

Versuch 222 Heißluftmotor

Leonardo Karl Reiter

March 21, 2024

Contents

1 Zielsetzung	2
2 Grundlagen	2
2.1 Der Heißluftmotor	2
2.1.1 Der γ -Typ Motor	2
2.1.2 Der β -Typ Motor	3
2.2 Regenerator	3
2.3 Thermodynamische Beschreibung	3
2.4 Betrieb als Wärmepumpe und Kältemaschine	6
3 Durchführung	6
3.1 Betrieb als Kältemaschine und Bestimmung der Kälteleistung	6
3.2 Betrieb als Wärmepumpe und Kältemaschine	6
3.3 Betrieb als Wärmekraftmaschine	6
4 Auswertung	7
4.1 Teil 1: Betrieb als Kältemaschine	8
4.1.1 Kälteleistung	8
4.1.2 Wirkungsgrad und Energiebilanz	10
4.2 Teil 2: Betrieb als Kältemaschine und Wärmepumpe	11
4.2.1 Einlesen und Darstellen der Messdaten	11
4.3 Teil 3: Betrieb als Wärmekraftmaschine	14
4.3.1 Energiebilanz der Leerlaufmessungen	14
4.3.2 Motorverluste Q_V	16
4.3.3 Drehmomentmessung und effektiver Wirkungsgrad	16
5 Diskussion	19
5.1 Wirkungsgrade und Fehlerquellen	19
5.2 Temperaturverlauf des Wassers	20
5.3 Fazit	20

1 Zielsetzung

Motivation des Versuchs ist zum einen die qualitative Untersuchung des Heißluftmotors und zum anderen die quantitative Bestimmung des Wirkungsgrades. Dies erfolgt über ein pV -Diagramm und über die Messung der abgegebenen Arbeit mit Hilfe einer Drehmomentmessung.

2 Grundlagen

2.1 Der Heißluftmotor

Der Heißluftmotor ist ein im 19. Jh. entwickelter Motor zur Umwandlung von Wärme in Arbeit bzw. kinetische Energie. Es ist eine Wärmepumpe, die genauso andersrum als Kältemaschine verwendet werden kann. Der Wirkungsgrad ist vergleichsweise hoch, im unrealistischen, idealisierten Zustand sogar gleich dem maximal möglichen Carnot'schen Wirkungsgrad.

2.1.1 Der γ -Typ Motor

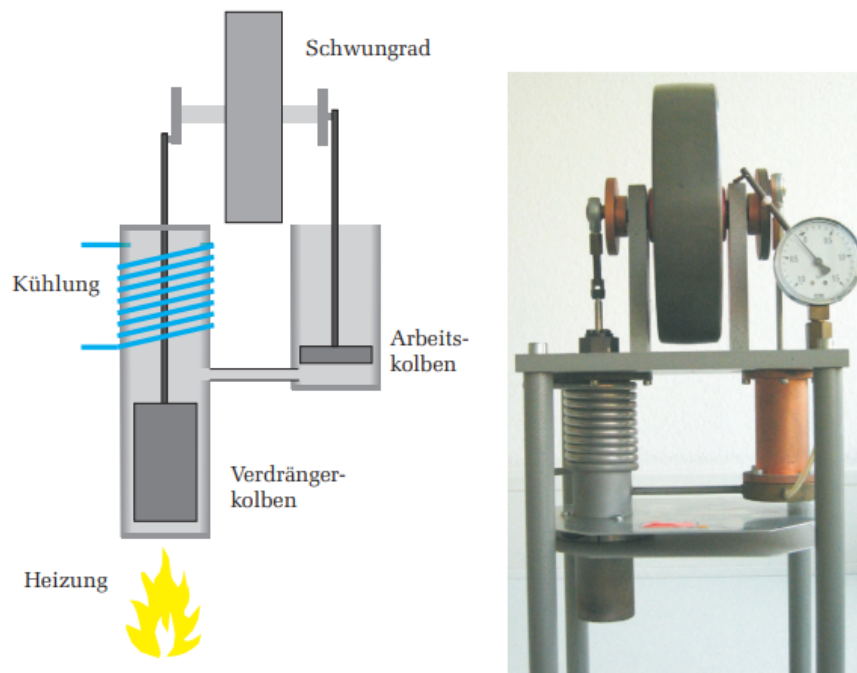


Figure 1: Aufbau eines γ -Typ Stirlingmotors.

Dieser Motor besteht aus zwei über ein Rohr verbundenen Zylinder. Dem Arbeits- und Verdrängerzylinder. Im Verdrängerzylinder wird das Gas von dem Verdrängerkolben von einem kalten in einen warmen Bereich verschoben. Der Verdrängerkolben ist mit dem Arbeitskolben verbunden über ein Schwungrad. Der Arbeitskolben komprimiert und expandiert das Gas periodisch, das auf Grund der Verschiebung der Temperatur des Gases im Verdrängerkolben abnimmt.

2.1.2 Der β -Typ Motor

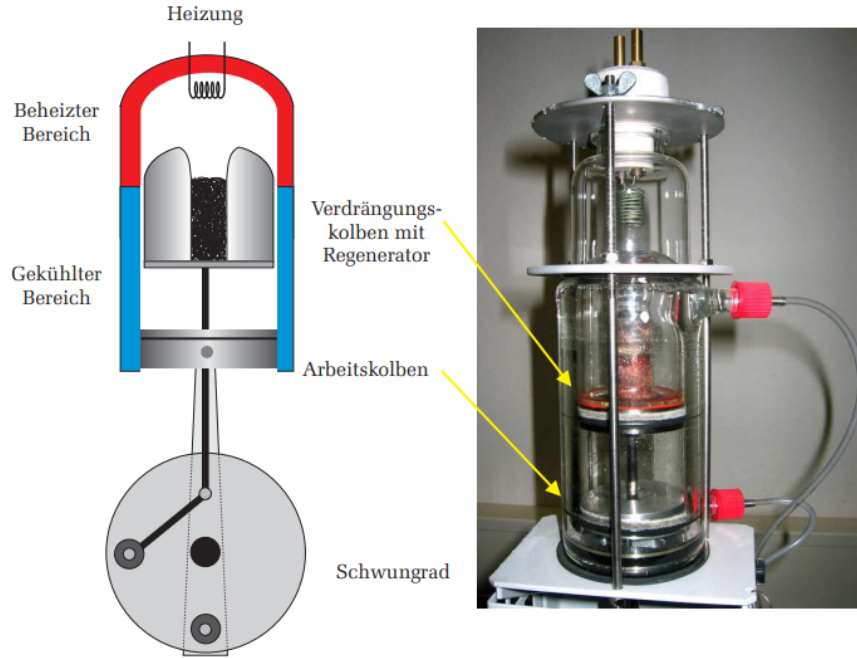


Figure 2: Aufbau des verwendeten β -Typ Stirlingmotors.

Der im Versuch verwendete β -Typ ist analog zum γ -Typ von der Funktionsweise, mit dem einzigen Unterschied das beide Kolben in einem Zylinder vereint sind. Der Zustandswechsel des Gases von warm zu kalt und umgekehrt, findet in einem Zylinder statt. Dadurch ist das Totalvolumen minimiert und der Wirkungsgrad steigt.

2.2 Regenerator

Um den Wirkungsgrad zu erhöhen kann die an das Kühlsystem abgegebene Wärmemenge gespeichert, und später dem System wieder zugefügt werden. Dadurch erfolgt die Temperaturänderung deutlich schneller.

