1. **有20瓶药丸，其中19瓶装有1克/粒的药丸，余下一瓶装有1.1克/粒的药丸。给你一台称重精准的天平，怎么找出比较重的那瓶药丸？天平只能用一次。**

> 解法:有时候，严格的限制条件有可能反倒是解题的线索。在这个问题中，限制条件是天平只能用一次。因为天平只能用一次，我们也得以知道一个有趣的事实：一次必须同时称很多药丸，其实更准确地说，是必须从19瓶拿出药丸进行称重。否则，如果跳过两瓶或更多瓶药丸，又该如何区分没称过的那几瓶呢？别忘了，天平只能用一次。
>
> 那么，该怎么称重取自多个药瓶的药丸，并确定哪一瓶装有比较重的药丸？假设只有两瓶药丸，其中一瓶的药丸比较重。每瓶取出一粒药丸，称得重量为2.1克，但无从知道这多出来的0.1克来自哪一瓶。我们必须设法区分这些药瓶。
>
> 如果从药瓶#1取出一粒药丸，从药瓶#2取出两粒药丸，那么，称得重量为多少呢？结果要看情况而定。如果药瓶#1的药丸较重，则称得重量为3.1克。如果药瓶#2的药丸较重，则称得重量为3.2克。这就是这个问题的解题窍门。
>
> 称一堆药丸时，我们会有个"预期"重量。而借由预期重量和实测重量之间的差别，就能得出哪一瓶药丸比较重，前提是从每个药瓶取出不同数量的药丸。
>
> 将之前两瓶药丸的解法加以推广，就能得到完整解法：从药瓶#1取出一粒药丸，从药瓶#2取出两粒，从药瓶#3取出三粒，依此类推。如果每粒药丸均重1克，则称得总重量为210克（1 + 2 + … + 20 = 20 * 21 / 2 = 210），"多出来的"重量必定来自每粒多0.1克的药丸。药瓶的编号可由算式(weight – 210 grams) / 0.1 grams得出。因此，若这堆药丸称得重量为211.3克，则药瓶#13装有较重的药丸。

2.有个8×8棋盘，其中对角的角落上，两个方格被切掉了。给定31块多米诺骨牌，一块骨牌恰好可以覆盖两个方格。用这31块骨牌能否盖住整个棋盘？请证明你的答案（提供范例，或证明为什么不可能）。

> 解法:乍一看，似乎是可以盖住的。棋盘大小为8×8，共有64个方格，但其中两个方格已被切掉，因此只剩62个方格。31块骨牌应该刚好能盖住整个棋盘，对吧？ 尝试用骨牌盖住第1行，而第1行只有7个方格，因此有一块骨牌必须铺至第2行。而用骨牌盖住第2行时，我们又必须将一块骨牌铺至第3行。要盖住每一行，总有一块骨牌必须铺至下一行。无论尝试多少次、多少种方法，我们都无法成功铺下所有骨牌。 其实，还有更简洁更严谨的证明说明为什么不可能。棋盘原本有32个黑格和32个白格。将对角角落上的两个方格（相同颜色）切掉，棋盘只剩下30个同色的方格和32个另一种颜色的方格。为方便论证起见，我们假定棋盘上剩下30个黑格和32个白格。放在棋盘上的每块骨牌必定会盖住一个白格和一个黑格。因此，31块骨牌正好盖住31个白格和31个黑格。然而，这个棋盘只有30个黑格和32个白格，所以，31块骨牌盖不住整个棋盘。

3.有两个水壶，容量分别为5夸脱（美制：1夸脱=0.946升，英制：1夸脱=1.136升）和3夸脱，若水的供应不限量（但没有量杯），怎么用这两个水壶得到刚好4夸脱的水？注意，这两个水壶呈不规则形状，无法精准地装满"半壶"水。

> 解法
>
> 根据题意，我们只能使用这两个水壶，不妨随意把玩一番，把水倒来倒去，可以得到如下顺序组合： 注意，许多智力题其实都隐含数学或计算机科学的背景，这个问题也不例外。只要这两个水壶的容量互质（即两个数没有共同的质因子），我们就能找出一种倒水的顺序组合，量出1到2个水壶容量总和（含）之间的任意水量。

