Урок 1. Д/З № 1 Линейная алгебра

(1) $f_1(x) = e^x$, $f_2(x) = 1$, $f_3(x) = x+1$, $f_4(x) = x - e^x$.

Можем выразить функцию $f_4(x)$ через др. ф-ции:

$$f_4(x) = f_3(x) - f_2(x) - f_1(x)$$
$$f_4(x) = x + 1 - 1 - e^x$$
$$f_4(x) = x - e^x \Longrightarrow \text{линейная зависимость.}$$

(2) $f_1(x) = -2$, $f_2(x) = x$, $f_3(x) = x^2$, $f_4(x) = (x+1)^2$

Можем выразить функцию $f_4(x)$ через др. ф-ции:

$$f_4(x) = f_3(x) + 2f_2(x) + 0{,}5 \cdot f_1(x)$$
$$f_4(x) = x^2 + 2 \cdot x + 0{,}5 \cdot 2$$
$$f_4(x) = x^2 + 2x + 1$$

из ф-лы $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(x+1)^2 = x^2 + 2 \cdot 1 \cdot x + 1^2$

$\Downarrow$

линейная зависимость.

(3) $x = (2,3,5) \in R^3$ в базисе $b_1 = (0,0,10)$,
$b_2 = (2,0,0)$
$b_3 = (0,1,0)$

$$x = (2,3,5) = (2,0,0) + (0,3,0) + (0,0,5)$$
$$x = 1 \cdot \underbrace{(2,0,0)}_{b_2} + 3 \cdot \underbrace{(0,1,0)}_{b_3} + 0{,}5 \underbrace{(0,0,10)}_{b_1}.$$
$$x = 0{,}5 \cdot b_1 + 1 \cdot b_2 + 3 \cdot b_3 = (0{,}5, 1, 3)$$

④ $3x^2-2x+2 \in R^3[x]$:

а) в базисе $1, x, x^2$;

б) в базисе $x^2, x-1, 1$;

а) Координаты для базиса $1, x, x^2$ будут $(2, -2, 3)$ из координат вектора $3x^2-2x+2$

б) Координаты для базиса $x^2, x-1, 1$:

Если $3x^2-2x+2 = 3x^2-2(x-1)$, то

$(3, -2, 0)$

⑤ а) Есть два вектора: $a=(0, a_2, a_3)$

$b=(b_1, 0, b_3)$

При сложении: $a+b=(0+b_1, a_2+0, a_3+b_3)$

$a+b=(b_1, a_2, a_3+b_3) \Rightarrow$

$\Rightarrow$ При совокупности двух векторов трехмерного пространства, у которых одна из первых двух координат равна 0, линейным подпространством не является, т.к в данной совокупности ни одна из координат не равна 0

б) Есть два вектора, $a = 3u_1+5u_2+7u_3$

$b = 2u_4+4u_5+6u_6$

При сложении $a+b=(3u_1+5u_2+7u_3+2u_4+4u_5+6u_6$

При умножении на скаляр $K$ при $k=4$

$a \cdot k=(12 \cdot u_1+20 \cdot u_2+28 \cdot u_3) \in V$

$b \cdot k=(8u_4+16u_5+24u_6) \in V \Rightarrow$

$\Rightarrow$ Данная совокупность явл. линейным подпространством