

Versuch 242 Spannungsverstärkung

Leonardo Karl Reiter

March 21, 2024

Contents

1	Zielsetzung	2
2	Grundlagen	2
3	Durchführung	4
3.1	Versuchsaufbau	4
3.2	Vorversuch: Qualitative Untersuchung des Rauschspektrums eines Ohmschen Widerstands	5
3.3	Messung der Rauschspannung als Funktion des Ohmschen Widerstands	5
3.4	Messung des Frequenzgangs des Verstärkers und des Bandfilters	5
4	Messprotokoll	6
5	Auswertung	7
5.1	Vorversuch: qualitative Untersuchung des thermischen Rauschens	7
5.2	Python Module	8
5.3	Teil 1: Frequenzgang $g(f)$	8
5.3.1	Importieren der Messdaten	8
5.3.2	Berechnung des Frequenzgangs $g(f)$	8
5.3.3	Ausgewählte Messwerte	9
5.3.4	Fitfunktion für ausgewählte Messwerte	10
5.3.5	Fit über orthogonal distance regression (ODR)	11
5.4	Teil 2: Bestimmung der Boltzmann-Konstanten aus der gemessenen Rauschspannung . .	13
5.4.1	Messwerte für Widerstand R und Rauschspannung $\langle U_r \rangle$	13
5.4.2	Linearer Fit	13
6	Diskussion	15
6.1	Fazit	16

1 Zielsetzung

Dieser Versuch besteht aus zwei Teilen. Zum einen soll eine präzise Messung der Boltzmannkonstante durchgeführt werden und zum anderen wird die Ursache des thermischen Rauschens genauer untersucht.

2 Grundlagen

Thermisches Rauschen entsteht in allen Leitern durch die Brownsche Bewegung der Ladungsträger. Es kommt so zu einem sich statistisch ändernden Potenzial im Leiter. Diese Potentialänderung nennt man thermisches Rauschen. Da die Bewegungen vollkommen willkürlich stattfinden, handelt es sich um eine Gleichverteilung der Rauschspannung. Diese ist im Mittel null:

$$\langle U_R \rangle = \lim_{t' \rightarrow \infty} \frac{1}{t'} \int_0^{t'} U_R(t) dt = 0 \quad (1)$$

Um jedoch Aussagen über die Rauschspannung machen zu können, misst man den Effektivwert.

$$\sqrt{\langle U_R^2 \rangle} = \sqrt{\lim_{t' \rightarrow \infty} \frac{1}{t'} \int_0^{t'} U_R(t)^2 dt} \quad (2)$$

Es sind im Spektrum einer Thermischen Rauschquelle alle Frequenzen gleich stark vorhanden, deshalb spricht man oft von weißem Rauschen, in Analogie zu weißem Licht, das ebenfalls aus allen Frequenzen zu gleichen Teilen besteht.

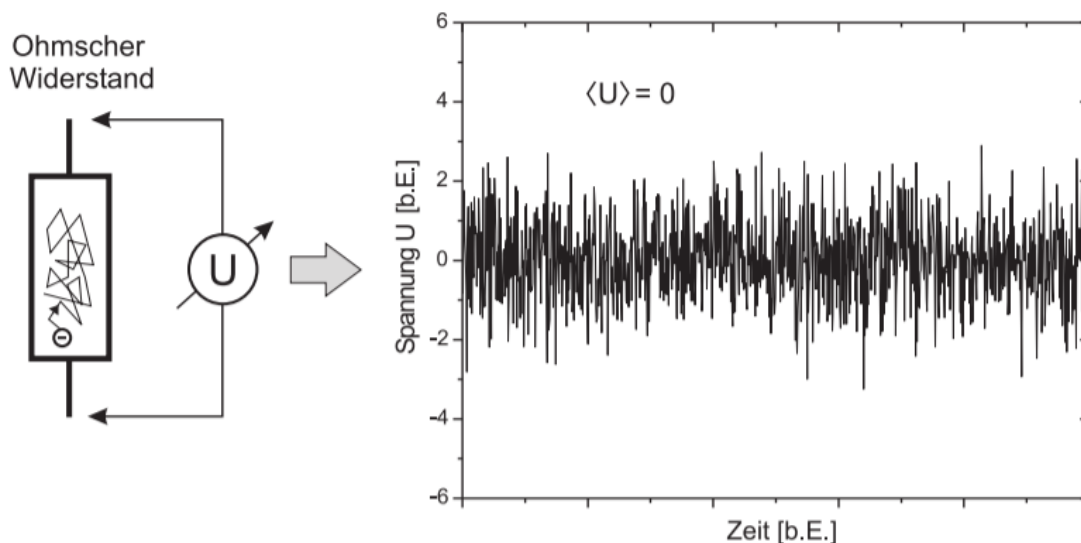


Figure 1: Links: Aufgrund der unregelmäßigen thermischen Bewegung der Ladungsträger in einem Leiter (ohmscher Widerstand) liegt an diesem eine fluktuierende Spannung (Rauschspannung) an. Rechts: Rauschspannung über einem ohmschen Widerstand als Funktion der Zeit. Der zeitliche Mittelwert $\langle U_r \rangle$ verschwindet.

1927 stellte Harry Nyquist eine Formel zur Beschreibung von thermischen Rauschen auf. Sie lautet:

$$\langle U_r^2 \rangle = 4k_B \cdot T \cdot R \cdot \Delta f \quad (3)$$

Wobei k_B die Boltzmannkonstante, T die Temperatur, R der Ohmsche Widerstand und Δf die Bandbreite der Messelektronik ist. Δf ist somit eine Gerätespezifische Größe, da jedes Messgerät nur eine endliche Messbandbreite besitzt. Außerhalb dieses Bereichs lassen sich die Frequenzen nicht, oder nur

mit hohen Fehlern messen.