4.有个岛上住着一群人，有一天来了个游客，定了一条奇怪的规矩：所有蓝眼睛的人都必须尽快离开这个岛。每晚8点会有一个航班离岛。每个人都看得见别人眼睛的颜色，但不知道自己的（别人也不可以告知）。此外，他们不知道岛上到底有多少人是蓝眼睛的，只知道至少有一个人的眼睛是蓝色的。所有蓝眼睛的人要花几天才能离开这个岛？

> 解法:下面将采用简单构造法。假定这个岛上一共有n人，其中c人有蓝眼睛。由题目可知，c > 0。
>
> 1. 情况c = 1：只有一人是蓝眼睛的
>
> 假设岛上所有人都是聪明的，蓝眼睛的人四处观察之后，发现没有人是蓝眼睛的。但他知道至少有一人是蓝眼睛的，于是就能推导出自己一定是蓝眼睛的。因此，他会搭乘当晚的飞机离开。
>
> 2.情况c = 2：只有两人是蓝眼睛的
>
> 两个蓝眼睛的人看到对方，并不确定c是1还是2，但是由上一种情况，他们知道，如果c = 1，那个蓝眼睛的人第一晚就会离岛。因此，发现另一个蓝眼睛的人仍在岛上，他一定能推断出c = 2，也就意味着他自己也是蓝眼睛的。于是，两个蓝眼睛的人都会在第二晚离岛。
>
> 3.情况c > 2：一般情况
>
> 逐步提高c时，我们可以看出上述逻辑仍旧适用。如果c = 3，那么，这三个人会立即意识到有2到3人是蓝眼睛的。如果有两人是蓝眼睛的，那么这两人会在第二晚离岛。因此，如果过了第二晚另外两人还在岛上，每个蓝眼睛的人都能推断出c = 3，因此这三人都有蓝眼睛。他们会在第三晚离岛。
>
> 不论c为什么值，都可以套用这个模式。所以，如果有c人是蓝眼睛的，则所有蓝眼睛的人要用c晚才能离岛，且都在同一晚离开。

5.有栋建筑物高100层。若从第N层或更高的楼层扔下来，鸡蛋就会破掉。若从第N层以下的楼层扔下来则不会破掉。给你2个鸡蛋，请找出N，并要求最差情况下扔鸡蛋的次数为最少。

> 解法:我们发现，无论怎么扔鸡蛋1（Egg 1），鸡蛋2（Egg 2）都必须在“破掉那一层”和下一个不会破掉的最高楼层之间，逐层扔下楼（从最低的到最高的）。例如，若鸡蛋1从5层和10层楼扔下没破掉，但从15层扔下时破掉了，那么，在最差情况下，鸡蛋2必须尝试从11、12、13和14层扔下楼。
>
> 具体做法:
>
> 首先，让我们试着从10层开始扔鸡蛋，然后是20层，等等。
>
> □ 如果鸡蛋1第一次扔下楼（10层）就破掉了，那么，最多需要扔10次。
>
> □ 如果鸡蛋1最后一次扔下楼（100层）才破掉，那么，最多要扔19次（10、20、…、90、100层，然后是91到99层）。
>
> 这么做也挺不错，但我们只考虑了绝对最差情况。我们应该进行“负载均衡”，让这两种情况下扔鸡蛋的次数更均匀。
>
> 我们的目标是设计一种扔鸡蛋的方法，使得扔鸡蛋1时，不论是在第一次还是最后一次扔下楼才破掉，次数越稳定越好。
>
> (1) 完美负载均衡的方法应该是，扔鸡蛋1的次数加上扔鸡蛋2的次数，不论什么时候都一样，不管鸡蛋1是从哪层楼扔下时破掉的。
>
> (2) 若有这种扔法，每次鸡蛋1多扔一次，鸡蛋2就可以少扔一次。
>
> (3) 因此，每丢一次鸡蛋1，就应该减少鸡蛋2可能需要扔下楼的次数。例如，如果鸡蛋1先从20层往下扔，然后从30层扔下楼，此时鸡蛋2可能就要扔9次。若鸡蛋1再扔一次，我们必须让鸡蛋2扔下楼的次数降为8次。也就是说，我们必须让鸡蛋1从39层扔下楼。
>
> (4) 由此可知，鸡蛋1必须从X层开始往下扔，然后再往上增加X□1层……直至到达100层。
>
> (5) 求解方程式X + (X□1) + (X□2) + … + 1 = 100，得到X (X + 1) / 2 = 100 → X = 14。
>
> 我们先从14层开始，然后是27层，接着是39层，依此类推，最差情况下鸡蛋要扔14次。
>
> 正如解决其他许多最大化/最小化的问题一样，这类问题的关键在于“平衡最差情况”。