2.3 Thermodynamische Beschreibung

Die Thermodynamischen Vorgänge spielen sich in allen Typen des Stirlingsmotors analog ab. Die Bewegung des Schwungrades wird von einer Abfolge thermodynamischer Zustandsänderungen des Arbeitsgases angetrieben. Es ergeben sich 4 Arbeitsschritte:

- 1) Der Verdrängerkolben ist ganz unten, das Gas im heißen Bereich, wird erwärmt. Es kommt zur **isothermen Expansion**, wobei im Arbeitskolben das Gas sich ausdehnt durch Aufnahme der Wärmemenge Q_1 und somit die Arbeit W_1 am Kolben ausübt.
- 2) Durch die Verbindung am Schwungrad bewegt sich der Verdrängerkolben nach oben und das Gas wird **isochor abgekühlt**, auf die Temperatur T_2 . Dabei gibt es die Wärmemenge Q_2 an das Kühlsystem ab.
- 3) Der Arbeitskolben bewegt sich nun hoch und komprimiert isotherm die kalte Luft. Es wird die Arbeit W_3 verrichtet und die Abwärme Q_3 an das Kühlsystem abgegeben.

- 4) Der Verdrängerkolben bewegt sich schließlich nach oben und sorgt somit wieder für eine **isochore Erwärmung** mit der Aufnahme der Wärmemenge Q_4 . Das Gas nimmt dadurch wieder die Anfangstemperatur T_1 an.

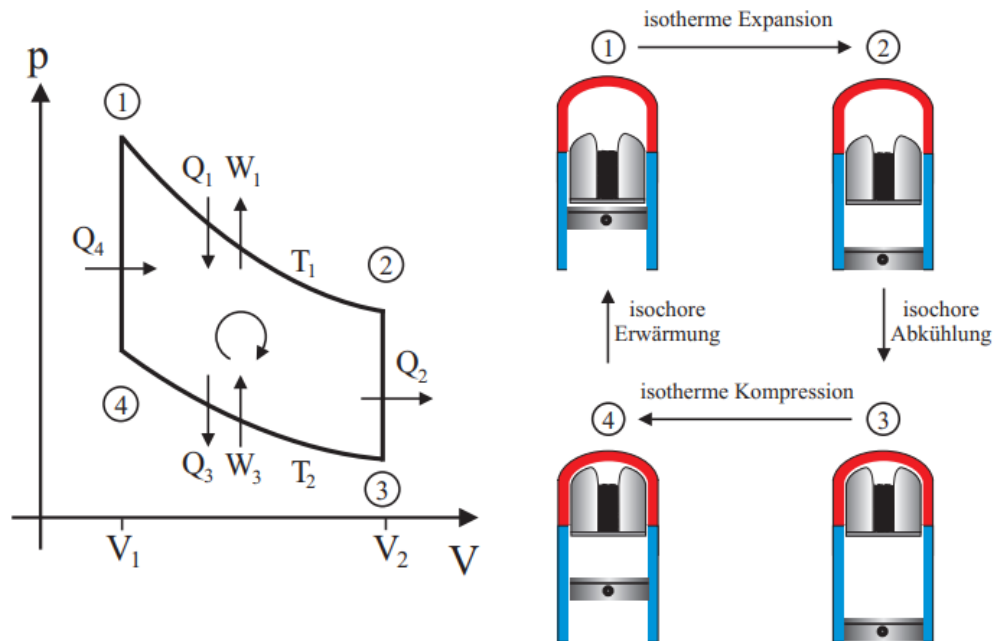


Figure 3: Links: pV - Diagramm des idealen Stirling Prozess. Rechts: Korrespondierende Stellungen des Arbeits- und Verdrängungskolbens bei einem β -Typ Heißluftmotor.

Diese Schritte laufen im idealen Fall strikt getrennt voneinander ab, dies ist allerdings nicht im realistischen Fall gegeben, bei dem die Schritte teilweise ineinander überlappen. Dadurch weicht der Wirkungsgrad η vom idealem Wirkungsgrad ab.

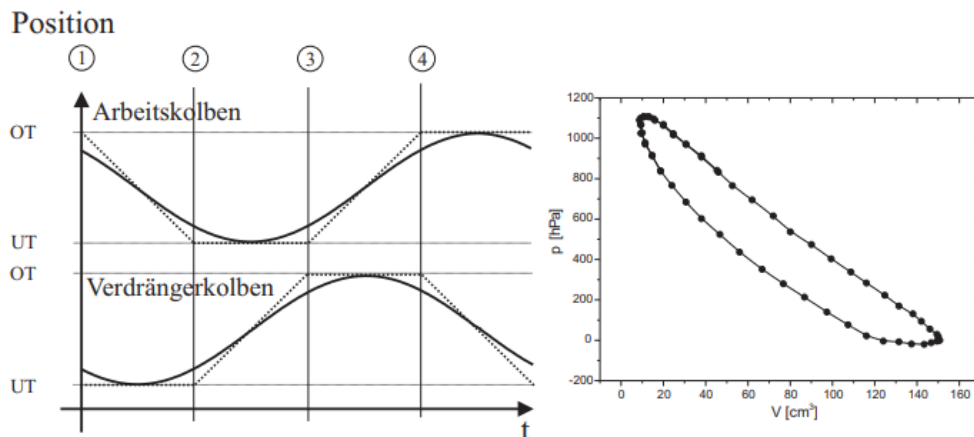


Figure 4: Links: Kurbelwellendiagramm eines Heißluftmotors. Die gepunktete Kurve verdeutlicht die diskontinuierliche Kolbenbewegung des idealen Stirling-Prozesses, die durchgezogene Linie die kontinuierlich laufende Bewegung bei einem Kurbeltrieb. Die Bezeichnungen OT/UT an der Ordinate kennzeichnen den oberen bzw. unteren Totpunkt, d.h. die Umkehrpunkte der jeweiligen Kolbenbewegungen. Rechts: Gemessenes pV -Diagramm des im Praktikum eingesetzten Heißluftmotors. Die von der Kurve eingeschlossene Fläche entspricht der pro Zyklus in mechanische Arbeit überführten Wärmeenergie.

Beim idealen Gas entspricht das Erhöhen der inneren Energie, einer Erwärmung. Es gilt:

$$dQ = dU + pdV \quad (1)$$

$$= C_\nu \nu dT + pdV \quad (2)$$

wobei dQ der Änderung der Wärmemenge, dU die der inneren Energie, dV die des Volumens und dT die der Temperatur entspricht. Außerdem entspricht C_ν der mol. Wärmekapazität und ν der Gasmenge in Mol.

Für die Energiebilanz der einzelnen Takte gilt dementsprechend:

1) isotherm $\Rightarrow T = \text{const.}$ ($dT = 0$)

$$dQ_1 = pdV = \nu RT_1 \frac{dV}{V} \quad (pV = \nu RT) \quad (3)$$

$$\Rightarrow Q_1 = \nu RT_1 \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = \nu RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = W_1 \quad (4)$$

2) isochor $\Rightarrow V = \text{const.}$ ($dV = 0$)

$$dQ_2 = -dU = -C_\nu \nu dT \quad (5)$$

$$\Rightarrow Q_2 = -C_\nu \nu \int_{T_1}^{T_2} dT = -C_\nu \nu (T_2 - T_1) \quad \text{und } W_2 = 0 \quad (6)$$

3) isotherm $\Rightarrow T = \text{const.}$ ($dT = 0$)

$$\Rightarrow Q_3 = \nu RT_2 \ln \frac{V_1}{V_2} = W_3 \quad (7)$$

4) isochor $\Rightarrow V = \text{const.}$ ($dV = 0$)

$$\Rightarrow Q_4 = C_\nu \nu (T_1 - T_2) \quad \text{und } W_4 = 0 \quad (8)$$

Die Nutzarbeit des gesamten Prozesses ist dann:

$$W_N = \oint pdV \quad (9)$$

$$\Rightarrow W_N = W_1 + W_3 = \nu RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} - \nu RT_2 \ln \frac{V_2}{V_1} = \nu R \ln \frac{V_2}{V_1} (T_1 - T_2) \quad (10)$$

Daraus lässt sich der Wirkungsgrad η bestimmen:

$$\eta = \frac{W_N}{Q_+} \quad Q_+ : \text{Aufgenommene Wärmemenge} \quad (11)$$

Mit Regenerator gilt $Q_+ = Q_1 = \nu RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1}$

$$\Rightarrow \eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \quad (12)$$

Dies ist gerade der maximale Carno'sche Wirkungsgrad.