Zu dem Prinzip der Messung müssen auch noch Erklärungen gemacht werden, da es sich einfacher anhört, als es in der Realität ist. Die Rauschspannung in Leitern ist sehr klein und nicht mit einem normalen Voltmeter messbar. Es ist ein Verstärker nötig, um die Rauschspannung messbar zu machen. Dabei ist zu beachten, dass der Verstärker ebenfalls eine Rauschquelle darstellt. Um die gesamte Rauschspannung zu bestimmen, muss man die beiden addieren.

$$\sqrt{\langle U_{R+V}^2 \rangle} = \sqrt{\langle (U_R + U_V)^2 \rangle} = \sqrt{\langle U_R^2 \rangle + \langle U_V^2 \rangle + 2\langle U_R \rangle \langle U_V \rangle} \quad (4)$$

Und Da $\langle U_V \rangle = \langle U_R \rangle = 0$ (Gleichung 1) gilt:

$$\langle U_{R+V}^2 \rangle = \langle U_R^2 \rangle + \langle U_V^2 \rangle \quad (5)$$

Das Verstärkerrauschen wird durch die Nullmessung bestimmt. Außerdem wird eine Bandfilter in die Schaltung mit eingebaut, damit eine scharfe Begrenzung der zu messenden Frequenzen entsteht und Störsignale herausgefiltert werden, wie zum Beispiel das Netzbrummen, um das möglichst minimal zu halten wird hier außerdem ein Batterienetzteil statt einer Netzgebundenen Stromversorgung verwendet.

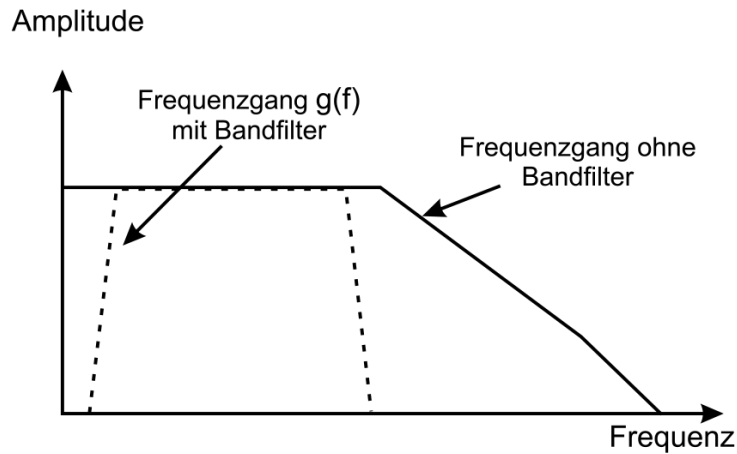


Figure 2: Schematische Darstellung des Frequenzgangs der Messelektronik. Die gestrichelte Linie zeigt den Frequenzgang mit einem zusätzlichen Bandfilter, die durchgezogene Linie ohne den Filter.

Für die Berechnung der Boltzmannkonstante gilt folgende Herleitung: Der infinitesimale Frequenzbereich berechnet sich durch

$$d\langle U_{aus}^2 \rangle = g(f)^2 df \cdot d\langle U_r^2 \rangle \quad (6)$$

Für den gesamten Frequenzbereich:

$$\langle U_{aus}^2 \rangle = 4k_B TR \int_0^\infty g(f)^2 df = 4k_B TRB \quad (7)$$

Mit Berücksichtigung des Rauschens des Verstärkers gilt

$$\langle U_{aus}^2 \rangle = 4k_B TRB + \langle U_r^2 \rangle \quad (8)$$

Mit B als Rauschbandbreite des Messinstruments, welche numerisch ausgewertet werden muss.

$$B := \int_0^\infty g(f)^2 df \quad (9)$$

Da $g(f)$ nicht bekannt ist, muss der Frequenzgang erst noch gemessen werden. Dazu verwendet man folgende Schaltung:

Der Computer stellt am Funktionsgenerator eine Sinusspannung und $\sqrt{\langle U_{ein}^2 \rangle}$ ein. Dann misst er für verschiedenen Frequenzen $\sqrt{\langle U_{aus}^2 \rangle}$. Der Frequenzgang $g(f)$ berechnet sich dann durch:

$$g(f) = \frac{1}{D} \frac{\sqrt{\langle U_{aus}^2 \rangle}}{\sqrt{\langle U_{ein}^2 \rangle}} \quad (10)$$

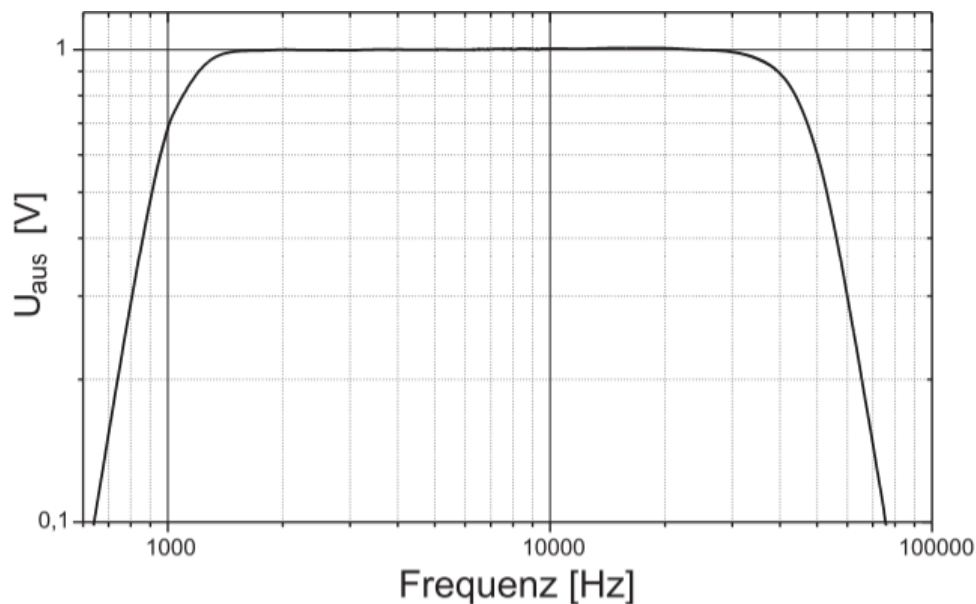


Figure 3: Frequenzgang des Verstärkers mit nachgeschaltetem Bandfilter.

