

5.矩阵乘法与线性变换复合

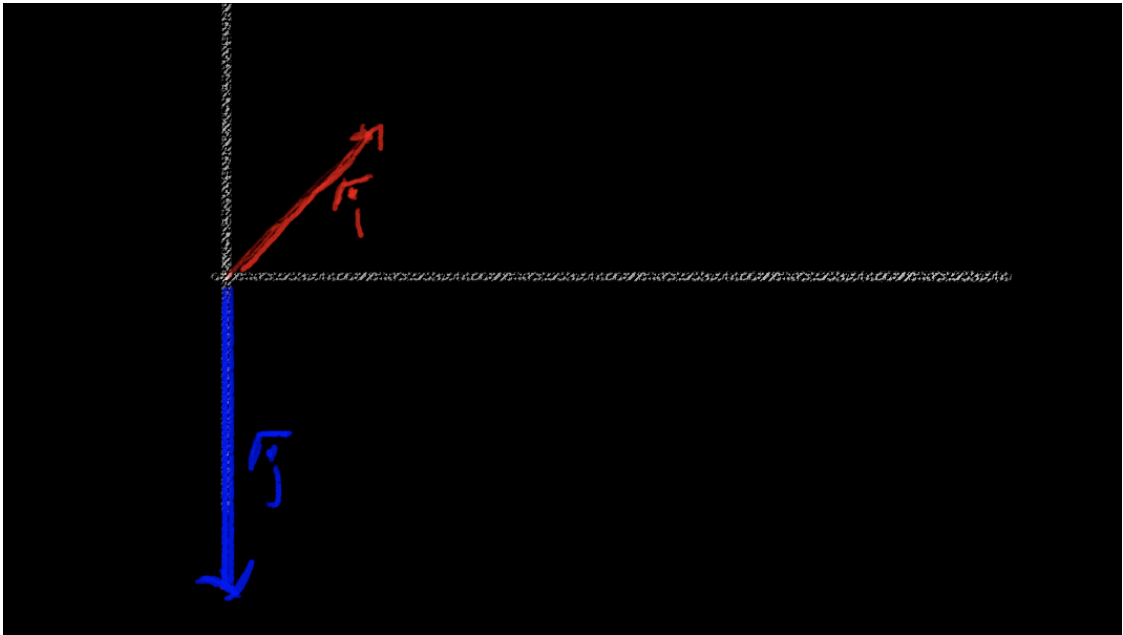
$$\underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}}_{\text{Shear 剪切矩阵}} \left(\underbrace{\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}}_{\text{Rotation 旋转矩阵}} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \right) = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}}_{\text{Composition 复合矩阵}} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

两个矩阵相乘的几何意义：两个线性变换相继作用。先应用右侧的线性变换，再应用左侧的线性变换

例如，下面的两个矩阵乘法。

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}}_{M_2} \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}}_{M_1}$$

首先，我们从M1知道线性变换后基向量的位置：



我们将这两个基向量看做是M2变换的线性组合：

$$\begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = 1 \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} + 1 \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 \\ 0 \end{bmatrix} = -2 \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} + 0 \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \end{bmatrix}$$

最终i帽和j帽的位置如下：

