Evolutionäre Optimierungsalgorithmen

Federico Ramírez Villagrana

Universität Hamburg
Methodenkompetenz - Einführung in das wissenschaftliche Arbeiten
Dozent: Dr. Andreas Günther

Zusammenfassung

In diesem Paper wird es darüber diskutiert, sowohl was Optimierung ist und warum ist es schwer, als auch was evolutionärer Algorithmen (EA) sind und wie, warum, und wann sind sie hilfreich in dem Optimierung-Bereich. Es wird auch im Detail erklärt, wie EA funktionieren und warum sind sie als teil des künstlichen Intelligenz betrachtet. Es werden auch einige bekannten EA präsentiert und oberflächlich erklärt. Am ende wird es darüber diskutiert, was für Vor- und Nachteile die EA haben.

I. Einleitung

Das Problem des Handlungsreisenden (engl. traveling salesman problem oder TSP) ist ein sehr bekanntes und studierte Problem in dem Informatik-Bereich und es geht wie folgendes:

Es muss eine Reihenfolge für den Besuch mehrerer Orte so gewählt sein, dass keine Station außer der ersten mehr als einmal besucht wird, die gesamte Reisestrecke des Handlungsreisenden möglichst kurz, und die erste Station gleich der letzten Station ist. [wikc]

Sei n die Anzahl der Stationen, es gibt $(n-1)!$ mögliche Lösungen für das TSP. Das heißt, dass für $n = 4$ es gibt 6 mögliche Lösungen. Es ist nicht schwer einen brute-force [1] Ansatz zu verfolgen für ein Problem, das nur 6 Lösungen hat. Aber wenn $n = 50$ es gibt circa $6,1 \times 10^{62}$ Lösungen.

Folgendes ist hilfreich, um diese Anzahl in eine Perspektive zu setzen: Das Universum ist circa 15 Milliarde Jahre alt, das ist $4,7 \times 10^{17}$ Sekunden. Wenn es eine Billion Rechner gäbe, die jeder einzeln seit dem Anfang des Universums eine Billion Lösungen pro Sekunde berechnete, bisher wären nur $4,7 \times 10^{41}$ Lösungen berechnet worden.

Das TSP ist nur ein Beispiel von vielfältigen Probleme, die zu den kombinatorischen Problemen gehören, das heißt, Probleme für die einfach keine brute-force Ansatz möglich ist. Es ist in diesem Fall, dass evolutionärer Algorithmen (EA) hilfreich sind.

EA sind eine gute Werkzeug um gute Lösungen zu finden. Natürlich können wir nicht sicher sein, dass wir das beste Lösung gefunden haben, außer wenn wir jeder mögliche Lösungen berechnen haben. Aber wie es mit dem TSP-Beispiel gezeigt ist, es ist nicht immer möglich, alle mögliche Lösungen zu finden.

II. Stand der Forschung

Todo

III. Optimierung

In dem Mathematik-Bereich, Optimierung bedeutet die Findung von Parametern eines Systems, die ein bestmögliches Ergebnis er-

[1] Auch Exhaustionsmethode, ist eine Lösungsmethode für Probleme, die auf dem Ausprobieren aller möglichen (oder zumindest vieler möglicher) Fälle beruht. [wika]

zielen. [wikb] Wir können diese Findung von Parametern auch wie Folgendes definieren: Die Auswahl von die bestmögliche Lösung eines Problems von einer Menge mögliche Lösungen.

In Optimierungsprobleme wird eine Zielfunktion (engl. objective function) definiert, die entweder maximiert oder minimiert werden soll. Die Zielfunktion wird „Kosten-Funktion“ oder „Fitness-Funktion“ in Minimierung- und Maximierungsprobleme bzw. genannt.

Sei $f(x)$ ein Zielfunktion, x ist ein Vektor und wird „Entscheidungsvariable“ genannt. Die Anzahl von Elementen in x wird die Dimension des Problems genannt. Die Domäne der Zielfunktion repräsentiert die mögliche Lösungen des Problems.