2.4 Betrieb als Wärmepumpe und Kältemaschine

Bei Motorischem Antrieb von Außen arbeitet der Heißluftmotor als Kältemaschine oder Wärmepumpe. Dadurch dreht sich der pV -Prozess um. Als Kältemaschine wird Q_2 entzogen und $Q_1 = W + Q_2$ einem Wärmereservoir zugefügt.

Der Wirkungsgrad η der Kältemaschine ist:

$$\eta = \frac{T_2}{T_1 - T_2} \quad (13)$$

Während bei der Wärmepumpe von der Effizienz gesprochen wird, welche über die Leistungsziffer ϵ berechnet wird:

$$\epsilon = \frac{T_1}{T_2 - T_1} > 1 \quad (14)$$

3 Durchführung

3.1 Betrieb als Kältemaschine und Bestimmung der Kälteleistung

Auf dem Motor befindet sich nun der Zylinderkopf mit einer Heizwendel. Die Kältemaschine wird von einem Elektromotor von außen betrieben. Es werden die Temperaturen am oberen Motorteil und vom Kühlwasser gemessen. Darüber hinaus auch die Heizleistung und die Durchflussmenge bestimmt.

3.2 Betrieb als Wärmepumpe und Kältemaschine

Nun wird wieder der Zylinderkopf mit 1 [ml] Wasser in einem Reagenzglas montiert. Wieder wird der Motor von außen über den Elektromotor betrieben darüberhinaus wird die Leistung des Elektromotors bestimmt nach ca. 10-15 min sollte $T < 10^\circ\text{C}$ und $T = \text{const.}$ gelten nun ist die Drehzahl abzulesen.

Die Durchführung analog bei der Wärmepumpe wiederholen, hierzu einfach die Drehrichtung des Elektromotors umdrehen.

3.3 Betrieb als Wärmekraftmaschine

Der Keramikzylinderkopf mit Heizwendel wird montiert, diesmal wird Motor nicht von außen betrieben sondern wird von alleine laufen nachdem er angeschmissen wurde. Es sind folgende Größen festzuhalten:

- p und V als Funktion der Zeit.
- Heizleistung P_H
- Kühlwasserdurchgang \dot{V}
- Motordrehzahl f_{Motor}
- Zufluss- und Abflusstemperatur T_{zu}, T_{ab}
- Fläche des pV -Diagramms A

Außerdem wird die Leistung über die Drehmomentmessung, bestimmt. Hierzu wird die Bremswirkung eines Prony-zaums zu 3 Verschiedenen Stärken gemessen.

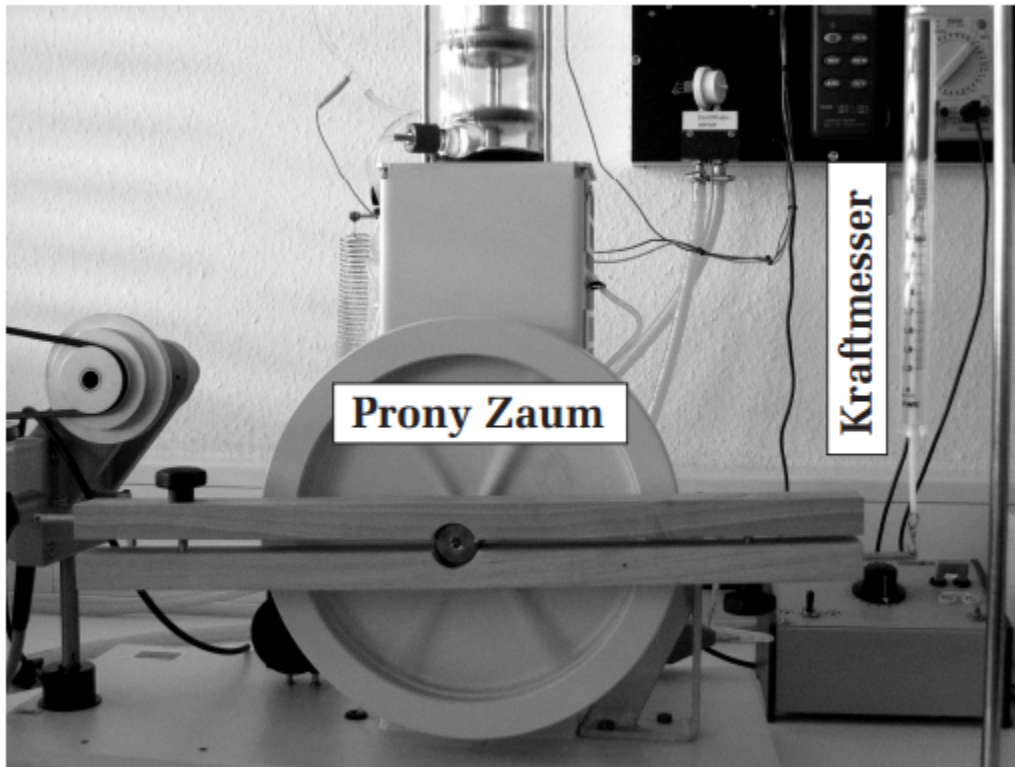


Figure 5: Bestimmung der mechanischen Arbeit durch eine Drehmomentmessung an der Motorwelle.

4 Auswertung

```
[1]: #Benötigte Pakete
      %matplotlib inline
      import numpy as np
      import io
      import matplotlib.pyplot as plt
      from scipy.optimize import curve_fit
      from scipy.stats import chi2
      plt.rcParams.update({'font.size': 20})
      plt.rcParams["figure.figsize"] = 16, 9

[2]: def form(val,err): #form function for prints
      a = "{value:4.3f} ± {error:4.3f}".format(value=val,error=err)
      return a
```


