



UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL  
Facultad Regional Avellaneda

## Física II - 2<sup>do</sup> 31

Guía de problemas de la unidad II  
primera parte

# Electrostática

### Contenidos

6 Campo eléctrico de cargas puntuales	1
7 Potencial eléctrico	3
8 Ley de Gauss	5
9 Distribuciones de carga continuas	5
10 Ejercicios adicionales sobre campo eléctrico	5
11 Capacitores	5
12 Preguntas sobre electrostática para el análisis	5
Respuestas de la unidad II - primera parte	6

## 6. Campo eléctrico de cargas puntuales

**6.1** Una carga puntual de  $-8,0\text{ nC}$  se localiza en el origen de un sistema de coordenadas. Obtenga el vector campo eléctrico en la posición  $\vec{r} = 1,2\hat{i} - 1,6\hat{j}$ .

**6.2** Una partícula  $\alpha$  es el núcleo de un átomo de helio, que tiene una masa de  $6,64 \times 10^{-27}\text{ kg}$  y una carga eléctrica de  $3,20 \times 10^{-19}\text{ C}$ . Compare la fuerza de la repulsión eléctrica entre dos partículas  $\alpha$  con la fuerza de atracción gravitatoria que hay entre ellas, calculando el cociente  $F_e/F_g$ .

**6.3** Dos cargas puntuales se localizan en el eje  $+x$  de un sistema de coordenadas. La carga  $q_1 = 1,0\text{ nC}$  está a  $2,0\text{ cm}$  del origen, y la carga  $q_2 = -3,0\text{ nC}$  está a  $4,0\text{ cm}$  del origen. ¿Cuál es la fuerza total que ejercen estas dos cargas sobre una carga  $q_3 = 5,0\text{ nC}$  que se encuentra en el origen?

**6.4** Tres cargas puntuales,  $q_1$ ,  $q_2$  y  $q_3$ , están equiespaciadas a lo largo de una recta horizontal, como muestra la figura 6.1. Si  $q_1 = Q$  y  $q_2 = -Q$ , ¿cuánto deberá valer  $q_3$  para que la fuerza neta sobre  $q_1$  sea cero?



Figura 6.1: Problema 6.4

**6.5** Tres cargas puntuales están alineadas a lo largo del eje  $x$ . La carga  $q_1 = 3,00\text{ }\mu\text{C}$  está en el origen, la carga  $q_2 = -5,00\text{ }\mu\text{C}$  se encuentra en  $x = 0,200\text{ m}$ , y la tercera carga es  $q_3 = -8,00\text{ }\mu\text{C}$ . ¿Dónde está situada  $q_3$  si la fuerza neta sobre  $q_1$  es  $7,00\text{ N}$  en la dirección negativa del eje  $x$ ?

**6.6** Considerar la siguiente distribución de cargas:  $q_1 = 1\text{ mC}$  en la posición  $\vec{r}_1 = (0\text{ m}; 0\text{ m})$ ;  $q_2 = 3\text{ mC}$  en la posición  $\vec{r}_2 = (2\text{ m}; 0\text{ m})$  y  $q_3 = -2\text{ mC}$  en la posición  $\vec{r}_3 = (0\text{ m}; 1\text{ m})$ . Calcular el módulo y el ángulo de la fuerza  $\vec{F}_1$  que la distribución ejerce sobre la carga  $q_1$ .

**6.7** Se tienen cuatro cargas puntuales idénticas, de carga  $q$ , ubicadas en los vértices de un cuadrado de  $20\text{ cm}$  de lado. a) Calcular el módulo de la fuerza que sentirá una carga puntual  $2q$  situada

en el centro del cuadrado. b) Calcular el módulo de la fuerza que actúa sobre esa carga central cuando se quita una de las cargas de los vértices.

**6.8** Dos pequeñas esferas igualmente cargadas y de la misma masa están suspendidas de un mismo punto por dos hilos no conductores de igual longitud  $l = 15\text{ cm}$ , como se muestra en la figura 6.2. Debido a la repulsión, el equilibrio se establece cuando las dos esferas están separadas una distancia  $d = 10\text{ cm}$ . Calcular la carga  $q$  de cada esfera si la masa de cada esfera es  $m = 0,5\text{ g}$ .