Das Ziel der Optimierung ist es denn, die bestmögliche Lösung des Problems zu finden, das heißt, einen Wert für die Entscheidungsvariable zu finden, sodass die Zielfunktion einen maximal bzw. minimal Wert ergibt.

Es gibt verschiedene Klassifizierungen oder Arten von Optimierung:

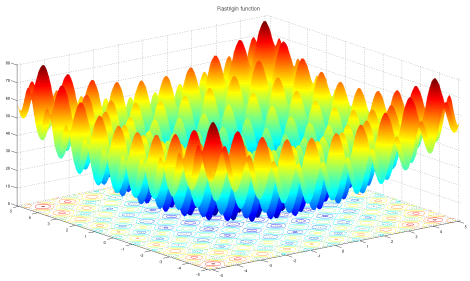
- Eingeschränkt Optimierung.
  Die Entscheidungsvariable kann nicht irgendwelcher Wert nehmen. Es gibt Einschränkungen dafür.

- Multi-objective Optimierung.
  Das Problem besteht aus vielfältigen, voneinander unabhängig Zielfunktionen.

- Multi-modal Optimierung.
  Die Zielfunktion(en) hat/haben mehrere Minima bzw. Maxima. Abbildung 1 zeigt eine multi-modale Funktion.

Eine der wichtigste und schwerste Teile der Optimierung ist es, eine geeignete Zielfunktion zu definieren, die alle die wichtige zu optimieren Faktoren berücksichtigt. Probleme im wirklichen Leben sind normalerweise eingeschränkt, multi-Objective und multi-modale, oder mit eine hoch Anzahl von Dimensionen. Wegen diesen Eigenschaften der Zielfunktionen und der Optimierungsprobleme ist es schwer eine gute Lösung mittels traditionelle

Abbildung 1: *Rastrigin function. Quelle:* `https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Rastrigin_function.png`



Vorgänge zu finden. EA sind aber eine gute Möglichkeit, um diese Art von Probleme in angemessene Zeit zu lösen.

IV. Was ist ein evolutionärer Algorithmus?

Der EA-Bereich ist ziemlich neu, deswegen gibt es bisher keine allgemein akzeptierte Definition von evolutionäre Algorithmus.

EA sind zwar als Teil des künstliche Intelligenzes (KI) betrachtet, aber genau wo sie in Verbindung mit anderen KI-Methoden stehen, und was die EA-Bereich beinhaltet, ist von dem Autor abhängig. Abbildung 2 zeigt eine von mehrere mögliche Klassifikationen von KI-Methoden in Bezug auf Metaheuristics (welche über den Rahmen dieses Papiers hinausgehen).

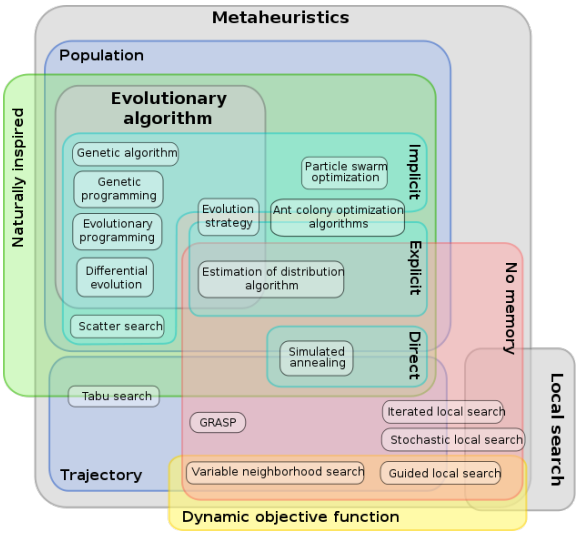
In Abbildung 2 können wir es auch sehen, wie der Autor betrachtet Particle Swarm Optimization (PSO) und Ant Colony Optimization (ACO) nicht als EA, trotzdem gibt es andere Autoren (wie z. B. [Sim13]), die diese Algorithmen genau für EA halten.