3 Durchführung

3.1 Versuchsaufbau

Die Daten des Voltmeters für den Vorversuch werden vom Computer ausgelesen und ausgewertet. Die verwendete Schaltung sieht folgendermaßen aus:

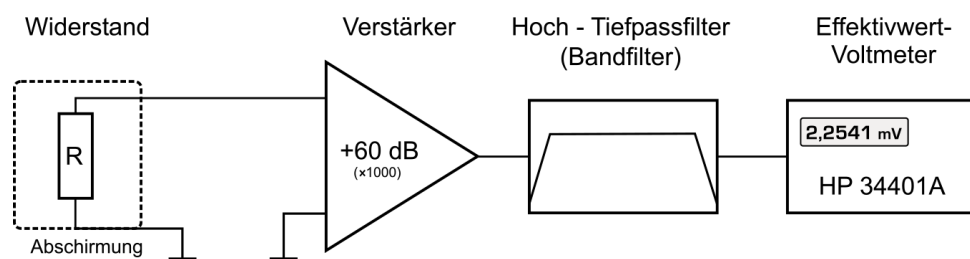


Figure 4: Messaufbau: Da die Rauschspannung über einem ohmschen Widerstand (Größenordnung $k\Omega$) bei Zimmertemperatur sehr klein ist, wird diese mit einem rauscharmen Verstärker verstärkt. Die Messbandbreite wird durch den nachfolgenden Bandfilter begrenzt und die verstärkte Rauschspannung mit einem Voltmeter gemessen.

Für den Hauptteil des Versuchs wird hingegen folgende Schaltung verwendet werden:

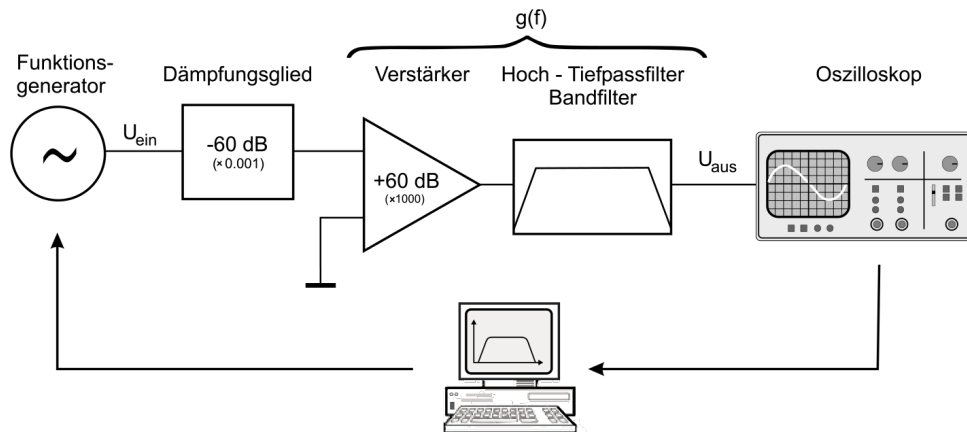


Figure 5: Aufbau zur Messung des Frequenzgangs von $g(f)$.

3.2 Vorversuch: Qualitative Untersuchung des Rauschspektrums eines Ohmschen Widerstands

Zu Beginn soll die Rauschspannung für unterschiedliche Widerstände und für veränderten Frequenzgang beobachtet werden. Dann soll der Bandpassfilter dazu geschaltet werden und seine Auswirkungen beobachtet werden.

3.3 Messung der Rauschspannung als Funktion des Ohmschen Widerstands

Für sechs Widerstände im Bereich von $5\text{ k}\Omega$ bis $30\text{ k}\Omega$ werden 100 Einzelmessungen für die Rauschspannung gemacht. Das Computerprogramm berechnet Mittelwert und Standardabweichung. Dann wird noch eine NULLmessung durchgeführt.

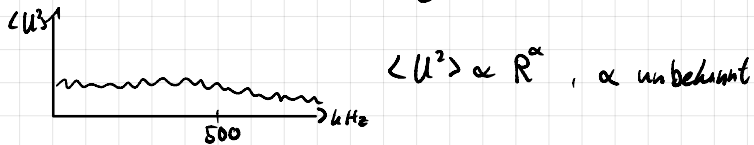
3.4 Messung des Frequenzgangs des Verstärkers und des Bandfilters

Der Zweite Versuchsaufbau wird aufgebaut. Mit dem Funktionsgenerator wird ein Sinussignal mit $\nu = 100\text{ Hz}$ und Amplitude 0.2 V_{rms} . Der Frequenzgang sollte über den ganzen Bereich erkennbar sein, dann kann die Messung gestartet werden.

4 Messprotokoll

Messprotokoll V243

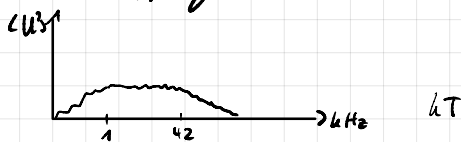
A1 Qualitative Betrachtung des Rauschspektrums



Abfallen des RMS wegen Frequenzgang ohne Bandpassfilter



Bei Kopplung des Bandfilters



A2 $\Delta R < \frac{R}{200}$, Messgenauigkeit Voltmeter: 0,3%

$R [k\Omega]$	$\sqrt{\langle U^2 \rangle} [mV]$	$\Delta \bar{U} [mV] = \frac{\bar{U}}{\sqrt{N}}$, $N \approx 100$
0	0,00276	0,00002
5	2,4191	0,0009
10	3,1280	0,0013
15	3,7061	0,0014
20	4,212	0,0018
25	4,6675	0,0018
30	5,0841	0,0020

A3 $D = 60 \text{ dB}$

Einstellungen: Vert. scale: $5 \frac{dB}{div}$, V-Range: 0,3V, Freq. Range: 1 MHz, Freq Start: 100 Hz
Freq. Step: 20%, automatic voltage

8.3.22
J.I. Kew

5 Auswertung

5.1 Vorversuch: qualitative Untersuchung des thermischen Rauschens

Im Vorversuch wurden die Fluktuationen der Spannung am Oszilloskop untersucht, und beobachtet welchen Einfluss eine Filterschaltung auf das Fluktuationsverhalten hat. Dabei war auffällig wie das Rauschen ab einer gewissen Frequenz etwas abklingt (Abbildung 6).