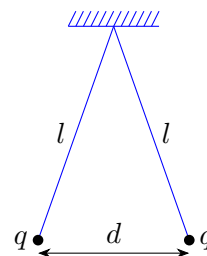


Figura 6.2: Problema 6.8

**6.9** Las cargas  $q_1 = 2\text{ }\mu\text{C}$ ,  $q_2 = -8\text{ }\mu\text{C}$  y  $q_3 = 12\text{ }\mu\text{C}$  se colocan en los vértices de un triángulo equilátero, cuyos lados miden  $10\text{ cm}$ , como se muestra en la figura 6.3. a) Hallar el campo eléctrico en el punto  $P$ . b) Hallar la fuerza sobre una carga de  $-1\text{ }\mu\text{C}$  si es colocada en  $P$ .

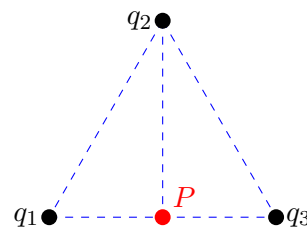


Figura 6.3: Problema 6.9

**6.10** Calcule el módulo del campo eléctrico resultante en el centro de un cuadrado de lado  $b$ , en cuyos vértices se sitúan las cargas  $q$ ,  $2q$ ,  $-4q$  y  $2q$ , como se muestra en la figura 6.4.

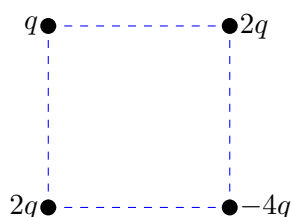


Figura 6.4: Problema 6.10

**6.11** Dos cargas se colocan como se muestra en la figura 6.5. La carga  $q_1$  vale 3,00 mC y se desconocen el signo y el valor de la carga  $q_2$ . El campo eléctrico neto en el punto  $P$  está por completo en la dirección horizontal hacia la derecha, como se observa en la figura. Calcular el módulo del vector campo eléctrico en el punto  $P$ .

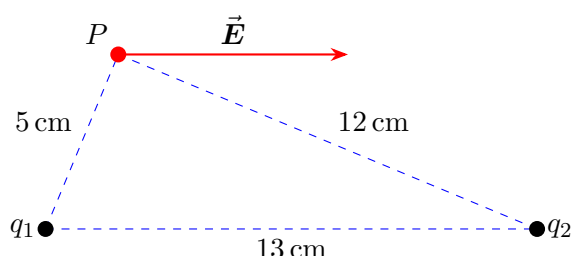


Figura 6.5: Problema 6.11

**6.12** Sobre el eje  $x$  se ubican una carga positiva  $q$  en la posición  $x = d/2$  y una carga negativa  $-q$  en la posición  $x = -d/2$ , como se observa en la figura 6.6. De esta forma se tiene un dipolo eléctrico de separación  $d$ , cuyo momento dipolar es  $\vec{p} = qd\hat{x}$ , paralelo al eje  $x$ . Este dipolo se encuentra en una región donde existe un campo eléctrico uniforme que forma un ángulo de  $30^\circ$  con el eje  $x$ . a) ¿Cuál es la fuerza neta que ejerce el campo externo sobre el dipolo? b) Calcular el torque que siente este dipolo ( $\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$ ) si  $q = 12 \text{ nC}$ ,  $d = 5 \text{ cm}$  y  $|\vec{E}| = 5 \times 10^6 \text{ N/C}$ .

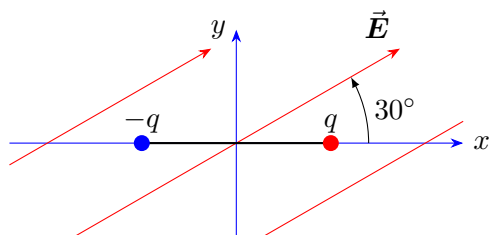


Figura 6.6: Problema 6.12

## 7. Potencial eléctrico

**7.1** ¿Cuál es la energía necesaria para ubicar cuatro cargas de  $3,0\text{ }\mu\text{C}$  en las esquinas de un cuadrado cuyos lados miden  $7,5\text{ cm}$ ?

**7.2** Una carga puntual de  $4,0\text{ nC}$  está situada en el origen, y otra carga puntual de  $-3,0\text{ nC}$  está sobre el eje  $x$  en la posición  $x = 0,20\text{ m}$ . ¿Dónde debe situarse sobre el eje  $x$ , una tercera carga de  $2,0\text{ nC}$ , para que la energía potencial del sistema formado por las tres cargas sea igual a cero?