In diesem Paper wird folgende Definition für EA genommen: Ein Algorithmus, der die Lösung eines Problems durch viele Iterationen entwickelt .

i. Eigenschaften der EA

Folgende sind die Hauptmerkmale der EA:

Abbildung 2: *Klassifikation von Metaheuristics. Quelle:* `https://en.wikipedia.org/wiki/File:Metaheuristics_classification.svg`



- Eine Zielfunktion.

- Eine - so genannte - Bevölkerung von mögliche Lösungen.
  Eine Menge von Darstellungen der Lösungen (Elemente der Domäne der Zielfunktion) des Problems, die mittels der Algorithmus und mehrere Iterationen verarbeitet und hoffentlich verbessert werden.

- Vorgänge, die die Elementen der Bevölkerung betreffen und verändern.
  Diese können der Algorithmus selber oder ein äußern Verfahren sein.

Die meisten EA sind aus die Natur inspiriert, das heißt, dass Wissenschaftler Ereignisse, Systeme, und Mechanismen von der Natur beobachten und danach versuchen einigermaßen, sie mit Algorithmen zu reproduzieren. Sie werden „evolutionär“ genannt, denn sie sind ursprünglich aus der Evolution inspiriert. [Hol75]

Wie vorher gesagt, EA sind als Teil des KI betrachtet, das ist weil EA emulieren Eigenschaften von intelligente Systeme aus der Natur.

Nach [Sim13] sind die folgende Eigenschaften notwendig, um ein System als intelligent zu betrachten:

- Adaptation.
  Ein intelligentes System muss in hohem Maße an unvorhersehbare Änderungen anpassbar sein. Lernen ist daher unerlässlich.

- Zufälligkeit.
  Obwohl Zufälligkeit meistens als eine schlechte Eigenschaft betrachtet wird, es ist in gewissem Maße notwendig, damit neue Lösungen eines Problems gefunden sein können.

- Kommunikation.
  Eine einzige Ameise ist nicht wirklich als intelligent betrachtet, aber eine Ameisenkolonie ist (dank Kommunikation durch Pheromone) als eine super-intelligent Einheit überlegt.

- Rückmeldung.
  Ein System kann sich nicht anpassen und verbessern, wenn es seine Umgebung nicht erkennen und darauf reagieren kann. Auch um zu lernen, muss ein System seine Fehler (mittels Rückmeldung) erkennen.

- Erkundung.
  Das heißt neue Lösungen finden, neue Wege erkunden.

- Ausbeutung.
  Im Gegenteil zu Erkundung, Ausbeutung heißt, schon bekannten Lösungen und Wege ausnutzen.

In nächster Sektion werden verschiedene Beispiele von EA gezeigt und in jeder Beispiel wird es erwähnt, welcher Teil des Algorithmuses welche Eigenschaft des Intelligenzes versucht zu emulieren. Es ist auch wichtig zu sagen, dass nicht alle Eigenschaften des Intelligenzes von jeder EA repliziert sind.

V. EA Beispiele

Heutzutage gibt es aber viele EA und jedes Jahr werden neue entwickelt. In dieser Sektion werden nur ein paar der bekanntesten und wichtigsten erwähnt und oberflächlich erklärt.

i. Genetic Algorithmen - GA

Genetic Algotihmen (GA) sind ursprünglich in [Hol75] präsentiert und danach in [Gol98] weiter entwickelt. Der Name „Genetic Algorithms" bezieht sich mehr auf eine Familie von Algorithmen als auf einen einzigen Algorithmus.

GA sind die erste vorgestellte, bekannteste, und am meistens verwendeten EA. Ursprünglich waren sie dafür entwickelt, um adaptierbare Systeme zu studieren. Sie sind Simulationen der natürlichen Selektion. Daher sind sie genau aus der Evolution inspiriert.

Es gibt sechs Hauptteile eines GAs:

1. Codierung der Lösungen.

   Als erstes muss man eine geeignete Codierung für die mögliche Lösungen finden. Das heißt, eine Darstellung für die Lösungen finden, die einfach zu verarbeiten ist. Eine die am meistens verwendeten Codierungen ist eine Bit-Folge. In dieser Codierung jedes Bit wird „Gen" genannt.

