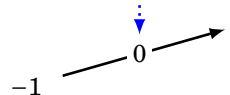


# Activité

## Recherche de racine par balayage

On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = x^2 - 2x - 1$ .

|        |    |       |   |
|--------|----|-------|---|
| $x$    | 2  | $x_0$ | 3 |
| $f(x)$ | -1 | 0     | 2 |




On note  $x_0$  la racine de  $f$  comprise dans l'intervalle  $[2; 3]$ .

### Partie A : balayage avec un pas de 0,1

Dans le tableau de variation, on place les valeurs 2 ; 2,1 ; 2,2 jusqu'à 3 :

|        |    |     |     |     |     |     |     |     |     |     |   |
|--------|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|---|
| $x$    | 2  | 2,1 | 2,2 | 2,3 | 2,4 | 2,5 | 2,6 | 2,7 | 2,8 | 2,9 | 3 |
| $f(x)$ | -1 |     |     |     |     |     |     |     |     |     | 2 |



On propose la table de valeurs de  $f$  construite avec **un pas** égal à 0,1

| $x$ | $f(x)$ |
|-----|--------|
| 2   | -1     |
| 2.1 | -0.79  |
| 2.2 | -0.56  |
| 2.3 | -0.31  |
| 2.4 | -0.04  |
| 2.5 | 0.25   |
| 2.6 | 0.56   |
| 2.7 | 0.89   |
| 2.8 | 1.24   |
| 2.9 | 1.61   |
| 3   | 2      |

- Donner un encadrement de  $a \leq x_0 \leq b$ , d'amplitude égale à 0,1.
- Placer  $x_0$  et son image 0 dans le tableau de variation de  $f$ .

### Partie B : Avec Python

Objectif : on souhaite trouver à l'aide d'un algorithme écrit en PYTHON, un encadrement de  $x_0$  selon une amplitude donnée.

- Dans un premier temps, nous devons implémenter (*écrire*) en PYTHON la fonction  $f$  ci-dessus.  
Pour cela exécuter l'instruction suivante :

```
In [1]: def f(x):
        return x**2 - 2*x - 1
```

Rappel : on vient de définir une fonction python nommée **f** de paramètre  $x$  (un nombre réel).  
Elle **renvoie** l'image  $f(x)$ .

Pour déterminer  $a$  et  $b$ , on balaye la table de valeurs précédente à partir de la valeur de départ 2 :

- $x \leftarrow 2$
- on répète  $x \leftarrow x + \text{pas}$  tant que  $f(x) < 0$ .

On donne les nombre  $a$  et  $b$  tels que  $f(a) < 0 \leq f(b)$  avec  $b - a = \text{pas}$ .

2. Compléter la fonction nommée **balayage** de paramètres :

- *depart (la valeur de départ de la table de valeurs)*
- *pas (l'écart entre deux valeurs consécutives de  $x$  dans la table).*

Elle renvoie les nombres  $a$  et  $b$  souhaités.

```
In [2]: def balayage(depart, pas):
        x = depart
        while f(x) < 0 :
            x = x + pas
        return x, x + pas
```

3. Que renvoie l'instruction `balayage(2, 0.1)`?

4. Comment obtenir un encadrement de  $x_0$  d'amplitude égale à 0,001?

### Partie C : Application à une autre fonction

On considère la fonction  $g$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $g(x) = 2x^3 - 2x - 1$ .

| $x$    | 1  | $x_0$ | 2  |
|--------|----|-------|----|
| $g(x)$ | -1 | 0     | 11 |

On note  $x_0$  la racine de  $g$  comprise dans l'intervalle  $[1; 2]$ .

1. Ouvrir un nouveau NOTEBOOK.
2. Écrire la fonction nommée **g** de paramètre  $x$  (*un nombre réel*) et renvoie  $g(x)$ .
3. Écrire une fonction nommée **balayage** de paramètres :

- *depart (la valeur de départ de la table de valeurs)*
- *pas (un nombre réel positif)*

qui renvoie les bornes de l'encadrement de  $x_0$  d'amplitude `pas`.

4. Proposer un encadrement de  $x_0$  d'amplitude un millièm.

### Partie D : Cas d'une fonction décroissante

On considère la fonction  $g$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $h(x) = -2x^3 + 2x$ .

| $x$    | 1 | $x_0$ | 2  |
|--------|---|-------|----|
| $g(x)$ | 1 | 0     | -4 |

On note  $x_0$  la racine de  $g$  comprise dans l'intervalle  $[1; 2]$ .

1. Ouvrir un nouveau NOTEBOOK.
2. Écrire la fonction nommée **h** de paramètre  $x$  (*un nombre réel*) et renvoie  $h(x)$ .
3. Écrire une fonction nommée **balayage** de paramètres :

- *depart (la valeur de départ de la table de valeurs)*
- *pas (un nombre réel positif)*

qui renvoie les bornes de l'encadrement de  $x_0$  d'amplitude `pas`.

4. Proposer un encadrement de  $x_0$  d'amplitude un millièm.