**7.3** Una carga puntual  $q_1 = 2,40\text{ nC}$  se mantiene estacionaria en el origen. Una segunda carga puntual  $q_2 = -4,30\text{ nC}$  se desplaza desde la posición  $\vec{r}_0 = 0,150\text{ m}\hat{x} + 0\text{ m}\hat{y}$  hasta la posición  $\vec{r}_f = 0,250\text{ m}\hat{x} + 0,250\text{ m}\hat{y}$ . ¿Cuánto varió la energía potencial de la carga  $q_2$ ?

**7.4** Una esfera metálica pequeña tiene una carga neta  $q_1 = 2,80\text{ }\mu\text{C}$  y se mantiene en posición fija por medio de soportes aislantes. Una segunda esfera metálica pequeña con carga neta  $q_2 = 7,80\text{ }\mu\text{C}$  y una masa de  $1,50\text{ g}$  es proyectada hacia  $q_1$ . Cuando las dos esferas están a una distancia de  $0,800\text{ m}$  una de otra,  $q_2$  se mueve hacia  $q_1$  con una rapidez de  $22,0\text{ m/s}$ . Suponga que las dos esferas pueden considerarse como cargas puntuales, ¿qué tan cerca de  $q_1$  llega  $q_2$ ?

**7.5 electronvolt:** Un electronvolt ( $1\text{ eV}$ ) es una unidad de energía que equivale a la variación de energía potencial de un electrón que se desplaza a través de una diferencia de potencial de  $1\text{ V}$ . a) Verifique la siguiente equivalencia:

$$1\text{ eV} = 1,602 \times 10^{-19}\text{ J}.$$

b) Calcule la energía (en eV y en J) de un electrón que ha sido acelerado desde el reposo, a través de una diferencia de potencial de  $100\text{ V}$ . c) Calcule la velocidad que alcanza ese electrón.

**7.6** Calcule el potencial eléctrico en el centro de un cuadrado de  $1\text{ m}$  de lado, si en sus vértices se ubican las siguientes cargas:  $q_1 = 10\text{ nC}$ ;  $q_2 = -20\text{ nC}$ ;  $q_3 = 30\text{ nC}$  y  $q_4 = 20\text{ nC}$ .

**7.7** Para la distribución de cargas mostrada en la figura 7.1, donde  $q_1 = 3,1\text{ }\mu\text{C}$  y  $q_2 = 2,4\text{ }\mu\text{C}$  están

sobre el plano  $xy$ , calcule: a) el potencial eléctrico en el origen de coordenadas, b) el potencial eléctrico en la posición  $\vec{r} = 0,25\text{ m}\hat{z}$ .

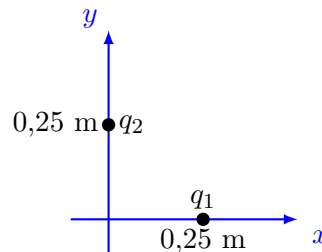


Figura 7.1: Problema 7.7

**7.8** Un dipolo de cargas  $\pm q$  y separación  $d$  ( $p = qd$ ) está colocado sobre el eje  $\hat{i}$  como se muestra en la figura 7.2. a) Verifique que el potencial en el punto  $P$  es:

$$V_P = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p}{x^2 - \frac{d^2}{4}}$$

b) A partir de la expresión del ítem a, verifique que el trabajo necesario para transportar una carga  $Q$  muy distante hasta un punto situado sobre el eje  $\hat{i}$ , a una distancia  $a$  del centro del dipolo es:

$$W = QV_a = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{p}{a^2 - \frac{d^2}{4}}$$

c) Verifique que el potencial en  $P$  cuando  $x \gg d$  puede ser aproximado por:

$$V_P = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p}{x^2}$$

d) A partir del resultado anterior y usando  $\vec{E} = -\nabla V$ , obtenga la siguiente expresión para el campo eléctrico en el punto  $P$  cuando  $x \gg d$ :

$$\vec{E}_P = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{p}{x^3} \hat{i}$$

