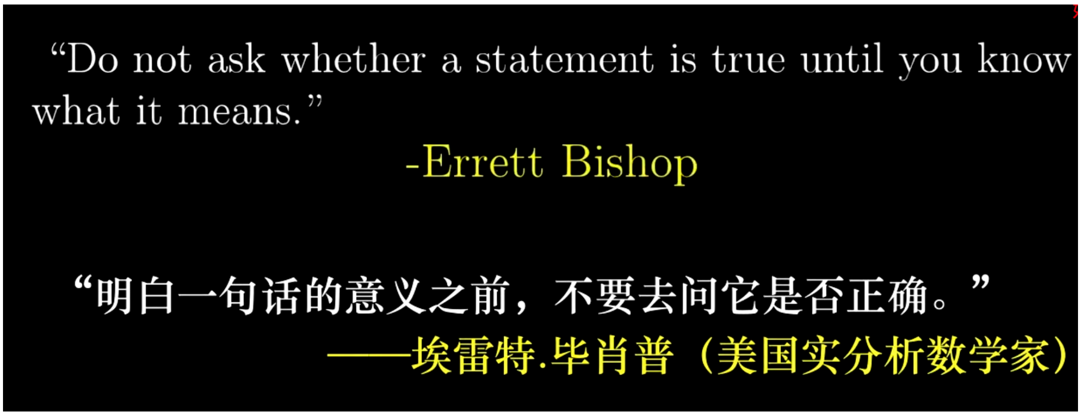
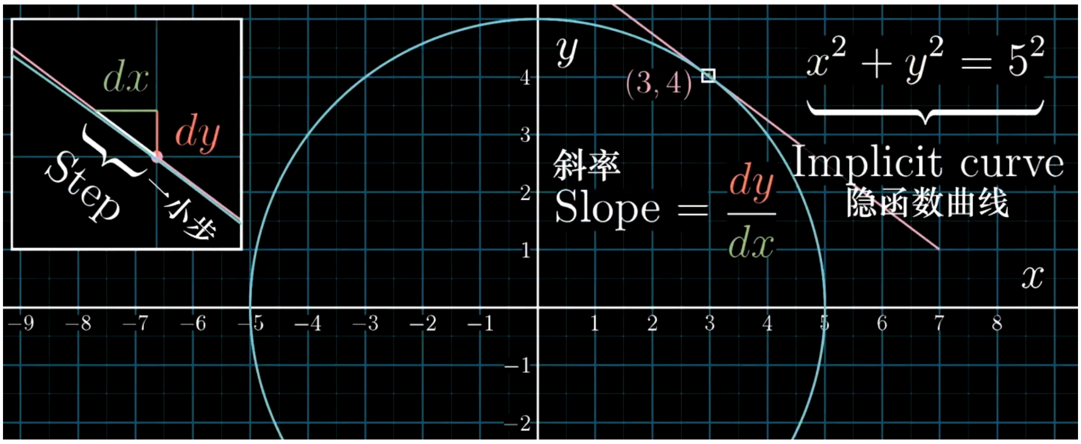
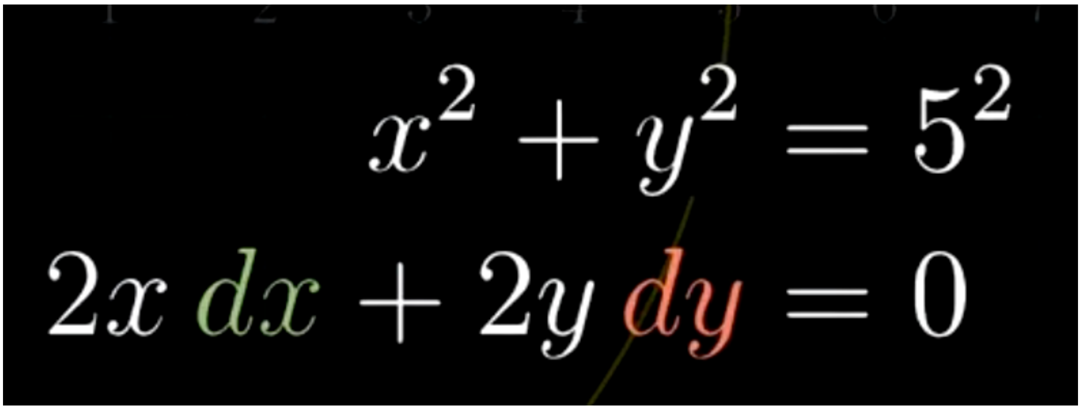


例如，一个方程x^2_+y^2=5，如何求圆上某一点的导数?



