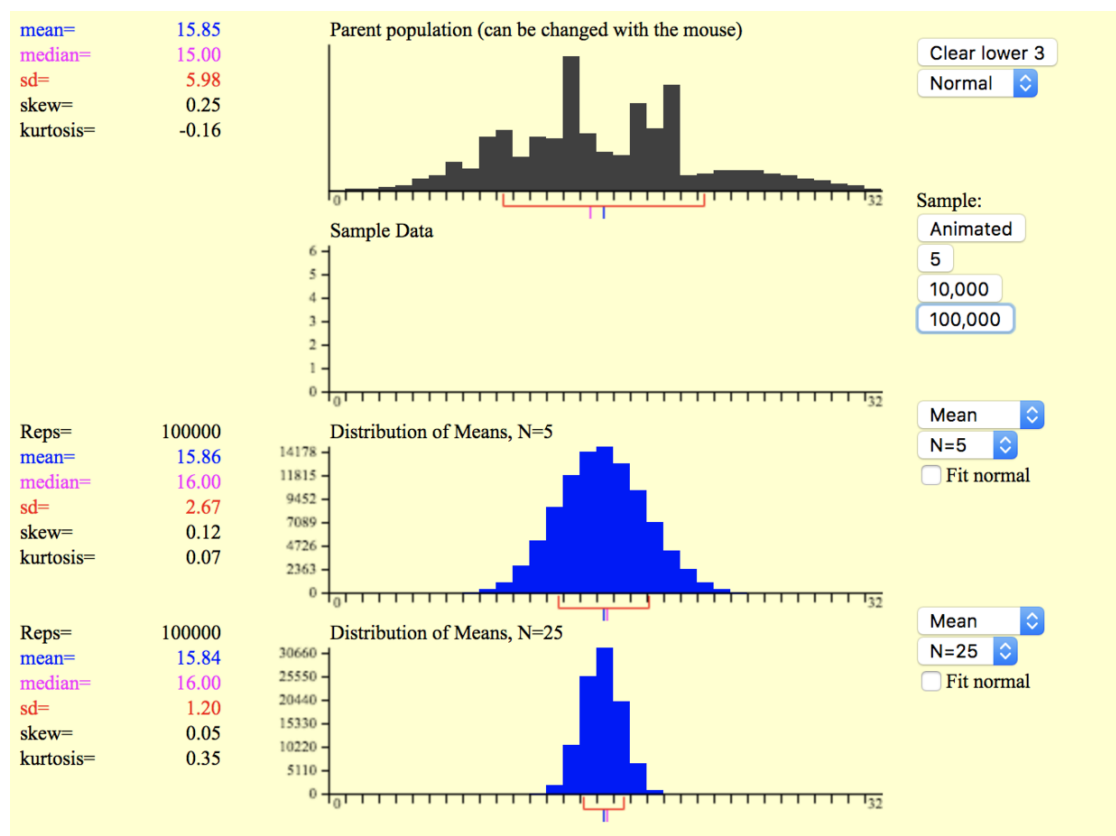


符合中心极限定理的抽样分布，抽样量越大，试验次数越多，越接近正态分布（偏度越小），而且更紧密的靠近均值，也就是说抽样分布的标准差比原分布的标准差更小。



网址: [http://onlinestatbook.com/stat\\_sim/sampling\\_dist/index.html](http://onlinestatbook.com/stat_sim/sampling_dist/index.html)

当样本量足够大时，得到的正态分布的均值就是真正的总体的均值，真正的随机变量的均值。当我们不知道总体的分布时，通过抽样分布可以计算出总体均值。

总结一下，随着样本容量的增大，会发生两件事：

- 更接近正态分布
- 标准差更小

已知原分布的方差、样本容量 $n$ ，是否有办法预测抽样分布的方差。很简单，抽样分布的方差等于总体方差除以样本量：

$$\sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{\sigma^2}{n}$$

而标准差就是方差开平方。样本均值抽样分布的标准差通常称为均值标准差，也称作均值标准误差值（stand error of the mean）

例题：户外活动中，男性的平均饮水量为2L，标准差为0.7L。问题是，为50个人的户外旅行准备110L水，水不够的概率是多少？

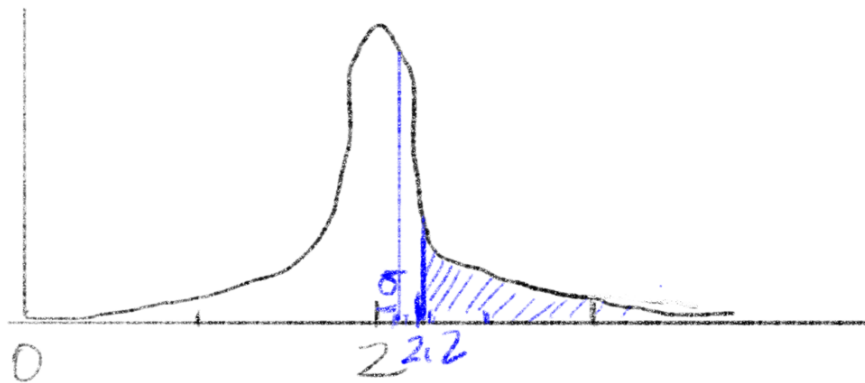
用水量不够的概率也就是大于100L的概率： $P(\text{用水量大于}110\text{L})$ 。

110L水，50个人平均起来是每人2.2L，也就是说用水量不够的概率就是超过平均用水量的概率： $P(\text{每个人的平均用水量大于}2.2)$

求均值大于2.2升的情况，需求求出样本均值的抽样分布，这个分布是一个正态分布。这相当于多次用样本量为n的抽样试验。总体样本的标准差为0.7。则可求得抽样分布的标准差：

$$\sigma_{\bar{X}} = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{0.7}{\sqrt{50}} \approx 0.099$$

绘图如下：



求样本均值大于2.2的概率就是从可能所有样本均值的分布中大于2.2的面积，这就是求出2.2距离均值有多少个标准差远，即z分数：

$$z \text{ score} = \frac{2.2 - 2}{0.099} = 2.02$$

查一下z分数表：

$\Phi(\mu)$	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7703	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9278	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9430	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9648	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9700	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9762	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9874	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936

z分数为2.02的概率为0.9783。这个概率均值小于等于2.2的概率，而我们要求的是大于2.2的概率。也就是 $1 - 0.9783 = 0.217$ 。也就是说，为50个人准备110L水，水不够的概率为21.7%