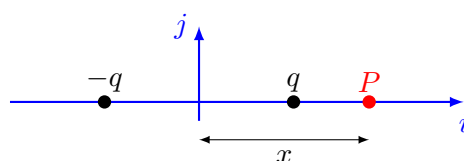


Figura 7.2: Problema 7.8

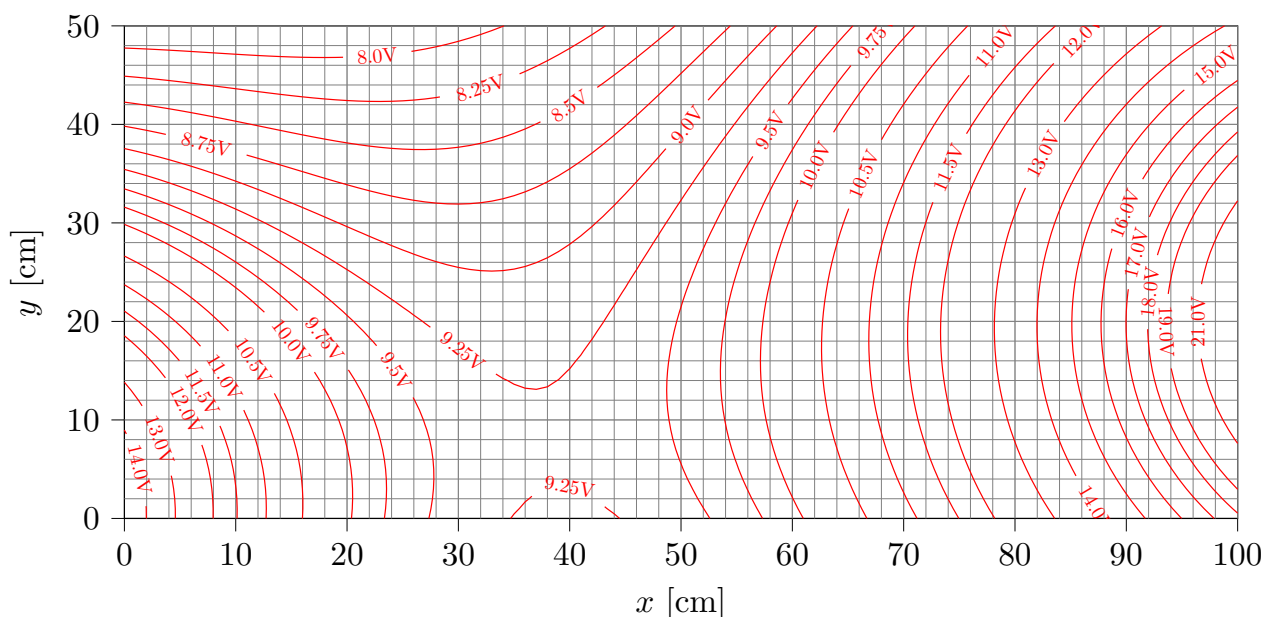


Figura 7.3: Problema 7.9

**7.9** En la figura 7.3 se muestra una representación en 2D de curvas equipotenciales de una cierta distribución de cargas. A partir de dicho gráfico responda las siguientes preguntas:

a) ¿Cuál es la diferencia de potencial eléctrico entre las posiciones  $\vec{r}_a = 14\text{ cm}\hat{j}$  y  $\vec{r}_b = 100\text{ cm}\hat{i} + 32\text{ cm}\hat{j}$ ?

b) ¿Qué trabajo debe realizar una fuerza externa sobre una partícula con una carga de  $2,5\text{ }\mu\text{C}$ , si la partícula se encontraba en reposo en la posición  $\vec{r}_a$  y se la desplaza hasta la posición  $\vec{r}_b$ ? ¿La partícula gana o pierde energía potencial?

c) Compruebe que la diferencia de potencial eléctrico entre las posiciones  $\vec{r}_a = 14\text{ cm}\hat{j}$  y  $\vec{r}_c = 80\text{ cm}\hat{i} + 8\text{ cm}\hat{j}$  es  $0\text{ V}$ . Si no hay diferencia de potencial eléctrico entre esas dos posiciones, ¿el trabajo neto para desplazar una carga desde  $\vec{r}_a$  hasta  $\vec{r}_c$  es también igual a 0? Y entonces, si el trabajo neto es nulo, ¿quiere decir que no es necesario ejercer una fuerza para desplazar esa partícula cargada?

d) Encuentre posiciones donde el ángulo del vector campo eléctrico sea aproximadamente: i)  $0^\circ$ ; ii)  $90^\circ$ ; iii)  $180^\circ$ ; iv)  $45^\circ$ .

e) Determine aproximadamente el vector campo eléctrico en las siguientes posiciones: i)  $94\text{ cm}\hat{i} + 28\text{ cm}\hat{j}$ ; ii)  $6\text{ cm}\hat{i} + 30\text{ cm}\hat{j}$ .

