Activité

Recherche de racine par balayage

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 2x - 1$.

x	2	x_0	3
$f(x)$	-1	0	2

On note x_0 la racine de f comprise dans l'intervalle $[2\,;3]$.

Partie A : balayage avec un pas de $0,1$

Dans le tableau de variation, on place les valeurs 2 ; $2,1$; $2,2$ jusque 3 :

x	2	$2,1$	$2,2$	$2,3$	$2,4$	$2,5$	$2,6$	$2,7$	$2,8$	$2,9$	3
$f(x)$	-1										2

On propose la table de valeurs de f construite avec **un pas** égal à $0,1$

x	$f(x)$
2	-1
2.1	-0.79
2.2	-0.56
2.3	-0.31
2.4	-0.04
2.5	0.25
2.6	0.56
2.7	0.89
2.8	1.24
2.9	1.61
3	2

1. Donner un encadrement de $a \leqslant x_0 \leqslant b$, d'amplitude égale à $0,1$.
2. Placer x_0 et son image 0 dans le tableau de variation de f.

Partie B : Avec Python

Objectif : on souhaite trouver à l'aide d'un algorithme écrit en PYTHON, un encadrement de x_0 selon une amplitude donnée.

1. Dans un premier temps, nous devons implémenter *(écrire)* en PYTHON la fonction f ci-dessus.
   Pour cela exécuter l'instruction suivante :

```
In [1]:  def f(x):
             return x**2-2*x-1
```

   Rappel : on vient de définir une fonction python nommée **f** de paramètre x *(un nombre réel)*.
   Elle **renvoie** l'image $f(\mathrm{x})$.

> Pour déterminer a et b, on balaye la table de valeurs précédente à partir de la valeur de départ 2 :
> - `x` $\leftarrow 2$
> - on répète `x` $\leftarrow$ `x` $+$ `pas` tant que f(`x`) < 0.
>
> On donne les nombre `a` et `b` tels que f(`a`) $< 0 \leqslant f$(`b`) avec `b` $-$ `a` $=$ `pas`.

2. Compléter la fonction nommée **balayage** de paramètres :

- `depart` *(la valeur de départ de la table de valeurs)*
- `pas` *(l'écart entre deux valeurs consécutives de x dans la table)*.

Elle renvoie les nombres `a` et `b` souhaités.

```
In [2]: def balayage(depart,pas):
            x = depart
            while f(x) ..... 0 :
                x = x + pas
            return ....... , .......
```

3. Que renvoie l'instruction `balayage(2,0.1)` ?

4. Comment obtenir un encadrement de x_0 d'amplitude égale à 0,001 ?

Partie C : Application à une autre fonction

On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = 2x^3 - 2x - 1$.

x	1		x_0		2
$g(x)$	-1	$\nearrow$	0	$\nearrow$	11

On note x_0 la racine de g comprise dans l'intervalle $[1;2]$.

1. Ouvrir un nouveau NOTEBOOK.

2. Écrire la fonction nommée **g** de paramètre `x` *(un nombre réel)* et renvoie g(`x`).

3. Écrire une fonction nommée balayage **balayage** de paramètres :

- `depart` *(la valeur de départ de la table de valeurs)*
- `pas` *(un nombre réel positif)*

qui renvoie les bornes de l'encadrement de x_0 d'amplitude `pas`.

4. Proposer un encadrement de x_0 d'amplitude un millième.

Partie D : Cas d'une fonction décroissante

On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = -2x^3 + 2x$.

x	1		x_0		2
$g(x)$	1	$\searrow$	0	$\searrow$	-4

On note x_0 la racine de g comprise dans l'intervalle $[1;2]$.

1. Ouvrir un nouveau NOTEBOOK.

2. Écrire la fonction nommée **h** de paramètre `x` *(un nombre réel)* et renvoie h(`x`).

3. Écrire une fonction nommée balayage **balayage** de paramètres :

- `depart` *(la valeur de départ de la table de valeurs)*
- `pas` *(un nombre réel positif)*

qui renvoie les bornes de l'encadrement de x_0 d'amplitude `pas`.

4. Proposer un encadrement de x_0 d'amplitude un millième.