我们要对表达式的两边同时求导，然后这两个导数乘上各自的微小变化量再相加的结果为0。

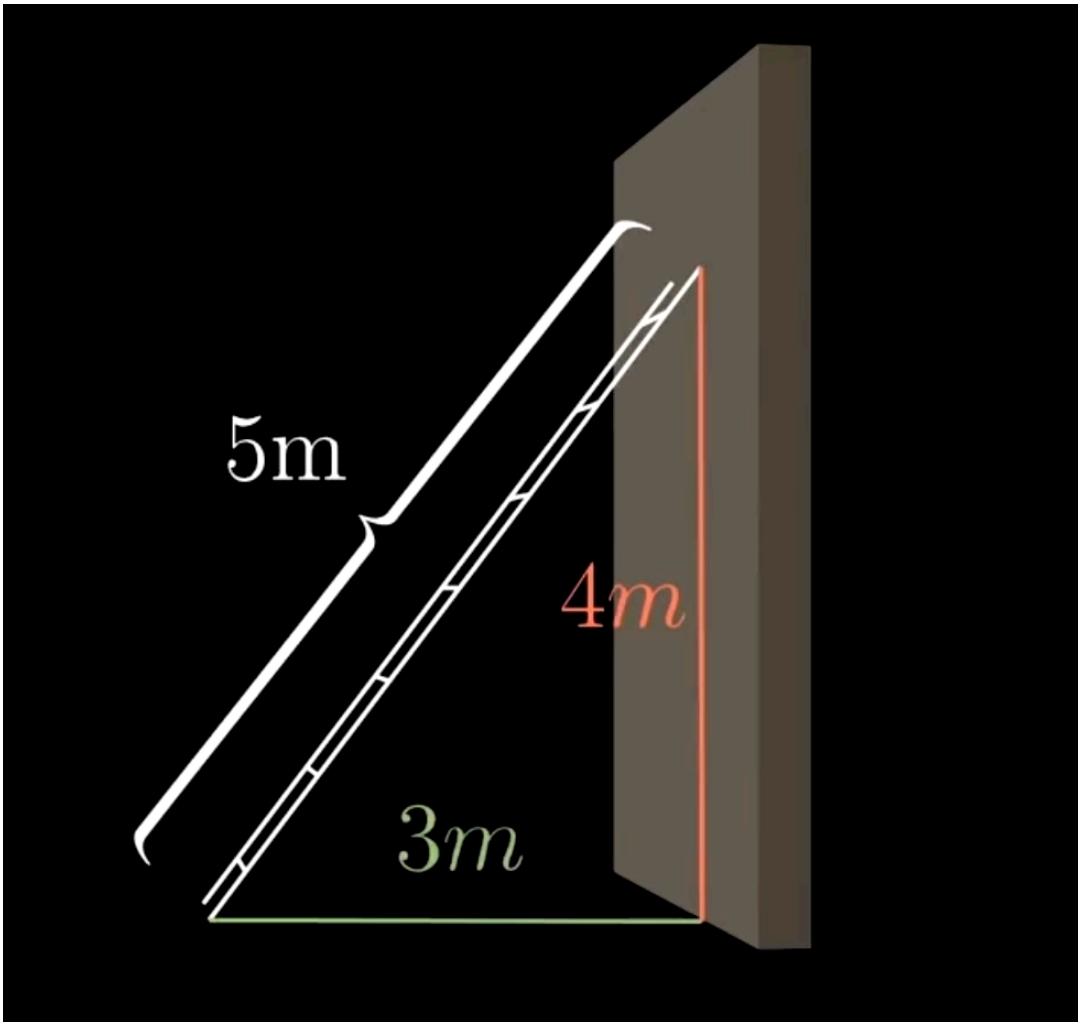


$$\frac{dy}{dx} = \frac{-x}{y}$$