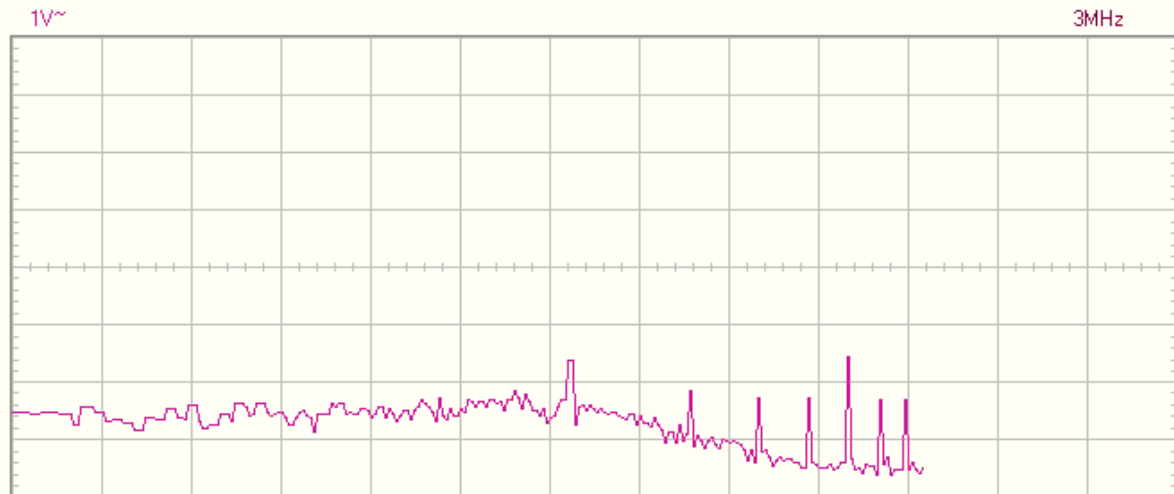


Figure 6: Rauschspektrum ohne Filter. Am Oszilloskop wirkte das Rauschen recht chaotisch, die Fluktuationen schwankten nicht stark von dem wie sie hier abgebildet sind. Die Peaks blieben mehr oder weniger an den gleichen Stellen, dies deutet auf eine gewisse Regelmäßigkeit in dem Rauschen, was eventuell mit der Gitterstruktur im Metallgitter zu tun haben könnte. Aber dies lässt sich an dieser Stelle lediglich vermuten.

Anschließend wurde ein Bandpassfilter zwischengeschaltet, der einen gewissen Frequenzbereich rausfiltert. Am Rauschspektrum war deutlich zu erkennen, wie dieser den Frequenzgang beeinflusst hat.

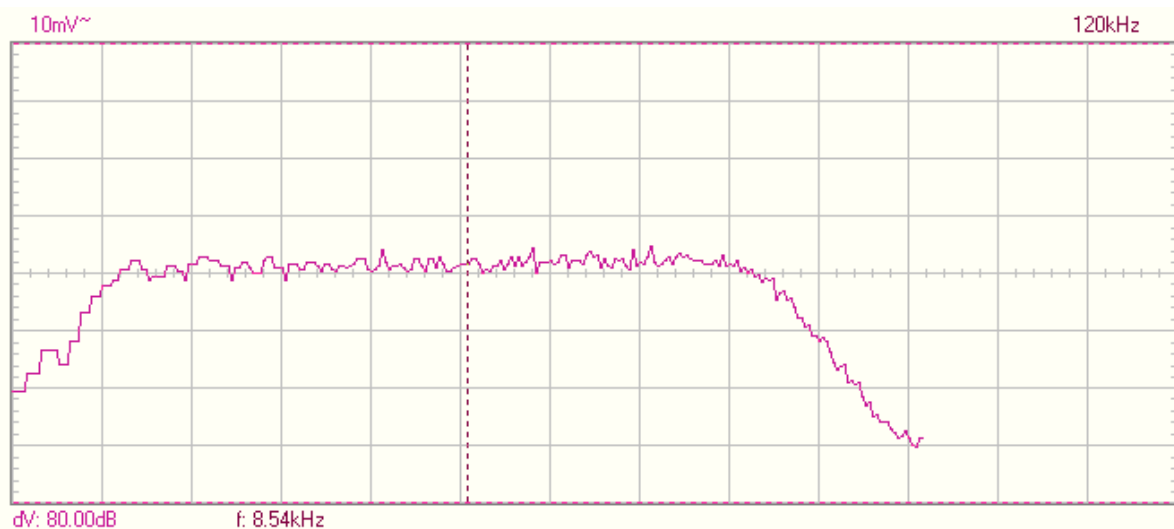


Figure 7: Es ist der typische Frequenzgang des Bandpasses zu erkennen, in dem sowohl höhere als auch tiefere Frequenzen außerhalb einer gewissen Bandbreite rausgefiltert werden. Die Fluktuationen waren immernoch deutlich zu erkennen, diese blieben aber genau wie vorher recht klein.

5.2 Python Module

```
[1]: #Importieren von allen benötigten Modulen
%matplotlib inline
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
from scipy.optimize import curve_fit
import scipy.integrate as integrate
from scipy.stats import chi2
import io
import matplotlib
matplotlib.rcParams.update({'font.size': 20})
plt.rcParams["figure.figsize"] = 16, 9
```

5.3 Teil 1: Frequenzgang $g(f)$

Es da für die weitere Betrachtung der Frequenzgang $g(f)$ notwendig sein wird, ist es sinnvoll diesen als erstes zu bestimmen.

5.3.1 Importieren der Messdaten

```
[2]: f, U_aus=np.loadtxt('data/A3 Frequenzgang_Daten.txt', skiprows=1, usecols=(0,1),
    ↳unpack=True)

fehler_f = f * 0.01
fehler_U_aus = np.zeros(U_aus.size) + 0.001
U_ein = 0.2
fehler_U_ein = 0.01
```