4.1 Teil 1: Betrieb als Kältemaschine

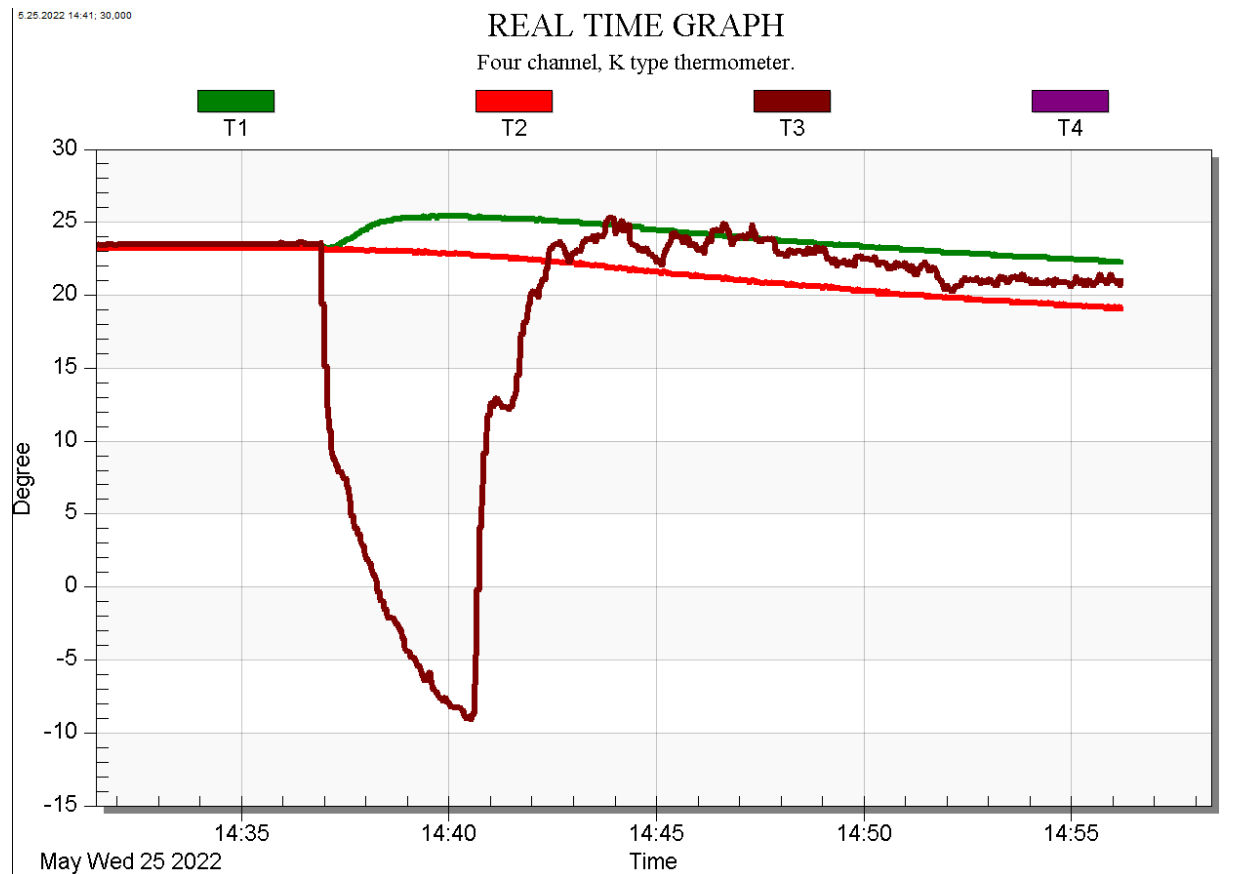


Figure 6: Temperaturverlauf der Luft im Heizkolben (T_3) sowie Zu- (T_1) und Abwasser (T_2) des Kühlsystems. Die Luft wurde bis auf etwa $T_3 = -10^\circ\text{C}$ abgekühlt, bis dann über die Heizspule die Kompensation der Kälteleistung durchgeführt wurde. Beide Prozesse sind vermutlich mit hohen Verlusten verbunden.

4.1.1 Kälteleistung

Berechnung der Kälteleistung aus der Kompensationsmessung:

$$Q_2 = \frac{U_H I_H}{f} \quad \text{von der Kältemaschine entzogene Wärmemenge} \quad (15)$$

$$W_H = \frac{U_H I_H}{f} \quad \text{Heizleistung der Wendel pro Umdrehung} \quad (16)$$

Diese kompensiert gerade die erzeugte Kälte des Motors und entspricht somit der Kälteleistung W_K des Motors pro Umdrehung:

$$W_H \cdot f = P_K \quad (\text{idealisiert}) \quad (17)$$

$$\Rightarrow f \cdot W_K = U_H \cdot I_H = P_K \quad (18)$$

$$(19)$$

```

[3]: U_H = 5.37 # Heizspannung [V]
Fehler_U_H = 0.01

I_H = 0.97 *5# Heizstrom [A]
Fehler_I_H = 0.01 *5

f = 285.0 /60 # Motordrehzahl [Hz]
Fehler_f = 10 /60

U_M = 24.0 # Motorspannung [V]
Fehler_U_M = 0.1

I_M = 3.1 # Motorstrom [A]
Fehler_I_M = 0.05

V_punkt = 254 /(1e6*60) #Volumenstrom des Kühlwassers [m^3/s]
Fehler_V_punkt = 5 /(1e6*60)

T_zu = 19.7 + 273.15 # Temperatur des Zuwassers [K]
Fehler_T_zu = 0.1

T_ab = 22.8 + 273.15 # Temperatur des Abwassers [K]
Fehler_T_ab = 0.1

c_W = 4180 # spezifische Wärmekapazität von Wasser [J/(kg*K)]
Fehler_c_W = 0.5

rho_W = 998 # Dichte von Wasser [kg/m^3]
Fehler_rho_W = 1

# Rechnungen
P_M = U_M*I_M # Motorleistung [W]
Fehler_P_M = abs(P_M)*np.sqrt((Fehler_U_M/U_M)**2+(Fehler_I_M/I_M)**2)

W_M = P_M/f # zugeführte mechanische Arbeit pro Umlauf [J]
Fehler_W_M = abs(W_M)*np.sqrt((Fehler_P_M/P_M)**2+(Fehler_f/f)**2)

Delta_T = T_ab-T_zu # Temperaturdifferenz von Zu- und Abwasser [K]
Fehler_Delta_T = np.sqrt(Fehler_T_zu**2+Fehler_T_ab**2)

P_H = U_H*I_H # Heizleistung [W]
Fehler_P_H = abs(P_H)*np.sqrt((Fehler_U_H/U_H)**2+(Fehler_I_H/I_H)**2)

W_H = P_H/f # dem Zylinder zugeführte Wärme pro Umlauf [J]
Fehler_W_H = abs(W_H)*np.sqrt((Fehler_P_H/P_H)**2+(Fehler_f/f)**2)

P_1 = c_W*rho_W*Delta_T*V_punkt # vom Kühlreislauf abgeführte Wärmeleistung [W]
Fehler_P_1 = abs(P_1)*np.sqrt((Fehler_c_W/c_W)**2+(Fehler_rho_W/
    rho_W)**2+(Fehler_Delta_T/Delta_T)**2
    +(Fehler_V_punkt/V_punkt)**2)

Q_1 = P_1/f # vom Kühlreislauf abgeführte Wärme pro Umlauf [J]
Fehler_Q_1 = abs(Q_1)*np.sqrt((Fehler_P_1/P_1)**2+(Fehler_f/f)**2)

```

```

#Ausgabe
print('Heizleistung: ')
print('P_H =', form(P_H,Fehler_P_H), ' [W]')
print('')
print('vom Kühlreislauf abgeführte Wärmeleistung: ')
print('P_1 =', form(P_1,Fehler_P_1), ' [W]')
print('')
print('Motorleistung: ')
print('P_M =', form(P_M,Fehler_P_M), ' [W]')
print('')
print('dem Zylinder zugeführte Wärme pro Umlauf: ')
print('W_H =', form(W_H,Fehler_W_H), ' [J]')
print('')
print('vom Kühlreislauf abgeführte Wärme pro Umlauf: ')
print('Q_1 =', form(Q_1,Fehler_Q_1), ' [J]')
print('')
print('zugeführte mechanische Arbeit pro Umlauf: ')
print('W_M =', form(W_M,Fehler_W_M), ' [J]')

```

Heizleistung:

$P_H = 26.044 \pm 0.273 \text{ [W]}$

vom Kühlreislauf abgeführte Wärmeleistung:

$P_1 = 54.746 \pm 2.721 \text{ [W]}$

Motorleistung:

$P_M = 74.400 \pm 1.239 \text{ [W]}$

dem Zylinder zugeführte Wärme pro Umlauf:

$W_H = 5.483 \pm 0.201 \text{ [J]}$

vom Kühlreislauf abgeführte Wärme pro Umlauf:

$Q_1 = 11.525 \pm 0.701 \text{ [J]}$

zugeführte mechanische Arbeit pro Umlauf:

$W_M = 15.663 \pm 0.608 \text{ [J]}$

Die Kälteleistung P_K ergibt sich zu:

$$P_K = 26.044 \pm 0.273 \text{ [W]} \quad (20)$$

(21)