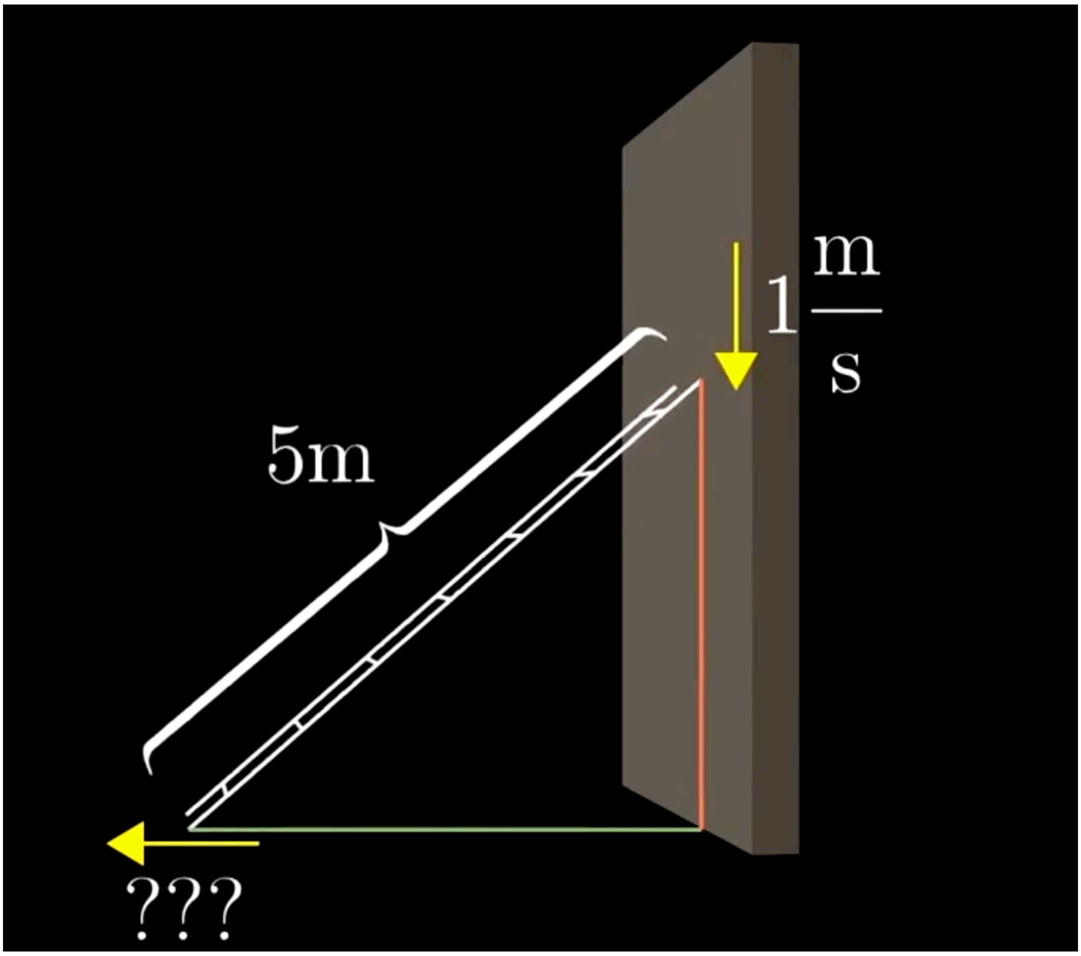
在(3,4)点的斜率就是-3/4，这个过程就叫隐函数求导/隐微分

对这个带多个变量的表达式求导，究竟是什么意思？这里涉及到相关变化率（related rates）。

