

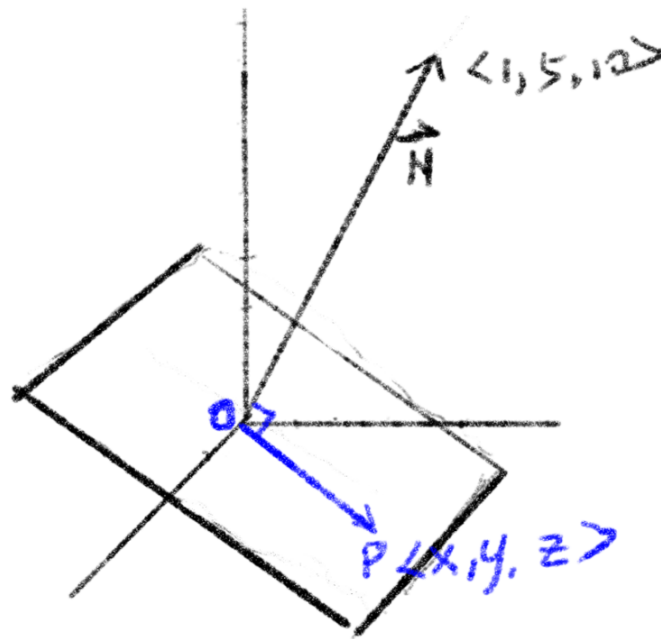
## 平面方程 (Equation of plane)

---

平面方程的形式如下：

$$ax + by + cz = d \quad (a, b, c \text{ is constant})$$

例如，求一个过原点，并且有一个法线向量为 $\langle 1, 5, 10 \rangle$ 的平面方程

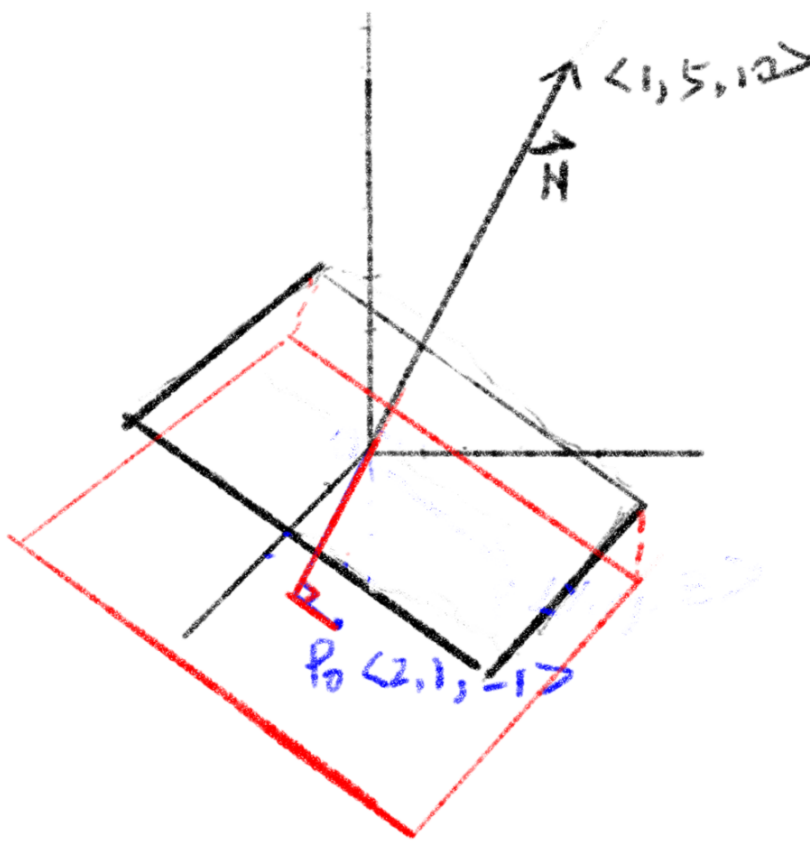


P is in plane

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{OP} \cdot \vec{N} = 0$$

$$\Leftrightarrow x + 5y + 10z = 0$$

例2：求平面过 $\langle 2, 1, -1 \rangle$ 一点并且垂直于法线向量 $\langle 1, 5, 10 \rangle$ 的平面。



$P_0$  is in plane

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{P_0P} \cdot \vec{N} = 0$$

$$\Leftrightarrow \langle x - 2, y - 1, z + 1 \rangle \cdot \langle 1, 5, 10 \rangle = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 2) + 5(y - 1) + 10(z + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow x + 5y + 10z = -3$$

可以发现：法线向量与平面方程的系数相对应。

在平面方程： $ax + by + cz = d$ 中， $\langle a, b, c \rangle$ 是方程的法线向量 $\vec{N}$ 。所以找到法线向量 $\vec{N}$ 是求方程的关键。

我们可以通过对平面中的两个向量做叉积来求 $\vec{N}$

例：已知向量 $\vec{V} = \langle 1, 2, -1 \rangle$ 和平面方程 $x + y + 3z = 5$ ，它们之间的关系是什么：

$$\vec{V} \cdot \vec{N} = \langle 1, 2, -1 \rangle \cdot \langle 1, 1, 3 \rangle = 0$$

向量 $V$ 与方程的法向量垂直，所以向量 $V$ 与这个平面是平行的。