4.1.2 Wirkungsgrad und Energiebilanz

```

[4]: #Berechnung des Wirkungsgrades
eta1=P_H/P_M
deta1=eta1*np.sqrt((Fehler_P_M/P_M)**2+(Fehler_P_H/P_H)**2)
print('eta1 =', form(eta1*100,deta1*100), ' [%]')

#Diskrepanz DeltaE
dE=-(Q_1-W_H-W_M)
ddE=np.sqrt(Fehler_Q_1**2+Fehler_W_H**2+Fehler_W_M**2)

```

```
print('dE = ', form(dE,ddE), ' [J]')
```

eta1 = 35.006 ± 0.689 [%]

dE = 9.621 ± 0.950 [J]

Der Wirkungsgrad η der Kältemaschine beträgt:

$$\eta = 35.0 \pm 0.7 \% \quad (22)$$

Die Energieverluste ΔE pro Zyklus betragen:

$$\Delta E = 9.621 \pm 0.950 \text{ [J]} \quad (23)$$

4.2 Teil 2: Betrieb als Kältemaschine und Wärmepumpe

4.2.1 Einlesen und Darstellen der Messdaten

```
[5]: f = open('data/Aufgabe 2 Temperatur.txt', 'r')

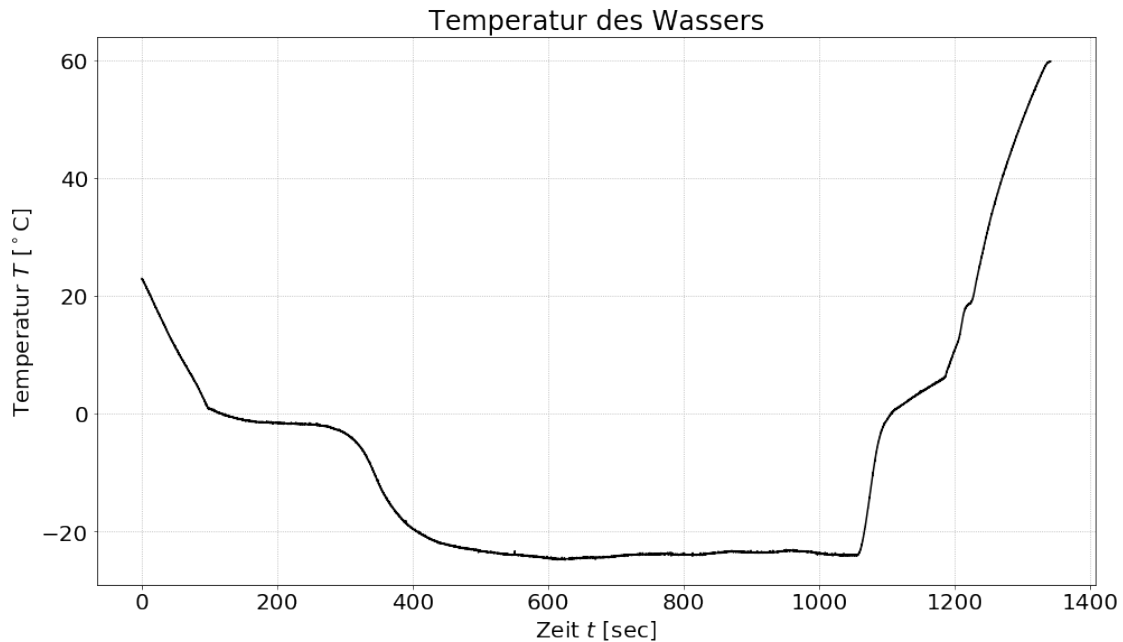
# Read and ignore header lines
header1 = f.readline()
header2 = f.readline()
header3 = f.readline()
header4 = f.readline()
header5 = f.readline()

time = []
Temp = []

for line in f:
    a = line.strip('\t\n').split()
    t = float(a[0].replace(',', '.'))
    time.append(t)
    T = float(a[1].replace(',', '.'))
    Temp.append(T)

xdata = np.array(time)
ydata = np.array(Temp)

plt.plot(xdata,ydata, label='Temperaturverlauf', c='k')
plt.title('Temperatur des Wassers')
plt.xlabel('Zeit $t$ [sec]')
plt.ylabel('Temperatur $T$ [$^\circ$C]')
plt.grid(ls=':')
plt.show()
```



Das Diagramm ?? Zeigt die den Temperaturverlauf des Wassers im Reagenzglas. Sobald die Kältemaschine angestellt wird, nimmt die Temperatur linear ab, nahe dem Gefrierpunkt stagniert der Temperaturabfall sehr und flacht nahe der 0°C (Gefrierpunkt von Wasser) fast vollständig ab. Grund dafür ist die sogenannte latente Wärme, dabei gibt das Wasser immernoch die gleiche Wärmemenge ab wie zuvor. Jedoch ist diese nicht in der Änderung der Kinetischen Energie erkennbar, sondern in der Bildung der Kristallstrukturen, in diesem Fall von Wassereis.

```
[6]: A1 = []
A2 = []
B1 = []
B2 = []

def line(x, m, b):
    return m * x + b
def intersect(m1,m2,b1,b2,fm1,fm2,fb1,fb2):
    xi = (b1-b2) / (m2-m1)
    Fehler_xi = np.sqrt((1/(m2-m1)*fb1)**2+(1/(m2-m1)*fb2)**2
                        +((b1-b2)/((m2-m1)**2)*fm2)**2
                        +((b2-b1)/((m2-m1)**2)*fm1)**2)

    yi = m1 * xi + b1
    return [xi,Fehler_xi]
def fit1(a,b):
    x_fit = np.linspace(min(xdata[a:b])-50,max(xdata[a:b])+50,50)
    popt, pcov = curve_fit(line, xdata[a:b], ydata[a:b])
    plt.plot(x_fit,line(x_fit,popt[0],popt[1]),ls=':',c='g')
    A1.append([popt[0],pcov[0][0]])
    B1.append([popt[1],pcov[1][1]])
def fit2(a,b):
    x_fit = np.linspace(min(xdata[a:b])-50,max(xdata[a:b])+50,50)
    popt, pcov = curve_fit(line, xdata[a:b], ydata[a:b])
```

```

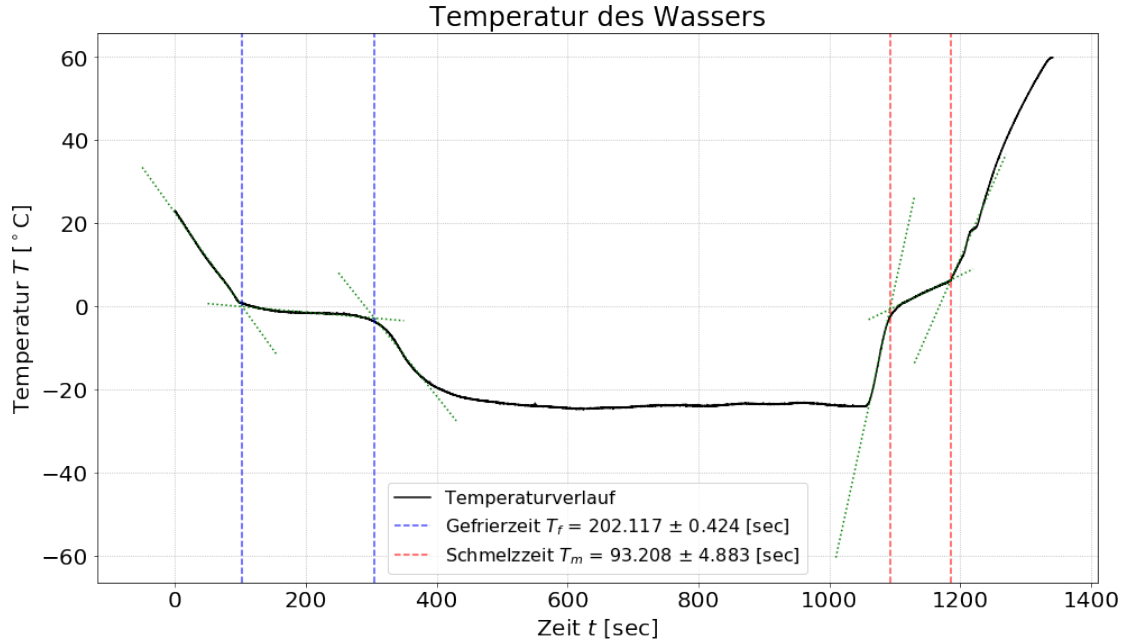
plt.plot(x_fit,line(x_fit,popt[0],popt[1]),ls=':',c='g')
A2.append([popt[0],pcov[0][0]])
B2.append([popt[1],pcov[1][1]])

plt.plot(xdata,ydata, label='Temperaturverlauf',c='k')
fit1(0,1050)
fit1(1000,3000)
fit1(3000,3800)
t1 = np.
    ↳array(intersect(A1[0][0],A1[1][0],B1[0][0],B1[1][0],A1[0][1],A1[1][1],B1[0][1],B1[1][1]))
t2 = np.
    ↳array(intersect(A1[1][0],A1[2][0],B1[1][0],B1[2][0],A1[1][1],A1[2][1],B1[1][1],B1[2][1]))

fit2(10600,10800)
fit2(11100,11700)
fit2(11800,12200)
t3 = np.
    ↳array(intersect(A2[0][0],A2[1][0],B2[0][0],B2[1][0],A2[0][1],A2[1][1],B2[0][1],B2[1][1]))
t4 = np.
    ↳array(intersect(A2[1][0],A2[2][0],B2[1][0],B2[2][0],A2[1][1],A2[2][1],B2[1][1],B2[2][1]))

plt.axvline(x=t1[0], color='b', linestyle='--',alpha = 0.7,
            label='Gefrierzeit  $T_f$  = ' + form(t2[0]-t1[0],t2[1]-t1[1]) + ' [sec]')
plt.axvline(x=t2[0], color='b', linestyle='--',alpha = 0.7)
plt.axvline(x=t3[0], color='r', linestyle='--',alpha = 0.7,
            label='Schmelzzeit  $T_m$  = ' + form(t4[0]-t3[0],t4[1]-t3[1]) + ' [sec]')
plt.axvline(x=t4[0], color='r', linestyle='--',alpha = 0.7)
plt.title('Temperatur des Wassers')
plt.xlabel('Zeit  $t$  [sec]')
plt.ylabel('Temperatur  $T$  [ $^{\circ}$ C]')
plt.grid(ls=':')
plt.legend(loc='best',fontSize=16)
plt.show()