5.3.2 Berechnung des Frequenzgangs $g(f)$

$$g(f) = \frac{1}{D} \frac{U_{aus}}{U_{ein}} \quad (11)$$

$$\Delta g(f) = \sqrt{\left(\frac{\Delta U_{aus}}{U_{aus}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta U_{ein}}{U_{ein}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta D}{D}\right)^2} \cdot g(f) \quad (12)$$

```
[3]: D = 1e-3
fehler_D = D*0.002
g = U_aus/(D*U_ein)
fehler_g = np.sqrt((fehler_U_aus/U_aus)**2+(fehler_D/D)**2+(fehler_U_ein/
    ↳U_ein)**2)*g

#darzustellende Daten
x = f
y = g
delta_x = fehler_f
delta_y = fehler_g

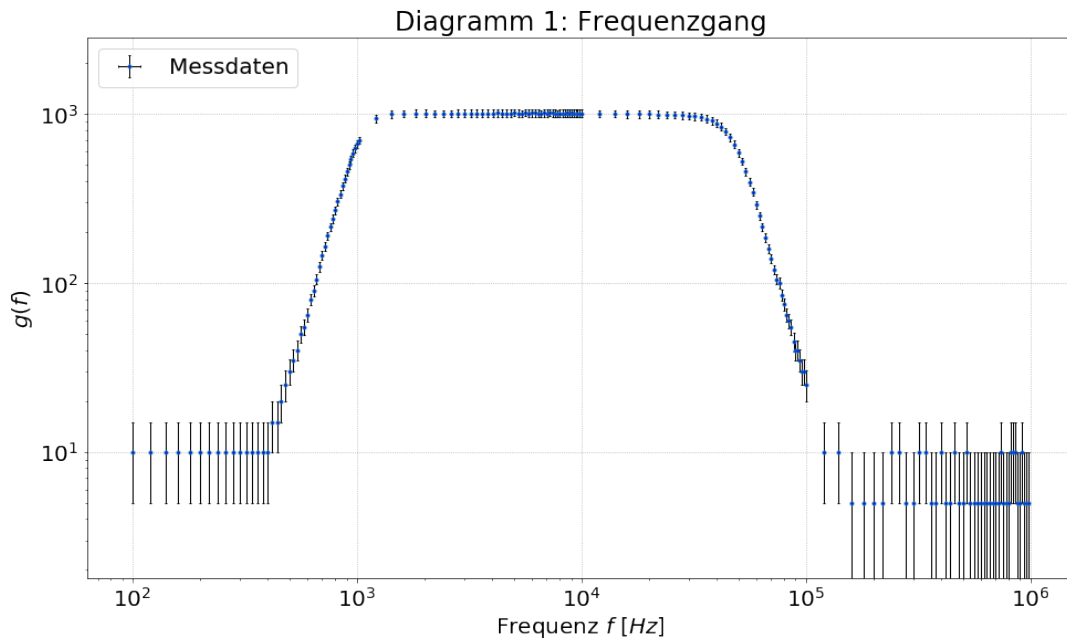
#Plot-Umgebung
x_fit = [min(x), max(x)]
fit = [min(y)/2, max(y)*2]

#Plot
plt.errorbar(x, y, yerr=delta_y, xerr=delta_x, lw= 1, ecolor='k',
    ↳fmt='.',mfc='b', capsize=1, label='Messdaten')
plt.title('Diagramm 1: '+'Frequenzgang')
```

```

plt.grid(ls=':')
plt.xscale('log')
plt.yscale('log')
plt.plot(x_fit, fit, lw=0)
plt.xlabel('Frequenz ' + r'$f$' + ' ' + r'${[Hz]}$')
plt.ylabel('$g(f)$')
plt.legend(loc='best')
plt.show()

```



5.3.3 Ausgewählte Messwerte

```

[4]: #Messdaten laden
f, U_aus = np.loadtxt('data/A3 Frequenzgang_Daten.txt', skiprows=1, usecols=(0,1),
    ↳unpack=True)
fehler_f = f * 0.01
fehler_U_aus = np.zeros(U_aus.size) + 0.001
U_ein = 0.2
fehler_U_ein = 0.01

#g berechnen
D = 1e-3
fehler_D = D*0.002
g = U_aus/(D*U_ein)
fehler_g = np.sqrt((fehler_U_aus/U_aus)**2+(fehler_D/D)**2+(fehler_U_ein/
    ↳U_ein)**2)*g

#darzustellende Daten
start = 16
cut = 43
x = f[start:-cut]
y = g[start:-cut]
delta_x = fehler_f[start:-cut]
delta_y = fehler_g[start:-cut]

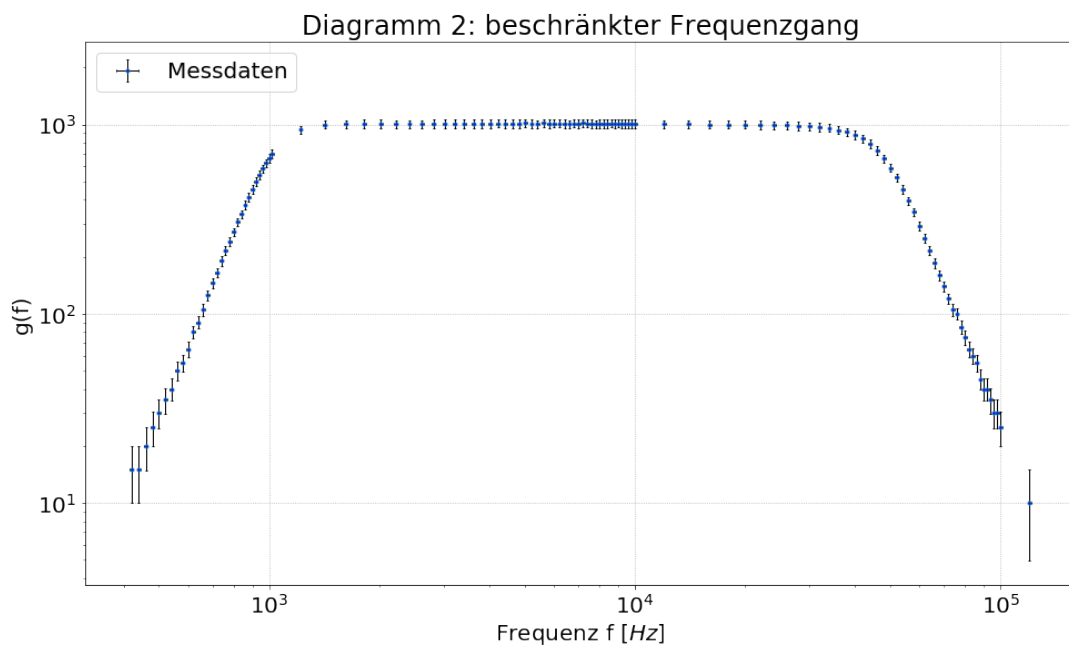
```

```

#Plot-Umgebung
x_fit = [min(x), max(x)]
fit = [min(y)/2, max(y)*2]

#Plot
plt.errorbar(x, y, yerr=delta_y, xerr=delta_x, lw= 1,
             ecolor='k',mfc='b', fmt='.', capsize=1, label='Messdaten')
plt.title('Diagramm 2: '+'beschränkter Frequenzgang')
plt.grid(ls=':')
plt.xscale('log')
plt.yscale('log')
plt.plot(x_fit, fit, lw=0)
plt.xlabel('Frequenz ' +r'f'+ ' ' +r'${[Hz]}$')
plt.ylabel('g(f)')
plt.legend(loc='best')
plt.show()