2. Ursprüngliche Bevölkerung.

   Eine ursprüngliche Bevölkerung muss initialisiert werden. Diese Initialisierung kann entweder zufällig oder auf vorher Kenntnisse basiert sein. Wie viele Elementen die Bevölkerung hat, ist ein wichtige Parameter. Je mehrere Elemente desto eine bessere Wahrscheinlichkeit, um gute Lösungen zu finden.

3. Fitnessfunktion.

   Die Zielfunktion des Problems.

   Der Wert, den die Zielfunktion ergibt, wenn sie für den Wert ausgewertet wird, den ein Element der Bevölkerung darstellt, wird die „Fitness" des Elements genannt.

4. Auswahl von Einzelnen.

   Zwei Elemente der Bevölkerung werden ausgewählt, um ein neue Element herzustellen. Das Verfahren um die Elemente auszuwählen kann entweder zufällig oder auf die Fitness der Elemente basiert sein. Die ausgewählte Elemente werden „Eltern"' genannt.

5. Crossover.

   Dies ist das wichtigste Teil eines GA. Es definiert wie das neue Element aus die Eltern erstellt wird. Das heißt, welche Gene wird das neue Element von jeden Elternteil erben.

6. Mutation.

   Einige zufälligerweise-ausgewählt neue erstellt Elemente werden mutiert sein. Das heißt, dass einige Bits gekippt werden. Welche Elemente werden mutiert und wie viele und welche Bits werden gekippt, kann mittels verschiedene Verfahren entscheidet werden.

Abbildung 3: *Wesentlich genetic Algorithmen pseudo-Code. Quelle: [Sim13]*

```
Parents ← {randomly generated population}
While not(termination criterion)
    Calculate the fitness of each parent in the population
    Children ← ∅
    While |Children| < |Parents|
        Use fitnesses to probabilistically select a pair of parents for mating
        Mate the parents to create children c1 and c2
        Children ← Children ∪ {c1, c2}
    Loop
    Randomly mutate some of the children
    Parents ← Children
Next generation
```

EA insgesamt sind Problem-unabhängig, das heißt, dass wenn es eine geeignete Darstellung der Lösungen und eine geeignete Zielfunktion gibt, kann theoretisch jeder Problem mittels EA optimiert werden. Aus diesem Grund gibt es bei jeden EA ein Element der Adaptation.

In Teil 2 sowie in Teile 4 bis 6 kann Zufälligkeit verwendet werden, je nachdem welche Verfahren bzw. ausgewählt werden.

In der Mutation-Teil, eine hoch Wahrscheinlichkeit um Elemente zu mutieren heißt viel

Erkundung und weniger Ausbeutung und umgekehrt.

ii. Particle Swarm Optimization - PSO

Particle Swarm Optimization (PSO) Algorithmus ist ursprünglich in [JK95] und in [YS98] präsentiert.

PSO ist auf menschliches soziales Verhalten basiert. [JK01] Genauer, PSO basiert auf der Beobachtung von Gruppen von Individuen, die zusammenarbeiten, um nicht nur ihr kollektives Verhalten in einer bestimmten Aufgabe zu verbessern, sondern auch ihr individuelles Verhalten zu verbessern.

Die Grundideen hinter PSO sind wie folgendes:

- Es gibt eine Menge Partikeln, die sich mit einer beliebigen Geschwindigkeit durch den Suchraum bewegen.
- Der Suchraum ist in „Nachbarschaften" mit einer beliebigen gleichen Größe unterteilt.
- Jeder Partikeln speichert sowohl die beste Position, die sie im Suchraum besucht hat, als auch die beste Position, die ihre Nachbarn erreicht haben.
- Beide die Partikels beste Position und ihre Nachbarns beste Positionen beeinflussen die Partikels Geschwindigkeit.

