

STT1000 - Exercices # 6

Automne 2021

Exercice 1 – (Test de McNemar)

On considère un échantillon apparié de n couples d'individus, qui ont passé le même test (et qui ont soit réussi, soit échoué). On considère le tableau de contingence suivant, avec les nombres (n) à gauche, et les probabilités (p) à droite.

Indiv. 1 \ Indiv. 2	succès (1)	échec (2)	
succès (1)	n_{11}	n_{12}	$n_{1\bullet}$
échec (2)	n_{21}	n_{22}	$n_{2\bullet}$
	$n_{\bullet 1}$	$n_{\bullet 2}$	n

Indiv. 1 \ Indiv. 2	succès (1)	échec (2)	
succès (1)	p_{11}	p_{12}	$p_{1\bullet}$
échec (2)	p_{21}	p_{22}	$p_{2\bullet}$
	$p_{\bullet 1}$	$p_{\bullet 2}$	1

On veut tester H_0 qui est l'hypothèse que la probabilité de succès soit la même pour les deux individus d'un couple, autrement dit $H_0 : p_{1\bullet} = p_{\bullet 1}$ (contre $H_1 : p_{1\bullet} \neq p_{\bullet 1}$)

1. Donner la fonction de vraisemblance pour cette loi multinomiale à 4 catégories sous H_0 . On notera que H_0 signifie $p_{21} = p_{12}$.
2. Donner les estimations du maximum de vraisemblance des p_{ij} sous H_0
3. Montrer que la statistique du test du chi-deux s'écrit

$$Q = \frac{(n_{12} - n_{21})^2}{n_{12} + n_{21}}$$

Exercice 2 – (Dés truqués)

Une personne lance 3 dés (à 6 faces) en même temps, et note le nombre de 6 obtenus (sur ces trois lancers). En faisant 100 lancers des trois dés, la fréquence suivant a été observée

nombre de 6	0	1	2	3
fréquence (sur 100 lancers)	48	34	15	3

On veut tester si les dés sont truqués ou pas. Utiliser un test d'ajustement du chi-deux pour répondre à la question.