

## 8. 非方阵

“On this quiz, I asked you to find the determinant of a  $2 \times 3$  matrix. Some of you, to my great amusement, actually tried to do this.”

-(Via [mathprofessorquotes.com](https://mathprofessorquotes.com), no name listed)

“在这个小测验里，我让你们求一个 $2 \times 3$ 矩阵的行列式。让我感到非常可笑的是，你们当中竟然有人尝试去做。”

—— 摘自[mathprofessorquotes.com](https://mathprofessorquotes.com)，作者佚名

$3 \times 2$ 列的非方阵可以将一个二维空间中输入变换为一个三维空间的输出。这个矩阵的列空间是三维空间中过原点的二维平面。但是，这个矩阵仍然是满秩的，因为列空间的维数与输入空间的维数相等。

当遇到一个 $3 \times 2$ 列的非方阵时，你就明白它的几何意义是将二维空间映射到三维空间上。矩阵有两列表示输入空间有两个基向量；有三行表明每一个基向量在变换后都用三个独立的坐标来描述。

类似的，当看到一个 $2 \times 3$ 列的矩阵时，矩阵三列表示原始空间有三个基向量，也就是说原始空间是三维的；有两行表明每这三个基向量在变换后都仅用两个独立的坐标来描述。所以它们一定落在二维空间中，因此这是一个从三维空间到二维空间的变换。

对于 $1 \times 2$ 的矩阵来说，它将输入的二维空间映射到一维空间（数轴）上，输出空间为数的集合。