Abbildung 4: *Wesentlich PSO Algorithmus pseudo-Code. Quelle: [Sim13]*

Initialize a random population of individuals $\{x_i\}$, $i \in [1, N]$
Initialize each individual's n-element velocity vector v_i, $i \in [1, N]$
Initialize the best-so-far position of each individual: $b_i \leftarrow x_i$, $i \in [1, N]$
Define the neighborhood size $\sigma < N$
Define the maximum influence values $\phi_{1,\max}$ and $\phi_{2,\max}$
Define the maximum velocity $v_{\max}$
While not(termination criterion)
  For each individual x_i, $i \in [1, N]$
    $H_i \leftarrow \{\sigma$ nearest neighbors of $x_i\}$
    $h_i \leftarrow \arg\min_x\{f(x) : x \in H_i\}$
    Generate a random vector ϕ_1 with $\phi_1(k) \sim U[0, \phi_{1,\max}]$ for $k \in [1, n]$
    Generate a random vector ϕ_2 with $\phi_2(k) \sim U[0, \phi_{2,\max}]$ for $k \in [1, n]$
    $v_i \leftarrow v_i + \phi_1 \circ (b_i - x_i) + \phi_2 \circ (h_i - x_i)$
    If $|v_i| > v_{\max}$ then
      $v_i \leftarrow v_i v_{\max} / |v_i|$
    End if
    $x_i \leftarrow x_i + v_i$
    $b_i \leftarrow \arg\min\{f(x_i), f(b_i)\}$
  Next individual
Next generation

In PSO können die Geschwindigkeiten der ersten Bevölkerung zufällig initialisiert werden. Daher haben wir ein Element der Zufälligkeit.

Da die Partikeln die beste bisher erreichte Positionen ihrer Nachbarn kennen müssen, gibt es auch Kommunikation.

Die Tatsache, dass die beste bisher erreichte Positionen die Geschwindigkeit der Partikel beeinflussen, zeigt Rückmeldung. In welche Ausmaß wird die Partikel beeinflusst, kann entweder Erkundung oder Ausbeutung fördern.

iii. Differential Evolution - DE

Es wurde erstmals in [Sto96a] und [Sto96b] über Differential Evolution (DE) diskutiert. Aber die erste vielfach gelesene DE-Veröffentlichung war [KP97].

Im Gegensatz zu fast alle andere EA, DE ist nicht auf die Natur inspiriert. Eine die wichtigste Merkmale der DE ist, dass es einfach ist. Dies Merkmal ist wichtig, da es erlaubt Benutzer aus andere Bereiche (d. h. nicht Informatikern/inen oder Mathematiker/inen), es umzusetzen.

Die wesentliche Schritte eines DE Algorithmus sind die Folgende:

1. Die Bevölkerung eines DE Algorithmus besteht auf Vektoren mit n Elemente. Wo n ist auch die Dimension des Problems. Weiterhin, jeder Vektor selbst stellt eine mögliche Lösung des Problems dar.

2. Zwei Vektoren $x_{r2}, x_{r3} \mid r2 \neq r3$ werden ausgewählt.

3. Die Differenz zwischen x_{r2} und x_{r3} wird berechnet.

4. Die skalierte Differenz wird zu einem dritte Vektor $x_{r1} \mid r1 \notin \{r2, r3\}$ addiert. Das wird eine neue mögliche Lösung v_i ergeben.

5. v_i wird mit einem Vektor $x_i \mid i \notin \{r1, r2, r3\}$ kombiniert.

6. x_i wird gegen u_i vergleicht und der beste wird behaltet.

Abbildung 5 zeigt Schritte 2 bis 4 und Abbildung 6 zeigt einen ganze DE Algorithmus pseudo-Code .