```



5.3.4 Fitfunktion für ausgewählte Messwerte

```

[5]: #Fitfunktion an Ausgewählte Messwerte

#Messdaten laden
f, U_aus = np.loadtxt('data/A3 Frequenzgang_Daten.txt', skiprows=1, usecols=(0,1),
                    unpack=True)
fehler_f = f * 1e-2
fehler_U_aus = np.zeros(U_aus.size) + 1e-3

U_ein = 0.2
fehler_U_ein = 1e-2

#g berechnen
D = 1e-3

```

```

fehler_D = D*0.002
g = U_aus/(D*U_ein)
fehler_g = np.sqrt((fehler_U_aus/U_aus)**2+(fehler_D/D)**2+(fehler_U_ein/
→U_ein)**2)*g

```

5.3.5 Fit über orthogonal distance regression (ODR)

$$g(f)_{fit} = \frac{V}{\sqrt{1 + 1/(f/\Omega_1)^{2n_1}} \sqrt{1 + (f/\Omega_2)^{2n_2}}} \quad (13)$$

```

[6]: from scipy import odr

def fit_func(p, x):
    V, W1, W2, n1, n2 = p
    return V/(np.sqrt(1+1/(x/W1)**(2*n1))*np.sqrt(1+(x/W2)**(2*n2)))

model = odr.Model(fit_func)

#darzustellende Daten
start = 16
cut = 43
x = f[start:-cut]
y = g[start:-cut]
delta_x = fehler_f[start:-cut]
delta_y = fehler_g[start:-cut]

#Startparameter
para0 = [1000, 1000, 50000, 5, 5]

data = odr.RealData(x, y, sx=delta_x, sy=delta_y)
odr = odr.ODR(data, model, beta0=para0)
out = odr.run()

#1-Sigma
popt = out.beta
perr = out.sd_beta

#Sigma-Umgebung
nstd = 16 #um n-Sigma-Umgebung zu zeichnen
popt_top = popt+nstd*perr
popt_bot = popt-nstd*perr

#Plot-Umgebung
x_fit = np.linspace(min(x)/1.1, max(x)*1.1, 1000)
fit = fit_func(popt, x_fit)
fit_top = fit_func(popt_top, x_fit)
fit_bot = fit_func(popt_bot, x_fit)

#Plot
fig, ax = plt.subplots(1)
plt.errorbar(x, y, yerr=delta_y, xerr=delta_x, lw= 1, ecolor='k',
            fmt='none', capsize=1, label='Messdaten')
plt.title('Diagramm 3: '+'beschränkter Frequenzgang mit Fitfunktion')
plt.grid(True)
plt.xscale('log')
plt.yscale('log')

```

```

plt.plot(x_fit, fit, 'r', lw=1, label='Fit')
plt.xlabel('Frequenz ' + r'f' + ' ' + r'${[Hz]}$')
plt.ylabel('g(f)')
ax.fill_between(x_fit, fit_top, fit_bot, alpha=.25,
    →label=str(nstd)+r'$\sigma$'+ '-Umgebung')
plt.legend(loc='best')
plt.show()

#Chi-Quadrat orthogonal
from scipy.stats import chi2

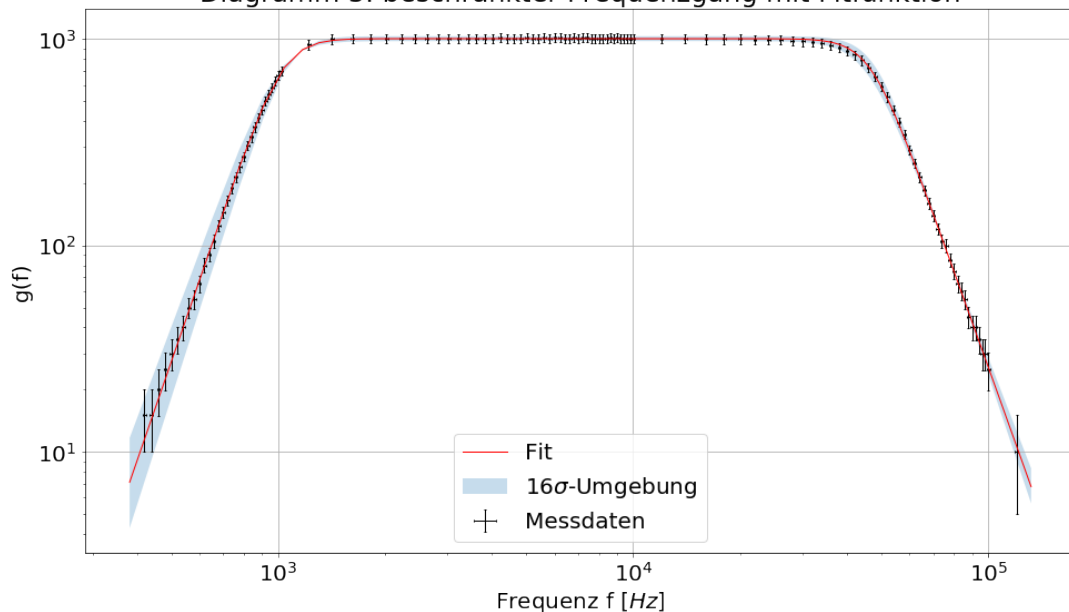
dof = x.size-popt.size
chisquare = np.sum(((fit_func(popt, x)-y)**2)/
    (delta_y**2+((fit_func(popt, x+delta_x)-fit_func(popt,
    →x-delta_x))/2)**2))
chisquare_red = chisquare/dof
prob = round(1-chi2.cdf(chisquare,dof),2)*100

def form(val,err): #form function for prints
    a = "{value:4.3f} ± {error:4.3f}".format(value=val,error=err)
    return a

print('V =', form(popt[0],perr[0]))
print('W_1 =', form(popt[1],perr[1]))
print('W_2 =', form(popt[2],perr[2]))
print('n_1 =', form(popt[3],perr[3]))
print('n_2 =', form(popt[4],perr[4]))
print('\n')
print('Chi-Quadrat =', chisquare)
print('Freiheitsgrade =', dof)
print('Chi-Quadrat reduziert =', chisquare_red)
print('Wahrscheinlichkeit ein größeres ' +
    'oder gleiches Chi-Quadrat zu erhalten = {value:.0f}'.format(value=prob), '%')