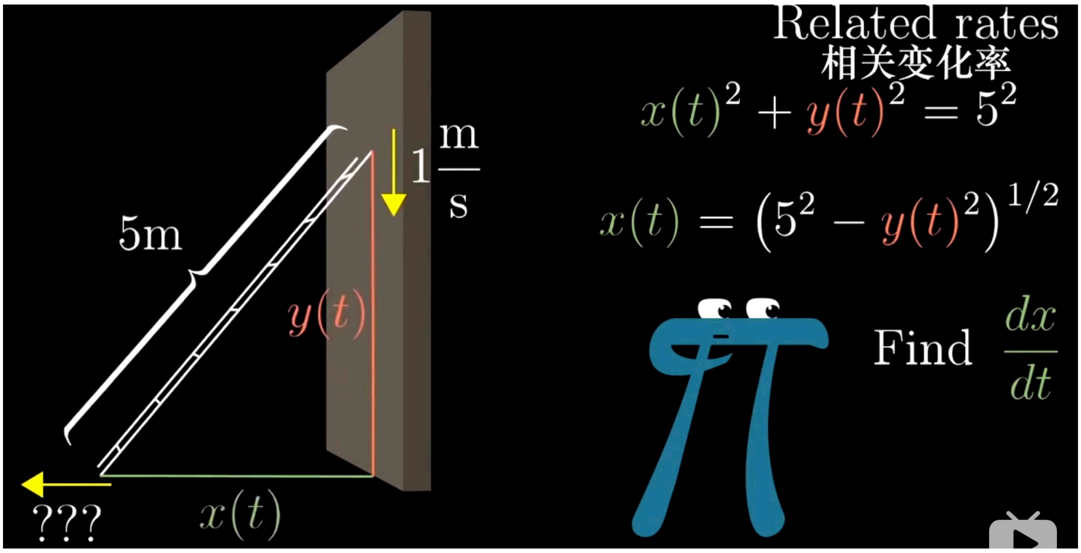
例如，墙上放着一个梯子：



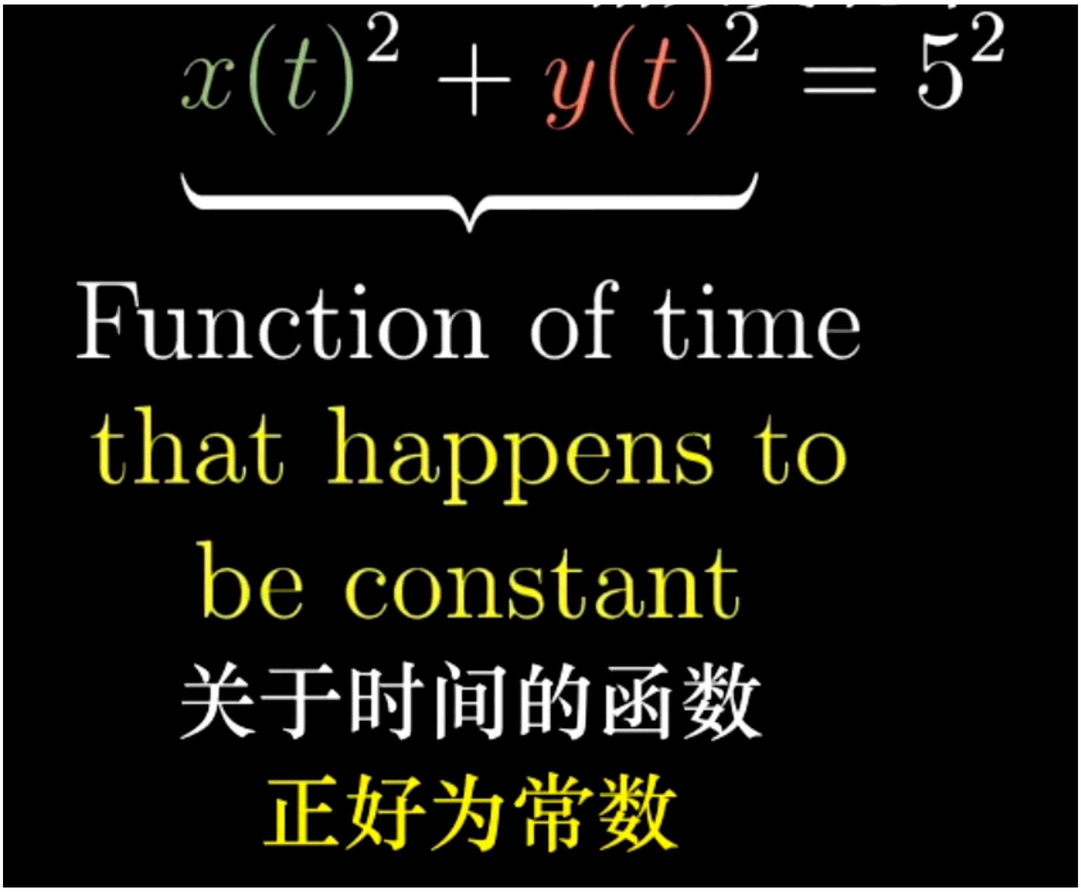
现在，梯子顶端开始以1米每秒的速度下滑，那么开始时，梯子底端离开墙角的速度是多少?



