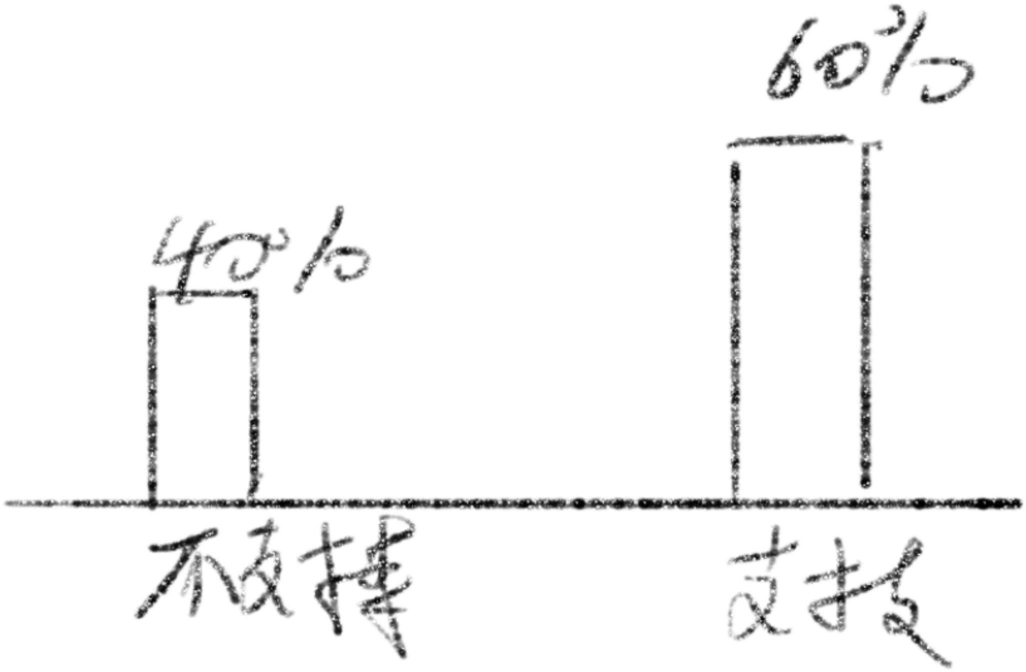
1. 伯努利分布的期望值与标准差

假设，调查总统支持情况。40%的人不支持，60%人支持。画出概率分布：



问题是，如果随机从总体中挑选一个成员，期望支持程度是多少、或者说该分布的均值是多少？

对于这样的离散分布，期望值也就是各种可能值概率加权后的和。我们定义随机变量X，不支持时随机变量值为0，支持时变量值为1。可以求得分布的均值为：

$$0.4 \times 0 + 0.6 \times 1 = 0.6$$

但是，没有人能选择这个期望值，人不能60%支持，40%不支持，所以没人取得0.6的值，只能取0或1。这是期望值、或者说均值不在分布上的一种有趣的情况，这是一种绝不可能发生的值，但这就是期望值（均值）。

知道了期望值，调查100个人时，我们就能指定有60个人支持，40个人不支持。这就是期望值在分布上的作用。

通过期望值可以了解分布的情况，那么方差呢？

方差可以看做是离期望值的距离的平方的概率加权和。 上面例子中，方差为：

$$\sigma^2 = 0.4(0-0.6)^2 + 0.6(1-0.6)^2 = 0.24$$

而标准差为方差开平方，结果为0.49。

因此，这个分布的均值是0.6，而标准差接近0.5。根据均值与标准差，可以推测出总体中值的分布情况。对于离散的情况，也就是聚集在0.1或1.1附近。

2. 一般公式

概率：

- 成功概率为P，失败的概率为1-P

期望值,即成功的概率：

- $\mu = (1-P)\cdot 0 + P \cdot 1 = P$

方差：

- $$\begin{aligned}\sigma^2 &= (1-P)(0-\mu)^2 + P(1-\mu)^2 \\ &= (1-P)(0-P)^2 + P(1-P)^2 \\ &= (1-P)P^2 + P(1-2P+P^2) \\ &= P^2 - P^3 + P - 2P^2 + P^3 \\ &= P - P^2 \\ &= P(1-P)\end{aligned}$$

标准差：

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{P(1-P)}$$