```

Diagramm 3: beschränkter Frequenzgang mit Fitfunktion



```
V = 1005.940 ± 1.715
W_1 = 1030.863 ± 1.816
W_2 = 46660.589 ± 91.115
n_1 = 4.986 ± 0.024
n_2 = 4.808 ± 0.022
```

```
Chi-Quadrat = 7.83066921825803
Freiheitsgrade = 117
Chi-Quadrat reduziert = 0.06692879673724812
Wahrscheinlichkeit ein größeresoder gleiches Chi-Quadrat zu erhalten = 100 %
```

Numerische Integration

```
[7]: #Integral berechnen
import scipy.integrate as integra

def fit_func_square(x, p):
    return fit_func(p, x)**2

B = integra.quad(fit_func_square, f[start], f[-cut], args=popt)

print('B, das Integral von', f[start], 'Hz < f <', f[-cut], 'beträgt'
      '\n→', form(B[0],B[1]), '[Hz]')
```

```
B, das Integral von 420.0 Hz < f < 140020.0 beträgt 47005968269.008 ± 0.099
[Hz]
```

$$\int_{420 \text{ [Hz]}}^{140020 \text{ [Hz]}} g(f)^2 df = 47 \cdot 10^9 \cdot 10^8 \quad (14)$$

5.4 Teil 2: Bestimmung der Boltzmann-Konstanten aus der gemessenen Rauschspannung

5.4.1 Messwerte für Widerstand R und Rauschspannung $\langle U_r \rangle$

```
[11]: R=np.array([5e3, 10e3, 15e3, 20e3, 25e3, 30e3])

U_aus=np.array([2.4191,3.1280,3.7061,4.212,4.6675,5.0841])*1e-3 #Volt
U_aus_err=np.array([9,13,14,18,18,20])*1e-4/np.sqrt(100)*1e-3

U_V=1.3962e-3
U_V_err=(0.00532/np.sqrt(114))*1e-3

diff_U=U_aus**2-U_V**2
diff_U_err=np.sqrt((2*U_aus*U_aus_err)**2+(2*U_V*U_V_err)**2)
```

5.4.2 Linearer Fit

```
[16]: def linear(x,c):
        return c*x

popt2,pcov2= curve_fit(linear,R,diff_U)
X = np.linspace(0,31e3,100)
#Plot der Messdaten mit linearem Fit
plt.errorbar(R,diff_U, yerr=diff_U_err, lw= 1, ecolor='k', fmt='.',
             mfc='b', capsize=1, label='Messdaten')
```

```

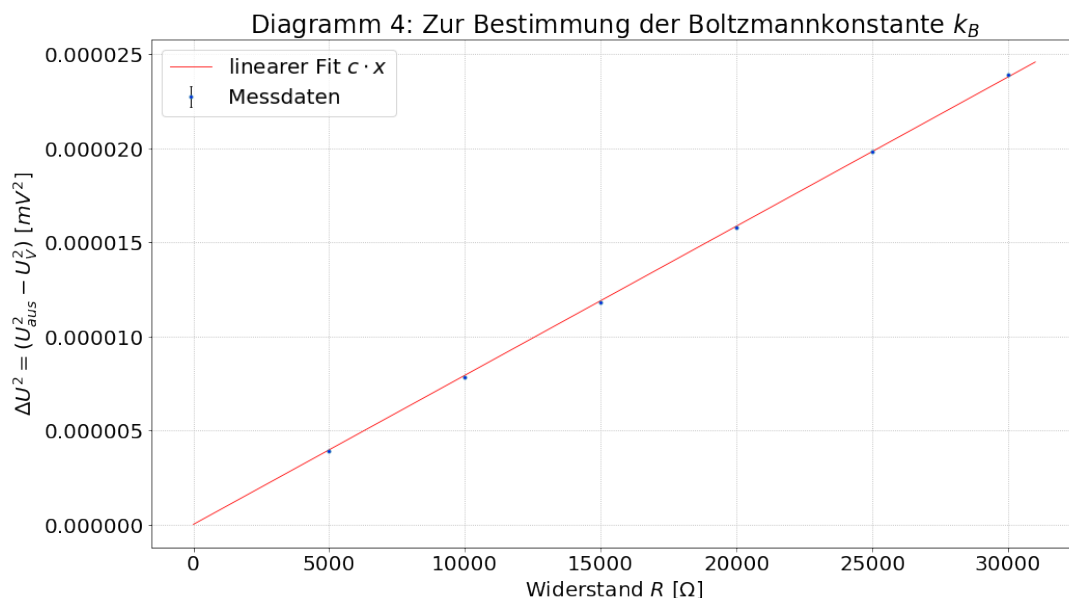
plt.plot(X,linear(X,*popt2), linewidth=0.8, color='red', label=r'linearer Fit ↵
→$c\cdot x$')
plt.xlabel(r'Widerstand $R$ [$\Omega$]')
plt.ylabel(r'$\Delta U^2=(U_{aus}^2-U_V^2)$ [mV^2]')
plt.title(r'Diagramm 4: Zur Bestimmung der Boltzmannkonstante $k_B$')
plt.grid(ls=':')
plt.legend(loc='best')
plt.show()

#Chi-Quadrat orthogonal
from scipy.stats import chi2

dof=5
chi_squared=np.sum((linear(R,*popt2)-diff_U)**2/diff_U_err**2)
chi_squared_red=chi_squared/dof
prob=round(1-chi2.cdf(chi_squared,dof),2)*100

print('c =', popt2[0], ' ± ',pcov2[0][0], '[mV^2/Ohm] ')
print('\n')
print('Chi-Quadrat =', chisquare)
print('Freiheitsgrade =', dof)
print('Chi-Quadrat reduziert =', chisquare_red)
print('Wahrscheinlichkeit ein größeres oder gleiches '+
      ' Chi-Quadrat zu erhalten = {value:.0f}'.format(value=prob), '%')