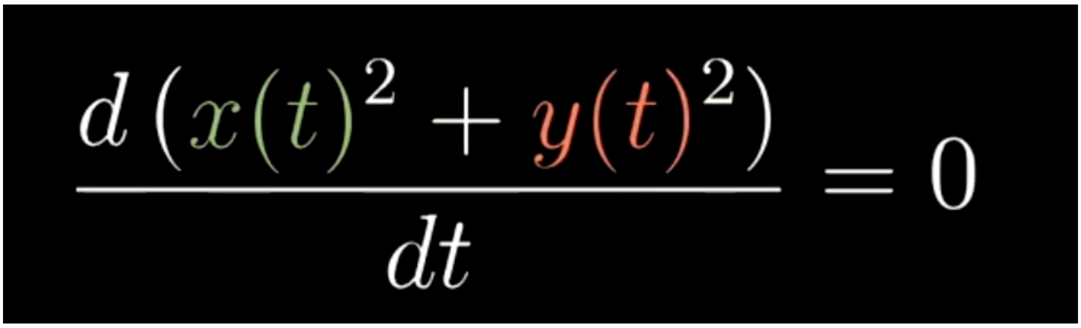
我们可以定义两个函数，根据这两个函数最终我们能求得dx/dt



但是，我们这里换一个不同角度的方法。



我们队等式左边求导，就其实在问：经过一小段时间dt，y会减少少许，x会增加少许，那么整个的变化量是多少，很明显就是常数0：



常数就是不随时间变化的，保持恒定的数。

$$x(t)^2 + y(t)^2 = 5^2$$

$$\frac{d\left(x(t)^2 + y(t)^2\right)}{dt} = 0$$

$$2x(t)\frac{dx}{dt} + 2y(t)\frac{dy}{dt} = 0$$

左边的表达式求导，实际上就是要求x^2+y^2的值不随着梯子滑动而改变。
求开始时梯子底端离开墙角的距离：

$$2(3)\frac{dx}{dt} + 2(4)(-1) = 0$$

所以开始时，梯子底端离开墙角的速度为：dx/dt=4/3米/秒

这个梯子与圆形问题中都有一个等式：x^2+y^2=5。解决两个问题，都需要对等式两边同时求导。与梯子不同的是，对两边求导的含义是，两个变量的微小变化如何才能保持在曲线上。

最后，我们通过隐函数来求ln(x)的导数：

$$y = \ln(x)$$

$$e^{y} = x$$

$\downarrow$ 分别求导

$$\cancel{e^{y} \cdot \frac{dy}{dt} = \frac{dx}{dt}}$$

$$e^{y} \cdot dy = dx$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{e^{y}}$$

$$= \frac{1}{x}$$

顺便说一下，这里的内容其实就是多远微积分的入门，多远微积分就是分析多个变量的函数，分析它们如何随多个取值的变化而变化。这些变量是如何联系在一起变化的。