

高阶导数是指对函数不断求导。如, $u = u(x)$ 。

一阶导数为: u'

二阶导数为: u''

三阶导数为: u'''

一阶导数的导数称为二阶导数, 二阶以上的导数可由归纳法逐阶定义。

高阶导数也可以用下面的记号表示:

一阶导数为: $u^{(1)}$

二阶导数为: $u^{(2)}$

三阶导数为: $u^{(3)}$

以 $u = \sin x$ 为例:

一阶导数: $u' = u^{(1)} = \cos x$

二阶导数: $u'' = u^{(2)} = -\sin x$

三阶导数: $u''' = u^{(3)} = -\cos x$

四阶导数: $u^{(4)} = u^{(4)} = \sin x$

常用的二阶求导的表示方法:

$$u'' = \frac{d}{dx} \frac{du}{dx} = \frac{d}{dx} \frac{d}{dx} u = \left(\frac{d}{dx} \right)^2 u = \frac{d^2}{(dx)^2} u = \frac{d^2 u}{dx^2} = D^2 u$$

其它类型的高阶导数表示方法与二阶导数表示方法类似

例: $D^n x^n$

用数学归纳法求:

$$\begin{aligned} Dx^n &= nx^{n-1} \\ D^2 x^n &= n(n-1)x^{n-2} \\ D^3 x^n &= n(n-1)(n-2)x^{n-3} \\ &\vdots \\ D^{n-1} x^n &= n(n-1)(n-2) \cdots 2x^1 \\ D^n x^n &= n(n-1)(n-2) \cdots 2 \cdot 1x^0 = n! \end{aligned}$$