la siguiente función:

$$V(x, y, z) = Ax^2y^2 + Bxyz,$$

donde  $A$  y  $B$  son constantes. a) ¿Cuál es el campo eléctrico asociado a esta distribución de cargas? b) Si  $A = 1,0\text{ Vm}^{-4}$  y  $B = 3,0\text{ Vm}^{-3}$ , ¿cuál es la diferencia de potencial entre una posición en el origen de coordenadas y la posición  $\vec{r}_1 = 1\text{ m}\hat{i} + 1\text{ m}\hat{j} + 1\text{ m}\hat{k}$ ? c) Para los mismos valores de  $A$  y  $B$ , ¿cuánto vale el módulo del campo eléctrico en la posición  $\vec{r}_1$ ?

**7.10** Suponga que el potencial eléctrico debido a una cierta distribución de cargas está dado por

## 8. Ley de Gauss

**8.1** En la figura 8.1 se muestra una región del espacio donde existe un campo eléctrico uniforme de módulo  $|\vec{E}| = 2,5 \times 10^5 \text{ N/C}$ , formando un ángulo de  $30^\circ$  respecto del plano  $ij$ . Calcular el flujo de este campo eléctrico a través de la superficie circular mostrada en la figura, paralela al plano  $ij$  y de radio igual a 5 cm.

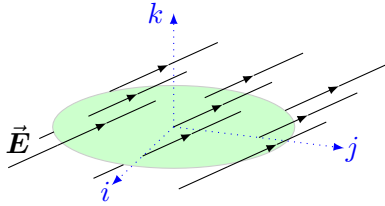


Figura 8.1: Problema 8.1

**8.2** ¿Cuánto vale el flujo de campo eléctrico sobre la superficie esférica  $S$  que encierra al dipolo eléctrico mostrado en la figura 8.2?

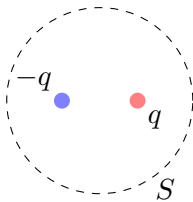


Figura 8.2: Problema 8.2

**8.3** Las tres esferas pequeñas que se ilustran en la figura 8.3 tienen cargas  $q_1 = 4,0 \text{ nC}$ ,  $q_2 = -7,8 \text{ nC}$  y  $q_3 = 2,4 \text{ nC}$ . Calcular el flujo eléctrico neto a través de cada una de las siguientes superficies cerradas que se ilustran en sección transversal en la figura: a)  $S_1$ ; b)  $S_2$ ; c)  $S_3$ ; d)  $S_4$ ; e)  $S_5$ . f) Las respuestas para los incisos anteriores, ¿dependen de la manera en que está distribuida la carga en cada esfera pequeña? ¿Por qué?

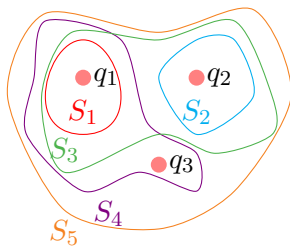


Figura 8.3: Problema 8.3

**8.4** El campo eléctrico  $\vec{E}$  en la figura 8.4 es paralelo en todo lugar al eje  $j$ , y las dimensiones de la superficie cerrada son  $a = 2 \text{ cm}$ ,  $b = 3 \text{ cm}$  y  $c = 1 \text{ cm}$ . La componente  $j$  del campo es función de  $y$ , pero no de  $x$  ni de  $z$ , y en los puntos del plano donde  $y = 1 \text{ cm}$  (un plano que contiene a la cara  $I$ ) su valor es  $E_j = 1,25 \times 10^6 \text{ N/C}$ . a) ¿Cuál es el flujo eléctrico a través de la superficie  $I$ ? b) ¿Cuál es el flujo eléctrico a través de la superficie  $II$ ? c) El volumen que se ilustra en la figura es una pequeña porción de un bloque muy grande aislante. Si dentro de ese volumen hay una carga total de  $-24,0 \text{ nC}$ , ¿cuánto vale el módulo y cuál es la dirección de  $\vec{E}$  en la cara opuesta a la superficie  $I$ ?

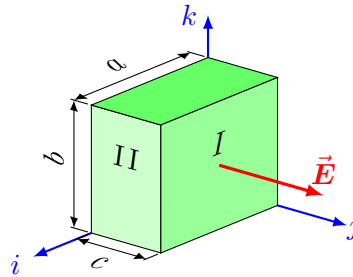


Figura 8.4: Problema 8.4

**8.5** Se tiene un campo eléctrico  $\vec{E} = b[(x + 2y)\hat{i} + (2x + y)\hat{j}]$ , siendo  $b = 8 \times 10^5 \text{ N/(C m)}$ . Calcular la carga encerrada dentro del cubo de arista de  $10 \text{ cm}$  mostrado en la figura 8.5.

