

STT 1000 - STATISTIQVES

ARTHUR CHARPENTIER





Loi de Fisher (Snedecor)

X suit un loi de Fisher, $X \sim \mathcal{F}(\nu_1, \nu_2)$, si

X suit un loi de Fisher,
$$X \sim \mathcal{F}(\nu_1, \nu_2)$$
, si
$$f(x) = \frac{1}{xB(\nu_1/2, \nu_2/2)} \left(\frac{v_1 x}{v_1 x + v_2}\right)^{v_1/2} \left(1 - \frac{v_1 x}{v_1 x + v_2}\right)^{v_2/2}, x \ge 0$$

isher,
$$\chi = 3 \left(\nu_1, \nu_2 \right)$$
, si

$$(v_1, v_2), v_1/2$$

sile,
$$X \sim J(\nu_1, \nu_2)$$
, si

sher,
$$X \sim \mathcal{F}(
u_1,
u_2)$$
, si

sher,
$$X \sim \mathcal{F}(\nu_1, \nu_2)$$
, si

sher,
$$X \sim \mathcal{F}(\nu_1, \nu_2)$$
, si

sher,
$$X \sim \mathcal{F}(\nu_1, \nu_2)$$
, si

sher,
$$X \sim \mathcal{F}(
u_1,
u_2)$$
, si

isher,
$$X \sim \mathcal{F}(\nu_1, \nu_2)$$
, si

isher,
$$X \sim \mathcal{F}(\nu_1, \nu_2)$$
, si

isher,
$$X \sim \mathcal{F}(
u_1,
u_2)$$
, si

Fisher,
$$\stackrel{.}{X} \sim \mathcal{F}(
u_1,
u_2)$$
, s

 $B(x,y) = \int_{0}^{1} t^{x-1} (1-t)^{y-1} dt = \frac{\Gamma(x) \Gamma(y)}{\Gamma(x+y)}$

2 / 4

$$J_2 \sim \chi^-(
u_2)$$
 sont independ $rac{U_1/
u_1}{U_2/
u_2} \sim \mathcal{F}(
u_1,
u_2)$

Si $U_1 \sim \chi^2(\nu_1)$ et $U_2 \sim \chi^2(\nu_2)$ sont indépendantes

Soit f_{α,ν_1,ν_2} le quantile de niveau α de la loi $X \sim \mathcal{F}(\nu_1,\nu_2)$,

 $\mathbb{E}[X] = \frac{\nu_2}{\nu_2 - 2}$ et $Var[X] = \frac{2\nu_2^2 (\nu_1 + \nu_2 - 2)}{\nu_2 (\nu_2 - 2)^2 (\nu_2 - 4)}$



Si $X \sim \mathcal{F}(\nu_1, \nu_2)$, $1/X \sim \mathcal{F}(\nu_2, \nu_1)$

pour $\nu_1, \nu_2 > 0$, où

Si $\nu_2 > 4$

Loi de Fisher (Snedecor)

En effet, si
$$X \sim \mathcal{F}(\nu_1, \nu_2)$$
, $X = \frac{U_1/\nu_1}{U_2/\nu_2}$, et

$$\frac{1}{X} = \frac{U_2/\nu_2}{U_1/\nu_1} \sim \mathcal{F}(\nu_2, \nu_1)$$

De plus

$$\mathbb{P}[X \le f_{\alpha,\nu_1,\nu_2}] = \alpha \text{ et } \mathbb{P}\left[\frac{1}{X} \le \frac{1}{f_{\alpha,\nu_1,\nu_2}}\right] = \alpha$$

$$\mathbb{P}\left[\frac{1}{X} \geq \frac{1}{f_{\alpha,\nu_1,\nu_2}}\right] = 1 - \alpha, \text{avec } \frac{1}{X} = \frac{U_2/\nu_2}{U_1/\nu_1} \sim \mathcal{F}(\nu_2,\nu_1)$$





Loi de Fisher (Snedecor)

Si
$$X_1 \sim \Gamma(\alpha_1,\beta_1)$$
 et $X_2 \sim \Gamma(\alpha_2,\beta_2)$ sont indépendants
$$\frac{\alpha_2\beta_1X_1}{\alpha_1\beta_2X_2} \sim \mathrm{F}(2\alpha_1,2\alpha_2)$$
 Si $X \sim F(d_1,d_2)$, si $d_2 \to \infty$, $X \sim \chi^2(d_1)$
$$\begin{cases} \text{si } X \sim \mathcal{N}(0,1) \text{ alors } X^2 \sim \chi^2(1) \\ \text{si } X \sim \mathcal{S}td(\nu) \text{ alors } X^2 \sim \mathcal{F}(1,\nu) \end{cases}$$