```



$$T_f = 202.117 \pm 0.424 \text{ [sec]} \quad (24)$$

$$T_m = 93.208 \pm 4.883 \text{ [sec]} \quad (25)$$

Die Gefrierzeit T_f ist mehr als doppelt so lang wie die Schmelzzeit T_m dies liegt daran dass das Gleichgewicht des systems bei Zimmertemperatur liegt (300 K). Beim abkühlen arbeitet man gegen das Gleichgewicht, beim Aufheizen hingegen arbeitet man mit dem Gleichgewicht.

4.3 Teil 3: Betrieb als Wärmekraftmaschine

4.3.1 Energiebilanz der Leerlaufmessungen

Zu Berechnen sind Folgende Größen:

- Heizleistung P_{el}

$$P_{el} = U_H \cdot I_H \quad (26)$$

- Zugeführte Wärmemenge Q_{el}

$$Q_{el} = \frac{P_{el}}{f} = \frac{U_H \cdot I_H}{f} \quad (27)$$

- Abgegebene Wärmemenge P_{ab}

$$P_{ab} = c_W \rho_W \Delta T \dot{V} \quad (28)$$

- Zugeführte Wärmemenge Q_{ab}

$$Q_{ab} = \frac{P_{ab}}{f} = \frac{c_W \rho_W \Delta T \dot{V}}{f} \quad (29)$$

```

[7]: f_list = np.array([304, 304, 305])/60
f = np.mean(f_list) # [1/min]
Fehler_f = 2 + np.std(f_list) # [1/min]

I_H_list = np.array([3.00, 3.01, 3.01])*5
I_H = np.mean(I_H_list) # [A]
Fehler_I_H = 0.01*5 + np.std(I_H_list) # [A]

U_H_list = np.array([13.72, 13.72, 13.73])
U_H = np.mean(U_H_list) # [V]
Fehler_U_H = 0.02 + np.std(U_H_list) # [V]

A_list = np.array([31450, 30880, 31290])
A = np.mean(A_list) # [hPa cm^3]
dA = np.std(A_list) # [hPa cm^3]

T3 = 3.5
dT3 = 1

P_el=U_H*I_H
dP_el=np.sqrt((Fehler_U_H/U_H)**2+(Fehler_I_H/I_H)**2)

Q_el=P_el/f
dQ_el=np.sqrt((dP_el/P_el)**2+(Fehler_f/f)**2)

Q_ab=c_W*rho_W*T3*V_punkt/f
dQ_ab=np.sqrt((dT3/T3)**2+(Fehler_V_punkt/V_punkt)**2+(Fehler_f/f)**2)

P_ab=c_W*rho_W*T3*V_punkt
dP_ab=np.sqrt((dT3/T3)**2+(Fehler_V_punkt/V_punkt)**2)

Q_pV=A*1e-4
dQ_pV=dA*1e-4

P_pV=Q_pV*f
dP_pV=np.sqrt((dQ_pV/Q_pV)**2+(Fehler_f/f)**2)

eta_th=Q_pV/Q_el
deta_th=np.sqrt((dQ_pV/Q_pV)**2+(dQ_el/Q_el)**2)

print('f      =', form(f,Fehler_f), ' [Hz]')
print('P_el   =', form(P_el,dP_el), ' [W]')
print('Q_el   =', form(Q_el,dQ_el), ' [J]')
print('P_ab   =', form(P_ab,dP_ab), ' [W]')
print('Q_ab   =', form(Q_ab,dQ_ab), ' [J]')
print('P_pV   =', form(P_pV,dP_pV), ' [W]')
print('Q_pV   =', form(Q_pV,dQ_pV), ' [J]')
print('eta_th =',form(eta_th*100,deta_th*100), ' [%]')

```

```

f      = 5.072 ± 0.167  [Hz]
P_el   = 206.307 ± 0.005  [W]
Q_el   = 40.674 ± 0.396  [J]
P_ab   = 61.810 ± 0.286  [W]
Q_ab   = 12.186 ± 0.489  [J]

```


$P_{pV} = 15.829 \pm 0.396 \text{ [W]}$
 $Q_{pV} = 3.121 \pm 0.024 \text{ [J]}$
 $\eta_{th} = 7.672 \pm 1.241 \text{ [%]}$

f [Hz]	P_{el} [W]	Q_{el} [J]	P_{ab} [W]	Q_{ab} [J]	P_{pV} [W]	Q_{pV} [J]	η_{th} [%]
5.1 ± 0.1	206.307 ± 0.005	40.7 ± 0.4	61.8 ± 0.3	12.2 ± 0.5	15.8 ± 0.4	3.121 ± 0.024	7.672 ± 1.241