```



$c = 7.926801655200442e-10 \pm 3.6239627260594635e-24 \text{ [mV}^2/\Omega\text{]}$

Chi-Quadrat = 7.83066921825803

Freiheitsgrade = 5

Chi-Quadrat reduziert = 0.06692879673724812

Wahrscheinlichkeit ein größeres oder gleiches Chi-Quadrat zu erhalten = 0 %

Nun soll noch die Boltzmannkonstante k_B aus der errechneten Steigung c berechnet werden. Nach Gleichung 3 gilt:

$$k_B = \frac{c}{4 \cdot B \cdot T} \quad (15)$$

```
[17]: #Theorie: c=4kTB

T=300 #K
T_err=0.2

#Fehler für B abschätzen (systematisch)
B_err=0.02*B[0]

k=popt2[0]/(4*B[0]*T)

ke1 = pcov2[0][0]**0.5/popt2[0]
ke2 = B_err/B[0]
ke3 = T_err/T

k_err=k*np.sqrt((pcov2[0,0]**0.5/popt2[0])**2+(B_err/B[0])**2+(T_err/T)**2)
k_std=k*(pcov2[0,0]**0.5/popt2[0])

#Literaturwert
k_lit=1.381e-23

#Differenz Messwert-Literatur
diff_k=np.abs(k-k_lit)

print('Aus unseren Messwerten folgt für die Boltzmannkonstante:')
print('k = ' + str(k) + ' ± ' + str(k_err+k_std), '[m^2 kg s^(-2) K(-1)]')
print('=> sig = ',diff_k/(k_err+k_std))
```

Aus unseren Messwerten folgt für die Boltzmannkonstante:
 $k = 1.405282837319126e-23 \pm 3.1697928873774797e-25 \text{ [m}^2 \text{ kg s}^{-2} \text{ K}^{-1}\text{]}$
 $\Rightarrow \text{sig} = 0.7660701560604601$

$$\begin{aligned} k_B^{fit} &= 1.4104 \pm 0.0317 \cdot 10^{-23} & [\text{m}^2 \text{ kg s}^{-2} \text{ K}^{-1}] \\ k_B^{lit} &= 1.381 \cdot 10^{-23} & [\text{m}^2 \text{ kg s}^{-2} \text{ K}^{-1}] \\ &\Rightarrow 0.766\sigma \end{aligned}$$

6 Diskussion

Der Versuch diente dem Verständniss von thermisch bedingtem Rauschen in elektrischen Komponenten. Dies wurde besonders in dem Vorversuch ermöglicht indem man die beobachteten Effekte direkt am Gerät manipulieren konnte und sich so mit der Sensibilität der Anordnung vertraut machen konnte.

Im zweiten Versuchsteil wurden die Effektivwerte $\langle U_r^2 \rangle$ der Rauschspannung aufgenommen. Diese Messwerte wurden anschließend mit einem linearen Fit versehen um so die Steigung der Geraden zu bestimmen.

Der Wert der Steigung ermöglicht es, in Kombination mit dem Integral des Frequenzgangs B kann so die Boltzmannkonstante über die Nyquist-Formel ?? errechnet werden.

Dazu im zwei Anmerkungen:

- Bei der benutzen Temperatur, handelt es sich um die standartisierte Zimmertemperatur $T = 300\text{K}$ diese Näherung war notwendig weil wir es leider versäumt haben am Versuchstag die Temperatur, zum Zeitpunkt der Messung aufzunehmen.

- Zur Berechnung des Integrals des Frequenzanges B wurde ein anderes Fitverfahren verwendet als das in der Praktikumsanleitung vorgeschlagene `curve_fit`. Bei dem Verfahren handelt es sich um das Orthogonal Distance Regression (ODR) dieses betrachtet nicht nur die y -Abstände der Messwerte von der Kurve sondern, welche es dann Versucht zu minimieren, sondern die Orthogonal zur Kurve liegenden Abstände (also die kürzesten). Dies ermöglicht es eine, eine präzisere Fitkurve zu finden bei der sowohl die y - als auch die x -Fehler betrachtet werden.

Die Näherung der Zimmertemperatur mit $T = 300K$ mag zwar unwissenschaftlich wirken, wir haben Sie aber statistisch Begründet mit der Annahme das jedes wissenschaftliche Institut, versucht diese Zimmertemperatur zu erreichen außer es sind andere erwünscht (z.B. aufgrund von Heizkosten oder Experimenten).

Mit $T = 300K$ erhalten wir für die Boltzmannkonstante k_B :

$$\begin{aligned} k_B^{fit} &= 1.4104 \pm 0.0317 \cdot 10^{-23} & [\text{m}^2 \text{ kg s}^{-2} \text{ K}^{-1}] \\ k_B^{lit} &= 1.381 \cdot 10^{-23} & [\text{m}^2 \text{ kg s}^{-2} \text{ K}^{-1}] \\ &\Rightarrow 0.766\sigma \end{aligned}$$

Die geringe Abweichung weist uns darauf hin das wir entweder sehr genau gemessen haben und die Zimmertemperatur erstaunlich gut abgeschätzt habe, oder dass wir zufällig solch einen genauen Messwert erhalten haben. Evtl. sind so präzise Messungen überhaupt nicht möglich mit den Anordnungen die wir genutzt haben. Die Geringe Güte des Fits spricht für zweiteres. Es wäre evtl. notwendig den Versuch zu wiederholen um zu sehen wie plausibel die *sigma*-Abweichung von 0.766 ist.

6.1 Fazit

Abschließend lässt sich sicher sagen dass wir mit einem vorhandenen Messwert für die Temperatur sicher aussagekräftigere Werte für die Boltzmannkonstante erhalten hätten. Auch wenn es sicher kein Zufall ist dass wir so nah am Literaturwert waren. Es besteht immernoch die Möglichkeit (wenn auch gering) dass wir die tatsächliche Zimmertemperatur mit $T = 300K$ ziemlich genau getroffen haben. Mit diesem Experiment alleine ist es uns allerdings nicht möglich hier weiter Schlussfolgerungen zu ziehen. Es sind also weitere Untersuchungen notwendig um der Sache auf den Grund zu gehen.