Abbildung 5: *Grundlegende Idee von DE. Quelle: [Sim13]*

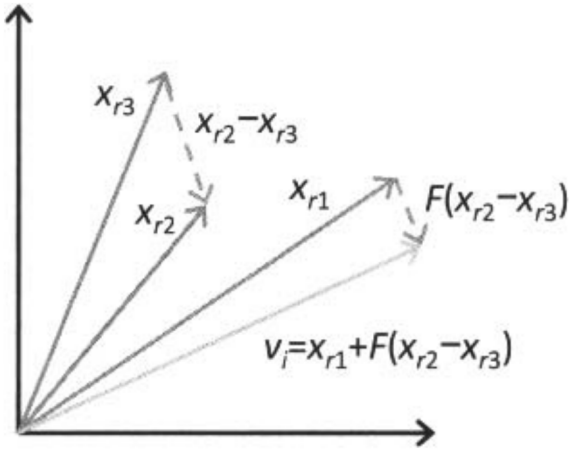


Abbildung 6: *Wesentlich DE Algorithmus pseudo-Code. Quelle: [Sim13]*

F = stepsize parameter $\in [0.4, 0.9]$
c = crossover rate $\in [0.1, 1]$
Initialize a population of candidate solutions $\{x_i\}$ for $i \in [1, N]$
While not(termination criterion)
    For each individual x_i, $i \in [1, N]$
        $r_1 \leftarrow$ random integer $\in [1, N] : r_1 \neq i$
        $r_2 \leftarrow$ random integer $\in [1, N] : r_2 \notin \{i, r_1\}$
        $r_3 \leftarrow$ random integer $\in [1, N] : r_3 \notin \{i, r_1, r_2\}$
        $v_i \leftarrow x_{r1} + F(x_{r2} - x_{r3})$ (mutant vector)
        $\mathcal{J}_r \leftarrow$ random integer $\in [1, n]$
        For each dimension $j \in [1, n]$
            $r_{cj} \leftarrow$ random number $\in [0, 1]$
            If $(r_{cj} < c)$ or $(j = \mathcal{J}_r)$ then
                $u_{ij} \leftarrow v_{ij}$
            else
                $u_{ij} \leftarrow x_{ij}$
            End if
        Next dimension
    Next individual
    For each population index $i \in [1, N]$
        If $f(u_i) < f(x_i)$ then $x_i \leftarrow u_i$
    Next population index
Next generation

VI. Diskussion

Todo

VII. Fazit

Todo

Quellenverzeichnis

[Gol98] David Goldberg. *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning*. *Reading*. MA: Addison-Wesley Professional, 1998.

[Hol75] John Henry Holland. *Adaptation in Natural and Artificial Systems*. MIT Press, 1975.

[JK95] Russell C. Eberhart James Kennedy. *Particle Swarm Optimization*, volume IV. Proceedings of IEEE International Conference on Neural Networks, 1995. pp. 1942 - 1948.

[JK01] Russell C. Eberhart James Kennedy. *Swarm intelligence*. Morgan Kaufmann Publishers Inc., 2001.

[KP97] Rainer Storn Kenneth Price. Differential evolution: Numerical optimization made easy. *Dr. Dobb's Journal*, pages 18 – 24, 1997.

[Sim13] Dan Simon. *EVOLUTIONARY OPTIMIZATION ALGORITHMS - Biologically-inspired and Population-based Approaches to Computer Intelligence*. John Wiley and Sons, Inc., 2013.

[Sto96a] Rainer Storn. Differential evolution design of an iir-filter. *IEEE Conference on Evolutionary Computation*, pages 268 – 273, 1996. Nagoya, Japan.

[Sto96b] Rainer Storn. On the usage of differential evolution for function optimization. *Conference of the North American Fuzzy Information Processing Society*, pages 519 – 523, 1996. Berkeley, California.

[wika] Brute-force-methode. `https://de.wikipedia.org/wiki/Brute-Force-Methode`. Accessed: 05.01.2019.

[wikb] Optimierung. `https://de.wiktionary.org/wiki/Optimierung`. Accessed: 03.01.2019.

[wikc] Problem des handlungsreisenden. `https://de.wikipedia.org/wiki/Problem_des_Handlungsreisenden`. Accessed: 03.01.2019.

[YS98] Russell C. Eberhart Yuhui Shi. *A modified particle swarm optimizer*. Proceedings of IEEE International Conference on Evolutionary Computation, 1998. pp. 69 - 73.