4.3.2 Motorverluste Q_V

Mit jedem Umlauf des Motors geht weitere Energie in Wärme Verloren. Dies sind die Moterverluste Q_V , sie ergeben sich aus den Gesamtverlusten der Anfangs zugeführten Wärmemenge Q_{el} :

$$Q_V = Q_{el} - Q_{ab} - Q_{pV} \quad (30)$$

```
[8]: Q_V = Q_el - Q_ab - Q_pV
dQ_V = np.sqrt(dQ_el**2 + dQ_ab**2 + Q_pV**2)

Loss = Q_V/Q_el
dLoss = np.sqrt((1/Q_el * dQ_V)**2 + (Q_V/(Q_el**2)*dQ_el)**2)

print('Q_v =', form(Q_V,dQ_V), ' [J] ')
print('Loss =', form(Loss*100,dLoss*100), ' [%] ')
```

$Q_v = 25.367 \pm 3.183 \text{ [J]}$
 $Loss = 62.368 \pm 7.850 \text{ [%]}$

$$Q_V = 25.4 \pm 3.2 \text{ [J]} \quad (31)$$

Dies Entspricht einem Wärmeverlust von $(62.4 \pm 8) \%$. Dies ist vergleichbar mit heutigen Verbrennungsmotoren, allerdings kann dies Durch eine Bessere Isolierung der Heizspirale wahrscheinlich noch verbessert werden. Um dies zu überprüfen könnte man den Heizkolben mit Aluminiumfolie einwickeln, welche sicher einen Teil der Wärme zurückhalten würde. Es sind auf jeden Fall weitere Untersuchungen notwendig um genaue Aussagen zu treffen.

4.3.3 Drehmomentmessung und effektiver Wirkungsgrad

```
[9]: l = 25.0 /1e2 # Zaumlänge [m]
Fehler_l = 0.2 /1e2

F = np.array([0.80,0.60,0.40,0.20]) # Bremskraft [N]
Fehler_F = 0.02

I_H = np.array([3.01,3.01,3.01,3.00])*5
Fehler_I_H = 0.05 + np.std(I_H)

U_H = np.array([13.75, 13.71, 13.65, 13.62])
Fehler_U_H = 0.03 + np.std(U_H)

f = np.array([np.mean([219,220,218]),np.mean([240,242,245]),
```

```

        np.mean([267,268,269]),np.mean([289,287,290])))/60
Fehler_f = 5/60 + np.mean([np.std([219,220,218]),np.std([240,242,245]),
        np.std([267,268,269]),np.std([289,287,290])))/60

W_pV = np.array([np.mean([36350,36570,36060]),np.mean([35490,36050,36010]),
        np.mean([34270,34200,34460]),np.mean([33460,33120,33570]))]*1e-4
Fehler_W_pV = np.mean([np.std([36350,36570,36060]),np.std([35490,36050,36010]),
        np.std([34270,34200,34460]),np.std([33460,33120,33570]))]*1e-4

D = 1*F # Drehmoment [Nm]
Fehler_D = abs(D)*np.sqrt((Fehler_l/l)**2+(Fehler_F/F)**2)

W_D = 2*np.pi*D
Fehler_W_D = 2*np.pi*Fehler_D

P_el = U_H*I_H # Heizleistung [W]
Fehler_P_el = abs(P_el)*np.sqrt((Fehler_U_H/U_H)**2+(Fehler_I_H/I_H)**2)

Q_el = P_el/f # dem Zylinder zugeführte Wärme pro Umlauf [J]
Fehler_Q_el = abs(Q_el)*np.sqrt((Fehler_P_el/P_el)**2+(Fehler_f/f)**2)

eta_eff = W_D/Q_el*100
Fehler_eta_eff= abs(eta_eff)*np.sqrt((Fehler_W_D/W_D)**2+(Fehler_Q_el/Q_el)**2)

eta_th = W_pV/Q_el*100
Fehler_eta_th= abs(eta_th)*np.sqrt((Fehler_W_pV/W_pV)**2+(Fehler_Q_el/Q_el)**2)

eta = eta_eff+eta_th
Fehler_eta = Fehler_eta_eff+Fehler_eta_th

#Fitfunktion
from scipy import odr

def fit_func(p, x):
    (c) = p
    return x*0+c

model = odr.Model(fit_func)

#darzustellende Daten
x = f
y = eta
delta_x = Fehler_f
delta_y = Fehler_eta

#Startparameter
para0 = [0]
data = odr.RealData(x, y, sx=delta_x, sy=delta_y)
odr = odr.ODR(data, model, beta0=para0 )
out = odr.run()

#1-Sigma

```

```

popt = out.beta
perr = out.sd_beta

#Sigma-Umgebung
nstd = 3 # um n-Sigma-Umgebung im Diagramm zu zeichnen

popt_top = popt+nstd*perr
popt_bot = popt-nstd*perr

#Plot-Umgebung
x_fit = np.linspace(min(x)-(max(x)-min(x))/10, max(x)+(max(x)-min(x))/10, 1000)
fit = fit_func(popt, x_fit)
fit_top = fit_func(popt_top, x_fit)
fit_bot = fit_func(popt_bot, x_fit)

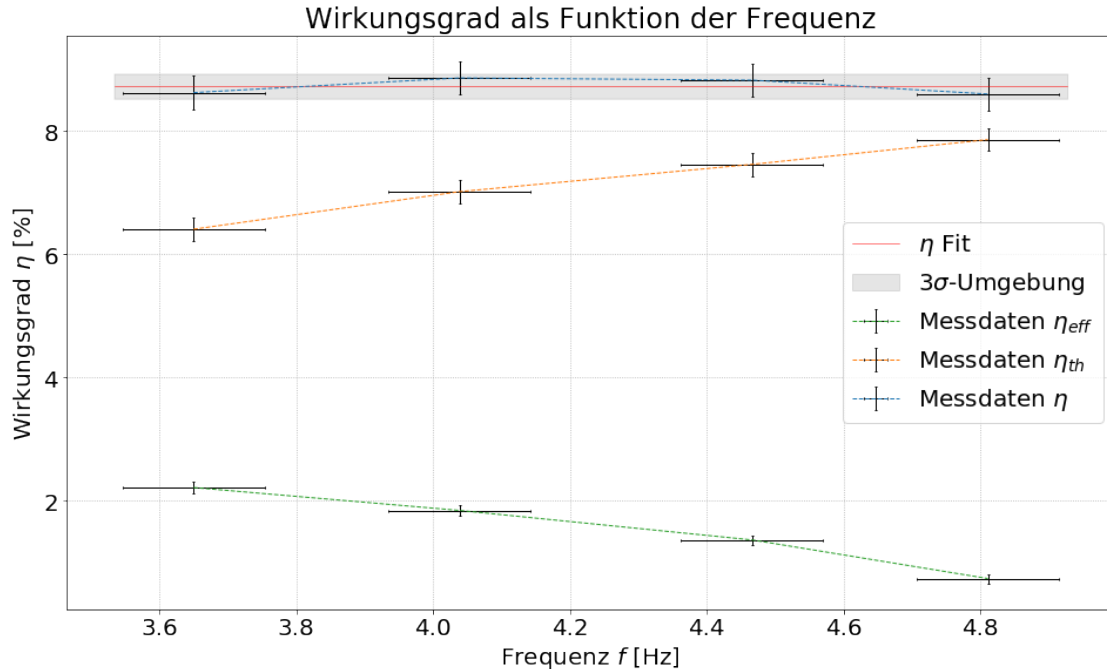
#Plot
fig, ax = plt.subplots(1)
plt.errorbar(f, eta_eff, yerr=Fehler_eta_eff, xerr=Fehler_f, lw=1, ecolor='k', fmt='C2--', capsizes=1, label='Messdaten '+r'${\eta}_{eff}$')
plt.errorbar(f, eta_th, yerr=Fehler_eta_th, xerr=Fehler_f, lw=1, ecolor='k', fmt='C1--', capsizes=1, label='Messdaten '+r'${\eta}_{th}$')
plt.errorbar(f, eta, yerr=Fehler_eta, xerr=Fehler_f, lw=1, ecolor='k', fmt='C0--', capsizes=1, label='Messdaten '+r'${\eta}$')
plt.plot(x_fit, fit, color='r', lw=.5, label='${\eta}$ Fit')
ax.fill_between(x_fit, fit_top, fit_bot, color='k', alpha=.1, label=str(nstd)+r'$\sigma$+-Umgebung')
plt.title('Wirkungsgrad als Funktion der Frequenz')
plt.grid(ls=':')
plt.xlabel('Frequenz '+r'${f}$'+ ' '+'[Hz]')
plt.ylabel('Wirkungsgrad ${\eta}$ [%]')
plt.legend(loc='best')
plt.show()

#Chi-Quadrat orthogonal
dof = x.size-popt.size
chisquare = out.sum_square
chisquare_red = chisquare/dof
prob = round(1-chi2.cdf(chisquare,dof),2)*100

#Auswertung
eta_mean = popt[0]
Fehler_eta_mean = perr[0]

#Ausgabe
print('Wirkungsgrad:')
#print('eta_th =', form(eta_th,Fehler_eta_th), ' [%]')
#print('eta_eff =', form(eta_eff,Fehler_eta_eff), ' [%]')
print('eta      =', form(eta_mean,Fehler_eta_mean), ' [%]')
print('Chi-Quadrat =', chisquare)
print('Freiheitsgrade =', dof)
print('Chi-Quadrat reduziert =', chisquare_red)
print('Wahrscheinlichkeit ein grÖßeres oder gleiches Chi-Quadrat zu erhalten =', prob, '%')

