

假设检验是用来判断样本与样本，样本与总体的差异是由抽样误差引起还是本质差别造成的统计推断方法。其基本原理是先对总体的特征作出某种假设，然后通过抽样研究的统计推理，对此假设应该被拒绝还是接受作出推断。

例题：

A neurologist is testing the effect of a drug on response time by injecting 100 rats with a unit dose of the drug, subjecting each to neurological stimulus, and recording its response time. The neurologist knows that the mean response time for rats not injected with the drug is 1.2 seconds. The mean of the 100 injected rats' response times is 1.05 seconds with a sample standard deviation of 0.5 seconds. Do you think that the drug has an effect on response time?

## 1. 假设

这里，我们需要两个假设。

$H_0$  : Drag has no effect  $\Rightarrow u = 1.2s$  (even with drag)

$H_1$  : Drag has an effect  $\Rightarrow u \neq 1.2s$  when the drag is given

$H_0$ 被称为零假设 (default assume) ;  $H_1$ 称为备择假设 (alternative assume)

我们应该接受那种假设呢？一般的方法是：假设零假设是正确的。如果零假设是正确的，我们得到这个样本的概率是多少。如果概率非常非常小（0.05以下）就可以认为零假设不对，于是拒绝零假设，转而认为备择假设是正确的。

首先，考虑抽样分布。

样本抽样分布的均值就是总体的均值：

$$u_{\bar{X}} = u = 1.2$$

抽样分布的标准差即样本的标准差除以根号下的n：

$$\hat{\sigma}_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{S}{\sqrt{n}} = \frac{0.5}{10} = 0.05$$

$\hat{\sigma}$ 表示是抽样分布标准差的估计值

然后，考虑得到1.05秒的概率是多少，也就是求1.05秒离抽样分布均值有多少个标准差远。这里也就是求一个z分数。z分数可以看做是z统计量。求得：

$$Z = \frac{1.2 - 1.05}{0.05} = 3$$

比均值小3个标准差，得到这样极端的情况（超过3个标准差），概率是多少。这种极端情况的概率也就是钟形曲线下方相应的面积（下图中蓝色区域）：



三个标准差内的面积为99.7%。所以超过这个极端情况的概率为0.3%。如果零假设成立，得到这种情况的概率只有不到三百分之一的概率。因此，这个结果更倾向于支持备择假设。

很多论文中，得到零假设中这种极端情况，甚至更极端情况的概率，称作P值（P-value）。

## 2. 双侧检验（two tailed test）

零假设是说药物无效，备择假设是说药物有效，但具体是增加还是降低反应时间没说。我们只能说用药后反应的均值与用药前不一样。

只是检验是否存在效果。不管是正效果还是反效果都被认为有效，这称作双侧检验。

### 3. 单侧检验

---

单侧检验时，只考虑一侧的情况。两个假设为：

$H_0$  : Drag has no effect  $\Rightarrow u = 1.2s$  (even with drag)

$H_1$  : Drag has an effect  $\Rightarrow u \leq 1.2s$  when the drag is given

零假设还是认为无效，备择假设求的是反应时间小于1.2秒。最后求的P值为0.15。