6.走廊上有100个关上的储物柜。有个人先是将100个柜子全都打开。接着，每数两个柜子关上一个。然后，在第三轮时，再每隔两个就切换第三个柜子的开关状态（也就是将关上的柜子打开，将打开的关上）。照此规律反复操作100次，在第i轮，这个人会每数i个就切换第i个柜子的状态。当第100轮经过走廊时，只切换第100个柜子的开关状态，此时有几个柜子是开着的？

> 解法:要解决这个问题，我们必须弄清楚所谓切换储物柜开关状态是什么意思。这有助于我们推断最终哪些柜子是开着的。
>
> 1. 问题：柜子会在哪几轮切换状态（开或关）？
>
> 柜子n会在n的每个因子（包括1和n本身）对应的那一轮切换状态。也就是说，柜子15会在第1、3、5和15轮开或关一次。
>
> 1. 问题：柜子什么时候还是开着的？
>
> 如果因子个数（记作x）为奇数，则这个柜子是开着的。你可以把一对因子比作开和关，若还剩一个因子，则柜子就是开着的。
>
> 1. 问题：x什么时候为奇数？
>
> 若n为完全平方数，则x的值为奇数。理由如下：将n的两个互补因子配对。例如，如n为36，则因子配对情况为：(1, 36)、(2, 18)、(3, 12)、(4, 9)、(6, 6)。注意，(6, 6)其实只有一个因子，因此n的因子个数为奇数。
>
> 1. 问题：有多少个完全平方数？
>
> 一共有10个完全平方数，你可以数一数（1、4、9、16、25、36、49、64、81、100），或者，直接列出1到10的平方： 1 * 1, 2 * 2, 3 * 3, …, 10*10
>
> 因此，最后共有10个柜子是开着的。

7.考虑一个双人游戏。游戏在一个圆桌上进行。每个游戏者都有足够多的硬币。他们需要在桌子上轮流放置硬币，每次必需且只能放置一枚硬币，要求硬币完全置于桌面内（不能有一部分悬在桌子外面），并且不能与原来放过的硬币重叠。谁没有地方放置新的硬币，谁就输了。游戏的先行者还是后行者有必胜策略？这种策略是什么？

> 答案：先行者在桌子中心放置一枚硬币，以后的硬币总是放在与后行者刚才放的地方相对称的位置。这样，只要后行者能放，先行者一定也有地方放。先行者必胜。

8.用线性时间和常数附加空间将一篇文章的单词（不是字符）倒序。

> 答案：先将整篇文章的所有字符逆序（从两头起不断交换位置相对称的字符）；然后用同样的办法将每个单词内部的字符逆序。这样，整篇文章的单词顺序颠倒了，但单词本身又被转回来了。

