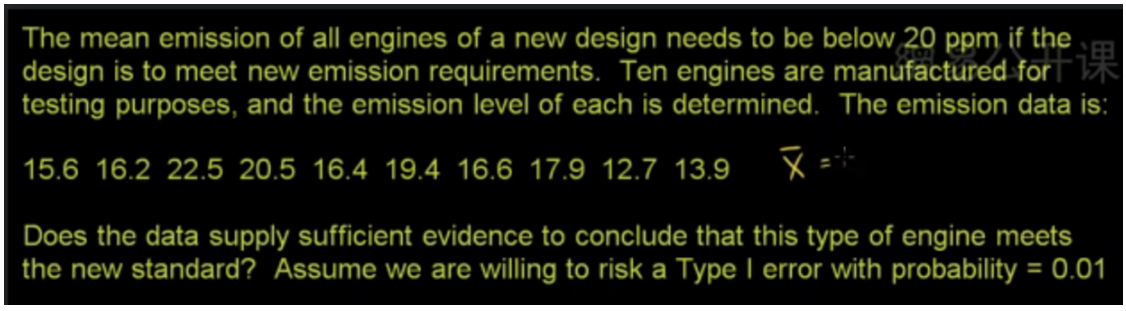
若零假设事实上成立，但统计检验的结果不支持零假设（拒绝零假设），这种错误称为第一型错误。

在做统计检验的时候，超过某个极端情况，例如，概率小于1%的情况下，我们倾向拒绝零假设。但是，事实上有1%的概率零假设成立。这种错误就称为第一型错误。

1. 第一型错误的概率



(1) 假设

$$H_0 = \mu = 20ppm$$
$$H_1 = \mu < 20ppm$$

(2) 求样本统计量

$$\bar{X} = 17.17$$
$$S = 2.98$$

(3) t分布的统计量

因为样本很少（小于30），服从t分布。

求t分布的标准差与t统计量如下：

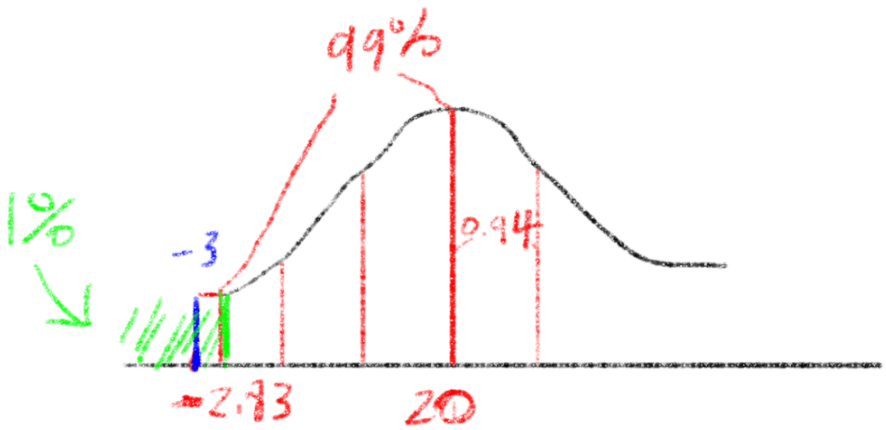
$$\hat{\sigma}_{\bar{X}} = \frac{2.98}{\sqrt{10}} = 0.94$$
$$t = \frac{17.17 - 20}{0.94} = -3$$

查t分布表（t distribution table）。

One-sided	75%	80%	85%	90%	95%	97.5%	99%	99.5%	99.75%	99.9%	99.95%
Two-sided	50%	60%	70%	80%	90%	95%	98%	99%	99.5%	99.8%	99.9%
1	1.000	1.376	1.963	3.078	6.314	12.71	31.82	63.66	127.3	318.3	636.6
2	0.816	1.080	1.386	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	14.09	22.33	31.60
3	0.765	0.978	1.250	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	7.453	10.21	12.92
4	0.741	0.941	1.190	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	5.598	7.173	8.610
5	0.727	0.920	1.156	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	4.773	5.893	6.869
6	0.718	0.906	1.134	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	4.317	5.208	5.959
7	0.711	0.896	1.119	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	4.029	4.785	5.408
8	0.706	0.889	1.108	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	3.833	4.501	5.041
9	0.703	0.883	1.100	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	3.690	4.297	4.781
10	0.700	0.879	1.093	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	3.581	4.144	4.587

自由度为9，可信度为99%，结果为2.821。在左侧的即为-2.821。也就是说小于-2.821的情况的概率都会小于1%。

样本中t分数为-3，位于-2.831左侧。所以超过99%的概率，抽样结果的均值小于20ppm。也就是第一型错误的概率小于0.01



求备择假设的置信区间

我们要求样本均值的95%的置信区间。通过查t分布表为：-2.262~2.262。而

$$t = \frac{17.17 - \mu}{\sigma_{\bar{X}}} = \frac{17.17 - \mu}{0.94}$$

也就是：

$$-2.262 < \frac{17.17-\mu}{0.94} < 2.262$$

经过运算：

$$15.04 < \mu < 19.3$$

95%的概率排气量在15.04到19.4之间。