas respuestas posibles:
 i) $16 \text{ cm}\hat{i} + 0 \text{ cm}\hat{j}$;
 ii) $23 \text{ cm}\hat{i} + 42 \text{ cm}\hat{j}$;
 iii) $90 \text{ cm}\hat{i} + 20 \text{ cm}\hat{j}$;
 iv) $14 \text{ cm}\hat{i} + 12 \text{ cm}\hat{j}$.
 e) Las respuestas deben aproximarse a los siguientes vectores:
 i) $\vec{E} = -56 \text{ V/m}\hat{i} + 18 \text{ V/m}\hat{j}$;
 ii) $\vec{E} = 6 \text{ V/m}\hat{i} + 11 \text{ V/m}\hat{j}$.

7.10 a) $\vec{E} = -(2Axy^2 + Byz)\hat{i} - (2Ax^2y + Bxz)\hat{j} - Bxy\hat{k}$
 b) 4 V
 c) $7,68 \text{ Vm}^{-1}$

8.1 $980 \text{ N m}^2/\text{C}$

8.2 $\Phi = 0$

8.3 a) $452 \text{ N m}^2/\text{C}$
 b) $-881 \text{ N m}^2/\text{C}$
 c) $-429 \text{ N m}^2/\text{C}$
 d) $723 \text{ N m}^2/\text{C}$
 e) $-158 \text{ N m}^2/\text{C}$

8.4 a) $750 \text{ N m}^2/\text{C}$
 b) 0
 c) $|\vec{E}| = 5,77 \times 10^6 \text{ N/C}$, dirigido hacia $+j$

8.5 $14,16 \text{ nC}$