9.用线性时间和常数附加空间将一个长度为n的字符串向左循环移动m位（例如，”abcdefg”移动3位就了”defgabc”）。

> 答案：把字符串切成长为m和n-m的两半。将这两个部分分别逆序，再对整个字符串逆序。

10.** 一个矩形蛋糕，蛋糕内部有一块矩形的空洞。只用一刀，如何将蛋糕切成大小相等的两块？**

> 答案：注意到平分矩形面积的线都经过矩形的中心。过大矩形和空心矩形各自的中心画一条线，这条线显然把两个矩形都分成了一半，它们的差当然也是相等的。

11.一块矩形的巧克力，初始时由N x M个小块组成。每一次你只能把一块巧克力掰成两个小矩形。最少需要几次才能把它们掰成N x M块1×1的小巧克力？

> 答案：N x M – 1次显然足够了。这个数目也是必需的，因为每掰一次后当前巧克力的块数只能增加一，把巧克力分成N x M块当然需要至少掰N x M – 1次。

12.如何快速找出一个32位整数的二进制表达里有多少个”1″？用关于”1″的个数的线性时间？

> 答案1（关于数字位数线性）：for(n=0; b; b >>= 1) if (b & 1) n++; 答案2（关于”1″的个数线性）：for(n=0; b; n++) b &= b-1;

13.** 一个大小为N的数组，所有数都是不超过N-1的正整数。用O(N)的时间找出重复的那个数（假设只有一个）。一个大小为N的数组，所有数都是不超过N+1的正整数。用O(N)的时间找出没有出现过的那个数（假设只有一个）。**

> 答案：计算数组中的所有数的和，再计算出从1到N-1的所有数的和，两者之差即为重复的那个数。计算数组中的所有数的和，再计算出从1到N+1的所有数的和，两者之差即为缺少的那个数。

14.给出一行C语言表达式，判断给定的整数是否是一个2的幂。

> 答案：(b & (b-1)) == 0

15.地球上有多少个点，使得从该点出发向南走一英里，向东走一英里，再向北走一英里之后恰好回到了起点？

> 答案：“北极点”是一个传统的答案，其实这个问题还有其它的答案。事实上，满足要求的点有无穷多个。所有距离南极点$1 + 1/(2\pi)$英里的地方都是满足要求的，向南走一英里后到达距离南极点$1/(2\pi)$的地方，向东走一英里后正好绕行纬度圈一周，再向北走原路返回到起点。事实上，这仍然不是满足要求的全部点。距离南极点$1 + 1/(2k\pi)$的地方都是可以的，其中k可以是任意一个正整数。

16.A、B两人分别在两座岛上。B生病了，A有B所需要的药。C有一艘小船和一个可以上锁的箱子。C愿意在A和B之间运东西，但东西只能放在箱子里。只要箱子没被上锁，C都会偷走箱子里的东西，不管箱子里有什么。如果A和B各自有一把锁和只能开自己那把锁的钥匙，A应该如何把东西安全递交给B?

> 答案：A把药放进箱子，用自己的锁把箱子锁上。B拿到箱子后，再在箱子上加一把自己的锁。箱子运回A后，A取下自己的锁。箱子再运到B手中时，B取下自己的锁，获得药物。

17.一对夫妇邀请N-1对夫妇参加聚会（因此聚会上总共有2N人）。每个人都和所有自己不认识的人握了一次手。然后，男主人问其余所有人（共2N-1个人）各自都握了几次手，得到的答案全部都不一样。假设每个人都认识自己的配偶，那么女主人握了几次手？

> 答案：握手次数只可能是从0到2N-2这2N-1个数。除去男主人外，一共有2N-1个人，因此每个数恰好出现了一次。其中有一个人(0)没有握手，有一个人(2N-2)和所有其它的夫妇都握了手。这两个人肯定是一对夫妻，否则后者将和前者握手（从而前者的握手次数不再是0）。除去这对夫妻外，有一个人(1)只与(2N-2)握过手，有一个人(2N-3)和除了(0)以外的其它夫妇都握了手。这两个人肯定是一对夫妻，否则后者将和前者握手（从而前者的握手次数不再是1）。以此类推，直到握过N-2次手的人和握过N次手的人配成一对。此时，除了男主人及其配偶以外，其余所有人都已经配对。根据排除法，最后剩下来的那个握手次数为N-1的人就是女主人了。