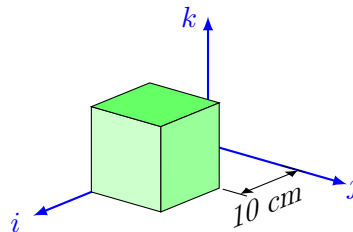


Figura 8.5: Problema 8.5

## Respuestas de la unidad II - primera parte

6.1  $\vec{E} = -10,8 \text{ N/C}\hat{i} + 14,4 \text{ N/C}\hat{j}$

6.2  $F_e/F_g = 3,1 \times 10^{35}$

6.3  $\vec{F} = -2,8 \times 10^{-5} \text{ N}\hat{i}$

6.4  $q_3 = 4Q$

6.5  $x = -0,144 \text{ m}$

6.6  $|\vec{F}_1| = 19,2 \text{ kN}$   
 $\theta = 110,6^\circ$

6.7 a)  $F = 0$   
 b)  $F = 100kq^2\text{m}^{-2}$

6.8  $|q| = 44 \text{ nC}$

6.9 a)  $\vec{E} = (-36\hat{i} + 9,6\hat{j}) \times 10^6 \text{ N/C}$   
 b)  $\vec{F} = (36\hat{i} - 9,6\hat{j})\text{N}$

6.10  $|\vec{E}| = 10kq/b^2$

6.11  $|\vec{E}| = 2,8 \times 10^{10} \text{ N/C}$

6.12 a)  $F = 0$   
 b)  $\vec{\tau} = 0,0015 \text{ N m}\hat{z}$

7.1  $5,85 \text{ J}$

7.2  $x = -0,10 \text{ m}$  o  $x = 0,074 \text{ m}$

7.3  $3,57 \times 10^{-7} \text{ J}$

7.4  $0,323 \text{ m}$

7.5 b)  $100 \text{ eV} = 1,602 \times 10^{-17} \text{ J}$   
 c)  $5,93 \times 10^6 \text{ m/s}$

7.6  $509 \text{ V}$

7.7 a)  $1,98 \times 10^5 \text{ V}$   
 b)  $1,4 \times 10^5 \text{ V}$

7.9 a)  $V_b - V_a = 8,0 \text{ V}$   
 b)  $W_{\text{externo}} \geq 20 \mu\text{J}$ , la partícula gana energía potencial.  
 d) Estas son alguna respuestas posibles:  
 i)  $16 \text{ cm}\hat{i} + 0 \text{ cm}\hat{j}$ ;  
 ii)  $23 \text{ cm}\hat{i} + 42 \text{ cm}\hat{j}$ ;  
 iii)  $90 \text{ cm}\hat{i} + 20 \text{ cm}\hat{j}$ ;  
 iv)  $14 \text{ cm}\hat{i} + 12 \text{ cm}\hat{j}$ .  
 e) Las respuestas deben aproximarse a los siguientes vectores:  
 i)  $\vec{E} = -56 \text{ V/m}\hat{i} + 18 \text{ V/m}\hat{j}$ ;  
 ii)  $\vec{E} = 6 \text{ V/m}\hat{i} + 11 \text{ V/m}\hat{j}$ .

7.10 a)  $\vec{E} = -(2Axy^2 + Byz)\hat{i} - (2Ax^2y + Bxz)\hat{j} - Bxy\hat{k}$   
 b)  $4 \text{ V}$   
 c)  $7,68 \text{ Vm}^{-1}$

8.1  $980 \text{ N m}^2/\text{C}$

8.2  $\Phi = 0$

8.3 a)  $452 \text{ N m}^2/\text{C}$   
 b)  $-881 \text{ N m}^2/\text{C}$   
 c)  $-429 \text{ N m}^2/\text{C}$   
 d)  $723 \text{ N m}^2/\text{C}$   
 e)  $-158 \text{ N m}^2/\text{C}$

8.4 a)  $750 \text{ N m}^2/\text{C}$   
 b)  $0$   
 c)  $|\vec{E}| = 5,77 \times 10^6 \text{ N/C}$ , dirigido hacia  $+j$

8.5  $14,16 \text{ nC}$