

有两个独立变量X,Y

X的期望值等于X的均值；Y的期望值等于Y的均值：

$$E(X) = \mu_X$$

$$E(Y) = \mu_Y$$

随机变量X的方差 $\text{var}(x)$ 等于X离其均值距离平方的期望值。也可以用 σ_X^2 表示随机变量X的方差：

$$\text{Var}(X) = E((X - \mu_X)^2) = \sigma_X^2$$

同理随机变量Y的方差：

$$\text{Var}(Y) = E((Y - \mu_Y)^2) = \sigma_Y^2$$

假设还有一个随机变量Y。随机变量X加随机变量Y等于随机变量Z：

$$Z = X + Y$$

那么Z的期望值是什么？

$$E(Z) = E(X + Y) = E(X) + E(Y)$$

即：

$$\mu_Z = \mu_X + \mu_Y$$

假设还有一个随机变量A：

$$A = X - Y$$

那么A的期望值是什么？

$$E(A) = E(X - Y) = E(X) - E(Y)$$

即：

$$\mu_A = \mu_X - \mu_Y$$

下面再看看方差。Z的方差是什么呢？

$$\text{Var}(Z) = \text{Var}(X) + \text{Var}(Y)$$

也就是：

$$\sigma_Z^2 = \sigma_{X+Y}^2 = \sigma_X^2 + \sigma_Y^2$$

A的方差呢？

$$\sigma_A^2 = \sigma_{X-Y}^2 = \sigma_X^2 + \sigma_Y^2$$

$$\begin{aligned}\sigma_A^2 &= \sigma_{X-Y}^2 = \sigma_{X+(-Y)}^2 = \sigma_X^2 + \sigma_{-Y}^2 \\ \sigma_{-Y}^2 &= \text{Var}(-Y) = E((-Y - E(-Y))^2) = E((-1)^2(Y + E(-Y))^2) = E((Y - E(Y))^2) = \sigma_Y^2 \\ \sigma_A^2 &= \sigma_X^2 + \sigma_Y^2\end{aligned}$$

两个独立变量的差的方差等于两个变量的方差的和。因为，不管变量是正还是负，我们考虑的是距离。