```



Wirkungsgrad:

$\eta = 8.729 \pm 0.067$ [%]

Chi-Quadrat = 0.7548128567108934

Freiheitsgrade = 3

Chi-Quadrat reduziert = 0.2516042855702978

Wahrscheinlichkeit ein größeres oder gleiches Chi-Quadrat zu erhalten = 86.0 %

Der Thermische und der Effektive Wirkungsgrad unterscheiden sich voneinander, weil sie ganz anders berechnet werden. Die Fläche im pV Diagramm ist eine direkte Messung des Prozesses der den Motor antreibt. Wohingegen der effektive Wirkungsgrad über die Bremskraft gemessen wird, die zusätzliche Reibungskräfte, und somit Verluste verursacht. Der Effektive Wirkungsgrad misst die Energie die am Ende nutzbar ist. Der Thermische Wirkungsgrad misst die Energie welche die Kolben bewegt. Dreht sich der Motor langsamer so ist der Prozess im inneren Effektiver weil das Antriebsgas mehr Zeit hat zum abkühlen, Das Bremsen erhöht die effizienz des Stirlingprozesses. Reduziert aber den mechanischen Nutzen den man von diesem effektiv erhalten möchte. Der berechnete Wirkungsgrad η ist:

$$\eta = 8.729 \pm 0.067 \% \quad (32)$$

5 Diskussion

5.1 Wirkungsgrade und Fehlerquellen

In dem Versuch wurden drei verschiedene Funktionsweisen des Heißluftmotors untersucht. Dabei wurden unterschiedliche Energiebilanzen betrachtet. Interessanterweise wurden auch verschiedene Wirkungsgrade gemessen dabei war der Betrieb des Motors als Kältemaschine am effizientesten, mit den geringsten Verlusten:

$$\eta_{th}^1 = 35.0 \pm 0.7 \% \quad (33)$$

$$\Delta E^1 = 9.621 \pm 0.950 \text{ [J]} \quad (34)$$

Der Vergleich mit dem Wirkungsgrad des Heißluftmotors im Betrieb als Wärmekraftmaschine weist, bei sehr viel kleinerem Wirkungsgrad η_{th}^3 eine deutlich erhöhte Energiediskrepanz auf:

$$\eta_{th}^3 = 8.729 \pm 0.067 \% \quad (35)$$

$$\Delta E^3 = 25.4 \pm 3.2 \text{ [J]} \quad (36)$$

Dieser deutliche Unterschied in den Wirkungsgraden der selben Apparatur in unterschiedlichen Anwendungen ist sehr überraschend schließlich wird am Apparat nichts geändert der Thermische Kreislauf wird ändert lediglich seine Richtung. Wichtig dabei ist aber Wie und Wo wir dem System Energie zufügen. Die Kältemaschine wird mechanisch über den Elektromotor angetrieben, dieser Energietransport erfolgt in der Regel sehr effizient ($\eta \approx 95\%$).

Die Verluste entstehen also eher während dem thermischen Kreislauf der dem Heizkolben die Wärme entzieht. Allerdings ist die Wärmekammer wiederum selbst nicht besonders gut isoliert verliert also so schon viel Wärme. Dies erleichtert das abkühlen deutlich, wird aber in der berechnung des Wirkungsgrades nicht berücksichtigt da dieser sich aus dem Verhältnis der **Heizleistung** P_H zur **Motorleistung** P_M ergibt. Im Betrieb als Wärmekraftmaschine wären die vermuteten, hohen Verluste der Heizleistung am Heizkolben für den Wirkungsgrad eher kontraproduktiv da wir in diesem Fall den Heizkolben nicht abkühlen wollen, sondern durch diesen die Wärmekraftmaschine antreiben wollen. Von der Zugeführten Wärmemenge erreicht vermutlich maximal die Hälfte den Thermischen Kreislauf der Rest wird wahrscheinlich schon im Heizkolben abgestrahlt. Eine erneute Durchführung des Versuches mit einer besseren Isolierung des Heizkolben wahrscheinlich Aufschluss bringen diese Hypothese der erhöhten Energieverluste geben. Ansonsten ist dies nur eine Hypothese die allerdings mit den, physikalischen Prozessen in Einklang, unsere Messwerte erklären könnte.

5.2 Temperaturverlauf des Wassers

Im zweiten Teil wurde der Temperaturverlauf des Wassers analysiert während dieses abgekühlt und wieder aufgeheizt wurde. Die Interessanten anomalien der Stockenden abkühlung/erwärmung des Wassers im Bereich des Gefrier-/Schmelzpunktes ließen sich auf die sogenannte latente Wärme zurückführen und haben gezeigt wie wichtig die Betrachtung der mikroskopischen Ursachen für anomalien, in makroskopischen Prozessen ist.

5.3 Fazit

Der Versuch war sehr lehrreich und hat viele Aspekte der Thermodynamik und Molekülphysik betrachtet. Außerdem hat dieser gezeigt wie schwer es sein kann, bei komplexeren physikalischen Systemen wie dem Stirlingmotor, aussagekräftige Angaben zu Effizienz und Energieverluste zu machen, es hängt letztendlich davon ab wo man im System, welche Energien gemessen werden. Abhängig davon kann man sehr unterschiedliche Energiediskrepanzen nachweisen, da immer hier und da mehr oder weniger Energie an die Umwelt abgegeben wird. Dies erschwert die Messung von Größen wie dem Wirkungsgrad einer solchen Maschine und ist vermutlich der Grund wieso es auch in der Literatur verschiedene Meinungen gibt, wie effizient solche Wärmekraftmaschinen tatsächlich sind. Es ist wohl sehr von dem Aufbau und der Isolierung an verschiedenen Stellen abhängig, sowie wie man genau wo genau die Zugeführte und entnommene Energie messen kann.

Unsere Messergebnisse entsprachen Anfangs nicht den Erwartungen, regten aber zur Diskussion an und ließen sich schließlich, auf mögliche Fehlerquellen und somit Verbesserungsvorschlägen für eine erneute Durchführung des Experiments, schließen. Dies ist sicher im Einklang mit der Zielsetzung des Versuches die Anordnung des Heißluftmotors und die darin ablaufenden thermodynamischen Prozesse, besser zu verstehen. Somit lässt sich der Versuch durchaus als Erfolg bewerten.